

ALGORITMO DE UNIFICACIÓN RECTIFICACIÓN DE FÓRMULAS FORMA NORMAL NEGATIVA











ALGORITMO DE <u>UNIFICACIÓN</u>

FALLA CUANDO QUEREMOS UNIFICAR:

- FUNCIONES DIFERENTES
- CONSTANTES
- X=T, DONDE X FIGURA EN T

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFALLA]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[ELIM]	Eliminación	x = x	eliminar
[Swap]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t$ y
			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFalla]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en $t \vee x \neq t$	falla

Q(a, z, g(a,b,c))

Q(a, f(x), g(a,b,y))

Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFalla]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[ELIM]	Eliminación	x = x	eliminar
[SWAP]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t$ y
			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFalla]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en $t y x \neq t$	falla





Q(a, z, g(a,b,c))

Q(a, f(x), g(a,b,y))

Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

1. Conjunto de ecuaciones (todas las posibles)

 ${Q(a, z, g(a,b,c)) = Q(a, f(x), g(a,b,y)), Q(a, z, g(a,b,c)) = Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a))), ...}$

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFalla]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[Elim]	Eliminación	x = x	eliminar
[Swap]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t$ y
			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFALLA]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en t y $x \neq t$	falla



Q(a, z, g(a,b,c))

Q(a, f(x), g(a,b,y))

Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

2. DESC de Q(a, z, g(a,b,c)) = Q(a, f(x), g(a,b,y))

{a=a,
$$z = f(x)$$
, $g(a,b,c) = g(a,b,y)$ }

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFALLA]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[ELIM]	Eliminación	x = x	eliminar
[Swap]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t y$
			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFALLA]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en $t y x \neq t$	falla



Q(a, z, g(a,b,c))

Q(a, f(x), g(a,b,y))

Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

3. ELIM de a = a

$${z = f(x), g(a,b,c) = g(a,b,y)}$$

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFalla]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[ELIM]	Eliminación	x = x	eliminar
[SWAP]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t$ y
			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFalla]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en t y $x \neq t$	falla





Q(a, f(x), g(a,b,c))

Q(a, f(x), g(a,b,y))

Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

3. ELIM de a = a

 ${z = f(x), g(a,b,c) = g(a,b,y)}$

4. SUST de [z := f(x)]

 ${g(a,b,c) = g(a,b,y)}$

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFALLA]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[ELIM]	Eliminación	x = x	eliminar
[SWAP]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t y$
			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFALLA]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en $t y x \neq t$	falla





Q(a, f(x), g(a,b,c))

3. ELIM de a = a

$${z = f(x), g(a,b,c) = g(a,b,y)}$$

4. SUST de
$$[z := f(x)]$$

$${g(a,b,c) = g(a,b,y)}$$

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFALLA]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[ELIM]	Eliminación	x = x	eliminar
[Swap]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t$ y
i			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFalla]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en $t y x \neq t$	falla



Q(a, f(x), g(a,b,c))

Q(a, f(x), g(a,b,y))

Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

5. DESC {a=a, b=b, c=y}

6. ELIM de a = a, b=b

 $\{c=\lambda\}$

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFalla]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[ELIM]	Eliminación	x = x	eliminar
[SWAP]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t$ y
			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFALLA]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en $t y x \neq t$	falla



Q(a, f(x), g(a,b,c))

Q(a, f(x), g(a,b,y))

Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

5. DESC {a=a, b=b, c=y}

6. ELIM de a = a, b=b

7. SWAP dey = c

 $\{c=\lambda\}$

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFalla]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[ELIM]	Eliminación	x = x	eliminar
[SWAP]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t$ y
			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFalla]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en $t y x \neq t$	falla





Q(a, f(x), g(a,b,c))

Q(a, f(x), g(a,b,c))

Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

5. DESC {a=a, b=b, c=y}

6. ELIM de a = a, b=b

7. SWAP dey = c

 $\{c=\lambda\}$

8.SUST [y := c]

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFALLA]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[Elim]	Eliminación	x = x	eliminar
[SWAP]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t y$
			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFalla]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en $t y x \neq t$	falla



Q(a, f(x), g(a,b,c))

