

Nombre _____ Código _____

No se permite el uso de ningún tipo de apuntes, libros o calculadoras. Cualquier dispositivo electrónico (en particular su celular) debe permanecer apagado durante el examen.

Importante: Para obtener el máximo puntaje en cada problema, además de tener la respuesta correcta, usted debe presentar de forma **clara y ordenada** el procedimiento **completo** que permite llegar a la respuesta.

Duración: 1 hora 45 minutos. Apartir de ese momento tendrá 15 minutos para fotografiar o escanear las soluciones y cargarlas en Classroom.

1. (12 puntos) Responda si el enunciado es verdadero o falso. Si es verdadero, demuestrelo, y si es falso escriba un ejemplo donde el enunciado dado no se cumpla.

(a) Si f es una función par y $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = L$, con $L \in \mathbb{R}$, entonces $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = L$

(b) Para cada $\epsilon > 0$, existe $\delta = \epsilon/3$ tal que si $0 < |x - 2| < \delta$ entonces $|(1 - 3x) + 5| < \epsilon$.

(c) Si $\lim_{x \rightarrow a} (f + g)(x)$ existe, entonces $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe y $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$ existe.

2. (10 puntos) En cada caso halle:

(a) Los valores de k tales que las raíces de $e^{x^2-x+4} = \frac{3}{k}$ son reales.

(b) Las soluciones en $[0, 2\pi]$ de la ecuación $2 \sin^2 t - \cos t - 1 = 0$

3. (10 puntos) Calcule, si es posible.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin 3x}{1 - \cos 5x}$.

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} |x| \cos\left(\frac{\pi}{x}\right)$.

4. (13 puntos) Para la función $\frac{x^3 - 2x^2 - 3x}{x^2 + 2x - 15}$ halle.

(a) Dominio

(b) Cortes con los ejes

(c) Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas, si las hubiere. Justifique

(d) Bosquejo de la gráfica

5. (5 puntos) Demuestre usando la definición de límite que

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x^2} = 0.$$