

Presentazione del problema:

L'associazione *Daedalus Rocketry*, un'organizzazione che si occupa della progettazione e sperimentazione di razzi, è interessata alla caratterizzazione e l'ottimizzazione del circuito che misura la spinta del propulsore. In particolare, lo studio è riferito al loro ultimo prototipo. L'associazione *Daedalus Rocketry* pone le seguenti richieste:

- La caratterizzazione dell'errore dato dal circuito della cella di carico
- Una buona regressione lineare che compensi l'azione del rumore di fondo

Ipotesi:

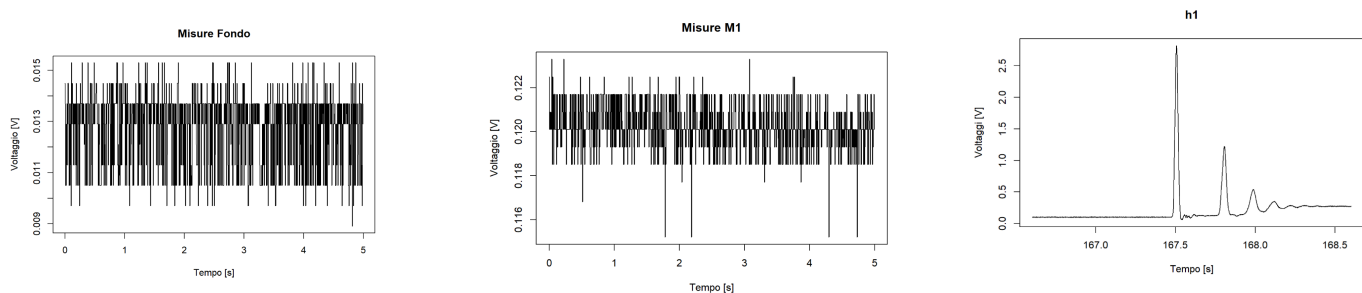
Abbiamo ipotizzato la presenza di due tipi di errore: l'errore statico, dovuto alla precisione del circuito quando il sistema è a riposo, e l'errore dinamico, dovuto a vibrazioni e spostamenti che vanno ad amplificare gli errori statici quando il sistema è in moto.

Presentazione dei dati:

Abbiamo raccolto i dati durante una simulazione che riproduce l'impulso del motore; effettuare dei test di lancio reali sarebbe stato troppo oneroso in termini di tempo e risorse.

La durata di tutte le prese è di $t = 5$ s, e la tensione (V) viene registrata ogni $\Delta t = 0.005$ s.

Per l'errore statico abbiamo effettuato 9 misurazioni posizionando sulla cella di carico masse crescenti da 0 kg a 9.442 kg. Per l'errore dinamico, più complicato da simulare, abbiamo effettuato 30 prese utilizzando un sistema che facesse cadere una massa costante da un'altezza fissa.



Analisi statica:

Per rendere i dati più coerenti, abbiamo normalizzato i dati rispetto alla media di ciascuna serie. Successivamente abbiamo eseguito campionamenti tramite *bootstrapping*, con 200 campioni di 75 misurazioni ciascuno e, per garantire la qualità dei dati, abbiamo rimosso gli *outliers* utilizzando il metodo IQR (Interquartile Range). Il test di *Shapiro-Wilk* sui campioni filtrati non ci permette di rifiutare l'ipotesi nulla di normalità, dato che i *p-value* sono superiori a 0.05 per tutti i campioni: trattiamo quindi i dati come se fossero normalmente distribuiti.

Abbiamo calcolato la correlazione tra voltaggio (ΔV) e forza (F), ottenendo valori positivi che confermano una forte dipendenza, che aumenta con l'aumentare del peso.

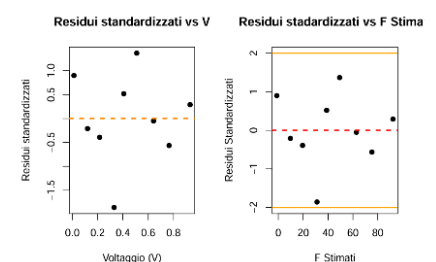
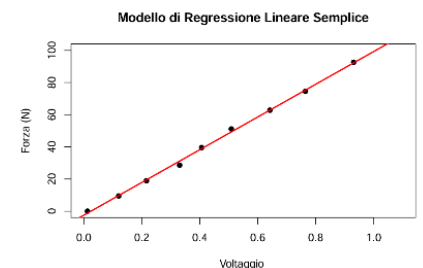
Di conseguenza, con l'ausilio dei grafici, abbiamo scelto un modello di regressione lineare semplice dalla forma: $F = a + b \cdot V$, con intercetta $a = -1.2183$ N, e pendenza $b = 101.8051$ N/V. Il valore R^2 pari a 0.9983 ci conferma l'adeguatezza del modello che abbiamo scelto.

Per garantire la validità del modello, abbiamo proseguito con un test di *Shapiro-Wilk* sui residui normalizzati, che ci ha restituito un *p-value* di 0.8607, valore che ci ha permesso di non rifiutare l'ipotesi nulla di normalità.

Successivamente abbiamo verificato l'omoschedasticità dei residui, che risultano distribuiti attorno a zero, con il 95% dei valori compresi tra -2 e +2. Possiamo quindi considerare la varianza costante.

Tuttavia, vista la correlazione pressoché lineare tra l'aumento di peso e l'aumento del voltaggio medio, deduciamo che l'errore della misurazione non dipende dal peso, piuttosto da un errore sistematico del circuito.

Errore che sembra oscillare in un range ben definito: di conseguenza uno scostamento da questo dovrebbe essere attribuito ad un errore casuale di cui non è responsabile la cella di carico.



