EL ALGORITMO DPLL MEDIANTE BÚSQUEDA DE MODELOS HACIA ATRÁS.

Modelo para F. $\longrightarrow$ $M \models_? F \;\triangleright\; M' \models_? F'$ Para resolver $M \models_? F$ basta resolver $M \models_? F'$

F: conjunto de cláusulas

Notación: Denotamos a la cláusula vacía por $\square$.

Reglas:

- Regla de la cláusula unitaria: para que $\mathcal{M}$ sea modelo de F, ℓ basta que $\mathcal{M}, \ell$ sea modelo de F.

$$\texttt{unit } \ell: \qquad \mathcal{M} \models_? F, \ell \;\triangleright\; \mathcal{M}, \ell \models_? F$$

← No determinista

Es importante observar que esta regla sólo puede aplicarse si $\ell^c \notin \mathcal{M}$. En otro caso el modelo requeriría que tanto ℓ como ℓ^c fueran verdaderas lo cual es imposible.

- Regla de eliminación: para que $\mathcal{M}, \ell$ sea modelo de $F, \ell \vee C$ basta que $\mathcal{M}, \ell$ sea modelo de F:

$$\texttt{elim}: \qquad \mathcal{M}, \ell \models_? F, \ell \vee C \;\triangleright\; \mathcal{M}, \ell \models_? F$$

- Regla de reducción: para que $\mathcal{M}, \ell$ sea modelo de $F, \ell^c \vee C$ basta que $\mathcal{M}, \ell$ sea modelo de F, C:

$$\texttt{red}: \qquad \mathcal{M}, \ell \models_? F, \ell^c \vee C \;\triangleright\; \mathcal{M}, \ell \models_? F, C$$

Obsérvese que un caso particular de la regla de reducción es: $\mathcal{M}, \ell \models_? F, \ell^c \;\triangleright\; \mathcal{M}, \ell \models_? F, \square$.

- Regla de separación: para que $\mathcal{M}$ sea modelo de F basta que tanto $\mathcal{M}, \ell$ como $\mathcal{M}, \ell^c$ sean modelos de F.

$$\texttt{split } \ell: \qquad \mathcal{M} \models_? F \;\triangleright\; \mathcal{M}, \ell \models_? F \;;\; \mathcal{M}, \ell^c \models_? F$$

← No determinista

- Regla de conflicto: La búsqueda de un modelo $\mathcal{M}$ para $F, \square$ falla. Es decir, no existe modelo para $F, \square$ (puesto que no existen modelos para $\square$).

$$\texttt{conflict}: \qquad \mathcal{M} \models_? \mathcal{F}, \square \;\triangleright\; \textsf{fail}$$

- Regla de éxito: La búsqueda de un modelo $\mathcal{M}$ para la fórmula sin cláusulas $\varnothing$ (es decir, el conjunto vacío de cláusulas) siempre tiene éxito. Por vacuidad, cualquier modelo $\mathcal{M}$ hace verdadera a la fórmula vacía.

$$\texttt{success}: \qquad \mathcal{M} \models_? \varnothing \;\triangleright\; \checkmark$$

NOTA. La regla elim ELIMINA CLÁUSULAS ENTERAS.

$$p, \neg q \models_? s \vee t,\; r \vee \neg q \vee \neg s,\; r \vee \neg p \;\triangleright\; p, \neg q \models_? s \vee t,\; r \vee \neg p$$

$$\neg q, r, \neg t \models_? s \vee p \vee \neg t \vee q \;\triangleright\; \neg q, r, \neg t \models_? \varnothing$$

La regla red ELIMINA LITERALES [NUNCA ELIMINA CLÁUSULAS].

$$p, \neg s \models_? q \vee t,\; \neg r \vee s \vee \neg t,\; \neg r \;\triangleright\; p, \neg s \models_? q \vee t,\; \neg r \vee \neg t,\; \neg r$$

$$\neg r, s, \neg p \models_? \neg s \;\triangleright\; \neg r, s, \neg p \models_? \square$$

Ej. Consideremos el sig. conj. de cláusulas:

$$S = \{ \neg p \vee r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ p \vee \neg s,\ \neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s \}$$

