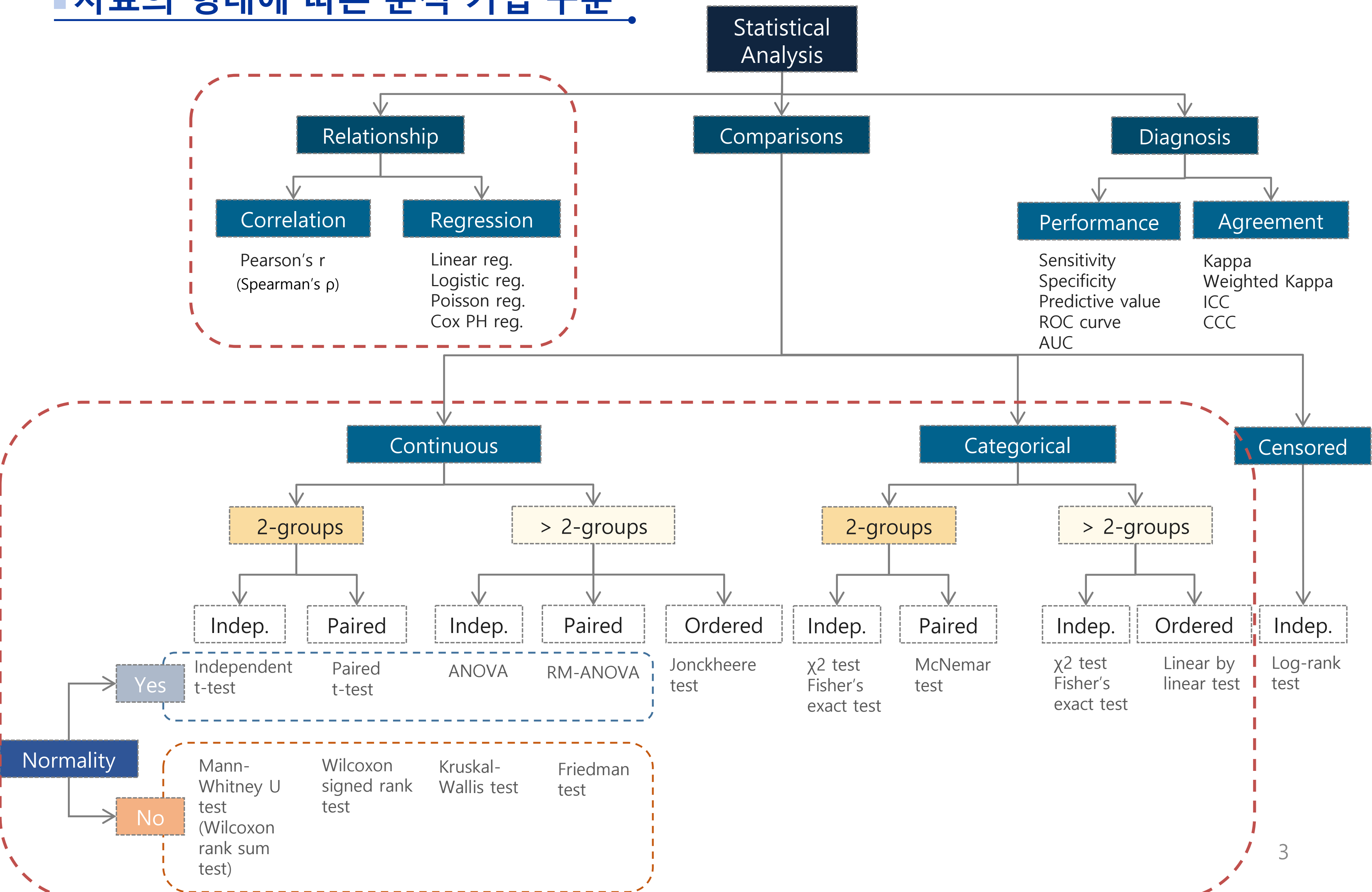
Hypothesis Ⅰ

-Comparison of Means-

Contents

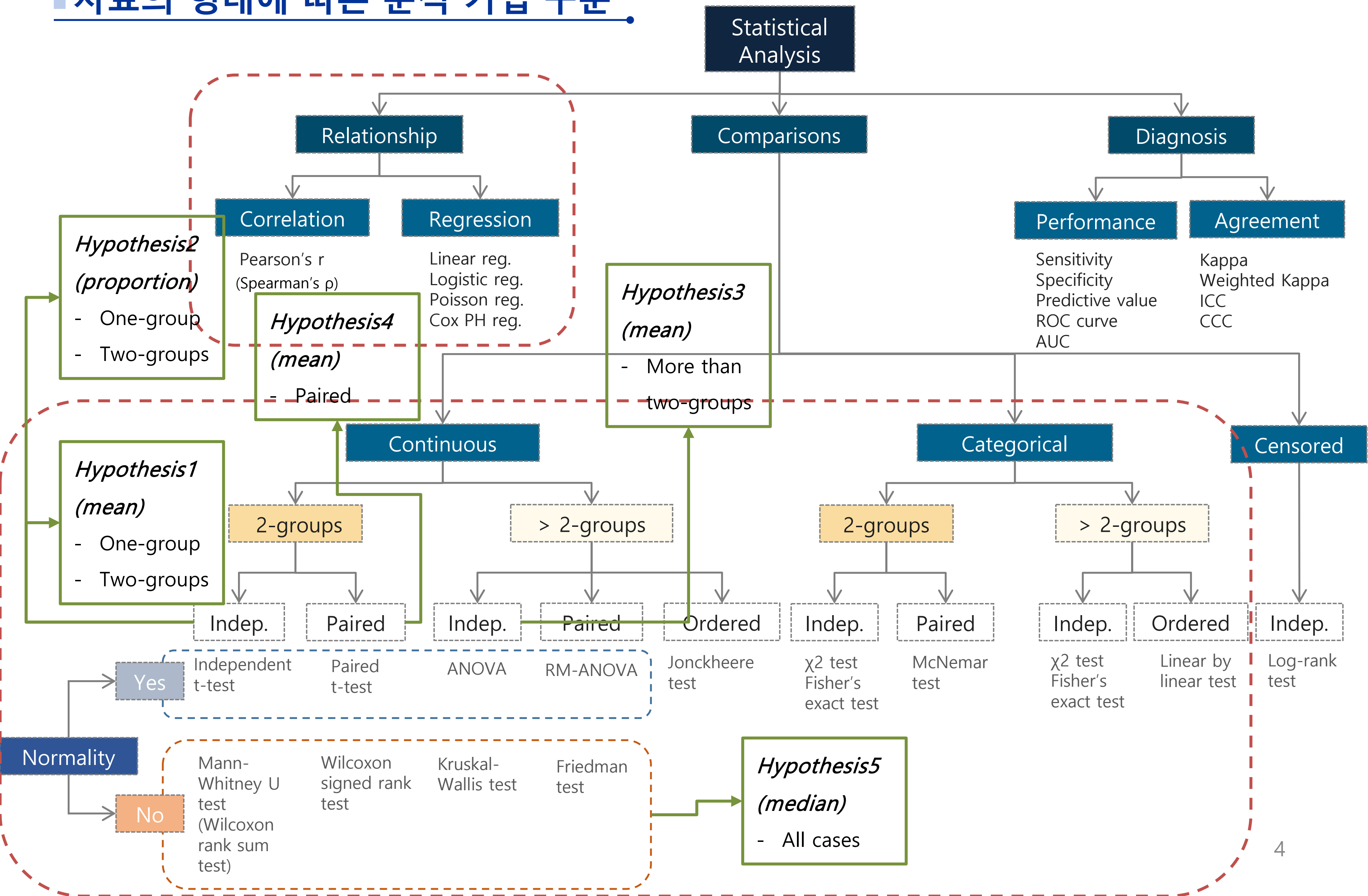
Testing & Modeling

자료의 형태에 따른 분석 기법 구분



Testing & Modeling

자료의 형태에 따른 분석 기법 구분



Project

- 개인 프로젝트 (individual project)

  의학자료 분석 프로젝트는 다음과 같은 내용을 기반으로 발표자료를 작성하시면 됩니다.

  - 도입(introduction) - 10%
    - ✓ 연구목적과 동기
  - 자료 설명 - 20%
    - ✓ https://vincentarelbundock.github.io/Rdatasets/datasets.html
    - ✓ https://www.kaggle.com/
    - ✓ https://data.world/datasets/health
    - ✓ https://medium.com/@ODSC/15-open-datasets-for-healthcare-830b19980d9
    - ✓ 대상자 및 변수 설명 등
  - 방법론 및 결과 도출 - 50%
    - ✓ Table1 (demographic table) 구성
    - ✓ Model 구축 과정 및 결과