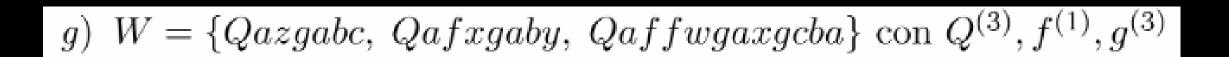
Q(a, f(x), g(a,b,c))

Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

Q(a, z, g(a,b,c)) = Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFalla]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[ELIM]	Eliminación	x = x	eliminar
[Swap]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t y$
			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFalla]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en $t \vee x \neq t$	falla





Q(a, f(x), g(a,b,c))

Q(a, f(x), g(a,b,c))

Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

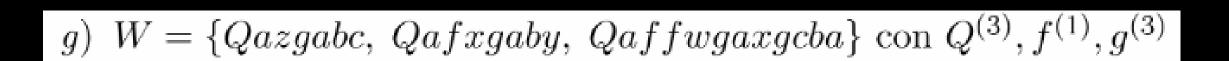
Q(a, z, g(a,b,c)) = Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

9. DESC de Q(a, z, g(a,b,c)) = Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

 $\{a=a, z=f(f(w)), g(a,b,c)=g(a,x,g(c,b,a))\}$

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFALLA]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[Elim]	Eliminación	x = x	eliminar
[Swap]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t$ y
			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFalla]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en t y $x \neq t$	falla





Q(a, f(x), g(a,b,c))

Q(a, f(x), g(a,b,c))

Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

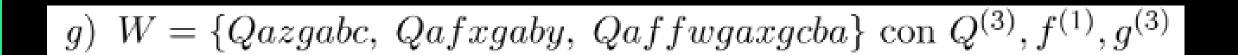
{a=a,
$$z = f(f(w)), g(a,b,c) = g(a,x,g(c,b,a))}$$

10. ELIM de a = a

$${z = f(f(w)), g(a,b,c) = g(a,x,g(c,b,a))}$$

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFalla]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[Elim]	Eliminación	x = x	eliminar
[SWAP]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t$ y
			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFalla]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en t y $x \neq t$	falla





{a=a,
$$z = f(f(w)), g(a,b,c) = g(a,x,g(c,b,a))}$$

10. ELIM de
$$a = a$$

11. SUST
$$[z := f(f(w))]$$

$${z = f(f(w)), g(a,b,c) = g(a,x,g(c,b,a))}$$

$${g(a,b,c) = g(a,x,g(c,b,a))}$$

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFalla]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[Elim]	Eliminación	x = x	eliminar
[SWAP]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t$ y
			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFALLA]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en $t y x \neq t$	falla



Q(a, f(x), g(a,b,c))

Q(a, f(x), g(a,b,c))

Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

{a=a, $z = f(f(w)), g(a,b,c) = g(a,x,g(c,b,a))}$

10. ELIM de a = a

11. SUST de [z := f(f(w))]

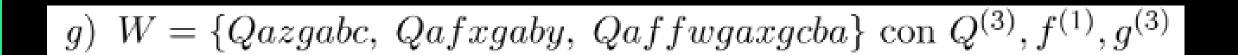
 ${z = f(f(w)), g(a,b,c) = g(a,x,g(c,b,a))}$

 ${g(a,b,c) = g(a,x,g(c,b,a))}$

12.DESC $\{a=a, b=x, c=g(c,b,a)\}$

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFALLA]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[ELIM]	Eliminación	x = x	eliminar
[Swap]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t$ y
			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFalla]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en t y $x \neq t$	falla





Q(a, f(x), g(a,b,c))

Q(a, f(x), g(a,b,c))

Q(a, f(f(w)), g(a,x,g(c,b,a)))