Analizzando l'errore nelle prese statiche, ci siamo accorti che le deviazioni standard hanno valori perlopiù simili, eccetto per le ultime due prese che presentano scostamenti evidenti rispetto alle altre.

Per verificare la nostra ipotesi sulla deviazione standard, abbiamo applicato il test di *Fisher*, che ci ha permesso,

con un livello di significatività del 5%, di definire la deviazione standard di una generica presa affetta solo da errori sistematici del circuito, uguale a quella della presa m4.

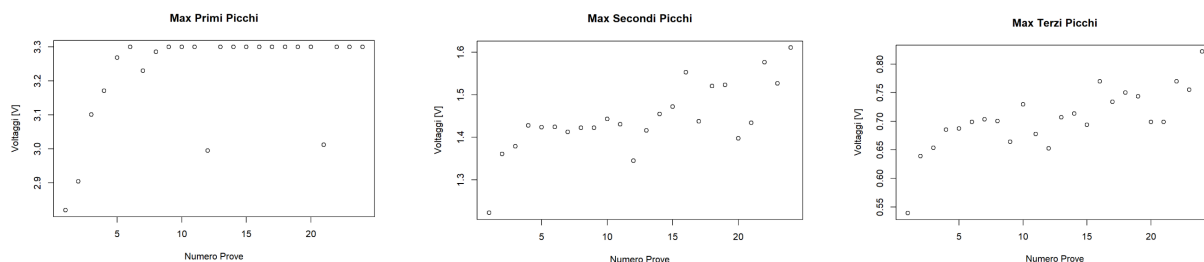
Come ultima conferma, abbiamo calcolato l'intervallo di confidenza al 99% per la deviazione standard ottenendo l'intervallo: [0.0009679225 V, 0.00121902 V]. Possiamo quindi supporre che un valore di deviazione standard al di fuori di questo intervallo indichi un disturbo esterno al circuito della cella di carico.

Infine, abbiamo calcolato l'errore assoluto medio, di natura sistematica, come:

$$e = \sqrt{\frac{\pi}{2}} sd(m4) = \pm 0.0008642003 V = \pm 1,13 N$$

Analisi dinamica:

A questo punto ci siamo concentrati sullo studio dell'errore nelle prese dinamiche. Inizialmente abbiamo ipotizzato che, dato che tutte le prove erano state effettuate con la stessa massa e allo stesso modo, i picchi di tensione registrati avrebbero seguito una distribuzione normale. Tuttavia, i dati raccolti non hanno confermato questa ipotesi.



Abbiamo subito scartato i dati relativi ai primi picchi, che superano il voltaggio di saturazione del circuito (3.3V) risultando falsati.

Studiando invece i secondi e terzi picchi, abbiamo notato una crescita lineare dei massimi ad ogni presa, il che suggerisce un accumulo progressivo dell'impulso tra una prova e l'altra.

Considerando, però, che non si sono verificati problemi del genere nelle prese statiche, abbiamo ipotizzato che la causa fosse una deformazione meccanica delle resistenze della cella, legata **all'isteresi meccanica** del materiale.

La cella di carico è un sensore di pressione, formato da resistenze che si dilatano quando viene applicata una forza. Tuttavia, a causa dell'isteresi meccanica, il materiale della cella non recupera istantaneamente la sua forma originale dopo ogni impulso. Gli impulsi ripetuti, soprattutto se abbastanza forti, inducono una deformazione residua nelle resistenze, causando un ritardo nel rilassamento del materiale, che a sua volta genera un incremento artificiale del segnale misurato.

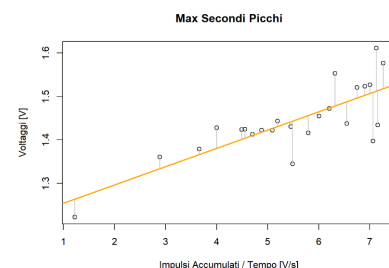
Per approfondire questa ipotesi, abbiamo effettuato ulteriori studi sui secondi e i terzi picchi.

Per prima cosa, abbiamo eseguito una regressione lineare per analizzare la correlazione tra i picchi (V) e il numero di prove (n).

I risultati ottenuti hanno mostrato una forte correlazione positiva, suggerendo che con l'aumento del numero di prove, la tensione tende ad aumentare.

Ci siamo concentrati poi sull'analisi degli impulsi accumulati (ΔV), studiando la correlazione prima con la tensione (V), infine con i tempi di misurazione (T). I

risultati, in entrambi i casi, hanno evidenziato una buona correlazione positiva, indicando che gli impulsi accumulati influiscono in modo significativo sulla misura della tensione e che l'interazione tra tempo e impulsi accumulati ha un effetto diretto sui picchi di tensione misurati.



Conclusione:

L'analisi condotta sul circuito della cella di carico ha permesso di caratterizzare l'errore di misura e di sviluppare un modello di regressione lineare robusto per compensare il rumore di fondo.

L'**errore statico** è risultato essere principalmente sistematico e indipendente dal peso.

Il valore dell'errore assoluto medio è stato stimato in $\pm 1.13 N$, confermando che le variazioni fuori da questo range sono attribuibili a disturbi esterni.

Per l'**errore dinamico**, abbiamo individuato un incremento progressivo della tensione dovuto all'isteresi meccanica della cella di carico, con un accumulo residuo delle deformazioni nelle resistenze.

Per correggere il rumore di fondo, abbiamo sviluppato un modello di regressione lineare in cui l'intercetta funge da coefficiente correttivo, migliorando la precisione delle misure di forza. La forte correlazione tra tensione e forza conferma l'affidabilità del modello, che potrà essere utilizzato per future sperimentazioni con maggiore accuratezza.