

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Высшая школа интеллектуальных систем и суперкомпьютерных технологий

Отчёт по расчетной работе № 3

Дисциплина: Теория вероятности и математическая статистика

Тема: Расчет статистических показателей игры Craps

Выполнил студент гр. 3530901/10001 _____ Д.Л. Симоновский
(подпись)

Руководитель _____ К.В. Никитин
(подпись)

“28” мая 2023 г.

Санкт-Петербург

2023

Оглавление

1. Описание игры	4
1.1. Craps.....	4
1.2. Виды ставок в Craps	4
2. Теоретическая модель	4
2.1. Ставка на «проходит». Pass line.	4
2.1.1. Описание.....	4
2.1.2. Исходы.....	4
2.2. Ставка на «не проходит». Don't pass.....	5
2.2.1. Описание.....	5
2.2.2. Исходы.....	5
2.3. Дополнительные свободные ставки (free odds)	6
2.3.1. Ставка на «проходит» (pass line).....	6
2.3.2. Ставка на «не проходит» (don't pass line)	6
2.4. Ставка на совпадение «Come»	7
2.5. Ставка на несовпадение «Don't come bar».....	7
2.6. Ставка на поле (Field).....	7
2.7. Большая шестерка (Big 6) и большая восьмерка (Big 8)	7
2.8. «Тяжелые номера» (Hard ways).....	8
2.9. Ставки в один бросок (Proposition bets)	8
2.10. Ставка на любой крэпс (Any Craps)	8
2.11. Ставка на любую семерку (Any Seven).....	8
2.12. Ставка на крэпс и 11 (Craps and Eleven, C&E).....	8
2.13. Ставка 2 - Тузы, ставка 12 (Two - Aces, Twelve)	8
2.14. Ставка 3, ставка 11 (Three, Any Eleven)	8
2.15. «Вилка» (Horn Bet)	8
2.16. «Высокая вилка» (Horn High Bet).....	8
2.17. «Глобус» (World Bet).....	8
2.18. «Линия крэпса» (Three way craps).....	8
2.19. Ставки на номера (Win bet, Place bet)	8
2.20. Прикуп (Buy).....	9
2.21. Ставки против номеров (Lose).....	9
2.22. Лэй (Lay).....	9

2.23.	Характеристики каждой ставки.....	9
2.24.	Теоретические функции распределения для некоторых ставок.....	10
2.24.1.	Pass – line.....	10
2.24.2.	Don't pass line.....	10
2.24.3.	Any Craps.....	11
2.24.4.	World bet.....	11

3. Моделирование..... 12

3.1.	Общие функции.....	12
3.2.	Модель каждой ставки.....	13
3.3.	Результаты моделирования.....	14
3.3.1.	Pass line.....	15
3.3.2.	Don't pass line.....	16
3.3.3.	Free odds pass line.....	17
3.3.4.	Free odds don't pass line.....	19
3.3.5.	Come.....	20
3.3.6.	Don't come.....	21
3.3.7.	Field.....	23
3.3.8.	Big 6.....	24
3.3.9.	Big 8.....	25
3.3.10.	Hard Way 4 10.....	27
3.3.11.	Hard way 6 8.....	28
3.3.12.	Any Craps.....	29
3.3.13.	Any 7.....	31
3.3.14.	Craps and eleven.....	32
3.3.15.	Two Aces 12.....	33
3.3.16.	Three, Any eleven.....	35
3.3.17.	Horn bet.....	36
3.3.18.	Horn high bet.....	37
3.3.19.	World bet.....	39
3.3.20.	Three way craps.....	40
3.3.21.	Win bet, Place bet.....	41
3.3.22.	Lose.....	43
3.3.23.	Buy 4 10.....	44
3.3.24.	Buy 5 9.....	45

3.3.25.	Buy 6 8	47
3.3.26.	Lay 4 10.....	48
3.3.27.	Lay 5 9.....	49
3.3.28.	Lay 6 8.....	51
3.4.	Анализ моделирования	52
4.	Вывод	52
5.	Приложение	52

1. Описание игры

1.1. Craps

Крэпс является классической настольной игрой.

В игре Крэпс на каждом ходу бросается пара игровых костей.

Игра состоит из раундов, но при этом количество раундов и продолжительность повremени, может быть различной, в зависимости от итогов бросков костей. Для играющего в эту игру человека значение имеет лишь в том, что некоторые ставки можно лишь сделать до начала первого раунда, а другие после. Далее бросаем кости. Когда в первом раунде выпадает сумма: два, три, семь, одиннадцать или двенадцать, то раунд сразу завершается. После этого выплачивают все выигравшие ставки, а проигравшие ставки убирают. Далее раунд будет опять первым, и кости бросают снова.

Когда в первом раунде выпадает сумма: четыре, пять, шесть, восемь, девять или десять (the point), на поле с этой цифрой ставится специальная фишка (шайба), на которой сверху написано ON, это обозначает, что пункт определен, раунд будет продолжаться. Все итоги подводятся после каждого броска костей, а бросать будут до тех пор, пока не выпадет тот же пункт или семь, и только после этого раунд будет считаться завершенным, шайбу переворачивают стороной OFF, и снова бросок станет первым в следующем новом раунде.

1.2. Виды ставок в Craps

В игре Крэпс существует множество ставок:

- «Проходит» (pass line) и «не проходит» (don't pass)
- Дополнительные ставки за линию «проходит» (pass line)
- Не проходит (don't pass) – дополнительные ставки
- Ставки на «COME» – совпадение
- Ставки на «Don't come bar» – несовпадение
- Ставки на номера
- Ставки против номеров
- Ставки на поле (FIELD)
- Большая шестерка (BIG 6) и большая восьмерка (BIG 8)
- Ставки в центральной зоне (prob bet's)

2. Теоретическая модель

2.1. Ставка на «проходит». Pass line.

2.1.1. Описание

Такого рода ставки можно сделать лишь до начала раунда, до того, как будет произведен первый бросок и выброшено очко.

Игрок, который делает ставку на линию «проходит» (pass line), предполагает, что кости лягут статистически правильно. Это означает, что он выиграет, если сразу выпадет семь или одиннадцать и проиграет, если сразу выпадет два, три или двенадцать.

Если выпадет исходная сумма в четыре, пять, шесть, восемь, девять или десять — это значит, что броски должны повторяться до тех пор, пока исходное очко не будет повторено и ставившие на «проходит» (pass line) выиграют, либо пока не будет выброшена сумма семь, и они проиграют.

Доля игорного дома на ставке "проходит" составляет около 1,4%.

2.1.2. Исходы

Далая эту ставку, существует 2 исхода:

- Победа
- Поражение

Вероятность победы сразу: $p_{win} = p(7) + p(11) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

Вероятность проигрыша сразу: $p_l = p(2) + p(3) + p(12) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

Вероятность получить point: $p_p = 1 - p_w - p_l = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$

Исходы после point:

S	4	5	6	8	9	10
p_w	3/9	4/10	5/11	5/11	4/10	3/9

$$p_{w(point)} = \sum_{s[4,5,6,8,9,10]} p(s) * p_{point}(s) = \frac{134}{495}$$

$$p_w = p_{w(imm)} + p_{w(point)} = \frac{2}{9} + \frac{134}{495} = \frac{244}{495} = 0.4929$$

Следовательно, вероятность проигрыша:

$$1 - \frac{244}{495} = \frac{251}{495} = 0.5071$$

Ожидаемый выигрыш:

$$EV = 1 * \frac{244}{495} + (-1) * \frac{251}{495} = -0.014$$

Ожидаемый выигрыш на одну ставку:

$$EV_{per_unit} = -0,014$$

Доход заведения:

$$HA = 0.014 * 100 = 1,4\%$$

Дисперсия выигрыша/проигрыша

$$VAR = (1 - 0,014)^2 * \frac{244}{495} + (-1 - 0.014)^2 * \frac{251}{495} = 0,999615804$$

Возвращается к игроку:

$$100\% - 1.4\% = 98,6\%$$

Среднее отклонение выигрыша за одну ставку

$$SD_{per_unit} = 0,999807$$

Индекс волатильности игры:

$$V.I = 1.65 * SD_{per_unit} = 1,64968155$$

2.2. Ставка на «не проходит». Don't pass.

2.2.1. Описание

Данная ставка является противоположностью ставки «проходит» за одним исключением – если выпадает двенадцать, то ставка просто возвращается игроку (т. е. он ничего не выиграл и не проиграл). По правилам некоторых игорных домов вместо двенадцати может быть двойка, что означает то же самое, что и двенадцать.

Доля игорного дома на ставке «не проходит» составляет около 1,4%.

2.2.2. Исходы

Делая эту ставку, существует 3 исхода:

- Победа
- Поражение
- Ничья

Вероятность победы сразу: $p_{w_{im}} = p(2) + p(3) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

Вероятность проигрыша сразу: $p_l = p(7) + p(11) = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

Вероятность ничьи: $p_n = p(12) = \frac{1}{36}$

Вероятность point: $p_p = 1 - p_w - p_l - p_n = \frac{24}{36} = \frac{2}{3}$

Исходы после point:

S	4	5	6	8	9	10
p_w	6/9	6/10	6/11	6/11	6/10	6/9

$$p_{w(point)} = \sum_{s[4,5,6,8,9,10]} p(s) * p_{point}(s) = \frac{196}{495}$$

$$p_w = p_{w(imm)} + p_{w(point)} = \frac{1}{12} + \frac{196}{495} = \frac{949}{1980} = 0.47929$$

Следовательно, вероятность проигрыша:

$$1 - \frac{949}{1980} - \frac{1}{36} = \frac{244}{495} = 0.4929$$

Ожидаемый выигрыш:

$$EV = 1 * \frac{949}{1980} + (-1) * \frac{244}{495} = -0.01363$$

Ожидаемый выигрыш на одну ставку:

$$EV_{per_unit} = -0,0136$$

Доход заведения:

$$HA = 0.0136 * 100 = 1,36\%$$

Дисперсия выигрыша/проигрыша

$$VAR = (1 - 0,0136)^2 * \frac{949}{1980} + (-1 - 0.0136)^2 * \frac{244}{495} = 0,97277$$

Возвращается к игроку:

$$100\% - 1.36\% = 98,64\%$$

Среднее отклонение выигрыша за одну ставку

$$SD_{per_unit} = 0,98629$$

Индекс волатильности игры:

$$V.I = 1.65 * SD_{per_unit} = 1,62738$$

В дальнейшем опустим расчеты в силу их эквивалентности для каждой из ставок и будем приводить только описание конкретной ставки.

2.3. Дополнительные свободные ставки (free odds)

Данные ставки называются свободными, т. к. доход заведения на них нулевой. Их игрок может поставить после того, как выпал «пойнт», если до этого он сделал ставку «проходит» или «не проходит» или на «совпадение» или «не совпадение».

2.3.1. Ставка на «проходит» (pass line)

В случае, если игрок сделал ставку на «проходит», то он может поставить на выпавшее в первом раунде очко - 4, 5, 6, 8, 9 или 10. Выплаты осуществляются исходя из реальных шансов (вероятностей) получить выпавшее очко.

Если семь очков выпадает раньше, чем повторится установочное очко, то игрок теряет и ставку по линии "проходит", и дополнительную ставку.