    - ✓ 연구목적에 맞는 결과 해석
    - ✓ 결론 (concluding remark)
  - Presentation (10분 이내) + Q&A time (2분 이내) - 20%

Project

- 관심 있는 주제의 의학 저널을 3~5부씩 검색하여 통계부분 및 결과도출 부분을 살펴보자.
  - 다음의 사이트를 비롯한 여러 사이트에서 의학논문을 다운로드 받을 수 있다.
    - ✓ 국외: NCBI의 Pub Med (http://www.ncbi.nlm.nih.gov/PubMed)
    - ✓ 국내: 의학연구정보센터 (http:..www.medric.or.kr)

1. 가설검정

가설검정

Definitions

통계적 가설검정(hypothesis testing)
● 기존의 통념을 나타내는 귀무가설(H_0)에 반하는 새로운 주장을 나타내는 대립가설(H_1)을 설정하고, 관측된 데이터를 바탕으로 귀무가설의 채택 또는 기각 여부를 결정하는 통계적 절차

- ✓ 가설검정의 결과는 대립가설이 아닌 귀무가설을 위주로 표현하며, 귀무가설을 '채택(accept)'하거나 '기각(reject)'하거나 둘 중의 하나로 결론을 내린다.
- ✓ 예)

  H_0 : 흡연그룹과 비흡연그룹 사이에는 신체활동량에서 차이가 없을 것이다.

  H_1 : 흡연그룹과 비흡연그룹 사이에는 신체활동량에서 차이가 있을 것이다.

