



BRUTE FORCE DAN DIVIDE CONQUER

Tim Ajar

MATA KULIAH ALGORITMA DAN STRUKTUR DATA

2020/2021

Jurusan Teknologi Informasi



Pokok Bahasan

- Algoritma Brute Force
- Algoritma Divide Conquer
- Notasi Big O

Pengantar

- Struktur data untuk penyelesaian algoritma berkaitan dengan jumlah instance
- Pemilihan struktur data yang tepat dapat mempengaruhi kompleksitas waktu yang lebih rendah dan biaya murah
- Strategi algoritma yang dapat dipilih diantaranya :
 - Brute Force
 - Divide Conquer



Brute Force



Definisi Brute Force (1)

- Brute force adalah pendekatan yang lempang (*straightforward*)
- Dasar pemecahan dengan algoritma brute force didapatkan dari pernyataan pada persoalan (*problem statement*) dan definisi konsep yang dilibatkan.
- Algoritma brute force lebih cocok untuk persoalan yang berukuran kecil karena mudah diimplementasikan dan tata cara yang sederhana.

Definisi Brute Force (2)

- Biasanya didasarkan pada:
 - pernyataan pada persoalan (*problem statement*)
 - definisi konsep yang dilibatkan.
- Algoritma *brute force* memecahkan persoalan dengan
 - sangat sederhana,
 - langsung,
 - jelas (*obvious way*).
- *Just do it!* atau *Just Solve it!*

Karakteristik Algoritma Brute Force

Algoritma *brute force* umumnya tidak “cerdas” dan tidak mangkus, karena ia membutuhkan jumlah komputasi yang besar dan waktu yang lama dalam penyelesaiannya.

- Kata “force” mengindikasikan “tenaga” ketimbang “otak”
- Kadang-kadang algoritma *brute force* disebut juga **algoritma naif** (*naïve algorithm*).

Algoritma *brute force* lebih cocok untuk persoalan yang berukuran kecil.

- Sederhana,
- Implementasinya mudah

Algoritma *brute force* sering digunakan sebagai basis pembandingan dengan algoritma yang lebih mangkus.

Meskipun bukan metode yang mangkus, hampir semua persoalan dapat diselesaikan dengan algoritma *brute force*.

- Sukar menunjukkan persoalan yang tidak dapat diselesaikan dengan metode *brute force*.
- Bahkan, ada persoalan yang hanya dapat diselesaikan dengan metode *brute force*.

Contoh (1) - Mencari elemen terbesar (terkecil)

Persoalan :

Diberikan sebuah senarai yang beranggotakan n buah bilangan bulat (a_1, a_2, \dots, a_n). Carilah elemen terbesar di dalam senarai tersebut.

Algoritma *brute force*:

Bandingkan setiap elemen senarai untuk menemukan elemen terbesar

```
procedure CariElemenTerbesar(input  $a_1, a_2, \dots, a_n$  : integer,  
                             output maks : integer)  
{ Mencari elemen terbesar di antara elemen  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Elemen  
  terbesar akan disimpan di dalam maks.  
Masukan:  $a_1, a_2, \dots, a_n$   
Keluaran: maks  
}  
Deklarasi  
  k : integer  
  
Algoritma:  
  maks  $\leftarrow a_1$   
  for k  $\leftarrow 2$  to n do  
    if  $a_k > \text{maks}$  then  
      maks  $\leftarrow a_k$   
    endif  
  endfor
```


Contoh 2 - Pencocokan String (*String Matching*)

Persoalan:

Diberikan

- a) teks (*text*), yaitu (*long*) *string* dengan panjang n karakter
- b) *pattern*, yaitu *string* dengan panjang m karakter (asumsi: $m < n$)

Carilah lokasi pertama di dalam teks yang bersesuaian dengan *pattern*.

Penyelesaian dengan **Algoritma *brute force***:

1. Mula-mula *pattern* dicocokkan pada awal teks.
2. Dengan bergerak dari kiri ke kanan, bandingkan setiap karakter di dalam *pattern* dengan karakter yang bersesuaian di dalam teks sampai:
 - semua karakter yang dibandingkan cocok atau sama (pencarian berhasil), atau
 - dijumpai sebuah ketidakcocokan karakter (pencarian belum berhasil)
3. Bila *pattern* belum ditemukan kecocokannya dan teks belum habis, geser *pattern* satu karakter ke kanan dan ulangi langkah 2.

Gambaran Penyelesaian Contoh 2

Pattern: NOT

Teks: NOBODY NOTICED HIM

NOBODY **NOT**ICED HIM

1 NOT

2 NOT

3 NOT

4 NOT

5 NOT

6 NOT

7 NOT

8 **NOT**

Pattern: 001011

Teks: 10010101**001011**110101010001

10010101**001011**110101010001

1 001011

2 001011

3 001011

4 001011

5 001011

6 001011

7 001011

8 001011

9 **001011**

Beberapa Case Brute Force

- Worst Case
 - Pada setiap pergeseran *pattern*, semua karakter di *pattern* dibandingkan.
 - Contoh:
 - T: "aaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaaab"
 - P: "aab"
- Best Case
 - Terjadi bila karakter pertama *pattern P* sama dengan karakter teks *T*
 - Atau terjadi bila karakter pertama *pattern P* tidak pernah sama dengan karakter teks *T* yang dicocokkan
 - Jumlah perbandingan maksimal n kali:
 - Contoh:
 - T: String ini berakhir dengan zzz
 - P: Str

Kelebihan dan Kelemahan Algoritma Brute Force

Kelebihan

1. Metode *brute force* dapat digunakan untuk memecahkan hampir sebagian besar masalah (*wide applicability*).
2. Metode *brute force* sederhana dan mudah dimengerti.
3. Metode *brute force* menghasilkan algoritma yang layak untuk beberapa masalah penting seperti pencarian, pengurutan, pencocokan *string*, perkalian matriks.
4. Metode *brute force* menghasilkan algoritma baku (standard) untuk tugas-tugas komputasi seperti penjumlahan/perkalian n buah bilangan, menentukan elemen minimum atau maksimum di dalam tabel (*list*).

