Hypothesis IV

-Paired test-

Contents

1. 대응표본 검정(Paired test)

대응표본 검정

대응표본 검정

< Independent two-sample test >

ID	Group	Pre Cr	Post Cr
1	1	0.84	0.77
2	1	0.91	0.90
3	2	1.78	1.54
4	2	1.45	1.33
5	1	1.23	1.19
6	2	1.33	1.22

vs.

< Paired test >

ID	Group	Pre Cr	Post Cr
1	1	0.84	0.77
2	1	0.91	0.90
3	2	1.78	1.54
4	2	1.45	1.33
5	1	1.23	1.19
6	2	1.33	1.22

대응표본 검정

대응표본 검정

- 대응표본(또는 쌍체표본, paired sample)은 한 표본에서 두 개의 측정값을 구하여 비교하는 경우
- 예를 들어, 혈압 약의 효과를 알아보기 위하여 복용 전후의 혈압 차이를 추정하거나, 식이요법 전후의 몸무게 차이를 추정하는 경우에 해당한다.
- n개의 표본에 대해서 확률표본 $D_1, D_2, \ldots, D_n$라 하면 D_k은 k번째 대상자의 전후 차이로 정의할 수 있다. 이 확률표본이 평균 $\mu_D = \mu_1 - \mu_2$, 분산이 σ_D^2인 정규분포를 따른다고 가정하면, 다음과 같이 표준화 통계량 T는 자유도 $n-1$인 t –분포를 따르게 된다.

$$T \equiv \frac{\overline{D} - \mu_D}{S_D/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$$

여기서, S_D^2은 확률표본의 표본분산으로 다음과 같이 정의한다.

$$S_D^2 = \sum_{i=1}^{n} (D_i - \overline{D})^2 \,/\, (n-1)$$

Paired t-test

↓

One-sample t-test

대응표본 검정

대응표본 검정

모평균 차이의 신뢰구간(추정; 모집단이 대응되는 경우)

- 모집단이 대응되는 경우, 두 정규 모집단의 모평균 차이 $\mu_1 - \mu_2$에 대한 $100(1-\alpha)\%$신뢰구간은

$$\left[\bar{D} \pm t_{1-\alpha/2;n-1}\frac{S_D}{\sqrt{n}}\right]$$

모평균 차이의 검정(모집단이 대응되는 경우)

- 귀무가설 $H_0: \mu_D = \delta_0$, 검정통계량 : $T_0 = \frac{\bar{D}-\delta_0}{S_D/\sqrt{n}}$

① $H_1: \mu_D > \delta_0$ $\rightarrow$ 기각역 : $T_0 > t_{1-\alpha;n-1}$

② $H_1: \mu_D < \delta_0$ $\rightarrow$ 기각역 : $T_0 < t_{\alpha;n-1} = -t_{1-\alpha;n-1}$

③ $H_1: \mu_D \neq \delta_0$ $\rightarrow$ 기각역 : $|T_0| > t_{1-\alpha/2;n-1}$

대응표본 검정

대응표본 검정

가정 사항
● 독립변수에 따른 종속변수는 정규분포를 만족해야 한다. ● 정규분포를 만족하지 못할 경우는 비모수적 추론을 통해서 검정한다.

대응표본 검정

예제 – 구간추정

- 다음 표는 비만약 복용 전후의 체중 측정 결과로서, 체중은 근사적으로 정규분포를 따른다고 가정하자. 비만약 복용 전후의 체중 변화에 대한 95% 신뢰구간을 구하시오.

