

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
Cálculo Vectorial
Segundo parcial - Dic. 9 de 2021

Nombre: _____

1. (10 puntos) Sea $f : A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ una función de clase C^2 . Se define el Laplaciano de f como $\Delta f(x_1, \dots, x_n) = \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} + \dots + \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2}$. Muestre si $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ satisface la ecuación $\Delta f(x, y) = 0$.
2. (10 puntos) Encuentre los máximos locales, mínimos locales y puntos de silla de la superficie: $f(x, y) = 4xy - 2x^4 - y^2$.
3. (10 puntos) La temperatura en un punto (x, y) de una placa de metal es $T(x, y) = 4x^2 - 4xy + y^2$. Una hormiga camina sobre la placa alrededor del círculo de radio 5 con centro en el origen. ¿Cuáles son las temperaturas mayor y menor que encuentra la hormiga?
4. (10 puntos) Halle el volumen del sólido que se ubica bajo el plano $x + z = 5$ y sobre la región del plano xy acotada por $y^2 = 2x$ y $x = 4 - \frac{y^2}{2}$.
5. (10 puntos) Calcule $\iint_R \frac{\ln \sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2} dx dy$, donde R es el anillo $1 \leq x^2 + y^2 \leq e$.