Kelemahan

1. Metode *brute force* jarang menghasilkan algoritma yang mangkus.
2. Beberapa algoritma *brute force* lambat sehingga tidak dapat diterima.
3. Tidak konstruktif/kreatif teknik pemecahan masalah lainnya.

Penerapan algoritma Brute Force





Divide Conquer

Introduction Divide and Conquer



- Divide and Conquer dulunya adalah strategi militer yang dikenal dengan nama *divide ut imperes*.
- Sekarang strategi tersebut menjadi strategi fundamental di dalam ilmu komputer dengan nama Divide and Conquer.

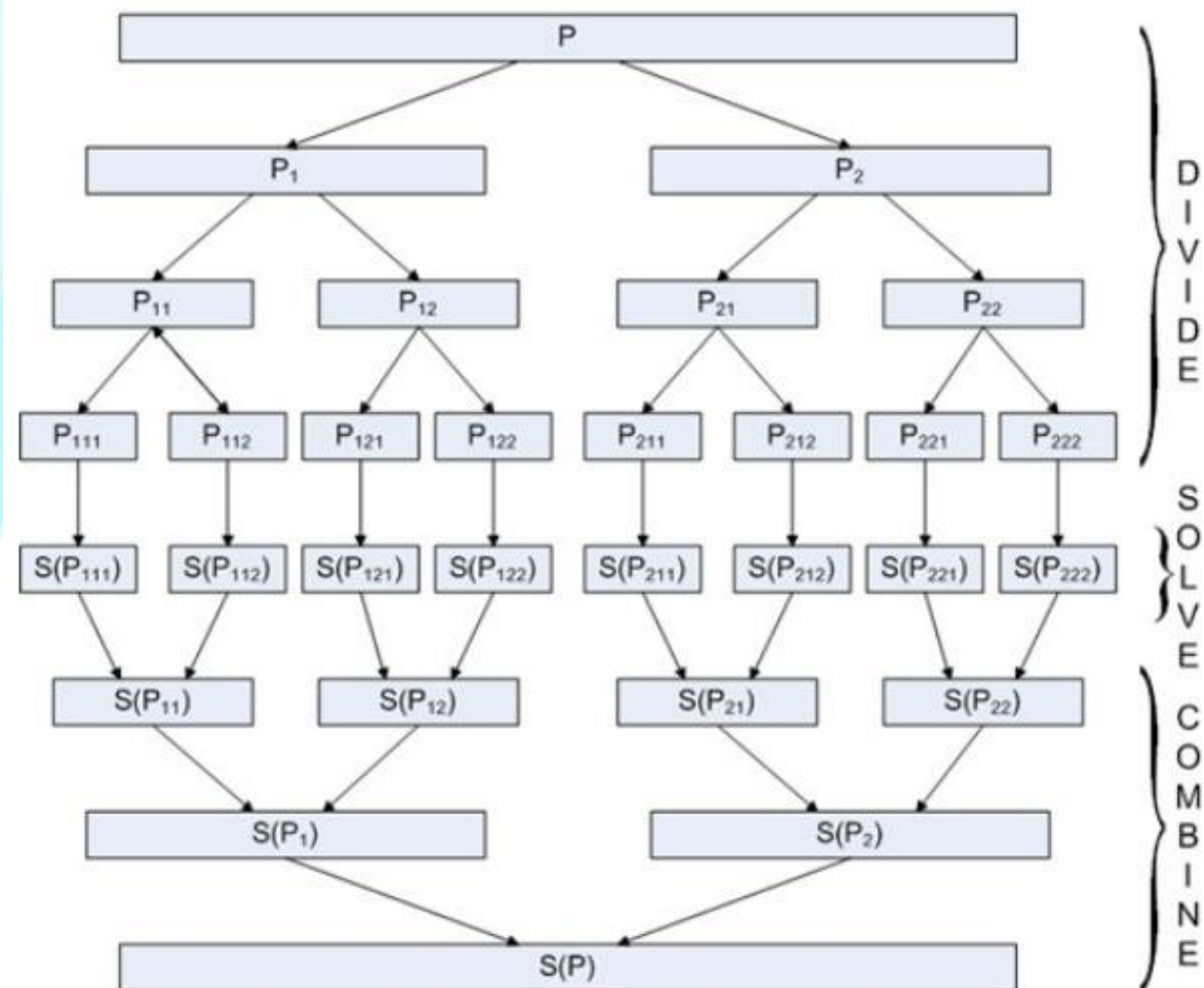
Definisi Divide Conquer (Bagian 1)

- *Divide*: membagi masalah menjadi beberapa upa-masalah yang memiliki kemiripan dengan masalah semula namun berukuran lebih kecil (idealnya berukuran hampir sama),
- *Conquer*: memecahkan (menyelesaikan) masing-masing upa-masalah (secara rekursif), dan
- *Combine*: menggabungkan solusi masing-masing upa-masalah sehingga membentuk solusi masalah semula.

Definisi Divide Conquer (Bagian 2)

- Obyek persoalan yang dibagi : masukan (input) atau instances persoalan yang berukuran n seperti:
 - Tabel (larik),
 - Matriks,
 - Eksponen,
 - Dll, bergantung persoalannya.
- Tiap-tiap upa-masalah mempunyai karakteristik yang sama (*the same type*) dengan karakteristik masalah asal
- Sehingga metode Divide and Conquer lebih natural diungkapkan dengan skema rekursif.