{a=a,
$$z = f(f(w)), g(a,b,c) = g(a,x,g(c,b,a))}$$

10. ELIM de a = a

11. SUST de [z := f(f(w))]

$${z = f(f(w)), g(a,b,c) = g(a,x,g(c,b,a))}$$

 ${g(a,b,c) = g(a,x,g(c,b,a))}$

12.DESC $\{a=a, b=x, c=g(c,b,a)\}$

	Nombre de la regla	$t_1 = t_2$	Acción
[Desc]	Descomposición	$fs_1 \dots s_n = ft_1 \dots t_n$	sustituir por $\{s_i = t_i\}$
[DFalla]	Desc. fallida	$f s_1 \dots s_n = g t_1 \dots t_n \text{ donde } g \neq f$	falla
[Elim]	Eliminación	x = x	eliminar
[Swap]	Intercambio	t = x donde t no es una variable	sustituir por $x = t$
[Sust]	Sustitución	x = t donde x no figura en t	eliminar $x = t$ y
			aplicar la sustitución $[x := t]$
			a las ecuaciones restantes
[SFalla]	Sust. fallida	$x = t$ donde x figura en $t y x \neq t$	falla





RECTIFICACIÓN DE FÓRMULAS:

- NO HAY PRESENCIA LIBRE Y LIGADA DE UNA MISMA VARIABLE
- NO CUANTIFICADORES DE LA MISMA VARIABLE CON ALCANCES AJENOS
- NO CUANTIFICADORES MULTIPLES

2. Renombre de variables. Si y no figura libre en φ , es decir, $y \notin FV(\varphi)$ entonces:

$$\forall x \varphi \equiv \forall y (\varphi[x := y]) \qquad \exists x \varphi \equiv \exists y (\varphi[x := y])$$

3. Eliminación de cuantificadores vácuos. Si $x \notin FV(\varphi)$ entonces:

$$\forall x \varphi \equiv \varphi \qquad \qquad \exists x \varphi \equiv \varphi$$

$$\exists x \forall x \varphi \equiv \forall x \varphi$$
$$\forall x \exists x \varphi \equiv \exists x \varphi$$



FORMA NORMAL NEGATIVA:

- NEGACIONES SOLO EN FÓRMULAS ATÓMICAS
- NO SIMBOLOS DE EQUIVALENCIA NI IMPLICACIONES

$$\neg (\varphi \to \psi) \equiv \varphi \land \neg \psi$$

$$\neg (\varphi \leftrightarrow \psi) \equiv \neg \varphi \leftrightarrow \psi \equiv \varphi \leftrightarrow \neg \psi.$$

$$\neg \forall x \varphi \equiv \exists x \neg \varphi$$

$$\neg \exists x \varphi \equiv \forall x \neg \varphi$$

- Doble Negación: $\neg \neg \varphi \equiv \varphi$.
- De Morgan: $\neg(\varphi \lor \psi) \equiv \neg\varphi \land \neg\psi$

$$\neg(\varphi \wedge \psi) \equiv \neg\varphi \vee \neg\psi.$$





$\varphi = \forall x (Px \vee \neg \exists y (Qy \wedge Rxy)) \vee \neg (Py \wedge \neg \forall x Px).$

1. Rectificamos:





No hay presencia libre y ligada de una misma variable

$$\forall x (Px \vee \neg \exists w (Qw \wedge Rxw))$$

No cuantificadores de la misma variable con alcances ajenos

$$\varphi \equiv \operatorname{rec}(\varphi) = \forall x (Px \vee \neg \exists w (Qw \wedge Rxw)) \vee \neg (Py \wedge \neg \forall z Pz)$$





$$\varphi = \forall x (Px \vee \neg \exists y (Qy \wedge Rxy)) \vee \neg (Py \wedge \neg \forall x Px).$$

$$\varphi \equiv \operatorname{rec}(\varphi) = \forall x (Px \vee \neg \exists w (Qw \wedge Rxw)) \vee \neg (Py \wedge \neg \forall z Pz)$$

2 Forma Normal Negativa

$$\neg \exists w (Qw \land Rxw) \qquad \neg (Py \land \neg \forall z Pz)$$

$$\neg (Py \land \neg \forall zPz)$$

$$\neg \exists x \varphi \equiv \forall x \neg \varphi$$
$$\neg (\varphi \land \psi) \equiv \neg \varphi \lor \neg \psi$$