В большинстве заведений дополнительная ставка равна исходной ставке на линии «проходит». Данный вид ставки называется одинарной. Однако, если очко составляет шесть или восемь, в большинстве заведений разрешается делать дополнительные ставки в пять долларов, если игрок поставил на линию «проходит» по крайней мере три доллара. В некоторых заведениях игрокам разрешают делать дополнительную свободную ставку, в два раза превышающую исходную.

Делая любую дополнительную ставку, игрок существенно снижает гарантированную долю выигрыша игорного дома с 1,4% до более низких значений – чем больше доп. ставка, тем ниже (0.8 % для одинарной ставки и 0.6 % для двойной). Дополнительные ставки игрок может делать в любое время после того, как установлено исходное очко. Он имеет также право снимать сделанные свободные ставки в любой момент до повторного выброса семерки.

2.3.2. Ставка на «не проходит» (don't pass line)

В случае, если игрок сделал ставку на «не проходит», то он может поставить на выпадение семерки. Выплаты осуществляются исходя из реальных шансов (вероятностей) получить семерку в зависимости от выпавшего исходного очка (пойнта).

Отличие от случая «проходит» в том, что здесь выплаты меньше, чем сама ставка из-за того, что вероятность получить «семерку» всегда выше.

Чаще всего разрешается сделать одинарную ставку. В некоторых заведениях допускаются двойные дополнительные ставки, и там игрок имеет шансы на получение удвоенного выигрыша.

Так же, как и иные дополнительные ставки, эти ставки по выбору игрока можно делать и снимать в любой момент после того, как установлено исходное очко.

2.4. Ставка на совпадение «Come»

Довольно большой сектор игорного стола отведен ставкам на совпадение (come). Данные ставки разыгрываются таким же образом, что и ставки на линии «проходит» (pass line), за исключением того, что их можно делать только после того, как выброшено исходное очко.

Если игрок после выпадения исходного очка сделал ставку на совпадение, то после следующего броска он может сразу выиграть, если выпадет семь или одиннадцать (выплата 1 к 1), сразу проиграть, если выпадет два, три или двенадцать, либо в случае выпадения суммы 4, 5, 6, 8, 9, 10 его ставка помещается в прямоугольник с соответствующим номером. Если этот номер выпадет до семерки-ставка выигрывает (выплаты 1 к 1).

В случае, если игрок поставил еще доп. ставку, то по ней выплаты будут уже исходя из шансов (см. свободные ставки).

2.5. Ставка на несовпадение «Don't come bar»

Небольшой сектор игорного стола отведен ставкам на несовпадение. Это сектор Don't Come Bar. Данные ставки разыгрываются таким же образом, что и ставки на линии "не проходит" (don't pass line), за исключением того, что их можно делать только после того, как выброшено исходное очко.

Если игрок после выпадения исходного очка сделал ставку на совпадение, то после следующего броска он может:

- сразу проиграть, если выпадет 7 или 11
- сразу выиграть, если выпадет 2 или 3 (выплата 1 к 1),
- остаться при своих, если выпадет 12,
- либо в случае выпадения суммы 4, 5, 6, 8, 9, 10 его ставка помещается в прямоугольник с соответствующим номером. Если семерка выпадет до этого номера, ставка выигрывает. (выплаты 1 к 1).

В случае, если игрок поставил еще доп. ставку, то по ней выплаты будут уже исходя из шансов (см. свободные ставки).

2.6. Ставка на поле (Field)

Ставка на то, что при следующем броске выпадет 2, 3, 4, 9, 10, 11 или 12.

На игорном столе поле для этих ставок (Field) занимает заметное место. Это одна большая ставка на несколько номеров сразу.

Если выпадают двойка или двенадцать, то выплаты производятся 2:1.

Все остальные комбинации - три, четыре, девять, десять и одиннадцать – оплачиваются 1:1.

Следует обратить внимание, что в этой зоне игрового стола не хватает номеров пять, шесть, семь и восемь - как раз тех самых, которые выпадают чаще всего.

2.7. Большая шестерка (Big 6) и большая восьмерка (Big 8)

Поля для этих ставок трудно не заметить, но их делают игроки, которые не желают рисковать заметными суммами. Они ставят доллар - другой на эти цифры в расчете на то, что шесть либо восемь выпадет раньше, чем семерка, и тогда они получают выигрыш, равный сумме ставки (1 к 1).

Существует, однако, по пять комбинаций, которые дают в сумме шесть или восемь, и шесть комбинаций, которые в итоге дают семь, так что шансы получить шестерку или восьмерку составляют 5:6.

2.8. «Тяжелые номера» (Hard ways)

Ставка делается на номера четыре, шесть, восемь, десять. Игрок выигрывает, если выбранная сумма выпадает в виде дубля и проигрывает в случае, если она выпадает не в виде дубля, либо если выпадает 7.

2.9. Ставки в один бросок (Proposition bets)

Тот, кто делает такую ставку, выигрывает или проигрывает в зависимости от того, какая сумма выпадет в следующем броске.

2.10. Ставка на любой крэпс (Any Craps)

Игрок ставит на то, что в следующем броске выпадет 2, 3, 12 (крэпс-комбинация). В случае выигрыша выплаты 7 к 1.

2.11. Ставка на любую семерку (Any Seven)

Игрок ставит на то, что в следующем броске выпадет 7. В случае выигрыша выплаты 4 к 1.

2.12. Ставка на крэпс и 11 (Craps and Eleven, C&E)

Игрок ставит на то, что в следующем броске выпадет 2, 3, 11 или 12. В случае выпадения 2, 3 или 12 выплаты 3 к 1, в случае выпадения 11 – выплаты 7 к 1

2.13. Ставка 2 - Тузы, ставка 12 (Two - Aces, Twelve)

Это две независимые ставки на результат следующего броска. В случае выигрыша выплаты 30 к 1.

2.14. Ставка 3, ставка 11 (Three, Any Eleven)

Это две независимые ставки на результат следующего броска. В случае выигрыша выплаты 15 к 1.

2.15. «Вилка» (Horn Bet)

Игрок ставит на 2, 3, 11, 12, причем на каждый номер по ставке, т. е. 4 ставки. В случае выпадения 2 и 12 выигрыш 30 к 1, в случае 3 и 11 выигрыш 15 к 1.

Для того чтобы сделать такую ставку, нужно поставить сумму кратную четырех. Например, восемь долларов, тогда все четыре номера будут играть по 2 доллара.

2.16. «Высокая вилка» (Horn High Bet)

Игрок ставит на 2, 3, 11, 12, суммарно 5 ставок, т. е. по 1 на любые три из этих номеров и 2 на оставшийся. Выплаты аналогичны обычной «вилке».

2.17. «Глобус» (World Bet)

Ставка сразу на все значения, которые входят в одно бросковые ставки, т. е. на 2, 3, 11, 12 и 7. Ставка делается кратная пяти. Например, 25 долларов, тогда каждый номер из ставки «WORLD» будет играть по пять долларов. В случае выпадения 2 и 12 выигрыш 30 к 1, в случае 3 и 11 выигрыш 15 к 1, в случае выпадения 7 выплаты 4 к 1.

2.18. «Линия крэпса» (Three way craps)

Ставка на три номера крэпса – 2, 3, 12. Ставка принимается кратная трех. Например, бросаете дилеру три фишки по пять долларов и просите поставить на "Линию Крэпса". В случае выпадения 2 и 12 выигрыш 30 к 1, в случае 3 выигрыш 15 к 1.

2.19. Ставки на номера (Win bet, Place bet)

Зона, где делаются ставки на номера, довольно велика и не только потому, что эти ставки активно разыгрываются, но и потому, что там же размещаются ставки на совпадение и несовпадение.

Ставки можно делать на номера: 4, 5, 6, 8, 9, 10. Ставки можно делать на один или несколько номеров. Ставки на номера можно делать на любые суммы, вплоть до максимальной, допускаемой в данном заведении.

Ставка на номер разыгрывается до тех пор, пока не выпадет семерка. В отличие от ставок на совпадение, при ставках на номера не приходится дожидаться повторного выпадения той же суммы. При первом же выпадении заказанного номера происходит выплата

2.20. Прикуп (Buy)

Это ставка на номер 4, 5, 6, 8, 9, 10, причем выплаты в случае выигрыша рассчитываются исходя из вероятностей исходов, как в случае свободных (free) ставок. Но в случае выигрыша игрок должен отдать 5% выигрыша заведению.

2.21. Ставки против номеров (Lose)

Игроки могут сделать ставки на то, что один или более номеров: четыре, пять, шесть, восемь, девять, десять - не выпадут, предупредив об этом работника заведения. Игрок выигрывает, если семерка выпадет ранее, чем указанная в ставке сумма. Выплаты в данной ставке дуальны выплатам при ставках на номера и зависят от того, на какой номер сделана ставка.

2.22. Лэй (Lay)

Это ставка на то, что «7» выпадет раньше, чем выбранный номер (4, 5, 6, 8, 9, 10), причем выплаты в случае выигрыша рассчитываются исходя из вероятностей исходов, как в случае свободных (free) ставок. Но в случае выигрыша игрок должен отдать 5% выигрыша заведению.

2.23. Характеристики каждой ставки

Как было написано выше, опустим одинаковые расчеты каждой величины. Вот итоговая таблица с результатами вычислений:

№	Ставка	p_w	Мат. Ожидание	Доход заведения	RTP	Дисперсия	СКО	Индекс Волат.
1	Pass-line	0,493	-0,014	1,4	98,6	0,9996	0,9998	1,649681
2	Don't pass-line	0,479	-0,013	1,3	98,7	0,9720	0,9859	1,62681
3	Free odds_pass-line	0,493	-0,012	1,3	98,8	3,5838	1,8931	1,64987
4	Free odds_dont pass-line	0,479	-0,016	1,6	98,4	2,5135	1,5854	2,6159
5	Come	0,493	-0,013	1,3	98,7	0,9998	0,99991	1,64985
6	Don't come	0,478	-0,014	1,5	98,5	0,9718	0,9998	1,64981
7	Field	0,445	-0,05	5,3	94,7	1,1637	1,0787	1,7799
8	Big_6, Big_8	0,454	-0,09	9,0	91,0	0,9092	0,9959	1,64324
9	Hard way_4_10	0,110	-0,114	11,4	88,6	6,3208	2,51413	4,14832
10	Hard way_6_8	0,091	-0,088	8,8	91,2	8,2826	2,8770	4,74707
11	Any craps	0,111	-0,109	10,9	89,1	6,3280	2,5155	4,15069
12	Any seven	0,166	-0,168	16,8	83,2	3,4672	1,8622	3,0727
13	Craps_11, C&E	0,166	-0,113	11,3	88,6	4,5309	2,1308	3,5159
14	Two-Aces_12	0,027	-0,145	13,71	86,28	26,00	5,0990	8,4133
15	Three, Any Eleven	0,055	-0,112	11,2	88,8	13,4141	3,6055	5,94907
16	Horn bet	0,167	-0,125	12,5	87,5	4,3553	2,0868	3,4432
17	Horn high bet	0,167	-0,156	15,6	84,4	7,4402	2,7276	4,5005
18	World bet	0,333	-0,134	13,42	86,6	2,6830	1,6379	2,70253
19	Three way craps	0,111	-0,129	12,90	87,07	15,3218	3,9143	6,45859
20	Win bet, Place bet	0,397	-0,040	4,0	95,72	51,4910	7,1757	11,8399
21	Lose	0,601	-0,025	2,5	97,5	23,320	4,829	7,9678
22	Buy_4_10	0,333	-0,017	1,7	98,3	1,9334	1,3904	2,29416
23	Buy_5_9	0,399	-0,021	2,05	97,9	1,4404	1,2001	1,98016
24	Buy_6_8	0,454	-0,024	2,42	97,6	1,1458	1,0704	1,76616
25	Lay_4_10	0,667	-0,016	1,64	98,4	0,4834	0,6952	1,1470
26	Lay_5_9	0,599	-0,020	2,01	98,0	5,7626	2,4005	3,96082
27	Lay_6_8	0,546	-0,021	2,14	97,9	28,6451	5,3521	8,8309

2.24. Теоретические функции распределения для некоторых ставок

Выполним построение теоретических функций распределения, для которых ставок.