가설검정

Definitions

제1종 오류(type 1 error)
● 귀무가설이 맞는데도 불구하고 이를 기각하는 오류

제2종 오류(type 2 error)
● 대립가설이 맞는데도 불구하고 귀무가설을 채택하는 오류

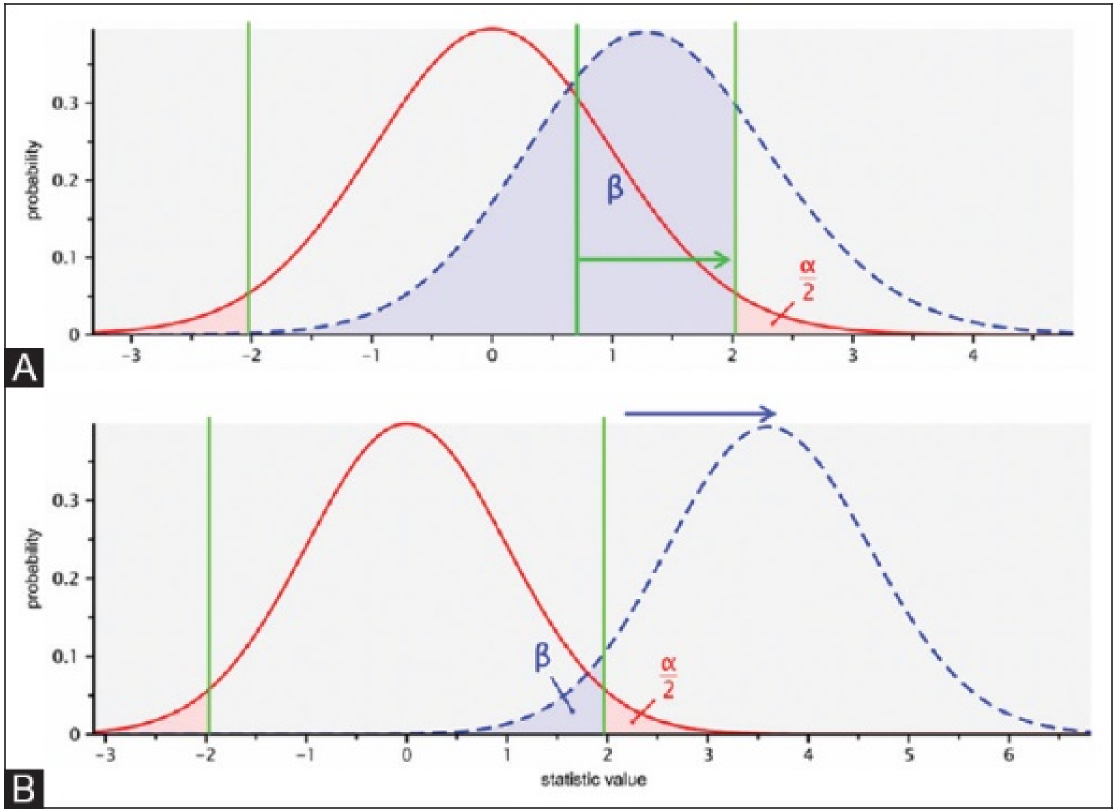
- ✓ 새로운 주장이 틀린데도 받아들이는 오류가 제1종 오류, 새로운 주장이 맞는데도 인정하지 않는 오류가 제2종 오류가 된다.
- ✓ 통계학에서는 제1종 오류를 더 심각하게 받아들여, 가설검정에서 제1종 오류가 발생할 확률을 유의수준(significance level) α 이하로 유지하도록 검정 방법을 설계한다. 유의수준을 만족하면서 제2종 오류가 발생할 확률 β가 더 작은 가설검정 방법이 더 좋은 것으로 인정된다.

검정결과 \ 진실	귀무가설이 맞음	대립가설이 맞음
귀무가설 채택	옳은 결정	제2종 오류
귀무가설 기각	제1종 오류	옳은 결정

가설검정

Definitions

✓ 통계학에서는 제1종 오류를 더 심각하게 받아들여, 가설검정에서 제1종 오류가 발생할 확률을 유의수준(significance level) α 이하로 유지하도록 검정 방법을 설계한다. 유의수준을 만족하면서 제2종 오류가 발생할 확률 β가 더 작은 가설검정 방법이 더 좋은 것으로 인정된다.



Kaur and Stoltzfus, 2017

가설검정

Definitions

유의수준(significance level)
● 귀무가설이 맞는데도 불구하고 이를 기각할 확률(제1종 오류)의 최대값

유의확률(significance probability, p-value)
● 귀무가설이 맞는데도 불구하고 잘못해서 기각할 실제 확률(제1종 오류의 확률)

- ✓ 검정 시 유의확률이 유의수준보다 작으면 그 검정 결과를 받아들일 수 있다.
- ✓ 유의수준은 일반적으로 고정시키고, 유의확률은 자료 및 검정 방식에 따라 다르게 산출된다.
- ✓ 가장 많이 사용되는 유의수준은 $\alpha = 0.05$ 이다. (또는 $\alpha = 0.1, 0.01$)

- ✓ P-value $<$ α 이면 귀무가설을 기각
- ✓ P-value $>$ α 이면 귀무가설을 채택(기각할 수 없음)

가설검정

가설검정(예제)

[재판과정으로 가정한다면]

- 사람은 특별한 증거가 없는 한 무죄이므로 귀무가설=무죄
- 확신할 증거가 나오면 유죄이므로 대립가설=유죄로 정의
- 유죄인 사람을 무죄로 선고하는 것도 심각한 오류이지만, 무죄인 사람을 유죄로 선고하는 것이 보다 치명적인 오류이므로 제1종 오류가 된다.