표본	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
복용 전	68	61	60	68	67	64	66	67	66	67	72	74	61	71	58	77
복용 후	56	55	67	62	59	67	50	60	59	53	60	65	62	61	64	57
차이	**12**	**6**	**-7**	**6**	**8**	**-3**	**16**	**7**	**7**	**14**	**12**	**9**	**-1**	**10**	**-6**	**20**

➢ 체중 변화 차이에 대한 표본평균은 $\bar{D} = \frac{110}{16} = 6.875$ 이며, 표본분산은

$$S_D^2 = \left[\sum_{i=1}^{16} d_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{16} d_i \right)^2 \Big/ 16 \right] \Big/ (16-1) = \frac{1650 - 110^2 / 16}{15} \doteq 59.583$$

따라서, $S_D \doteq 7.719$ & $t_{0.975;15} \doteq 2.131$ 이므로, 비만약 복용 전후의 체중 변화에 대한 95% 신뢰구간은

$$\left[6.875 \pm 2.131 \times \frac{7.719}{\sqrt{16}} \right] \doteq [6.875 \pm 4.112] = [2.763, 10.987]$$

대응표본 검정

예제 – 검정

- 다음 표는 비만약 복용 전후의 체중 측정 결과로서, 체중은 근사적으로 정규분포를 따른다고 가정하자. 비만약 복용 전후의 체중 변화에 대한 95% 신뢰구간을 구하시오.

표본	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
복용 전	68	61	60	68	67	64	66	67	66	67	72	74	61	71	58	77
복용 후	56	55	67	62	59	67	50	60	59	53	60	65	62	61	64	57
차이	**12**	**6**	**-7**	**6**	**8**	**-3**	**16**	**7**	**7**	**14**	**12**	**9**	**-1**	**10**	**-6**	**20**

- 귀무가설 $H_0\!: \mu_D = 0$, 대립가설 $H_1\!: \mu_D \neq 0$ 이며, 유의수준 $\alpha = 0.05$ 이므로 기각역은 $|T_0| > t_{0.975;15} \doteq 2.131$이다. 따라서 검정통계량은

$$T_0 \doteq \frac{6.875 - 0}{7.719/\sqrt{16}} \doteq 3.563 > 2.131$$

이므로 유의수준 5%에서 귀무가설을 기각할 수 있다. 즉, 유의수준 5% 하에서 평균 체중이 변하였다는 증거가 있다.

대응표본 검정

예제 – 실습

- 다음 표는 비만약 복용 전후의 체중 측정 결과로서, 체중은 근사적으로 정규분포를 따른다고 가정하자. 비만약 복용 전후의 체중 변화에 대한 95% 신뢰구간을 구하시오.

표본	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
복용 전	68	61	60	68	67	64	66	67	66	67	72	74	61	71	58	77
복용 후	56	55	67	62	59	67	50	60	59	53	60	65	62	61	64	57
차이	12	6	-7	6	8	-3	16	7	7	14	12	9	-1	10	-6	20

- R 실습!

2. 정규성 검정(Normality test)

정규성 검정

정규성 검정(normality test)

- 모수적 분석기법(대표적으로 t-test, ANOVA test)의 경우 모집단의 확률분포가 정규분포를 따른다고 확신할 수 있는 상황에서 사용할 수 있다.
- 표본의 크기가 충분히 크다면 중심극한정리에 의해 정규성을 가진다고 가정할 수는 있으나 엄격하게는 정규성 검정을 통해서 적절한 분석 기법을 사용하는 것을 추천한다.

정규성 검정

정규성 검정(normality test)

- 정규성 검정을 만족하지 못할 경우에는 모수적 분석기법이 아닌 비모수적 분석기법을 사용해야 한다. (독립변수: 범주형, 종속변수: 연속형)
  - ✓ [2범주] Independent t-test → Mann-Whitney U test (Wilcoxon rank sum test)
  - ✓ [3범주 이상] ANOVA → Kruskal-Wallis test
  - ✓ 정규성 검정은 각 범주에 대해서 검정하며, 모든 범주에서 유의해야 만족한다.
  - ✓ 정규성 검정에 따라서 모수적 또는 비모수적 검정만 결정되는 것이 아니라 의학 논문에서는 변수를 대표하는 통계량도 함께 변경하여 사용하는 것이 일반적이다.
  - ✓ Mean(S.D.) vs. Median(Q1, Q3)