$$\neg(\varphi \wedge \psi) \equiv \neg\varphi \vee \neg\psi$$



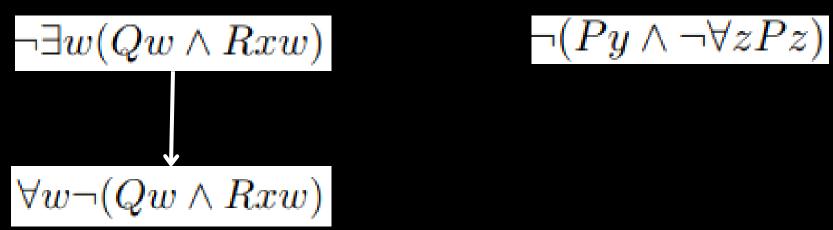


$$\varphi \equiv \operatorname{rec}(\varphi) = \forall x (Px \vee \neg \exists w (Qw \wedge Rxw)) \vee \neg (Py \wedge \neg \forall z Pz)$$

2 Forma Normal Negativa

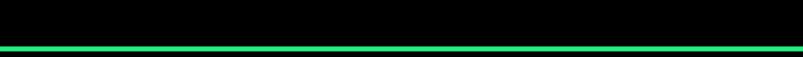
$$\neg \exists x \varphi \equiv \forall x \neg \varphi$$

$$\neg \exists x \varphi \equiv \forall x \neg \varphi$$
$$\neg (\varphi \land \psi) \equiv \neg \varphi \lor \neg \psi$$



$$\neg (Py \land \neg \forall zPz)$$





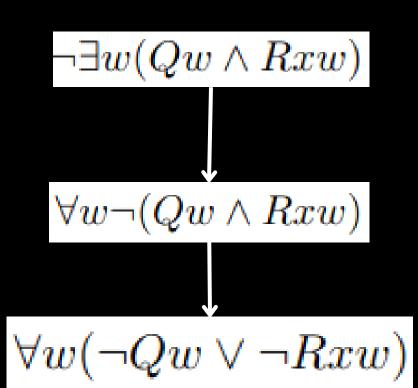
$$\varphi = \forall x (Px \vee \neg \exists y (Qy \wedge Rxy)) \vee \neg (Py \wedge \neg \forall x Px).$$

$$\varphi \equiv \operatorname{rec}(\varphi) = \forall x (Px \vee \neg \exists w (Qw \wedge Rxw)) \vee \neg (Py \wedge \neg \forall z Pz)$$

2 Forma Normal Negativa

$$\neg \exists x \varphi \equiv \forall x \neg \varphi$$

$$\neg(\varphi \wedge \psi) \equiv \neg\varphi \vee \neg\psi$$



$$\neg (Py \land \neg \forall zPz)$$





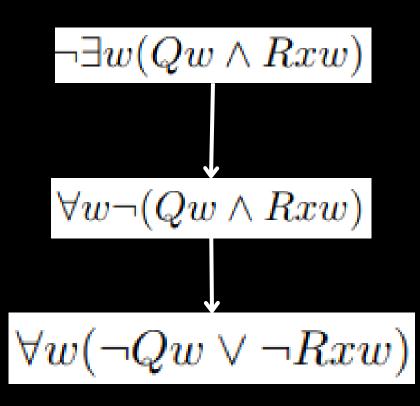


$$\varphi \equiv \operatorname{rec}(\varphi) = \forall x (Px \vee \neg \exists w (Qw \wedge Rxw)) \vee \neg (Py \wedge \neg \forall z Pz)$$

2 Forma Normal Negativa

$$\neg \exists x \varphi \equiv \forall x \neg \varphi$$

$$\neg(\varphi \wedge \psi) \equiv \neg\varphi \vee \neg\psi$$



$$\neg (Py \land \neg \forall zPz)$$

$$\neg Py \lor \neg \neg \forall zPz$$







$$\varphi = \forall x (Px \vee \neg \exists y (Qy \wedge Rxy)) \vee \neg (Py \wedge \neg \forall x Px).$$

$$\varphi \equiv \operatorname{rec}(\varphi) = \forall x (Px \vee \neg \exists w (Qw \wedge Rxw)) \vee \neg (Py \wedge \neg \forall z Pz)$$

2 Forma Normal Negativa

$$\neg \exists x \varphi \equiv \forall x \neg \varphi$$

$$\neg(\varphi \wedge \psi) \equiv \neg\varphi \vee \neg\psi$$