Gambaran Divide Conquer



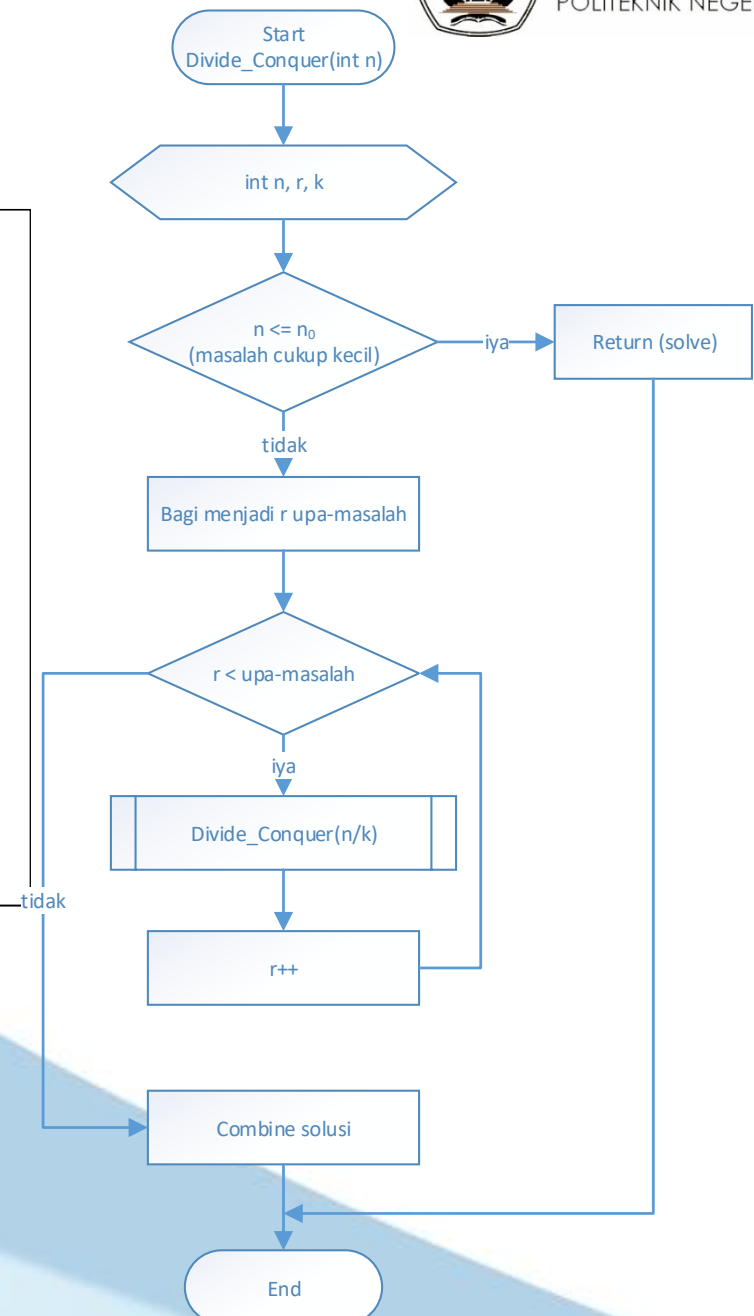
Keterangan:

P = persoalan

S = solusi

Skema Umum Divide - Conquer

```
procedure DIVIDE_and_CONQUER(input n : integer)
{ Menyelesaikan masalah dengan algoritma D-and-C.
  Masukan: masukan yang berukuran n
  Keluaran: solusi dari masalah semula
}
Deklarasi
  r, k : integer
Algoritma
  if n ≤ n0 then {ukuran masalah sudah cukup kecil }
    SOLVE upa-masalah yang berukuran n ini
  else
    Bagi menjadi r upa-masalah, masing-masing berukuran n/k
    for masing-masing dari r upa-masalah do
      DIVIDE_and_CONQUER(n/k)
    endfor
    COMBINE solusi dari r upa-masalah menjadi solusi masalah semula }
endif
```