정규성 검정

정규성 검정(normality test)

- 귀무가설: 자료가 정규분포를 따른다.
- 대립가설: 자료가 정규분포를 따르지 않는다.(적어도 하나의 자료는 정규분포를 따르지 않는다.)
- 따라서 정규성 검정의 유의확률인 p-value가 0.05보다 작은 경우는 귀무가설을 기각할 수 있기에 "해당 자료는 정규분포를 따르지 않는다." 라고 결론 내릴 수 있다.

- 정규성 검정에 사용되는 대표적인 방법은 Shapiro-Wilk test와 Kolmogorov-Smirnov test 이다. Shapiro-Wilk test가 더 보수적이기에 자주 사용됩니다.

```
> shapiro.test(변수이름)
```

3. 범주형 자료에서의 대응표본 검정

범주형 자료에서의 대응표본 검정

자료구조

< Chi-square or Fisher's exact test >

ID	Group	Pre DM	Post DM
1	1	0	0
2	1	1	1
3	2	1	0
4	2	0	0
5	1	0	0
6	2	1	1

vs.

< McNemar's test >

ID	Group	Pre DM	Post DM
1	1	0	0
2	1	1	1
3	2	1	0
4	2	0	0
5	1	0	0
6	2	1	1

< Contingency table >

		Post DM		Row total
		Yes	No	
Pre DM	Yes	2	1	3
	No	0	3	3
Column total		2	4	6

범주형 자료에서의 대응표본 검정

McNemar's test

		Post DM		Row total
		Yes	**No**	
Pre DM	**Yes**	A	B	A+B
	No	C	D	C+D
Column total		A+C	B+D	N

- McNemar's test는 위와 같은 contingency table에서 marginal probability가 같은지를 검정하는 것이다.

  즉, 식으로 표현하면 $P_A + P_B = P_A + P_C \quad and \quad P_C + P_D = P_B + P_D$로 나타낼 수 있다.
- 두 가지 식을 모두 정리하면 귀무가설은 모두 $P_B = P_C$로 도출된다.
  - ✓ H_0: $P_B = P_C$ ← 전후 당뇨 발생율은 차이가 없다.
  - ✓ H_1: $P_B \neq P_C$ ← 전후 당뇨 발생율은 차이가 있다.
- 검정통계량: $\chi^2 = \frac{(B-C)^2}{B+C}$ $\quad$ ($\chi^2 = \frac{(|B-C|-1)^2}{B+C}$: exact binomial version (if B+C<25))

  (※ 자유도= (# of rows – 1)×(# of columns – 1))

범주형 자료에서의 대응표본 검정

McNemar's test

		Post DM		Row total
		Yes	No	
Pre DM	Yes	40	0	40
	No	0	60	60
Column total		40	60	100

- 위와 같은 극단적인 상황에서는 McNemar's test의 검정통계량(= $\frac{0}{0}$)은 정의될 수 없다.

- 예시)

		Post DM		Row total
		Yes	No	
Pre DM	Yes	40	0	40
	No	0	60	60
Column total		40	60	100

범주형 자료에서의 대응표본 검정

예제 - McNemar

		Post DM		Row total
		Yes	No	
Pre DM	Yes	10	20	30
	No	30	40	70
Column total		40	60	100

H_0: 전후 당뇨 발생율은 차이가 없다.

H_1: 전후 당뇨 발생율은 차이가 있다.

- 검정통계량: $\chi^2 = \frac{(B-C)^2}{B+C} = \frac{(-10)^2}{50} = 2 \ \leq 3.84 = \ \chi^2_{0.95}(1)$

  ※ 자유도 = (# of rows – 1)×(# of columns – 1)

  = (2-1)×(2-1) = 1

- 전후 당뇨 환자의 비율은 차이가 없었다.

Thank you!