2.24.1. *Pass – line*

Вероятности:

Выигрыш	-1	0	+1
Вероятность	0,507	0	0,493

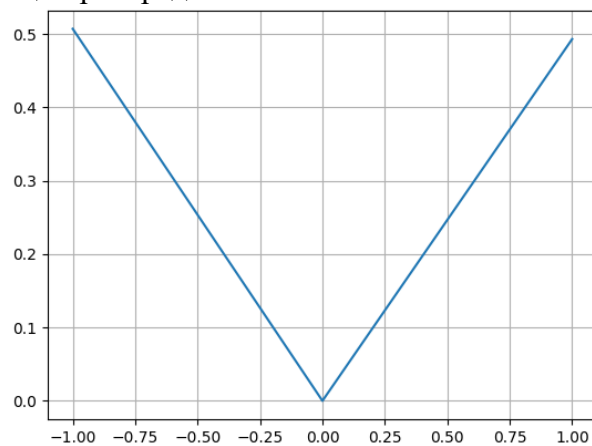
Соответствующая функция распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0,507, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 0,493, & x > 0 \end{cases}$$

Используя python, построим график этой функции, используя следующую команду:

```
plt.plot([-1, 0, 1], [0.507, 0, 0.493])
```

Полученный график функции распределения:



2.24.2. *Don't pass line*

Вероятности:

Выигрыш	-1	0	+1
Вероятность	0,4973	0,027	0,4929

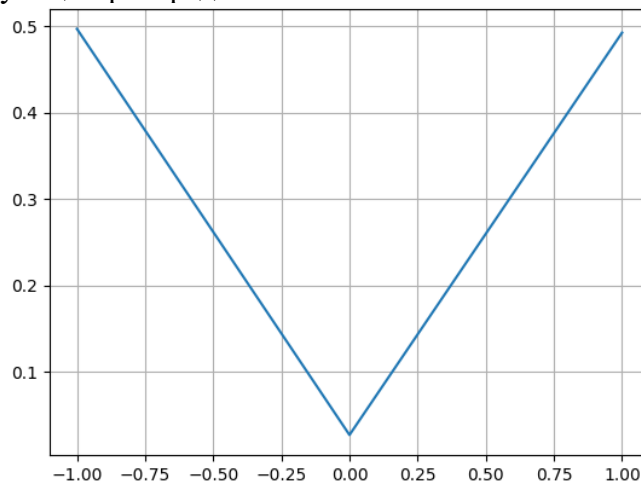
Соответствующая функция распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0,4973, & x < 0 \\ 0,027, & x = 0 \\ 0,4929, & x > 0 \end{cases}$$

Используя python, построим график этой функции, используя следующую команду:

```
plt.plot([-1, 0, 1], [0.4973, 0.027, 0.4929])
```

Полученный график функции распределения:



2.24.3. Any Craps

Вероятности:

Выигрыш	-1	0	+7
Вероятность	0,889	0	0,111

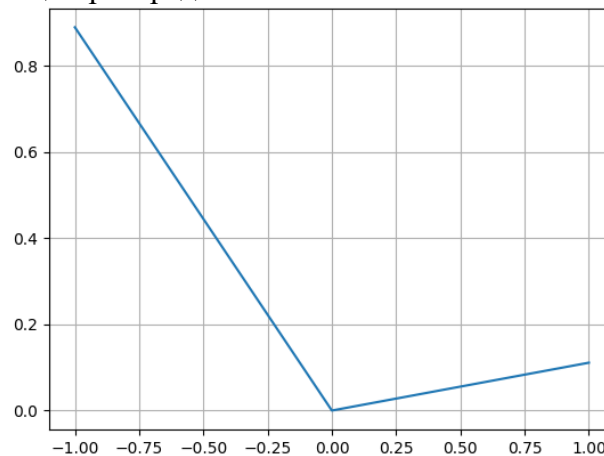
Соответствующая функция распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0,889, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 0,111, & x > 0 \end{cases}$$

Используя python, построим график этой функции, используя следующую команду:

```
plt.plot([-1, 0, 1], [0.889, 0.0, 0.111])
```

Полученный график функции распределения:



2.24.4. World bet

Вероятности:

Выигрыш	-1	0	4	15	30
Вероятность	0,666	0	0,166	0,111	0,055

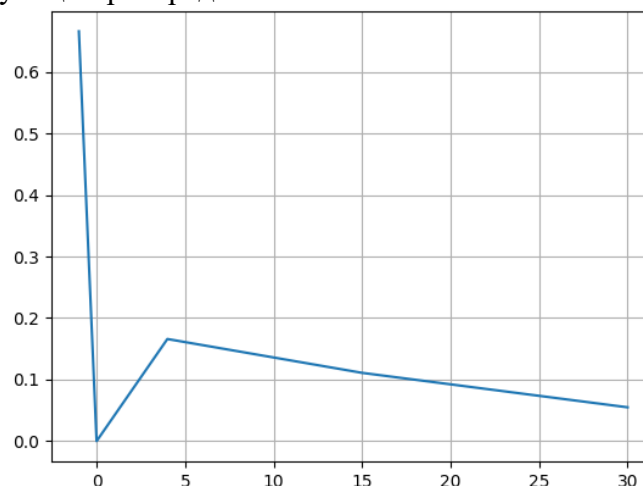
Соответствующая функция распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0.666 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ 0.166 & 0 < x \leq 4 \\ 0.111 & 4 < x \leq 15 \\ 0.055 & 15 < x \leq 30 \end{cases}$$

Используя python, построим график этой функции, используя следующую команду:

```
plt.plot([-1, 0, 4, 15, 30], [0.666, 0.0, 0.166, 0.111, 0.055])
```

Полученный график функции распределения:



3. Моделирование

Выполним моделирование игры Крэпс и попытаемся удостовериться в правильности расчетов пунктов 2.23 и 2.24.

3.1. Общие функции

В ходе моделирования появляется множество одинаковых функций, которые для удобства вынесем в отдельный файл.

В него добавим функцию для подбрасывания дайсов:

```
def roll():
    """
    Генерирует два случайных числа,
    имитирующих бросок кубиков и возвращает их сумму
    """
    dice_1 = random.randint(1, 6)
    dice_2 = random.randint(1, 6)
    return dice_1 + dice_2
```

Функцию для постройки доверительной вероятности:

```
def building_confidence_probability(round_history, average_winnings):
    """
    Функция для постройки доверительной вероятности
    """
    list_intervals_down = []
    list_intervals_up = []
    dispersion = np.var(round_history)
    for i in range(0, len(round_history) - 1):
        list_intervals_down.append(average_winnings[i + 1] - (1.65 / math.sqrt(i + 1)) *
dispersion)
        list_intervals_up.append(average_winnings[i + 1] + (1.65 / math.sqrt(i + 1)) *
dispersion)
    return list_intervals_down, list_intervals_up
```

Функции для отрисовки каждого из графиков:

```
def print_confidence_probability(list_intervals_down, list_intervals_up):
    """
    Функция для отрисовки доверительной вероятности
    """
    plt.title("График доверительной вероятности")
    plt.plot(list_intervals_down)
    plt.plot(list_intervals_up)
    plt.show()
```

```
def print_average_winnings(average_winnings, experiment):
    """
    Функция для отрисовки средних выигрышей
    """
    plt.title("График средних выигрышей")
    plt.plot(average_winnings)
    plt.hlines(np.median(average_winnings), 0, experiment, colors='r', label='Медиана')
    a = np.std(average_winnings)
    plt.hlines(a, 0, experiment, colors='g', label='CKO')
    plt.hlines(-a, 0, experiment, colors='y', label='-CKO')
    plt.ylim(-0.2, 0.2)
    plt.xlim(0, 10000)
    plt.legend()
    plt.show()
```

```
def print_distribution_winnings(round_history, experiment, situations):
    """
    Функция для отрисовки распределения выигрышей
    """
    plt.title("График распределения выигрышей")
    for i in situations:
        plt.vlines(i, 0, round_history.count(i) / experiment)
    plt.show()
```

Вызов функций, отвечающих за графики, перенесем в отдельную функцию:

```
def build_graphic(list_intervals_down, list_intervals_up, average_winnings, experiment,
round_history, situations):
    print_confidence_probability(list_intervals_down, list_intervals_up)
    print_average_winnings(average_winnings, experiment)
    print_distribution_winnings(round_history, experiment, situations)
```

Так же вынесем функцию для отрисовки результатов игры в консоль:

```
def print_results(win, experiment, winnings, bet, round_history, overall_length,
game_number, round_history):
    print(f'Шанс победы: {win / experiment}\n'
          f'Ожидаемый выигрыш: {winnings}')

    EV_per_Unit = winnings / (experiment * bet)
    print(f'Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: {EV_per_Unit}\n'
          f'Доход заведения: {EV_per_Unit * 100}')

    return_to_player = 1 + winnings / (experiment * bet)
    print(f'Процент возврата игроку: {return_to_player}')

    var = statistics.pvariance(round_history)
    print(f'Дисперсия: {var}')

    standard_deviation = var ** 0.5
    print(f'Среднеквадратичное отклонение: {standard_deviation}')

    print(f'Средний суммарный выигрыш: {EV_per_Unit * experiment}\n'
          f'Среднее квадратическое отклонение: {standard_deviation * (experiment ** 0.5)}')

    VI = 1.65 * standard_deviation
    confidence_interval_low = return_to_player - VI / math.sqrt(experiment)
    confidence_interval_up = return_to_player + VI / math.sqrt(experiment)

    print(f'Доверительный интервал: [{confidence_interval_low};
{confidence_interval_up}]\n'
          f'Индекс волатильности игры: {VI}\n'
          f'Средняя продолжительность игры: {overall_length / game_number}')
```

Итоговый результат можно найти в приложении.

3.2. Модель каждой ставки

Поскольку каждая ставка механизмом очень похожа на остальные, рассмотрим общий принцип построения кода на примере ставки «pass line».