진실 / 검정결과	귀무가설이 맞음	대립가설이 맞음
귀무가설 채택	옳은 결정	제2종 오류 (죄가 있지만 무죄선고)
귀무가설 기각	제1종 오류 (죄가 없는데 유죄선고)	옳은 결정

가설검정

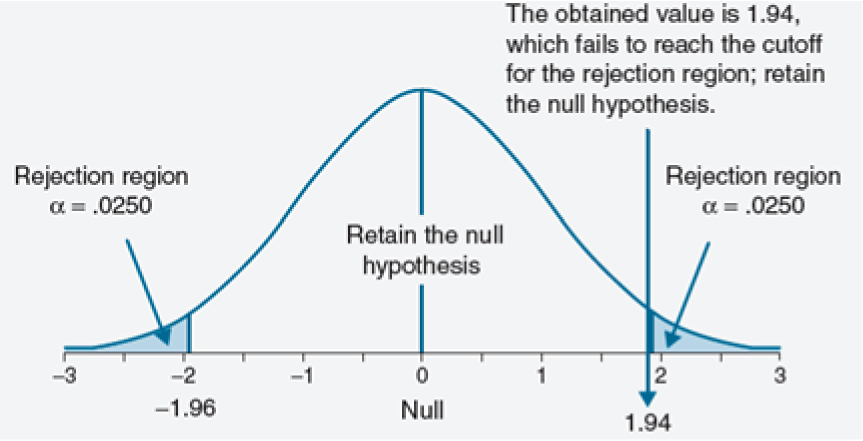
Definitions

검정 통계량(test statistic)
● 가설검정('채택' 또는 '기각' 둘 중의 하나를 선택하는 기준)을 위해 사용되는 통계량

기각역(rejection region)
● 귀무가설을 기각하는 검정통계량의 영역

임계치(critical point)
● 기각역의 경계치

✓ 즉, 검정통계량이 임계점을 넘어 기각역에 위치하면 귀무가설을 기각하고, 그렇지 않으면 귀무가설을 채택한다.



Analytics Vidhya

가설검정

가설검정 절차

가설검정 절차(testing process) – 앞으로의 모든 검정에 아래 절차대로 진행!

- 귀무가설 설정 $\mathbf{H_0: \theta = \theta_0}$
- 대립가설 설정 $\mathbf{H_1: \theta < \theta_0 \text{ or } \theta > \theta_0 \text{ or } \theta \neq \theta_0}$
- 유의수준 α 설정
- 검정통계량과 기각역 설정
- 관측된 표본 데이터로부터 검정통계량의 관측치 계산
- 귀무가설($\mathbf{H_0}$) 채택 또는 기각 결정
- 실제자료를 기반으로 가설에 대한 해석

2. 일표본 – 모평균에 대한 추론

일표본 - 모평균에 대한 추론

1) 일표본 - *모분산을 아는* 경우의 추정

- 정규분포에는 2가지 모수(parameter)가 존재: 모평균 μ, 모분산 σ^2
- 모집단이 정규분포를 따른다면 표분화된 통계량 $Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$는 표준정규분포를 따른다.
- 모집단이 정규분포를 따르지 않는다 해도 표본의 크기가 충분히 크면 중심극한정리에 의해 근사적으로 표준정규분포를 따른다.

모평균의 신뢰구간(모분산을 아는 경우)

- 정규 모집단의 모평균 μ에 대한 신뢰수준 $1-\alpha$에 대한 신뢰구간(confidence interval)은 다음과 같다. 이를 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간이라도 한다.

$$\left[\bar{X} - z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right] = \left[\bar{X} \pm z_{1-\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$$

- 즉, 신뢰구간 내 모수가 포함될 확률은 $1-\alpha$ 이다.

$$P\left(\bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

정규분포에는 2가지 모수(parameter)가 존재: 모평균 μ, 모분산 σ^2

모집단이 정규분포를 따른다면 표분화된 통계량 $Z = \frac{\bar{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$는 표준정규분포를 따른다.

모집단이 정규분포를 따르지 않는다 해도 표본의 크기가 충분히 크면 중심극한정리에 의해 근사적으로

표준정규분포를 따른다.

일표본 - 모평균에 대한 추론

1) 일표본 - *모분산을 아는* 경우의 추정

- $z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$로 표기된 부분을 신뢰구간의 오차(error)라 하는데, 오차를 일정수준 δ(=오차한계) 이하로 유지하는데 (1)의 식을 통해 표본의 개수를 (2)와 같이 구할 수 있다.

$$z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \delta \qquad (1)$$

$$n \geq (z_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{\sigma}{\delta})^2 \qquad (2)$$

- 따라서 유의수준 $\boldsymbol{\alpha}$**가 작을수록**, **표준편차** $\boldsymbol{\sigma}$**가 클수록**, 혹은 **오차한계** $\boldsymbol{\delta}$**가 작을수록** 더 많은 수의
  오류 불확실성 정확성
  표본이 필요하게 된다.

일표본 - 모평균에 대한 추론

1) 일표본 - *모분산을 아는* 경우의 추정

모평균의 검정(모분산을 아는 경우)
● 귀무가설 $H_0 : \mu = \mu_0$, 검정통계량: $Z_0 \equiv \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$ 1) $H_1 : \mu > \mu_0$ -> 기각역: $Z_0 > z_{1-\alpha}$ 2) $H_1 : \mu < \mu_0$ -> 기각역: $Z_0 < z_\alpha = -z_{1-\alpha}$ 3) $H_1 : \mu \neq \mu_0$ -> 기각역: $\lvert Z_0 \rvert > z_{1-\alpha/2}$

Figure 8-2 Two-tailed t-test.

