Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Estructuras de Datos
Notación Asintótica

Yessica Janeth Pablo Martínez,
yessica_j_pablo@ciencias.unam.mx

30 de septiembre de 2021

1. Introducción

Abstracción del tiempo de ejecución en el cual se identifican términos importantes de las funciones que representan tiempo de ejecución de algoritmos y se e eliminan los irrelevantes términos de menor magnitud (**como constantes**). Se pretende simplificar funciones de tiempo de ejecución con lo cual se obtiene la complejidad de un algoritmo (**Desempeño computacional**).

.-Definición (Notación O-grande): Sean $f(n)$ y $g(n)$ funciones de complejidad. Decimos que $f(n)$ es $O - grande$ de $g(n)$ y $g(n)$ representa una cota asintótica superior para $f(n)$ si $\exists\, c \in \mathbb{R}^+$ y $\exists\, n_0 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ tales que $\forall_n \geq n_0 : 0 \leq f(n) \leq c \cdot g(n)$.

.-Realizamos cada demostración en base a la definición de la Notación O-grande.

Ejemplos:

1. Sea $f(n) = 3n + 4$, $g(n) = n$, P.D que $f(n) = 3n + 4 \in O(g(n))$

   Demostración:
   Para $n \geq 4$ (esto es porque cuando $f(n) = 0$ vemos que el mínimo valor que queda es 4, por lo que $n \geq 4$), luego tenemos que $n_0 = n \geq 4$, por lo que

$$\begin{aligned} f(n) = 3n + 4 &\leq 3n + n \\ &= 4n \end{aligned}$$

   Por lo tanto $f(n) = 3n + 4 \in O(g(n))$

2. Sea $f(n) = 5n^2 + 15 \in O(n^2)$, P.D que $\exists c \in \mathbb{R}^+$ y $\exists n_0 \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

   Demostración:
   Sea $5n^2 + 15 \leq c \cdot n^2, \quad \forall n \geq n_0$

   Para $n \geq 1$ se tiene que $15n \geq 15$ y $15n^2 \geq 15n \geq 15$

   $\Rightarrow$

$$5n^2 + 15 \leq 5n^2 + 15n^2, \quad \forall n \geq 1$$

$$= 20n^2$$

$\Rightarrow$ esto es igual a $\mathbf{20}n^2$ con $c = \mathbf{20}$ y $n_0 = \mathbf{1}$

Por lo tanto $f(n) \in O(n^2)$

3. Sea $f(n) = 6nlog_2(n) + 3n \in O(n^2)$, P.D que $f(n) \in O(n^2)$

   Demostración:
   Tenemos que $log_2(n) \leq 2^n, \quad \forall n \geq 1$

   $\Rightarrow log_2(n) \leq n, \quad \forall n \geq 1$

   $\Rightarrow$ Multiplicamos $6n$ por ambos lados (el $6n$ que teníamos por definición)

   $$6n \cdot log_2(n) \leq 6n \cdot n, \quad \forall n \geq 1$$

   Por otra parte $3n \leq 3n^2, \quad \forall n \geq 0$.

   Por lo tanto

   $$\begin{aligned} 6n \cdot log_2(n) + 3n &\leq 6n^2 + 3n^2 \\ &= 9n^2, \quad \forall n \geq 1 \end{aligned}$$

   $\Rightarrow$ esto es igual a $\mathbf{9}n^2$ con $c = \mathbf{9}$ y $n_0 = \mathbf{1}$

   Por lo tanto $f(n) \in O(n^2)$