Buscaremos un modelo para S usando DPLL.

$$\begin{array}{lrll}
 & \cdot & \vDash_? \neg p \vee r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ p \vee \neg s,\ \neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s & \\
 & \rhd & & \texttt{split } p \\
 & p & \vDash_? \neg p \vee r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ p \vee \neg s,\ \neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s\ ; & \\
 & \neg p & \vDash_? \neg p \vee r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ p \vee \neg s,\ \neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s & \\
 & \rhd & & \texttt{elim} \\
 & p & \vDash_? \neg p \vee r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ \neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s\ ; & \\
 & \neg p & \vDash_? \neg p \vee r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ p \vee \neg s,\ \neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s & \\
 & \rhd^2 & & \texttt{red} \\
 & p & \vDash_? r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ q \vee \neg r \vee \neg s\ ; & \\
 & \neg p & \vDash_? \neg p \vee r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ p \vee \neg s,\ \neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s & \\
 & \rhd & & \texttt{split } r \\
 & p,\ r & \vDash_? r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ q \vee \neg r \vee \neg s\ ; & \\
 & p,\ \neg r & \vDash_? r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ q \vee \neg r \vee \neg s\ ; & \\
 & \neg p & \vDash_? \neg p \vee r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ p \vee \neg s,\ \neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s & \\
 & \rhd & & \texttt{elim} \\
 & p,\ r & \vDash_? \neg q \vee \neg r,\ q \vee \neg r \vee \neg s\ ; & \\
 & p,\ \neg r & \vDash_? r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ q \vee \neg r \vee \neg s\ ; & \\
 & \neg p & \vDash_? \neg p \vee r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ p \vee \neg s,\ \neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s & \\
 & \rhd^2 & & \texttt{red} \\
 & p,\ r & \vDash_? \neg q,\ q \vee \neg s\ ; & \\
 & p,\ \neg r & \vDash_? r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ q \vee \neg r \vee \neg s\ ; & \\
 & \neg p & \vDash_? \neg p \vee r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ p \vee \neg s,\ \neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s & \\
 & \rhd & & \texttt{unit} \\
 & p,\ r,\ \neg q & \vDash_? q \vee \neg s\ ; & \\
 & p,\ \neg r & \vDash_? r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ q \vee \neg r \vee \neg s\ ; & \\
 & \neg p & \vDash_? \neg p \vee r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ p \vee \neg s,\ \neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s & \\
 & \rhd & & \texttt{red} \\
 & p,\ r,\ \neg q & \vDash_? \neg s\ ; & \\
 & p,\ \neg r & \vDash_? r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ q \vee \neg r \vee \neg s\ ; & \\
 & \neg p & \vDash_? \neg p \vee r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ p \vee \neg s,\ \neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s & \\
 & \rhd & & \texttt{unit} \\
\longrightarrow \text{Modelo de } S. & p,\ r,\ \neg q,\ \neg s & \vDash_? \varnothing\ ; & \\
 & p,\ \neg r & \vDash_? r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ q \vee \neg r \vee \neg s\ ; & \\
 & \neg p & \vDash_? \neg p \vee r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ p \vee \neg s,\ \neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s & \\
 & \rhd & & \texttt{success} \\
 & p,\ \neg r & \vDash_? r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ q \vee \neg r \vee \neg s\ ; & \\
 & \neg p & \vDash_? \neg p \vee r \vee \neg t,\ \neg q \vee \neg r,\ p \vee \neg s,\ \neg p \vee q \vee \neg r \vee \neg s & \\
 & \rhd & & \\
 & \ldots & &
\end{array}$$

Ej. 2. $S = \{ p \vee r,\ \neg p \vee \neg r,\ p,\ r,$ DPLL.

$\cdot \models_? \ p \vee r, \ \neg p \vee \neg r, \ p, \ r$ unit 2

$p, r \models_? \ p \vee r, \ \neg p \vee \neg r$

$\triangleright$ elem

$p, r \models_? \ \neg p \vee \neg r$

$\triangleright$ red

$p, r \models_? \ \neg r$

$\triangleright$ red

$p, r \models_? \ \square$

$\triangleright$ conflict

fail.

Aquí no hay modelos.