$$\lim_{x\to\infty}\int_0^n e^{\frac{x}{2}}\left(1-\frac{x}{n}\right)^n dx$$

Dat $f_n(x)=e^{\frac{x}{2}}\left(1-\frac{x}{n}\right)^n$

$$\left(1-\frac{x}{n}\right)^n = e^{n\ln\left(1-\frac{x}{n}\right)}$$

Dat $u_n = n\ln\left(1-\frac{x}{n}\right)=\frac{\ln\left(1-\frac{x}{n}\right)}{\frac{1}{n}}$
Xet ham: $\frac{\ln(1-xt)}{t}$ $\quad$ (Dat $t=\frac{1}{n}$)

$$\lim_{t\to 0^+}\frac{\ln(1-xt)}{t}\overset{L'}{=}\lim_{t\to 0^+}\frac{\frac{-x}{1-xt}}{1}=-x$$

Vay: $\left(1-\frac{x}{n}\right)^n = e^{-x}$
Vi $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{x}{n}\right)^n = e^x, \forall x\in\mathbb{R}$
$\Rightarrow \left(1+\frac{x}{n}\right)^n \le e^x \quad , \forall n\in\mathbb{N}$ thoa $-n\le x$
Khi n du lon:

$$x\in[0,n]$$
$$-x\in[-n,0]$$

thi $\left(1+\frac{-x}{n}\right)^n \le e^{-x}$

$$\Rightarrow e^{x/2}\left(1-\frac{x}{n}\right)^n \le e^{x/2}\cdot e^{-x}=e^{-x/2}=g(x)$$

$$\lim e^{x/2}\left(1-\frac{x}{n}\right)^n \in [1,0] \text{ khi } x\in[0,n]$$

$$\lim e^{-x/2}\in[1,0] \text{ khi } x\in[0,n]$$

$$\Rightarrow f_n = f \quad \text{hay } e^{x/2}\left(1-\frac{x}{n}\right)^n = e^{-x/2}, \forall x\in[0,n]$$

$$\text{ta co}: \lim_{n\to\infty}\int_0^n f_n dx = \int_0^n f dx \quad \lim_{n\to\infty}\int_0^n e^{-x/2}dx$$
$$=\lim_{n\to\infty}\left(-2e^{-x/2}\right)\Big|_0^n$$
$$=\lim_{x\to\infty}\left(-2\left(\frac{1}{e^n}-\frac{1}{e^0}\right)\right)=2$$