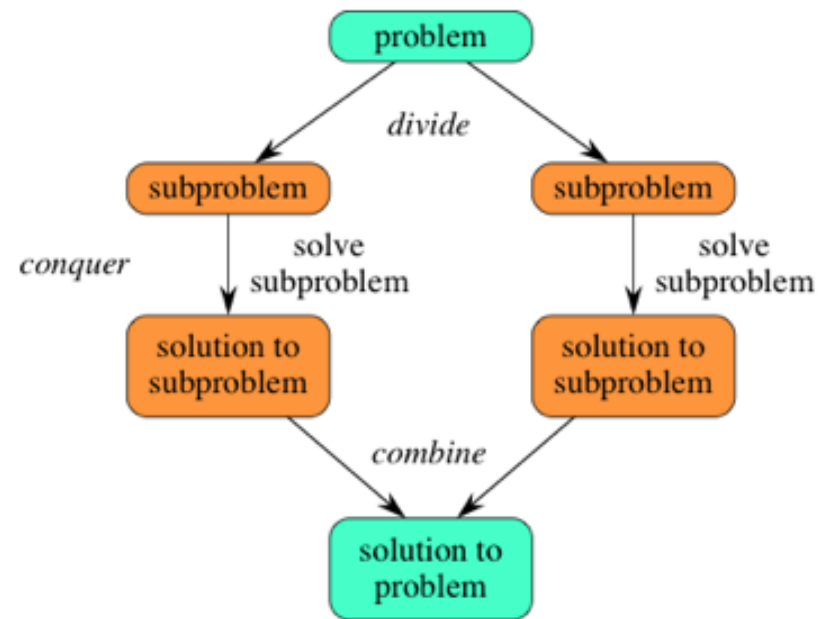


Skema Jika Pembagian Menghasilkan dua upa-masalah yang berukuran sama

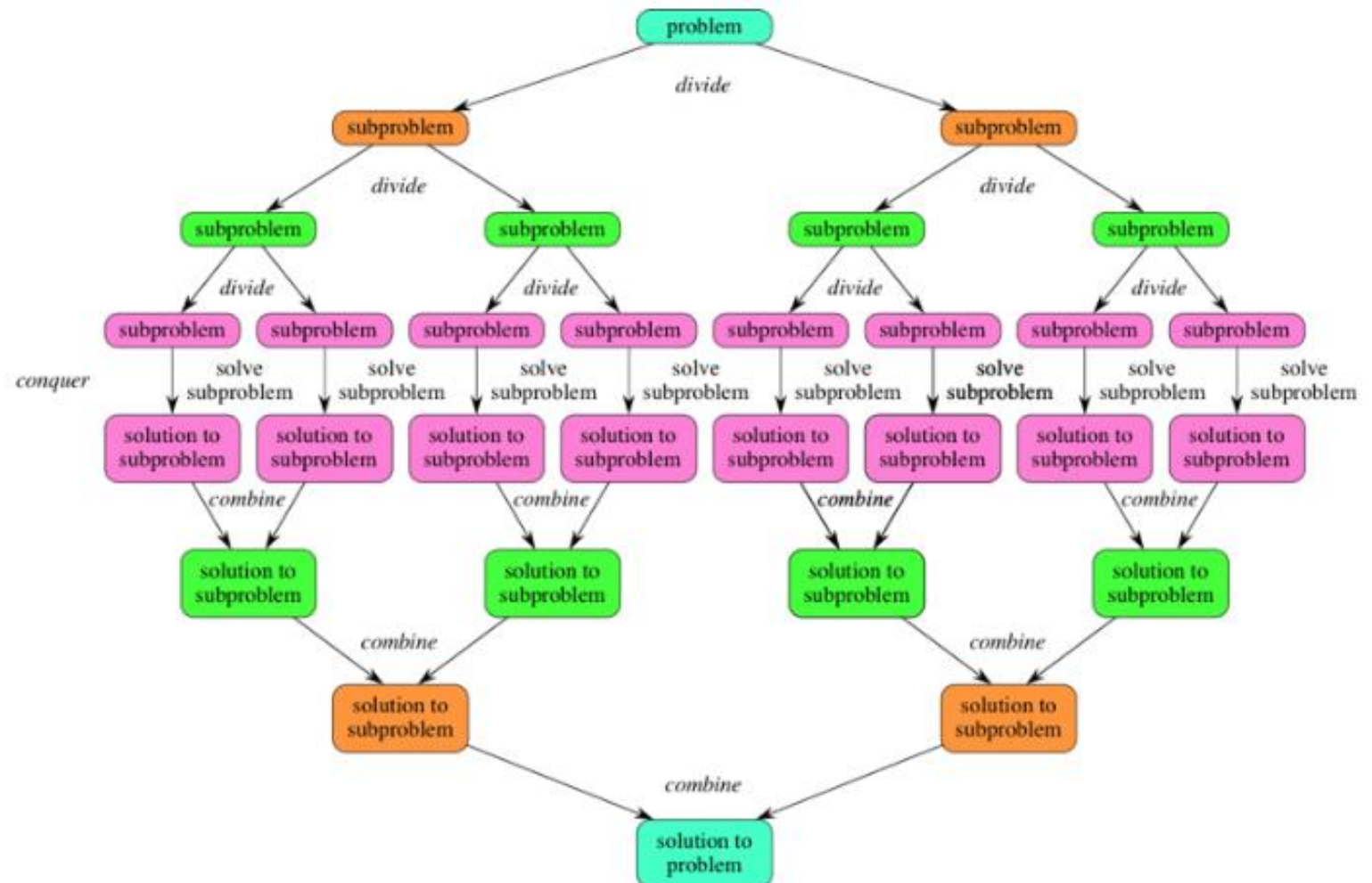
```
procedure DIVIDE_and_CONQUER(input n : integer)  
{ Menyelesaikan masalah dengan algoritma D-and-C.  
  Masukan: masukan yang berukuran n  
  Keluaran: solusi dari masalah semula  
}  
Deklarasi  
  r, k : integer  
  
Algoritma  
  if  $n \leq n_0$  then {ukuran masalah sudah cukup kecil }  
    SOLVE upa-masalah yang berukuran n ini  
  else  
    Bagi menjadi 2 upa-masalah, masing-masing berukuran  $n/2$   
    DIVIDE_and_CONQUER(upa-masalah pertama yang berukuran  $n/2$ )  
    DIVIDE_and_CONQUER(upa-masalah kedua yang berukuran  $n/2$ )  
    COMBINE solusi dari 2 upa-masalah  
  endif
```

Ilustrasi Divide Conquer

1 Tahap Rekursif



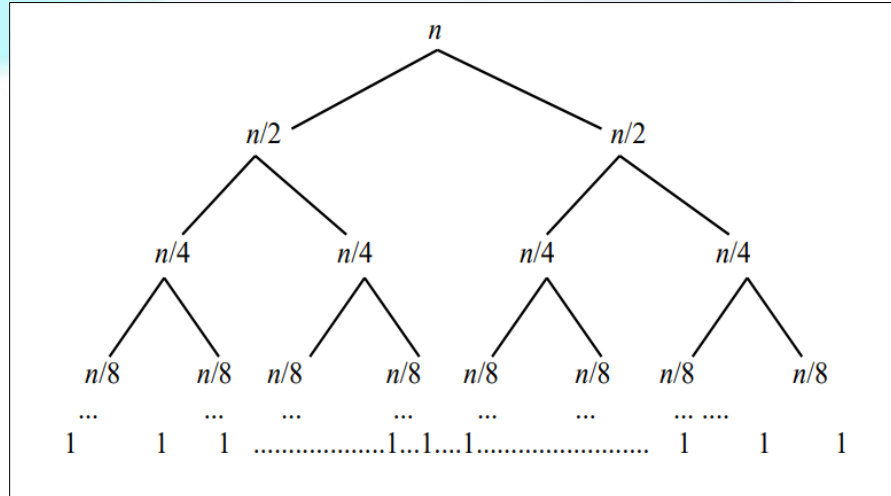
2 Tahap Rekursif



Beberapa Case Divide Conquer

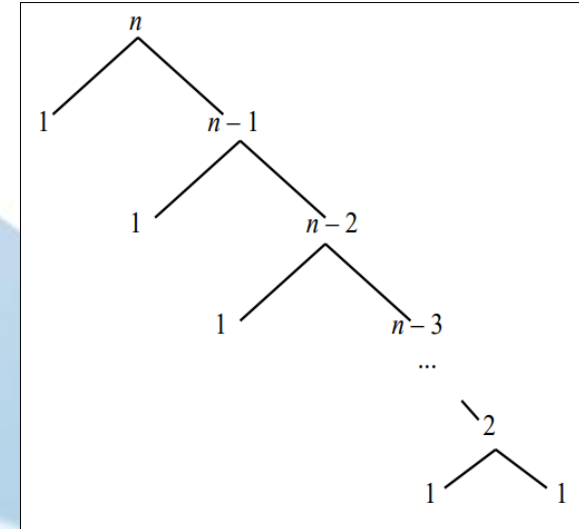
► Best Case

Best case ditemukan saat elemen median upa-tabel berukuran relative sama setiap partisi.