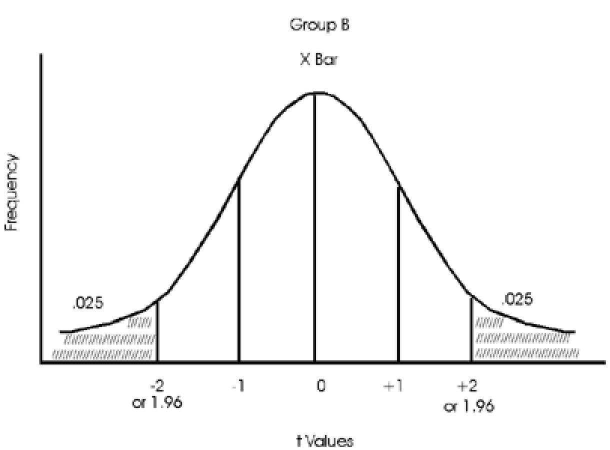


Figure 8-3 One-tailed t-test.

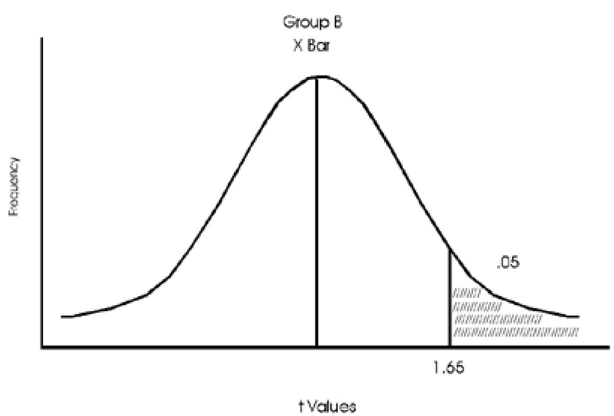
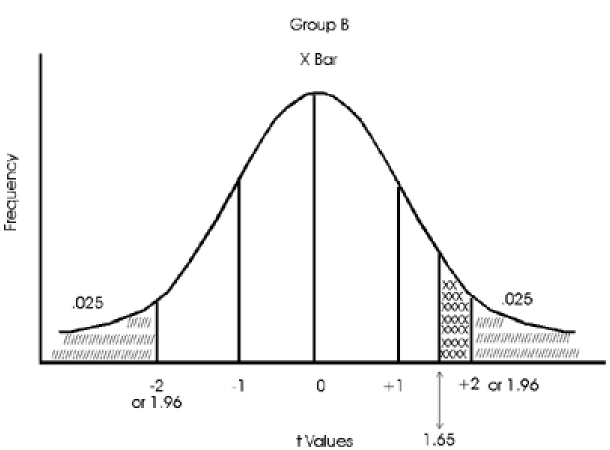


Figure 8-4 Two-tailed and One-tailed Tests



https://www.westgard.com/lesson38.htm

일표본 - 모평균에 대한 추론

1) 일표본 - *모분산을 아는* 경우의 추정 (예제)

- BMI의 모표준편차는 5(kg/m^2)인 정규분포를 따른다고 한다. 랜덤하게 모집된 대상자 50명의 BMI 표본평균이 23.5(kg/m^2)였을 때, 95% 신뢰구간을 구하시오.

  - 모평균 μ의 점추정 값은 23.5이고 $z_{0.975} \doteq 1.96$ 이므로 95% 신뢰구간은 아래와 같다.

$$\left[23.5 \pm 1.96 \times \frac{5}{\sqrt{50}}\right] \doteq [23.5 \pm 1.386] = [22.114, 24.886]$$

  - 위 식에서 $1.96 \times \frac{5}{\sqrt{50}}$에 해당하는 신뢰구간의 오차(error)라 하며, 오차를 일정수준 δ 이하로 유지하는데 필요한 표본의 개수는 $n \geq (z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\delta})^2$로 산출할 수 있으며, 만약 신뢰구간의 오차를 1.2 이하로 유지하는 표본 수는 $n \geq \left(1.96 \times \frac{5}{1.2}\right)^2 \doteq 66.7$ 이므로 67개 이상의 표본 수가 필요하다.

일표본 - 모평균에 대한 추론

1) 일표본 - *모분산을 아는* 경우의 추정 (예제)

- A회사에서 개발된 기계로 측정한 심박동 수는 평상시 평균 분당 66.5회, 표준편차는 5.6회로 알려져 있는데, 새로 개발된 모듈을 탑재한 측정기로 50명의 대상자 심박동 수를 조사한 결과 표본평균이 67.8회였다. 심박동 수가 높아졌는지 유의수준 5% 하에서 검정하시오.

➢ 귀무가설 H_0: $\mu = 66.5$, 대립가설 H_1: $\mu > 66.5$ 이며, 유의수준 $\alpha = 0.05$ 이므로 기각역은 $Z_0 > z_{0.95} \doteq 1.645$이다. 따라서 검정통계량은

$$Z_0 \equiv \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \doteq \frac{67.8 - 66.5}{5.6/\sqrt{50}} \doteq 1.641 < 1.645$$

이므로 유의수준 5%에서 귀무가설을 기각할 수 없다. 즉, 유의수준 5% 하에서 심박동 수가 증가하였다는 증거가 없다.

