

Aplicaciones de Optimización Combinatoria

Trabajo Práctico - Febrero 2024

Estamos a cargo de un *call center*, que recibe reclamos de nuestros clientes. El *call center* está operativo las 24 horas del día y está atendido por operadores que realizan turnos de 6 horas corridas cada uno. Llamemos $H = \{1, \dots, 168\}$ a las horas de una semana, comenzando desde las 0:00 del lunes. Para cada $h \in H$, tenemos una estimación C_h de la cantidad de llamadas que ingresan en la hora h , y cada una tiene una duración promedio de 8 minutos. El problema que queremos resolver consiste en determinar qué días debe trabajar y a qué hora debe comenzar su turno cada operador, de modo tal de maximizar el nivel de servicio. Concretamente, queremos resolver el siguiente problema.

- (a) Tenemos 12 operadores. Cada operador debe realizar exactamente cinco turnos (de seis horas cada uno) a lo largo de toda la semana. No hay restricciones en cuanto a los momentos en los que comienza cada turno (es decir, un operador puede trabajar sus 30 horas en forma consecutiva¹).
- (b) No puede haber operadores que comiencen su turno durante las últimas cinco horas del domingo. Es decir, no se pueden comenzar turnos entre las horas 164 y 168.
- (c) Buscamos minimizar los minutos de llamadas no atendidas en cada hora. Si en la hora $h \in H$ tenemos O_h operadores trabajando, entonces la función objetivo a minimizar es

$$\min \sum_{h \in H} \max\{0, 8C_h - 60O_h\}.$$

Notar que la cantidad de operadores trabajando en una cierta hora $h \in H$ es igual a la cantidad de empleados que comenzaron su turno entre las horas $\max\{1, h - 5\}$ y h inclusive. *Pista:* La expresión $\max\{0, 8C_h - 60O_h\}$ es no lineal, conviene agregar una variable continua por cada hora que represente los minutos no atendidos en esa hora.

Buscamos resolver este problema por medio de un modelo de programación lineal entera. Se adjuntan a este enunciado los datos de demanda, y el resto de los datos se encuentra en este enunciado. En particular, se piden los siguientes puntos.

1. Implementar un modelo de programación lineal entera para el problema descripto previamente y resolverlo con los datos provistos junto a este enunciado. Se puede usar cualquier tecnología para plantear el modelo y cualquier *solver* para resolverlo. ¿Son aceptables los inicios de los turnos de los operadores, o algún operador tiene dos turnos con muy pocas horas de descanso entre ellos?

¹No tiene sentido permitir en el modelo soluciones factibles con estas características, pero en una primera versión del modelo relajamos las consideraciones laborales. Es posible que la solución óptima sea razonable en cuanto a los inicios de los turnos y que entonces no tengamos que incluir en el modelo restricciones sobre los momentos de inicio de turnos o sobre las horas de descanso.

2. ¿Cómo se modifica el modelo si se elimina la restricción (b) y además el cronograma de turnos se debe repetir cíclicamente durante todas las semanas? Esto significa que, por ejemplo, si un empleado comienza su turno en la hora 166 (las 21:00 del domingo), entonces está disponible en las horas 166, 167, 168, 1, 2 y 3 (es decir, incluyendo las tres primeras horas del lunes). ¿Mejora la función objetivo si se realiza esta modificación al modelo?
3. ¿Cuál es la mínima cantidad de operadores con los que se puede atender toda la demanda? (es decir, la mínima cantidad de operadores para la cual la función objetivo es cero) Una opción puede ser probar con distintas cantidades de operadores hasta encontrar el valor buscado. No obstante, ¿se puede plantear un modelo de programación lineal entera para encontrar este valor?
4. *[bonus track opcional]* El modelo puede generar turnos con pocas horas de descanso entre sí. ¿Cómo se modifica el modelo si ahora pedimos que cada empleado comience sus turnos siempre a la misma hora? Es decir, si por ejemplo un empleado comienza un turno a las 8:00 del lunes y también debe trabajar el martes, entonces debe comenzar su turno del martes también a las 8:00 (y lo mismo para el resto de los días en los que trabaja). *Pista:* Es posible que sea útil agregar nuevas variables para representar la hora de inicio de los turnos de cada empleado. ¿Se degrada mucho la función objetivo al agregar estas restricciones? Cuidado, ¡este modelo puede ser computacionalmente mucho más difícil de resolver que los modelos anteriores!

Condiciones de entrega: El trabajo práctico se debe entregar a través del campus virtual. La entrega debe incluir un breve informe detallando el o los modelos planteados, junto con todos los archivos necesarios para ejecutar los modelos. El trabajo práctico se puede hacer en grupos de hasta cuatro personas.

Fecha de entrega: Jueves 28 de marzo.