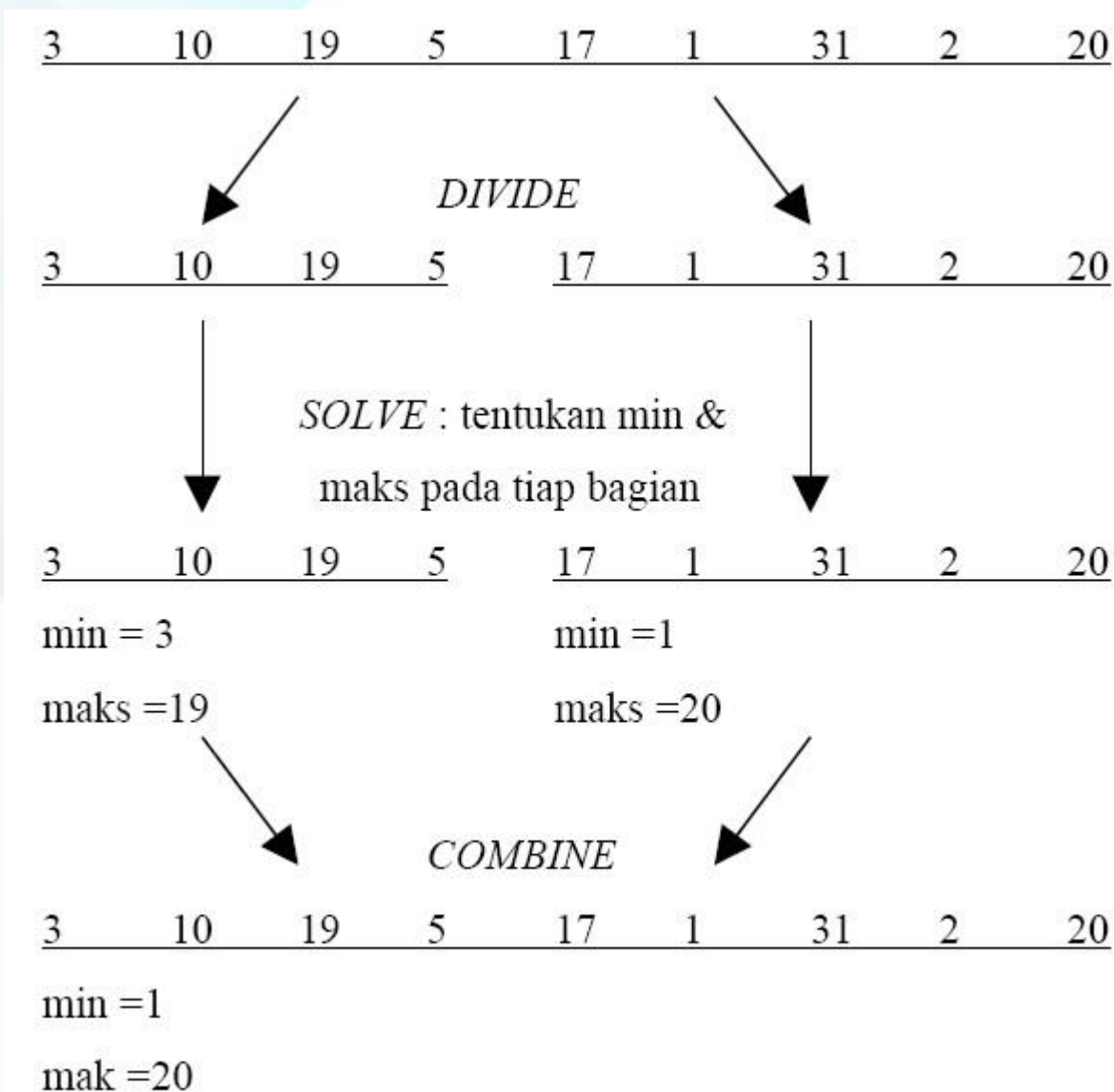


► Worst Case

Worst Case ditemukan saat upa tabel selalu minimum atau maksimum (tidak berukuran sama) setiap partisi.