일표본 - 모평균에 대한 추론

2) 일표본 - *모분산을 모르는* 경우의 추정

- 모분산을 모르지만 모집단이 정규분포를 따르거나 중심극한정리를 적용할 수 있는 경우, t-분포를 이용하여 검정할 수 있다. 통계량 $T = \frac{\bar{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}$로 정의하면 T는 자유도 $(n-1)$인 t-분포를 따른다.

모평균의 신뢰구간(모분산을 모르는 경우)

- 모분산을 모르는 경우, 정규 모집단의 모평균 μ에 대한 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음과 같다.

$$\left[\bar{X} - t_{1-\frac{\alpha}{2};(n-1)}\frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2};(n-1)}\frac{S}{\sqrt{n}}\right] = \left[\bar{X} \pm t_{1-\frac{\alpha}{2};(n-1)}\frac{S}{\sqrt{n}}\right]$$

- 즉, 신뢰구간 내 모수가 포함될 확률은 $1-\alpha$ 이다.

$$P\left(\bar{X} - t_{1-\frac{\alpha}{2};(n-1)}\frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{1-\frac{\alpha}{2};(n-1)}\frac{S}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

일표본 - 모평균에 대한 추론

2) 일표본 - *모분산을 모르는* 경우의 추정

모평균의 검정(모분산을 모르는 경우)
• 귀무가설 $H_0: \mu = \mu_0$, 검정통계량: $T_0 \equiv \frac{\bar{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$ 1) H_1: $\mu > \mu_0$ -> 기각역: $T_0 > t_{1-\alpha;n-1}$ 2) H_1: $\mu < \mu_0$ -> 기각역: $T_0 < t_{\alpha;n-1} = -t_{1-\alpha;n-1}$ 3) H_1: $\mu \neq \mu_0$ -> 기각역: $\|T_0\| > t_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}$

일표본 - 모평균에 대한 추론

2) 일표본 - *모분산을 모르는* 경우의 추정 (예제)

- A 병원에서 출생한 신생아 중 랜덤하게 선정된 16명의 몸무게를 확인한 결과, 표본평균이 3.15(kg), 표본표준편차는 0.47(kg)이었을 때 모평균에 대한 95% 신뢰구간을 구하시오.

➢ $\bar{X} = 3.15, s = 0.47$이고, $t_{0.975;15} \doteq 2.131$ 이므로 모평균 μ의 95% 신뢰구간은 아래와 같다.

$$\left[3.15 \pm 2.131 \times \frac{0.47}{\sqrt{16}}\right] \doteq [3.15 \pm 0.25] = [2.9, 3.4]$$

일표본 - 모평균에 대한 추론

2) 일표본 - *모분산을 모르는* 경우의 추정 (예제)

- A회사에서 개발된 기계로 측정한 심박동 수는 평상시 평균 분당 66.5회로 알려져 있는데, 새로 개발된 모듈을 탑재한 측정기로 50명의 대상자 심박동 수를 조사한 결과 표본평균이 67.8회, 표본표준편차는 5.6이였다. 심박동 수가 높아졌는지 유의수준 5% 하에서 검정하시오.

➢ 귀무가설 $H_0: \mu = 66.5$, 대립가설 $H_1: \mu > 66.5$ 이며, 유의수준 $\alpha = 0.05$ 이므로 기각역은 $T_0 > t_{0.95;49} \doteq 1.677$이다. 따라서 검정통계량은

$$T_0 \doteq \frac{67.8-66.5}{5.6/\sqrt{50}} \doteq 1.641 < 1.677 \quad (※\ Z_0 \doteq 1.645)$$

이므로 유의수준 5%에서 귀무가설을 기각할 수 없다. 즉, 유의수준 5% 하에서 심박동 수가 증가하였다는 증거가 없다.

➢ *R 실습!*

3. 이표본 – 모평균 차이에 대한 추론

이표본 – 모평균 차이에 대한 추론

1) 이표본 - *모분산을 아는* 경우의 추정

- 두 모집단의 평균이 각각 μ_1, μ_2이고, 모분산이 각각 σ_1^2, σ_2^2일 때, 각 모집단으로부터 서로 독립이며 표본크기가 n_1, n_2인 확률표본을 추출하여 표본평균 $\bar{X}_1$과 $\bar{X}_2$를 얻었다고 하자.
- $\bar{X}_1 - \bar{X}_2$의 기댓값과 분산은 다음과 같다.
- $E(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \mu_1 - \mu_2 \quad \& \quad V(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) = \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}$

모평균의 신뢰구간(모분산을 아는 경우)

- 두 정규 모집단의 모평균 차이$\mu_1 - \mu_2$에 대한 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음과 같다.

$$\left[(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}, (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right] = \left[(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right]$$

- 즉, 신뢰구간 내 모수가 포함될 확률은 $1-\alpha$ 이다.

$$P\left((\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) = 1-\alpha$$

이표본 – 모평균 차이에 대한 추론

1) 이표본 - *모분산을 아는* 경우의 추정

모평균 차이의 검정(모분산을 아는 경우)
• 귀무가설 $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta_0$, 검정통계량: $Z_0 \equiv \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \delta_0}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$ 1) $H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta_0$ -> 기각역: $Z_0 > z_{1-\alpha}$ 2) $H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta_0$ -> 기각역: $Z_0 < z_\alpha = -z_{1-\alpha}$ 3) $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta_0$ -> 기각역: $\lvert Z_0 \rvert > z_{1-\alpha/2}$