Contoh-Persoalan Minimum dan Maksimum



Kelebihan dan Kelemahan Divide and Conquer

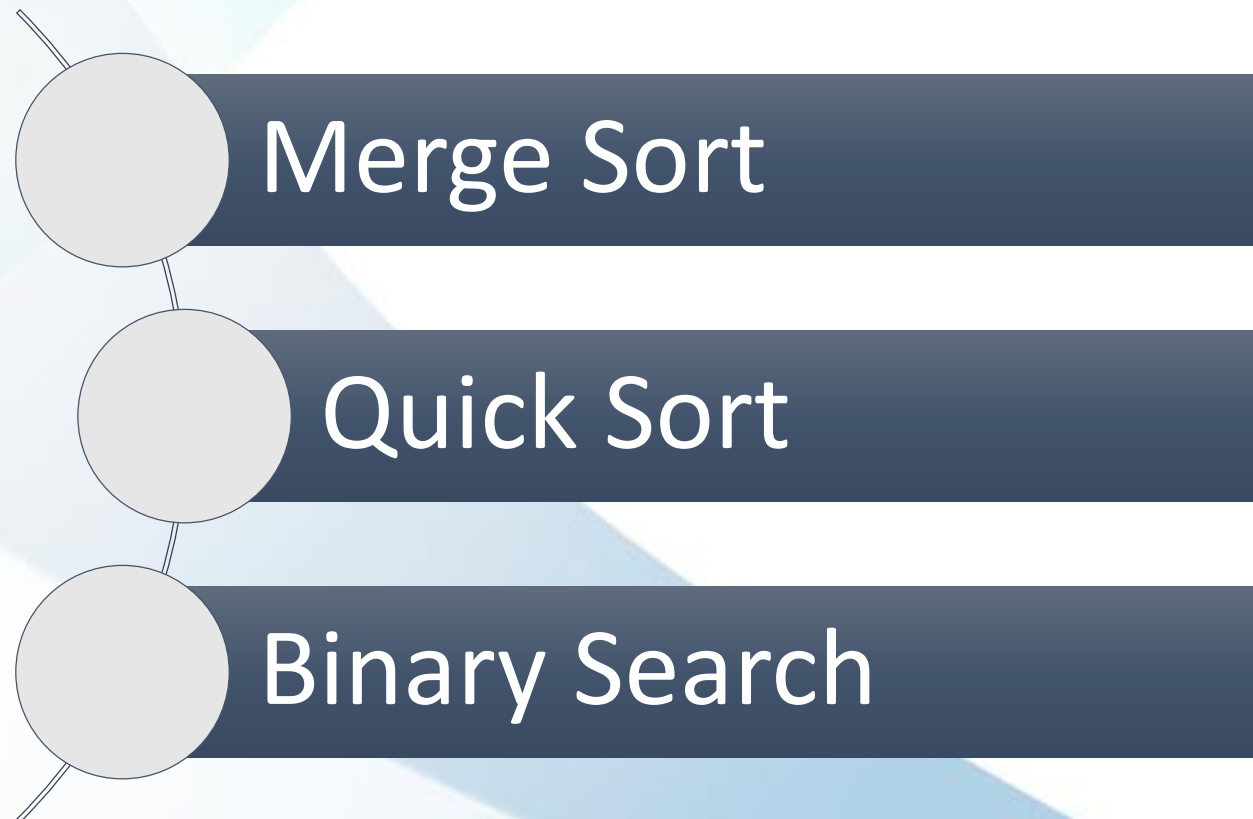
Kelebihan

- Dapat memecahkan masalah yang sulit (Efektif untuk masalah yang cukup rumit)
- Memiliki efisiensi algoritma yang tinggi. (Efisien menyelesaikan algoritma sorting)
- Bekerja secara paralel. Divide and Conquer didesain bekerja dalam mesin-mesin yang memiliki banyak prosesor (memiliki sistem pembagian memori)
- Akses memori yang cukup kecil, sehingga meningkatkan efisiensi memori

Kelemahan

- Lambatnya proses perulangan (Beban yang cukup signifikan pada prosesor, jadi lebih lambat prosesnya untuk masalah yang sederhana)
- Lebih rumit untuk masalah yang sederhana (Algoritma sekuensial terbukti lebih mudah dibuat daripada algoritma divide and conquer untuk masalah sederhana)

Penerapan algoritma Divide - Conquer

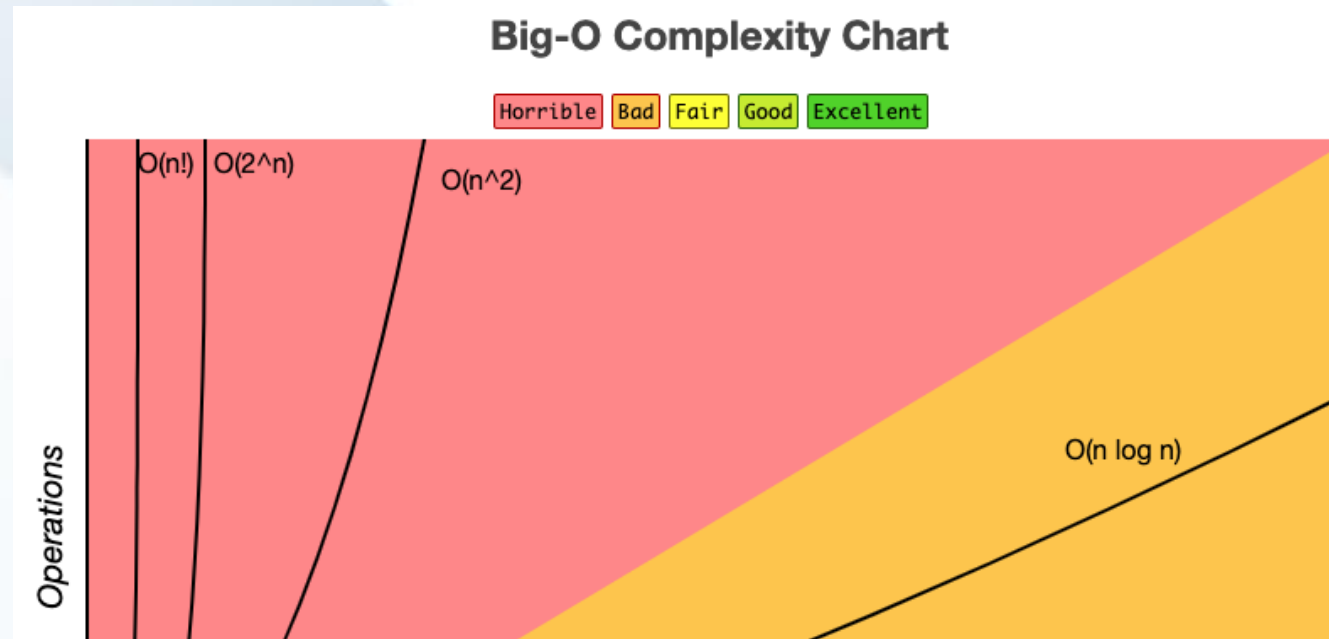




Notasi Big O

Notasi Big O

- Analisis algoritma untuk kompleksitas waktu atau ruang memori
- Dapat diukur atau dipandang berdasarkan worst-case, best-case, average-case.
- Dari tercepat hingga terlambat :
 1. $O(1)$
 2. $O(\log n)$
 3. $O(n)$.
 4. $O(n \log n)$
 5. $O(n^p)$
 6. $O(k^n)$



Notasi - $O(1)$


Contoh kode program:

1.

```
int n = 1000;  
System.out.println("Hey - your input is: " + n);
```

2.

```
int add(int a, int b) {  
    return a + b;  
}
```



time complexity **$O(1)$** dikarenakan hanya menjalankan sekali instruksi return, berapapun input yang dimasukkan kedalam fungsi

Notasi - $O(\log n)$

Contoh Kode program

```
for (int i = 1; i < n; i = i * 2)
{
    System.out.println("Hasil: " + i);
}
```

Jika $n = 8$, maka

Output

Hasil : 1
Hasil : 2
Hasil : 4

Algoritma ini berjalan $\log(8) = 3$ kali

Notasi - $O(n)$

Kode program

```
double average(double[] numbers) {  
    double sum = 0;  
    for(double number: numbers) {  
        sum += number;  
    }  
    return sum / numbers.length;  
}
```

- Fungsi diatas memiliki time complexity **$O(n)$** dikarenakan ia akan menjalankan looping untuk menjumlahkan bilangan-bilangan yang ada didalam array. Jumlah loopingnya bergantung pada panjang array yang dimasukkan kedalam fungsi.
- Jika numbers memiliki panjang array 3 dengan isi [2,3,4] , maka fungsi akan menjumlahkan secara urut 2, 3, dan 4, kemudian mengembalikan rata-ratanya. Sehingga, array yang memiliki panjang 3, fungsi akan melakukan looping sebanyak 3 untuk menjumlahkan bilangan-bilangannya, dan seterusnya.

Notasi - $O(n \log n)$

Contoh kode program

```
for (int i = 1; i <= n; i++){  
    for(int j = 1; j < 8; j = j * 2) {  
        System.out.println("Hasil: " + i + " dan " + j);  
    }  
}
```

Jika $n = 8$, maka algoritma akan berjalan $8 * \log(8) = 8 * 3 = 24$ kali.

Notasi - $O(n^p)$

Contoh kode program

```
for (int i = 1; i <= n; i++) {  
    for(int j = 1; j <= n; j++) {  
        System.out.println("Hasil: " + i + " and " + j);  
    }  
}
```

Jika $n = 8$, maka $8^2 = 64$ kali

Notasi - $O(n^p)$

- Contoh lain

```
int func(int n) {  
    int count = 0;  
    for (int i = 1 ; i <= n ; i++) {  
        for (int j = 1 ; j <= i ; j++) {  
            count++;  
        }  
    }  
    return count;  
}
```

Berapa kali count++ dijalankan dengan nilai n sembarang?

- Ketika $i = 1$, maka akan dijalankan 1 kali.
- Ketika $i = 2$, maka akan dijalankan 2 kali.
- Ketika $i = 3$, maka akan dijalankan 3 kali.
- dan seterusnya...

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n^2 + n}{2}$$

time complexitynya $O(n^2)$

Notasi - $O(k^n)$

- Contoh kode program

```
for (int i = 1; i <= Math.pow(2, n); i++){  
    System.out.println("Hasil : " + i);  
}
```

Muncul pada kasus atau factor yang
terksponensial dengan ukuran input

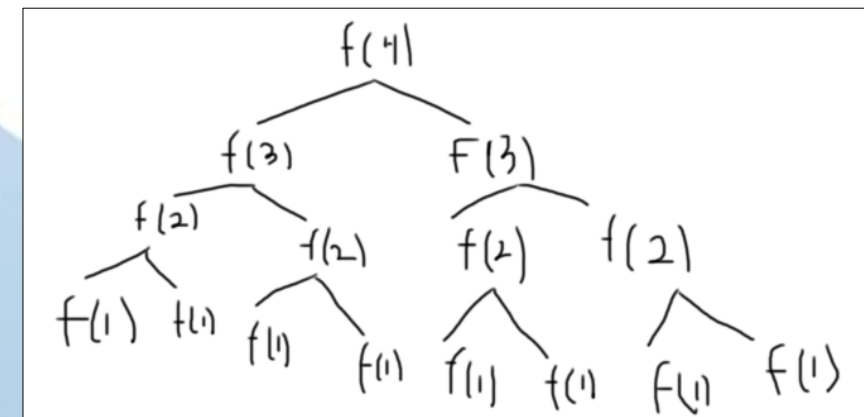
Jika $n = 8$, maka $2^8 = 256$

Notasi - $O(k^n)$

- Contoh lain:

```
int func(int n) {  
    if (n <= 1) {  
        return 1;  
    }  
  
    return func(n-1) + func(n-1);  
}
```

Misalkan dipanggil dengan func(4)



time complexity sebesar **$O(2^n)$**

Notasi - $O(n!)$

Contoh kode program

```
for (int i = 1; i <= factorial(n); i++){  
    System.out.println("Hasil: " + i); }  
}
```

Jika $n = 8$ maka $8! = 40320$



Aturan Big O

- Cari notasi yang paling berkontribusi (biasanya yang bagian “+” atau notasi $O(1)$ ditiadakan)
- If umumnya bersifat “ + ”
- For umumnya bersifat “ * ”
- Konstanta dari notasi Big O dapat ditiadakan (cth: $2 O(n)$ menjadi $O(n)$)

Contoh Kasus

```
public class ContohBig0{  
    public static void contohBig0(int[] angka){  
        System.out.println("Pairs: ");  
        int n = angka.length;  
  
        for(int i =0; i < n; i++){  
            for (int j =0; j < n; j++){  
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);  
            }  
        }  
  
        for(int i =0; i < n; i++){  
            for (int j =0; j < n; j++){  
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);  
            }  
        }  
    }  
}
```

Contoh Kasus

```
public class ContohBig0{  
    public static void contohBig0(int[] angka){  
        System.out.println("Pairs: ");  
        int n = angka.length;  
  
        for(int i =0; i < n; i++){  
            for (int j =0; j < n; j++){  
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);  
            }  
        }  
  
        for(int i =0; i < n; i++){  
            for (int j =0; j < n; j++){  
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);  
            }  
        }  
    }  
}
```

2 instruksi

Contoh Kasus

```
public class ContohBigO{  
    public static void contohBigO(int[] angka){  
        System.out.println("Pairs: ");  
        int n = angka.length;  
  
        for(int i =0; i < n; i++){  
            for (int j =0; j < n; j++){  
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);  
            }  
        }  
  
        for(int i =0; i < n; i++){  
            for (int j =0; j < n; j++){  
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);  
            }  
        }  
    }  
}
```

2 instruksi

$n * n * 1$
instruksi

Contoh Kasus

```
public class ContohBigO{  
    public static void contohBigO(int[] angka){  
        System.out.println("Pairs: ");  
        int n = angka.length;  
  
        for(int i =0; i < n; i++){  
            for (int j =0; j < n; j++){  
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);  
            }  
        }  
  
        for(int i =0; i < n; i++){  
            for (int j =0; j < n; j++){  
                System.out.println(angka[i] + "-" + angka[j]);  
            }  
        }  
    }  
}
```