이표본 – 모평균 차이에 대한 추론

1) 이표본 - *모분산을 아는* 경우의 추정 (예제)

- 간염항원 양성군과 음성군에서 헤모글로빈 결과의 평균치가 서로 차이가 나는지 확인하고자 한다. 두 군의 헤모글로빈 결과의 표준편차는 1.6인 정규분포를 따른다고 한다. 양성군의 203명에 대한 헤모글로빈 표본 평균 값은 14.6이고, 음성군의 3,257명의 표본 평균 값은 14.2일 때 모평균의 차이 $\mu_1 - \mu_2$에 대한 95% 신뢰구간을 구하시오.

  - [구간추정] $\mu_1 - \mu_2$의 점추정 값은 14.6-14.2=0.4이고 $z_{0.975} \doteq 1.96$ 이므로 $\mu_1 - \mu_2$의 95% 신뢰구간은

$$\left[0.4 \pm 1.96 \times \sqrt{\frac{1.6^2}{203} + \frac{1.6^2}{3257}}\right] \doteq [0.4 \pm 0.227] = [0.173, 0.627]$$

이표본 – 모평균 차이에 대한 추론

1) 이표본 - *모분산을 아는* 경우의 추정 (예제)

- 간염항원 양성군과 음성군에서 헤모글로빈 결과의 평균치가 서로 차이가 나는지 확인하고자 한다. 두 군의 헤모글로빈 결과의 표준편차는 1.6인 정규분포를 따른다고 한다. 양성군의 203명에 대한 헤모글로빈 표본 평균 값은 14.6이고, 음성군의 3,257명의 표본 평균 값은 14.2일 때 모평균의 차이 $\mu_1 - \mu_2$에 대한 95% 신뢰구간을 구하시오.

➢ [검정] 귀무가설 H_0: $\mu_1 = \mu_2$, 대립가설 H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$이며, 유의수준 $\alpha = 0.05$ 이므로 기각역은 $|Z_0| > z_{0.975} \doteq 1.96$이다. 따라서 검정통계량은

$$|Z_0| \doteq \frac{|14.6 - 14.2|}{\sqrt{1.6^2/203 + \frac{1.6^2}{3257}}} \doteq 3.46 > 1.96$$

이므로 유의수준 5%에서 귀무가설을 기각할 수 있다. 즉, 유의수준 5% 하에서 두 모평균의 차이가 있다는 증거가 있다.

➢ *R 실습!*

이표본 – 모평균 차이에 대한 추론

2) 이표본 - *모분산을 모르는* 경우의 추정

모평균의 신뢰구간(모분산을 모르는 경우)

- 모분산은 모르지만 같다고 볼 수 있는 경우, 두 모집단의 모평균 차이 $\mu_1 - \mu_2$에 대한 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음과 같다.

$$\left[(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{1-\frac{\alpha}{2};(n_1+n_2-2)} S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}\right]$$

- 단 $S_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1}(X_{1i}-\bar{X}_1)^2+\sum_{j=1}^{n_2}(X_{2j}-\bar{X}_2)^2}{n_1+n_2-2} = \frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}$

이표본 – 모평균 차이에 대한 추론

2) 이표본 - *모분산을 모르는* 경우의 추정

모평균 차이의 검정(모분산을 모르는 경우)

- 귀무가설 $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta_0$, 검정통계량: $T_0 \equiv \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \delta_0}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$

1) $H_1: \mu_1 - \mu_2 > \delta_0$ -> 기각역: $T_0 > t_{1-\alpha; n_1+n_2-2}$

2) $H_1: \mu_1 - \mu_2 < \delta_0$ -> 기각역: $T_0 < t_{\alpha; n_1+n_2-2} = -t_{1-\alpha; n_1+n_2-2}$

3) $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq \delta_0$ -> 기각역: $|T_0| > t_{1-\alpha/2; n_1+n_2-2}$

이표본 – 모평균 차이에 대한 추론

2) 이표본 - *모분산을 모르는* 경우의 추정 (예제)

- 간염항원 양성군 203명에 대한 헤모글로빈 표본 평균 값은 14.6이고 표준편차는 1.7이고 음성군 3,257명의 표본 평균 결과 값은 14.2이고 표준편차는 1.6일 때 모평균의 차이 $\mu_1 - \mu_2$에 대한 95% 신뢰구간을 구하시오.

  - [구간추정] $\mu_1 - \mu_2$의 점추정 값은 14.6-14.2=0.4이고 합동분산은 $S_p{}^2 = \frac{203\times1.7^2+3257\times1.6^2}{203+3257} \doteq$ 2.579, $t_{0.975;3458} \doteq 1.96$ 이므로 $\mu_1 - \mu_2$의 95% 신뢰구간은

$$\left[0.4 \pm 1.96 \times \sqrt{2.5779}\sqrt{\frac{1}{203}+\frac{1}{3257}}\right] \doteq [0.4 \pm 0.228] = [0.172, 0.628]$$

  - [검정] 귀무가설 H_0: $\mu_1 = \mu_2$, 대립가설 H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$이며, 유의수준 $\alpha = 0.05$ 이므로 기각역은 $|T_0| > t_{0.975;3458} \doteq 1.96$이다. 따라서 검정통계량은

$$|T_0| \doteq \frac{|14.6 - 14.2|}{\sqrt{2.5779/203 + 2.5779/3257}} \doteq 3.444 > 1.96$$

이므로 유의수준 5%에서 귀무가설을 기각할 수 있다. 즉, 유의수준 5% 하에서 두 모평균의 차이가 있다는 증거가 있다. - ***R 실습!***

이표본 – 모평균 차이에 대한 추론

3) 이표본 - *모분산을 모르며 서로 다른* 경우의 추정

t.test 함수의 default option !!

모평균의 신뢰구간(모분산을 모르며 서로 다른 경우)

- 모분산은 모르며 같다고 볼 수 없는 경우, 두 모집단의 모평균 차이 $\mu_1 - \mu_2$에 대한 $100(1-\alpha)\%$ 신뢰구간은 다음과 같다.

$$\left[(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) \pm t_{1-\frac{\alpha}{2};\upsilon^*}\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}\right]$$

- 여기서 υ^*는 Satterthwaite 자유도라고 하며, 아래와 같이 정의한다.

$$\upsilon^* = \frac{(S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2)^2}{(S_1^2/n_1)^2/(n_1-1) + (S_2^2/n_2)^2\,/\,(n_2-1)}$$

이표본 – 모평균 차이에 대한 추론

3) 이표본 - *모분산을 모르며 서로 다른* 경우의 추정

모평균 차이의 검정(모분산을 모르며 서로 다른 경우)

- 귀무가설 $H_0: \mu_1 - \mu_2 = \delta_0$, 검정통계량: $T_0 \equiv \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - \delta_0}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$

1) H_1: $\mu_1 - \mu_2 > \delta_0$ -> 기각역: $T_0 > t_{1-\alpha;v^*}$

2) H_1: $\mu_1 - \mu_2 < \delta_0$ -> 기각역: $T_0 < t_{\alpha;v^*} = -t_{1-\alpha;v^*}$

3) H_1: $\mu_1 - \mu_2 \neq \delta_0$ -> 기각역: $|T_0| > t_{1-\alpha/2;v^*}$

이표본 – 모평균 차이에 대한 추론

3) 이표본 - *모분산을 모르며 서로 다른* 경우의 추정 (예제)

- 간염항원 양성군 203명에 대한 간기능 검사 결과(GOT) 표본 평균 값은 36.1이고 표준편차는 61.2이고 음성군 3,257명의 표본 평균 결과 값은 18.9이고 표준편차는 9.1일 때 모평균의 차이 $\mu_1 - \mu_2$에 대한 95% 신뢰구간을 구하시오.

  - [구간추정] $v^* = \frac{(61.2^2/203+9.1^2/3257)^2}{(61.2^2/203)^2/(202)+(9.1^2/3257)^2/(3256)} \doteq 202.56$이며 $t_{0.975;202.56} = 1.972$이기에 $\mu_1 - \mu_2$의 95% 신뢰구간은

$$\left[17.2 \pm t_{1-\frac{\alpha}{2};v^*} \times \sqrt{\frac{61.2^2}{203} + \frac{9.1^2}{3257}}\right] \doteq [17.2 \pm 8.529] = [8.671, 25.729]$$

  - [검정] 귀무가설 H_0: $\mu_1 = \mu_2$, 대립가설 H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$이며, 유의수준 $\alpha = 0.05$ 이므로 기각역은 $|T_0| > t_{0.975;202.56} \doteq 1.972$이다. 따라서 검정통계량은

$$|T_0| \doteq \frac{|36.1 - 18.9|}{\sqrt{61.2^2/203 + 9.1^2/3257}} \doteq 3.977 > 1.972$$

이므로 유의수준 5%에서 귀무가설을 기각할 수 있다. 즉, 유의수준 5% 하에서 두 모평균의 차이가 있다는 증거가 있다.

예제

Baseline characteristics에서 testing

- *R-실습!*

Table 1. Baseline Demographic and Clinical Characteristics of the Patients.*

Characteristic	CPAP (N=307)	Intubation (N=303)	P Value†
Gestational age (wk)	26.91±1.0	26.87±1.0	0.63
Gestational age of 25 or 26 wk (%)	33	35	0.59
Birth weight (g)	964±212	952±217	0.48
Use of antenatal corticosteroids (%)	94	94	0.76
Cesarean section (%)	66	69	0.51
Mother in labor (%)	65	66	0.82
Rupture of membranes (days before birth)			
Median	0	0	0.65
Interquartile range	0–2	0–1	
Male sex (%)	49	56	0.05
Multiple births (%)	35	32	0.57
Resuscitation device used (%)‡			0.13
None	19.5	13.9	
Self-inflating bag	14.7	16.5	
Self-inflating bag plus CPAP	13.0	14.2	
Flow-inflating bag	5.2	6.6	
Neopuff or bubble CPAP	47.2	46.5	
Apgar score at 5 minutes			
Median	9	8	0.001
Interquartile range	8–9	8–9	

* Plus–minus values are means ±SD. CPAP denotes continuous positive airway pressure.

† P values were calculated by the t-test, the chi-square test, or the Mann–Whitney test.

‡ In this category, eight infants (1.3%) were excluded because the resuscitation method was classified as “other.”

Thank you!