2 instruksi

$n * n * 1$ instruksi

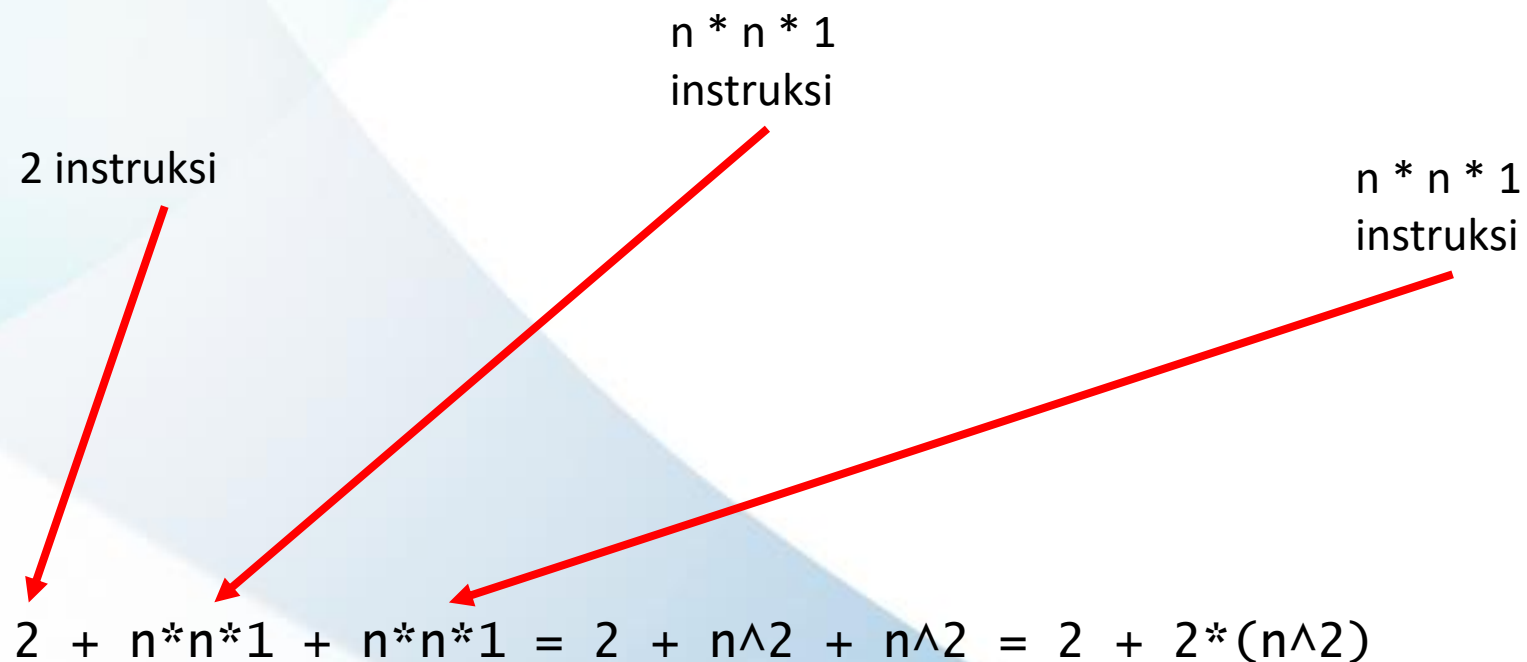
$n * n * 1$ instruksi

Contoh Kasus

2 instruksi

$n * n * 1$
instruksi

$n * n * 1$
instruksi

$$2 + n * n * 1 + n * n * 1 = 2 + n^2 + n^2 = 2 + 2 * (n^2)$$


Contoh:

Jika $n = 10$ elemen maka instruksi yang dijalankan adalah $2 + 2 * (10^2) = 202$

Latihan

1. Buatlah flowchart untuk menghitung nilai faktorial dari inputan suatu bilangan dengan algoritma Brute Force dan Divide Conquer!
2. Buatlah flowchart untuk menghitung hasil pangkat dari inputan suatu bilangan dengan algoritma Brute Force dan Divide Conquer!
3. Tentukan notasi Big O yang sesuai dari kode program berikut!

a.

```
function countVowels(word) {  
    var vowels = ['a', 'i', 'e', 'o', 'u'];  
    var count = 0;  
    for (var i = 0; i < word.length; i++) {  
        for (var j = 0; j < vowels.length; j++) {  
            if (word[i] === vowels[j]) {  
                count++;  
            }  
        }  
    }  
    return count;  
}
```

b.

```
function itemInList(check, list){  
    for (var i = 0; i < list.length; i++){  
        if (list[i] === check) return true;  
    }  
    return false;  
}
```



Sumber

- Maukar. Algoritma Divide and Conquer. Universitas Gunadarma.
<http://maukar.staff.gunadarma.ac.id/Downloads/files/45644/Algoritma+Divide+and+Conquer.ppt-1.ppt>
- Munir, Rinaldi. Algoritma Divide and Conquer. Bahan Kuliah IF3051 Strategi Algoritma. Program Studi Teknik Informatika. Sekolah Teknik Elektro dan Informatika ITB
- <http://www.stoimen.com/blog/2012/05/21/computer-algorithms-minimum-and-maximum/>
- Putra, Martin Lutta. 2016. Aplikasi Divide and Conquer pada Pekalian Large Integer untuk Menghitung Jumlah Rute TSP Brute Force. Makalah IF2211 Strategi Algoritma
- Andrianto, Ivan. 2014. Penerapan Algoritma Divide and Conquer Dalam Komputasi Paralel. Makalah IF2211 Strategi Algoritma
- <https://justin.abrah.ms/computer-science/big-o-notation-explained.html> <http://stackoverflow.com/questions/107165/big-o-for-eight-year-olds?rq=1>
- <http://stackoverflow.com/questions/17122807/big-o-ologn-code-example> <http://stackoverflow.com/questions/19021150/big-oh-for-n-log-n>
- <https://github.com/raywenderlich/swift-algorithm-club/blob/master/Big-O%20Notation.markdown> <https://www.quora.com/How-would-you-explain-O-log-n-in-algorithms-to-1st-year-undergrad-student> <http://www.daveperrett.com/articles/2010/12/07/comp-sci-101-big-o-notation/>