У нас есть функция `round`, она отвечает за 1 раунд игры:

```
def round():
    point = roll()
    if point in (7, 11):
        return True
    elif point in (2, 3, 12):
        return False
    while True:
        roll_result = roll()
        if roll_result == point:
            return True
        elif roll_result == 7:
            return False
```

Функцию round несколько раз вызывает функция game, которая занимается обработкой результата ставки и следит за капиталом.

```
def game(experiment):
    bet = 1
    win = 0

    capital = 1
    game_number = 0
    game_length = 0
    overall_length = 0
    average_winnings = []
    round_history = []
    winnings = 0
    for i in range(experiment):
        game_length += 1
        if capital == 0:
            game_number += 1
            capital = 1
            overall_length += game_length
            game_length = 0
        lets_play = round()
        if lets_play:
            round_history.append(1)
            win += 1
            winnings += bet
            capital += bet
        else:
            round_history.append(-1)
            winnings -= bet
            capital -= bet
        average_winnings.append(winnings / ((i + 1) * bet))
```

Так же именно эта функция отвечает за вывод результата в консоль:

```
list_intervals_down, list_intervals_up = building_confidence_probability(round_history,
average_winnings)
print_results(win, experiment, winnings, bet, round_history, overall_length, game_number)
return list_intervals_down, list_intervals_up, average_winnings, round_history
```

Она вызывается в main, который после этого отрисовывает графики:

```
def main():
    experiment = 1_000_000
    list_intervals_down, list_intervals_up, average_winnings, round_history =
game(experiment)
    build_graphic(list_intervals_down, list_intervals_up, average_winnings, experiment,
round_history, (-1, 1))
```

3.3. Результаты моделирования

Рассмотрим результаты моделирования каждой ставки, а в конце сравним полученные значения с теоретическими:

3.3.1. Pass line

Характеристика моделирования:

```
Шанс победы: 0.492623
Ожидаемый выигрыш: -14754
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.014754
Доход заведения: -1.4754
Процент возврата игроку: 0.985246
Дисперсия: 0.9997823194840001
Среднеквадратичное отклонение: 0.9998911538182544
Средний суммарный выигрыш: -14754.0
Среднее квадратическое отклонение: 999.8911538182545
Доверительный интервал: [0.9835961795961998; 0.9868958204038001]
Индекс волатильности игры: 1.6498204038001199
Средняя продолжительность игры: 67.72077746173642
```

График доверительной вероятности:

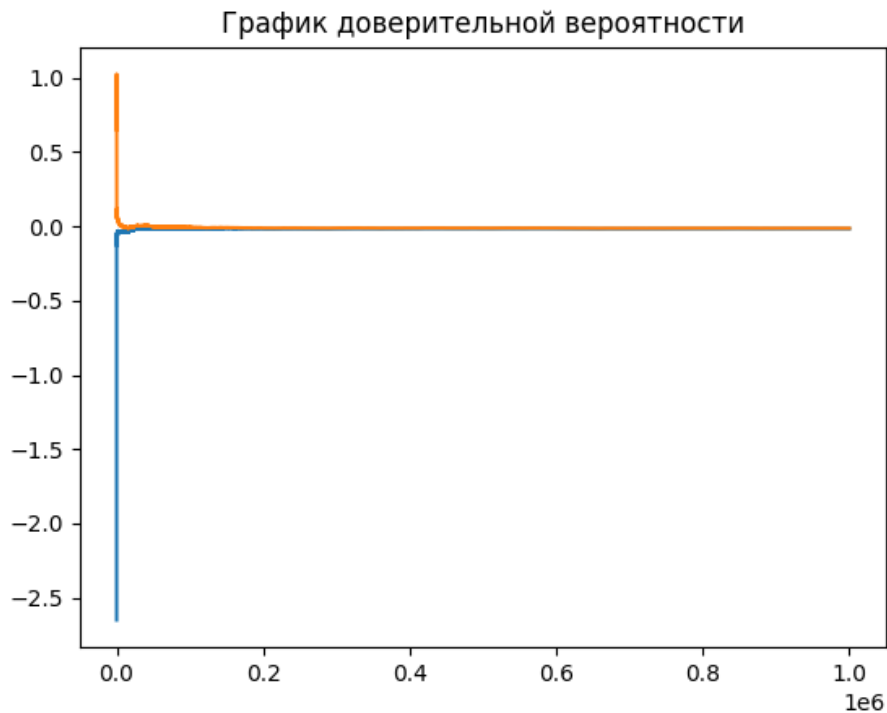


График средних выигрышей:

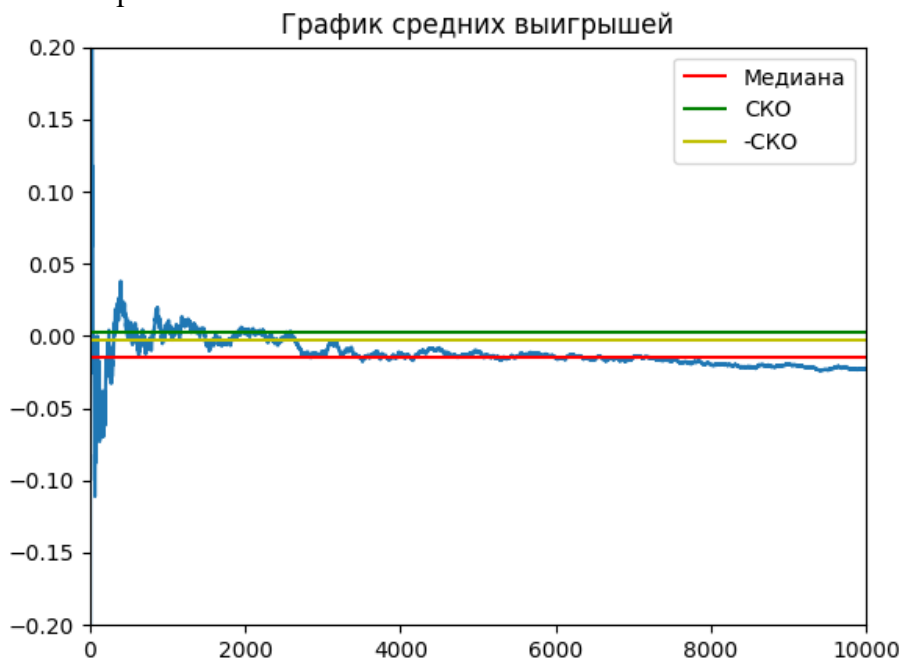
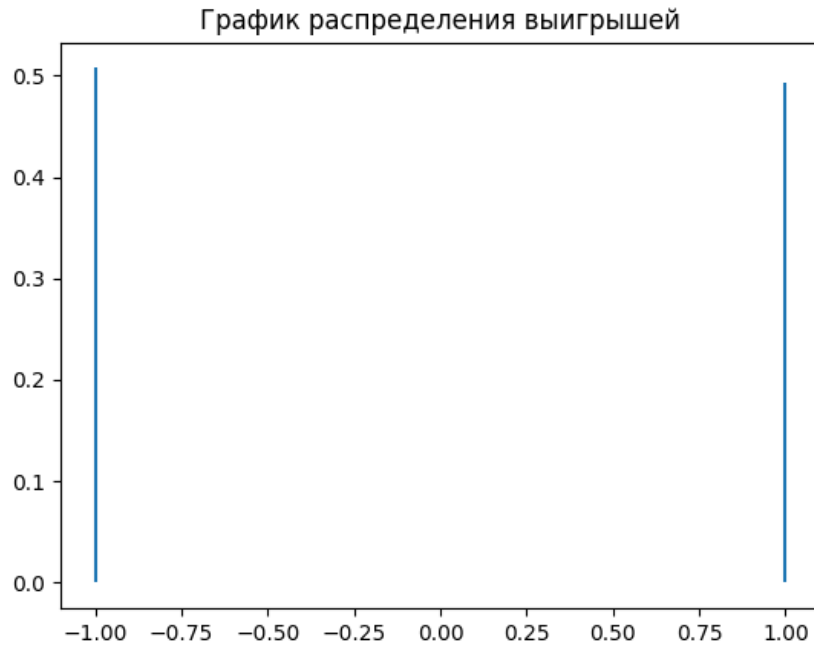


График распределения выигрышей:



3.3.2. *Don't pass line*

Характеристика моделирования:

```
Шанс победы: 0.479173
Ожидаемый выигрыш: -13738
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.013738
Доход заведения: -1.3738000000000001
Процент возврата игроку: 0.986262
Дисперсия: 0.9718952673559998
Среднеквадратичное отклонение: 0.9858474868639672
Средний суммарный выигрыш: -13738.0
Среднее квадратическое отклонение: 985.8474868639672
Доверительный интервал: [0.9846353516466744; 0.9878886483533256]
Индекс волатильности игры: 1.6266483533255458
Средняя продолжительность игры: 72.73754273659708
```

График доверительной вероятности:

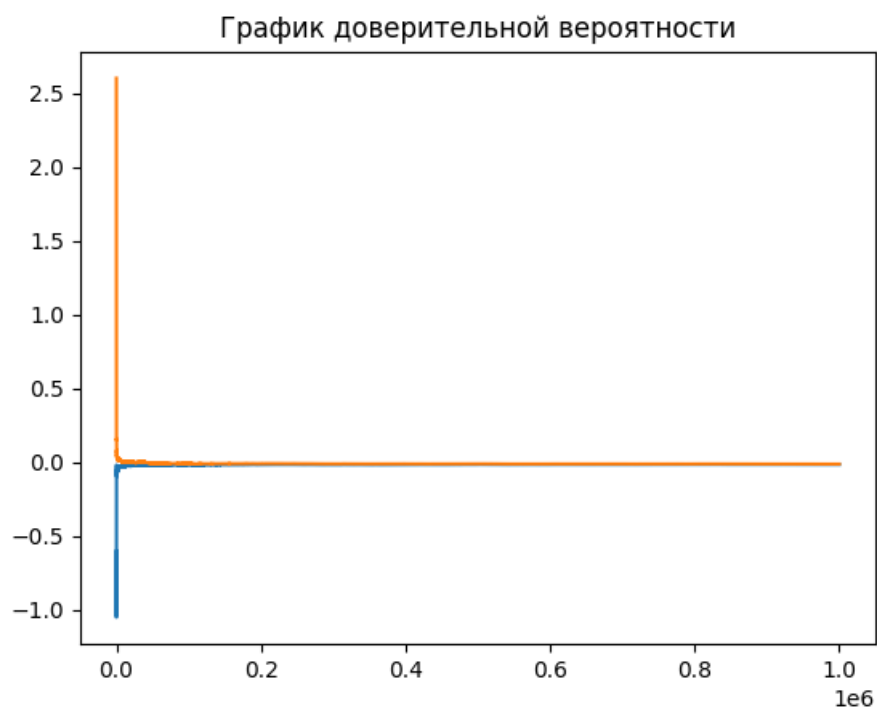


График средних выигрышей:

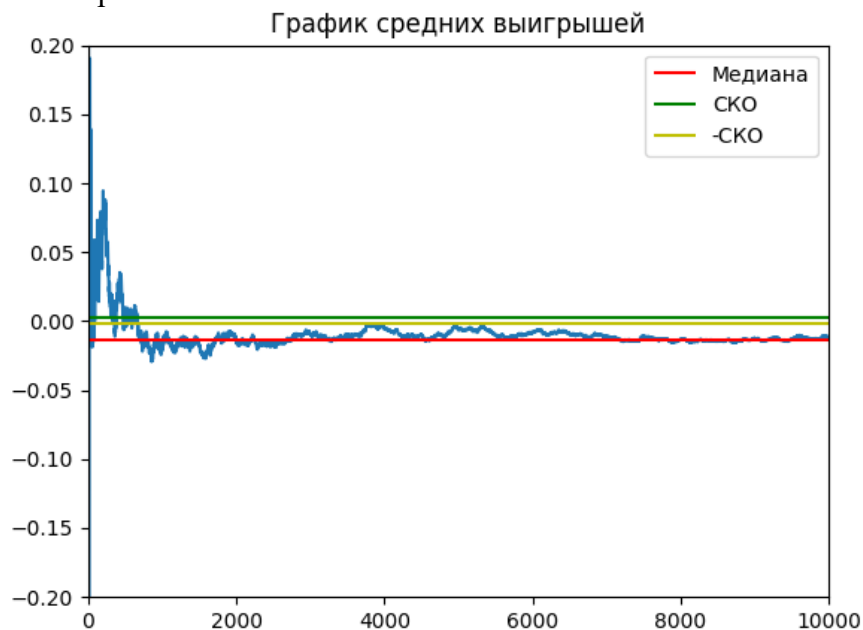
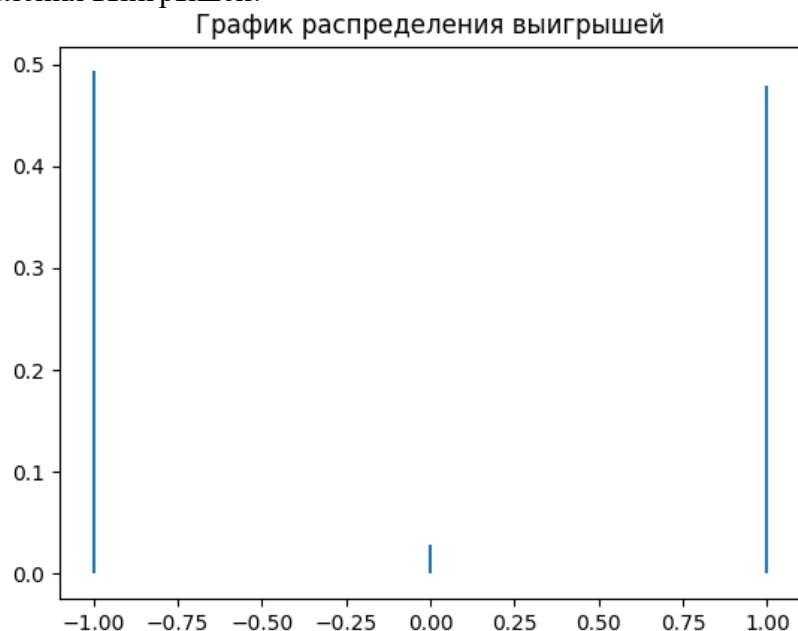


График распределения выигрышей:



3.3.3. Free odds pass line

Характеристика моделирования:

```
Шанс победы: 0.493631
Ожидаемый выигрыш: -11742.799999983057
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.011742799999983056
Доход заведения: -1.1742799999983056
Процент возврата игроку: 0.9882572000000169
Дисперсия: 3.58419334664816
Среднеквадратичное отклонение: 1.8931965948226719
Средний суммарный выигрыш: -11742.799999983057
Среднее квадратическое отклонение: 1893.1965948226718
Доверительный интервал: [0.9851334256185595; 0.9913809743814743]
Индекс волатильности игры: 3.1237743814574084
Средняя продолжительность игры: 142.83115765313443
```

График доверительной вероятности:

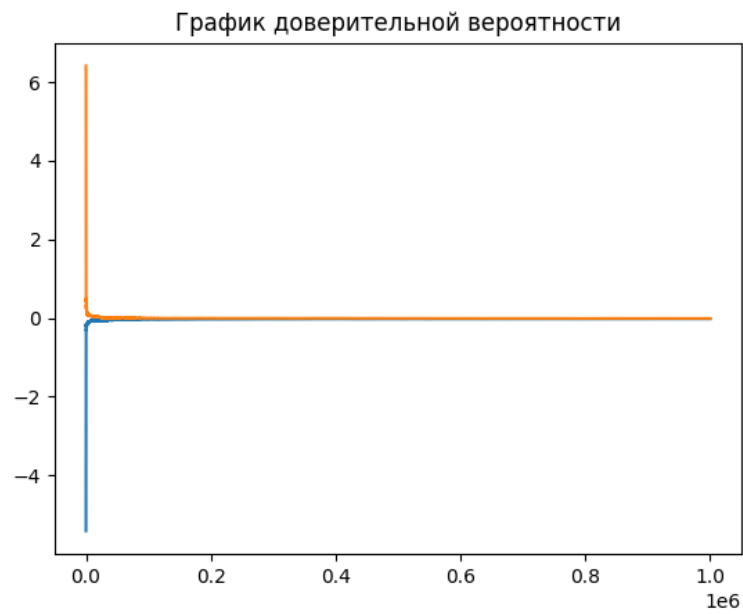


График средних выигрышей:

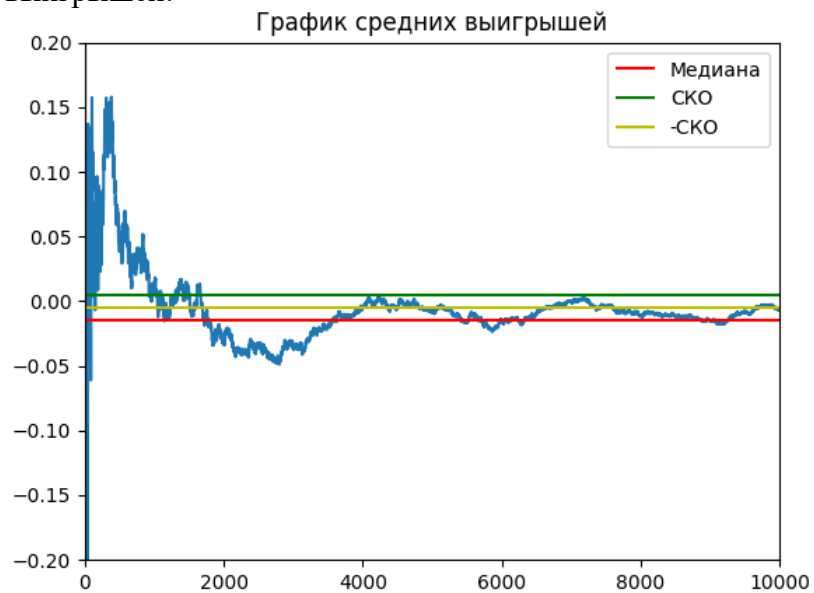
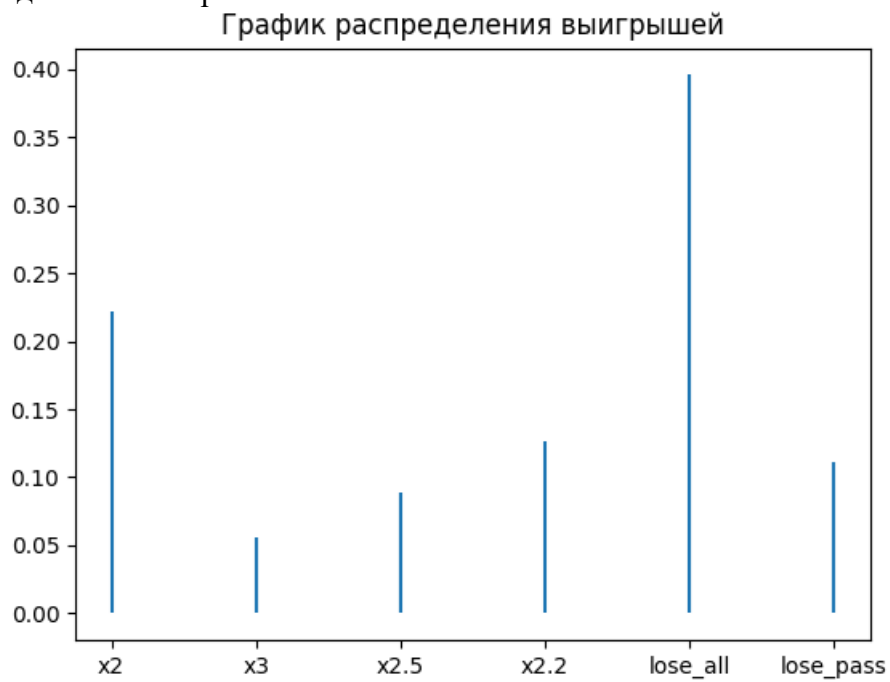


График распределения выигрышей:



3.3.4. Free odds don't pass line

Характеристика моделирования:

```
Шанс победы: 0.479125
Ожидаемый выигрыш: -14849.61000002564
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.014849610000025638
Доход заведения: -1.484961000002564
Процент возврата игроку: 0.9851503899999744
Дисперсия: 2.512139248182848
Среднеквадратичное отклонение: 1.584972948722737
Средний суммарный выигрыш: -14849.61000002564
Среднее квадратическое отклонение: 1584.972948722737
Доверительный интервал: [0.9825351846345819; 0.9877655953653669]
Индекс волатильности игры: 2.6152053653925162
Средняя продолжительность игры: 108.88048461034708
```

График доверительной вероятности:

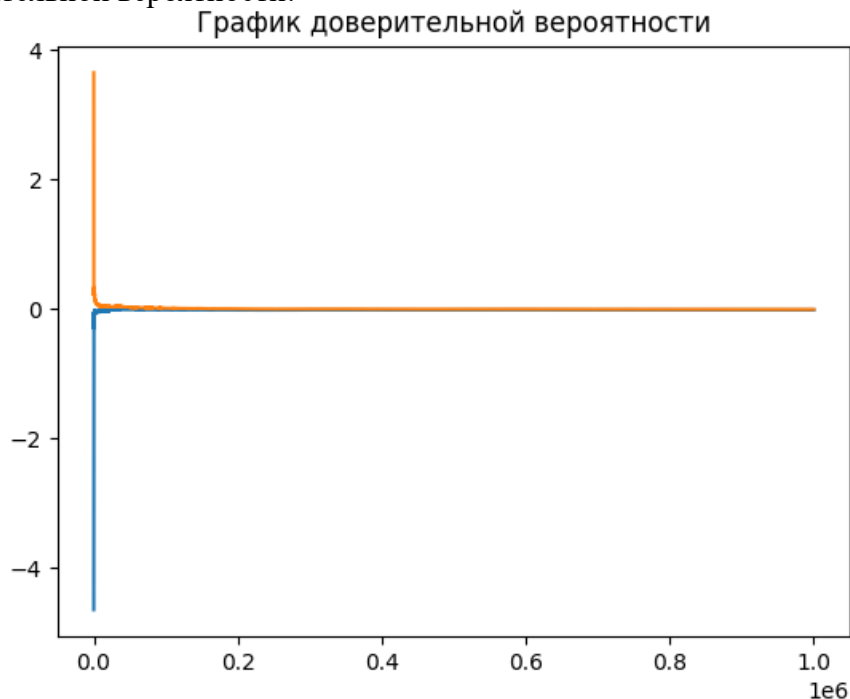


График средних выигрышей:

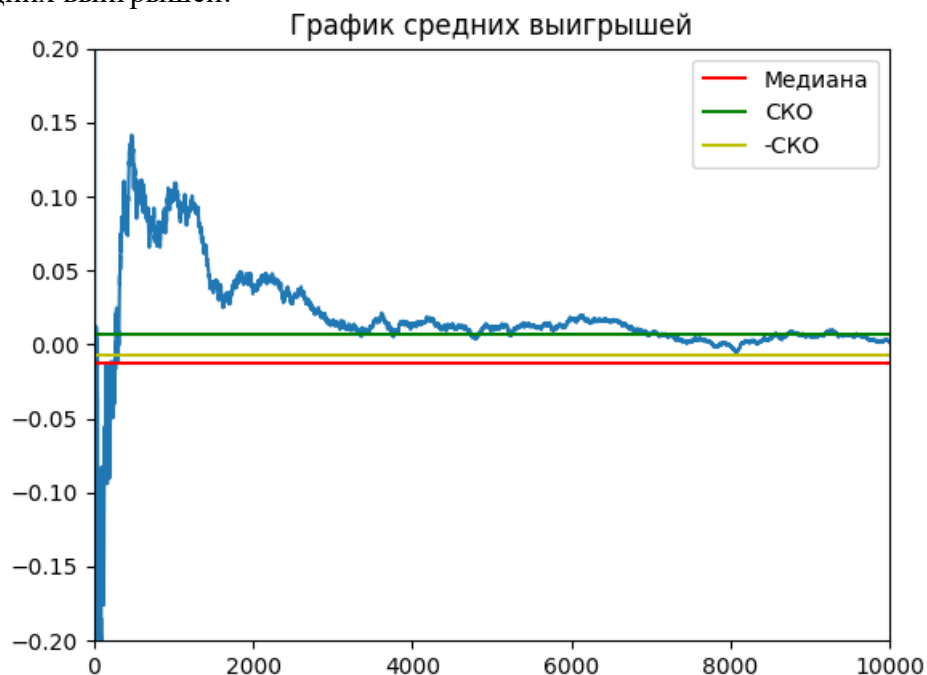
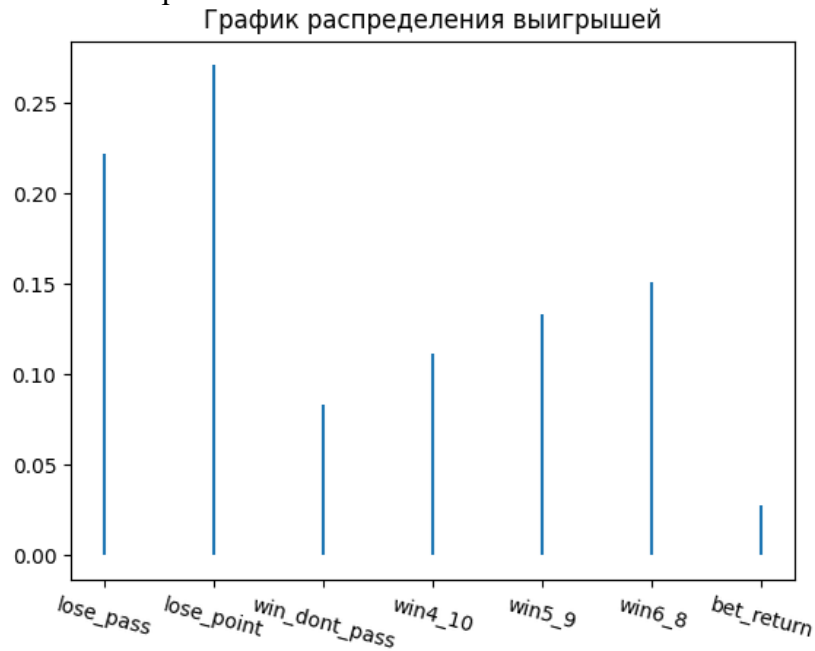


График распределения выигрышей:



3.3.5. Come

Характеристика моделирования:

```
Шанс победы: 0.492772
Ожидаемый выигрыш: -14455
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.014455
Доход заведения: -1.4455
Процент возврата игроку: 0.985545
Дисперсия: 0.9997910525571053
Среднеквадратичное отклонение: 0.9998955208206032
Средний суммарный выигрыш: -14455.0
Среднее квадратическое отклонение: 999.8955208206032
Доверительный интервал: [0.9838951723906461; 0.987194827609354]
Индекс волатильности игры: 1.6498276093539952
Средняя продолжительность игры: 69.1704364667635
```

График доверительной вероятности:

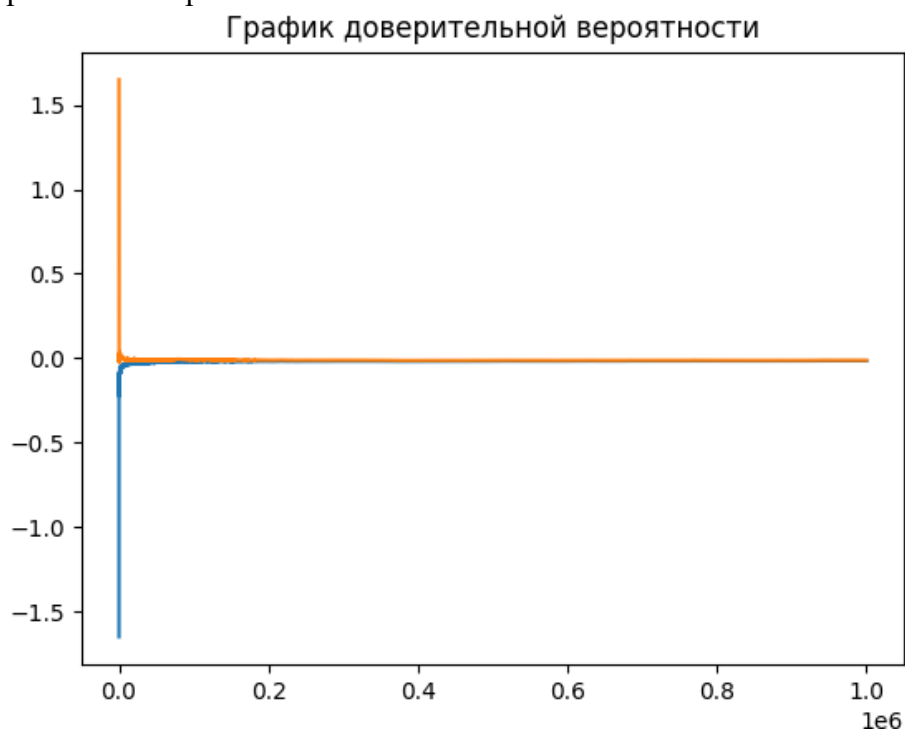


График средних выигрышей:

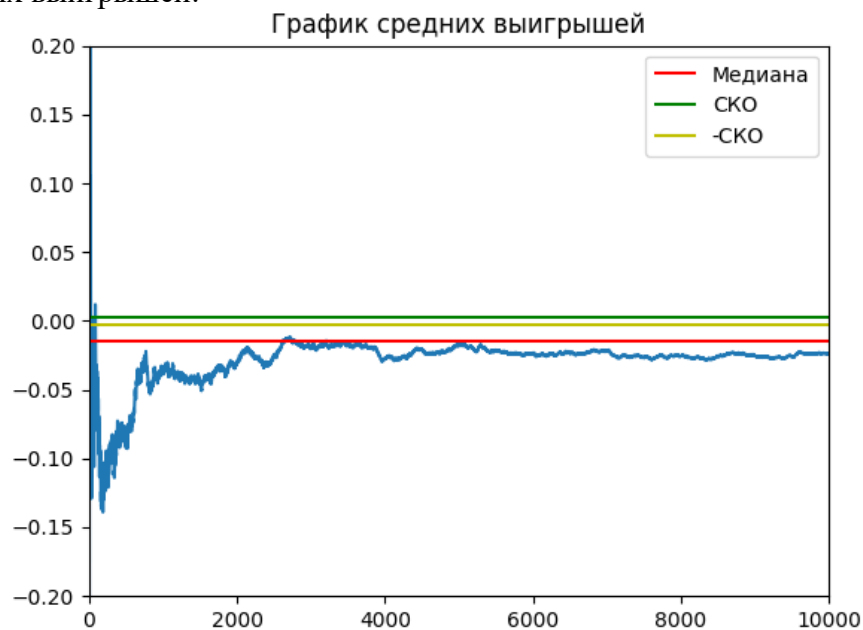
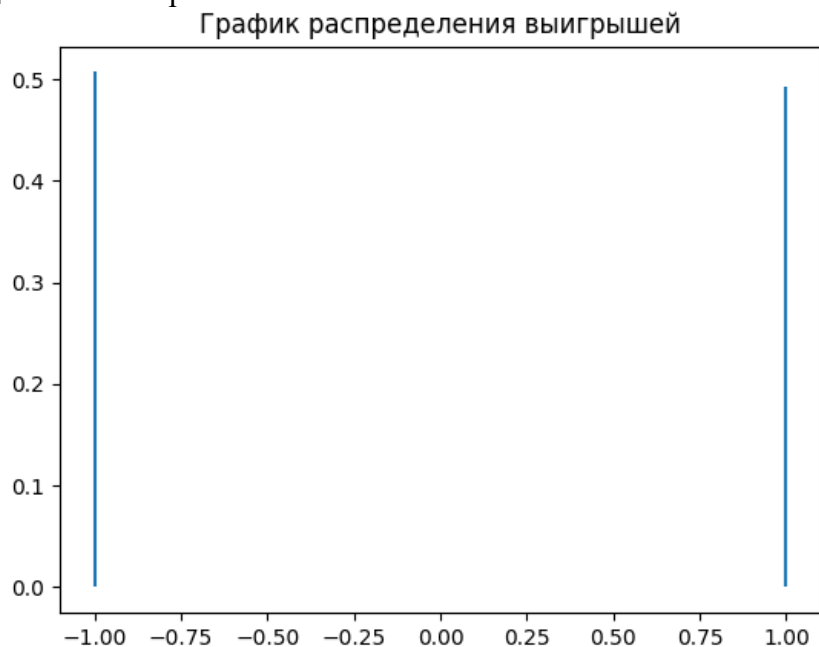


График распределения выигрышей:



3.3.6. *Don't come*

Характеристика моделирования:

```
Шанс победы: 0.480062
Ожидаемый выигрыш: -12337
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.012337
Доход заведения: -1.2337
Процент возврата игроку: 0.987663
Дисперсия: 0.9723097705885688
Среднеквадратичное отклонение: 0.9860576913084593
Средний суммарный выигрыш: -12337.0
Среднее квадратическое отклонение: 986.0576913084593
Доверительный интервал: [0.986036004809341; 0.989289995190659]
Индекс волатильности игры: 1.6269951906589577
Средняя продолжительность игры: 80.56649451258876
```

График доверительной вероятности:

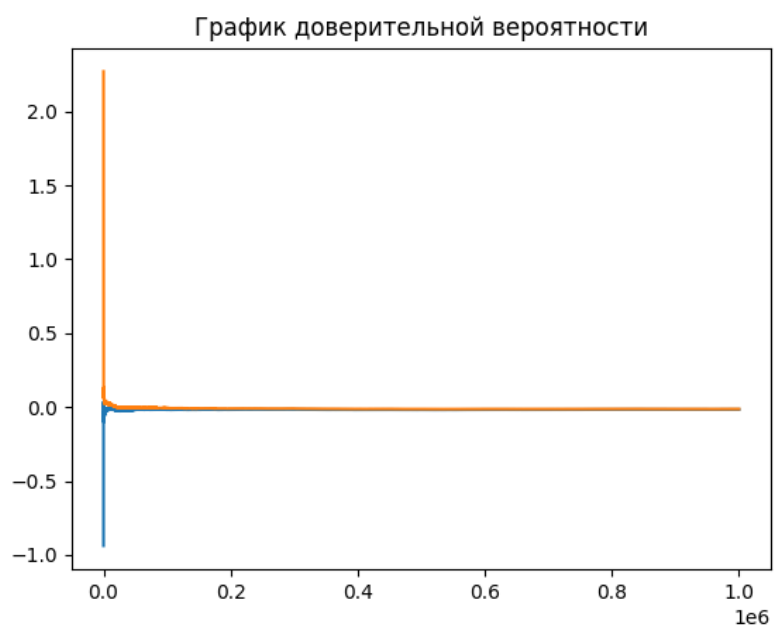


График средних выигрышей:

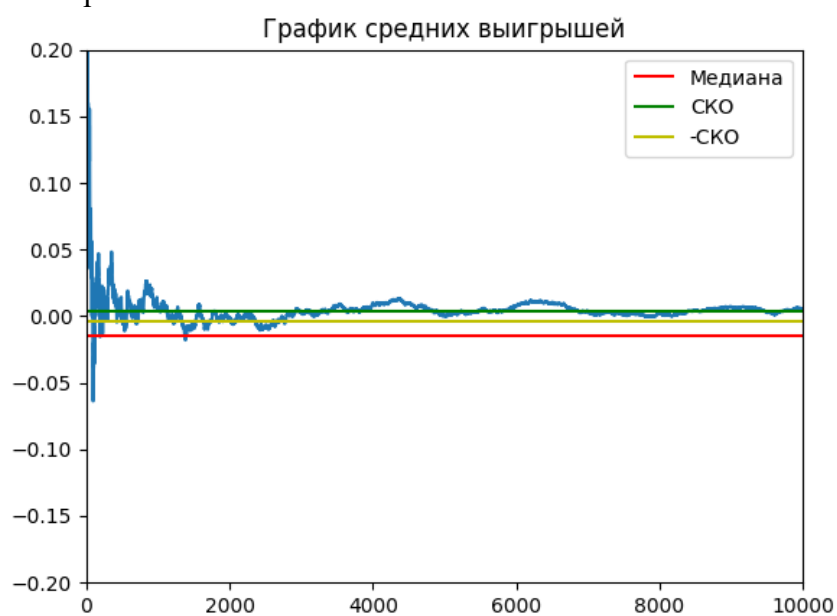
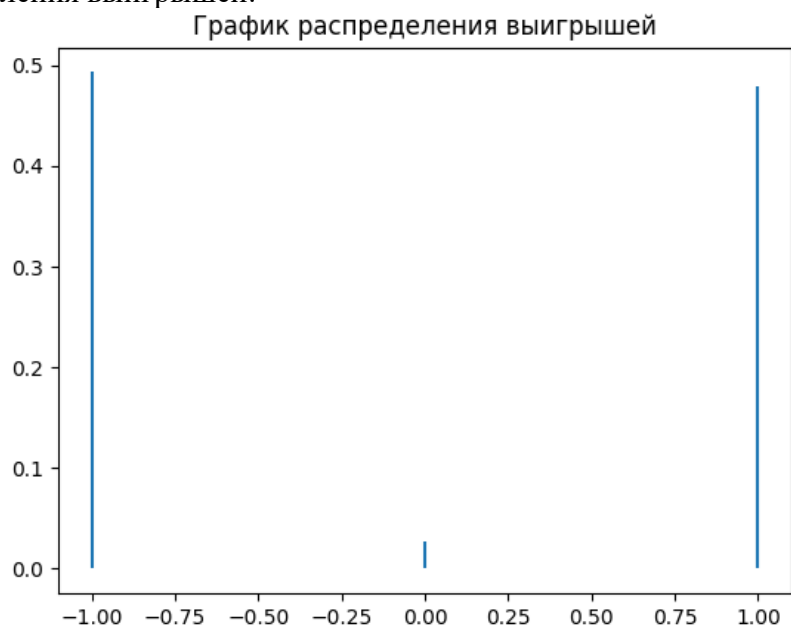


График распределения выигрышей:



3.3.7. Field

Характеристика моделирования:

```
Шанс победы: 0.444599
Ожидаемый выигрыш: -55132
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.055132
Доход заведения: -5.5132
Процент возврата игроку: 0.944868
Дисперсия: 0.996960462576
Среднеквадратичное отклонение: 0.9984790746810872
Средний суммарный выигрыш: -55132.0
Среднее квадратическое отклонение: 998.4790746810872
Доверительный интервал: [0.9432205095267763; 0.9465154904732238]
Индекс волатильности игры: 1.6474904732237938
Средняя продолжительность игры: 18.135602749415114
```

График доверительной вероятности:

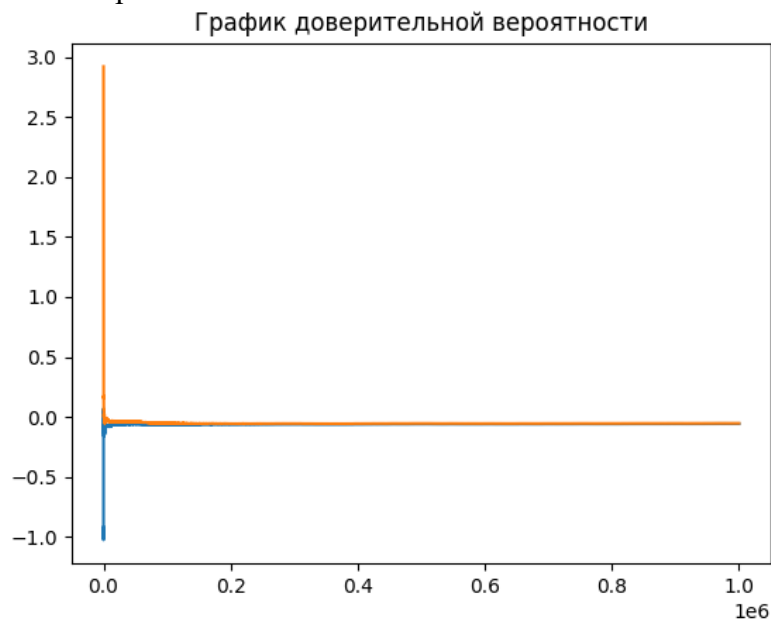


График средних выигрышей:

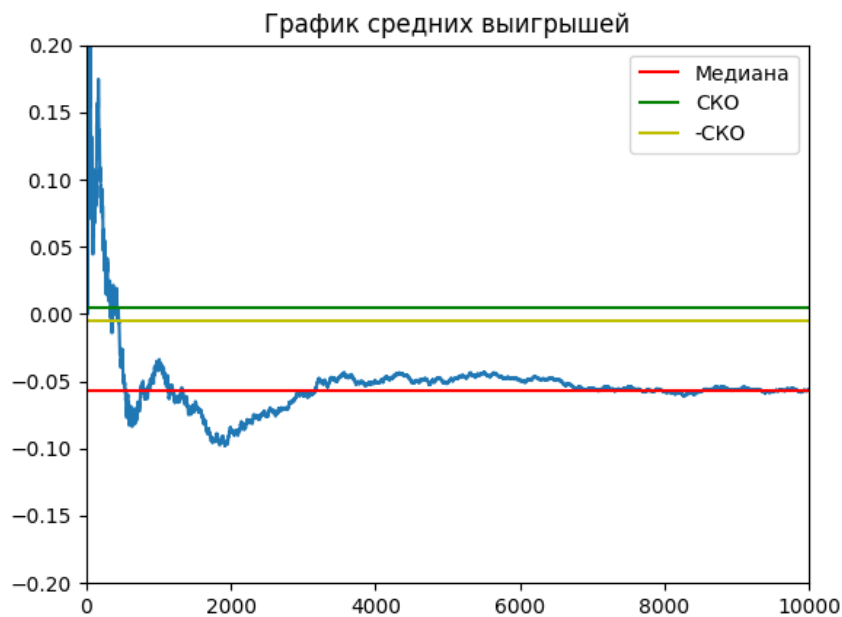
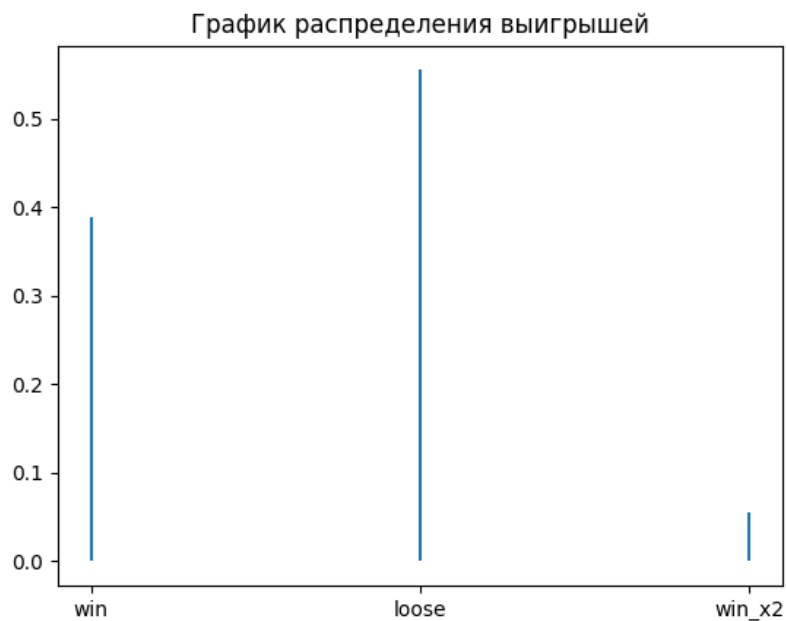


График распределения выигрышей:



3.3.8. Big 6

Характеристика моделирования:

```

Шанс победы: 0.454669
Ожидаемый выигрыш: -90662
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.090662
Доход заведения: -9.0662
Процент возврата игроку: 0.909338
Дисперсия: 0.991780401756
Среднеквадратичное отклонение: 0.9958817207660757
Средний суммарный выигрыш: -90662.0
Среднее квадратическое отклонение: 995.8817207660758
Доверительный интервал: [0.9076947951607359; 0.910981204839264]
Индекс волатильности игры: 1.6432048392640248
Средняя продолжительность игры: 11.028841805728655
  
```

График доверительной вероятности:

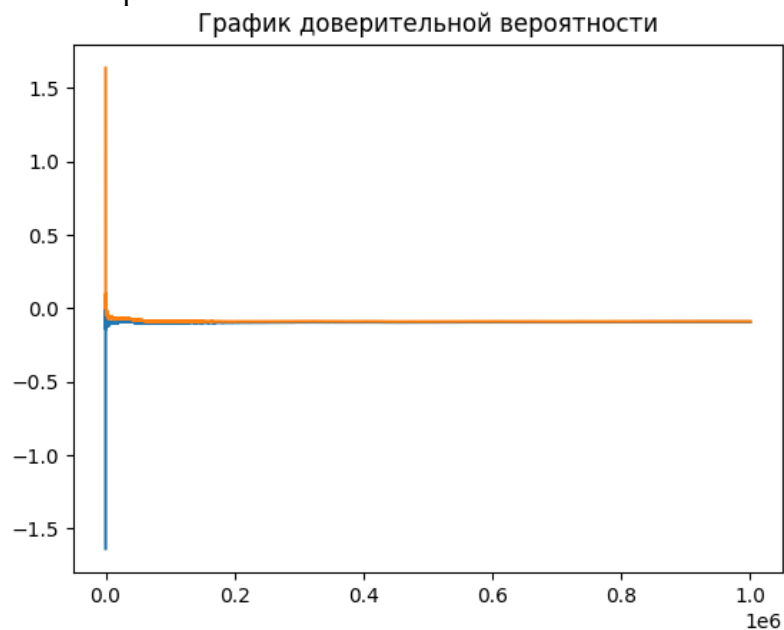


График средних выигрышей:

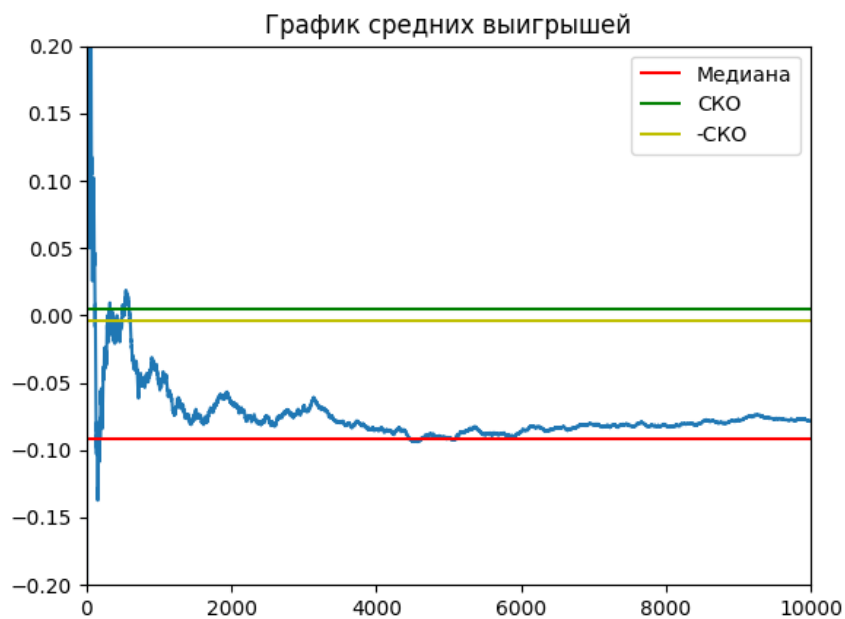
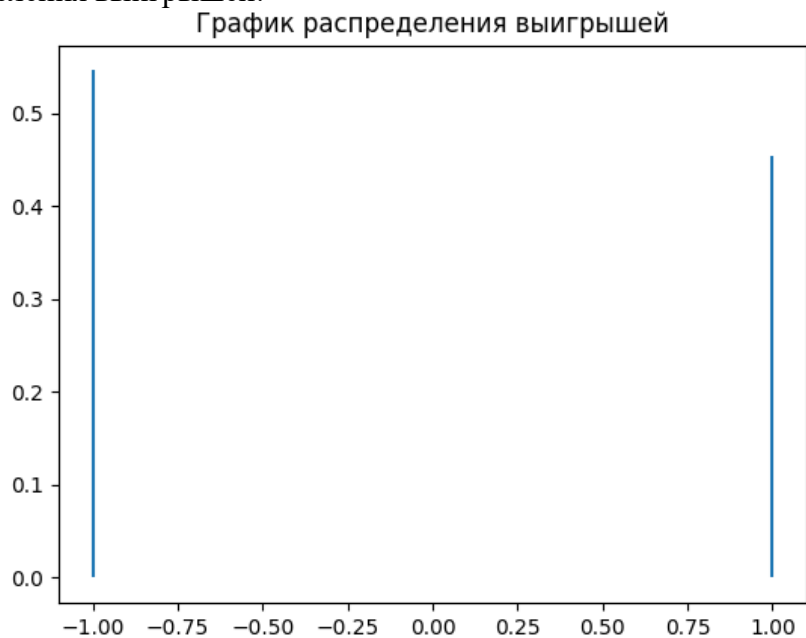


График распределения выигрышей:



3.3.9. Big 8

Характеристика моделирования:

```

Шанс победы: 0.454614
Ожидаемый выигрыш: -90772
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.090772
Доход заведения: -9.077200000000001
Процент возврата игроку: 0.909228
Дисперсия: 0.991760444016
Среднеквадратичное отклонение: 0.9958717005799492
Средний суммарный выигрыш: -90772.0
Среднее квадратическое отклонение: 995.8717005799492
Доверительный интервал: [0.9075848116940431; 0.9108711883059569]
Индекс волатильности игры: 1.6431883059569161
Средняя продолжительность игры: 11.016138804736988

```

График доверительной вероятности:

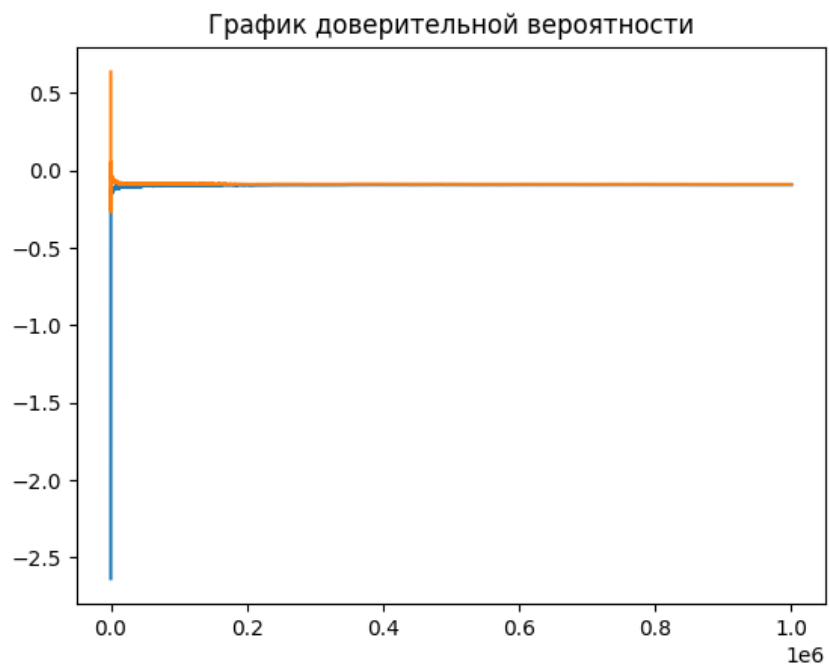


График средних выигрышей:

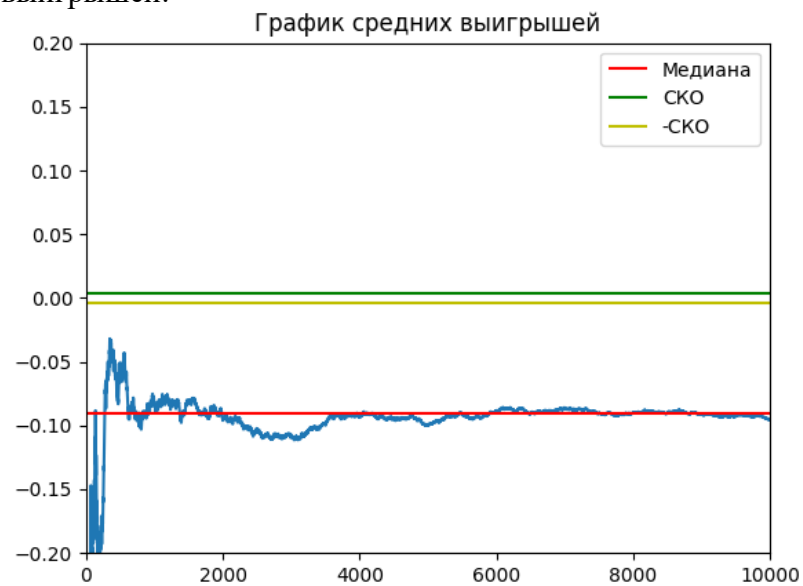
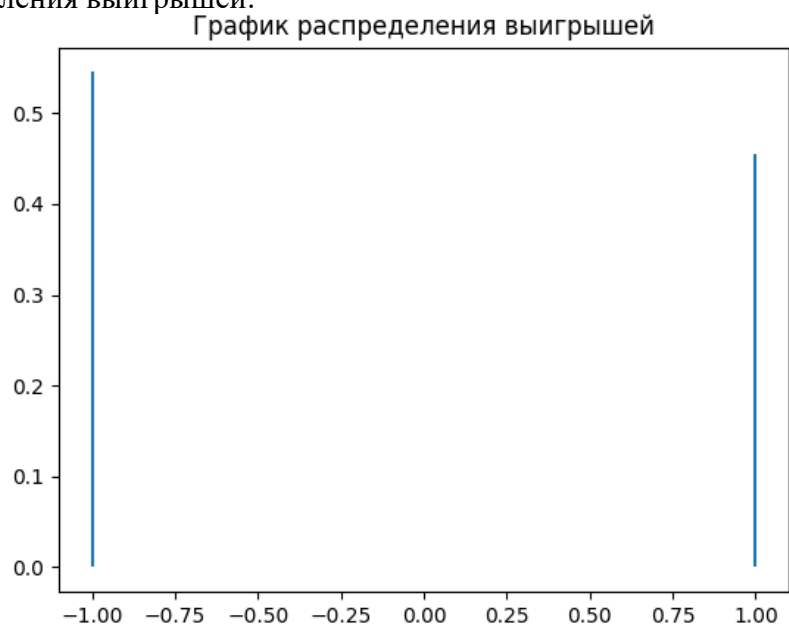


График распределения выигрышей:



3.3.10. *Hard Way 4 10*

Характеристика моделирования:

```
Шанс победы: 0.11084
Ожидаемый выигрыш: -113280
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.11328
Доход заведения: -11.328000000000001
Процент возврата игроку: 0.88672
Дисперсия: 6.307487641599999
Среднеквадратичное отклонение: 2.5114712105855403
Средний суммарный выигрыш: -113280.0
Среднее квадратическое отклонение: 2511.4712105855406
Доверительный интервал: [0.8825760725025338; 0.8908639274974661]
Индекс волатильности игры: 4.143927497466142
Средняя продолжительность игры: 8.814777899304943
```

График доверительной вероятности:

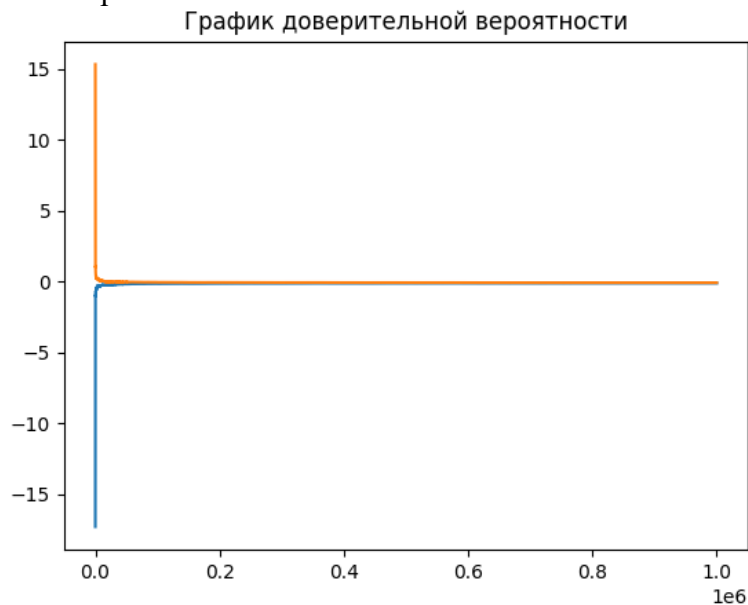
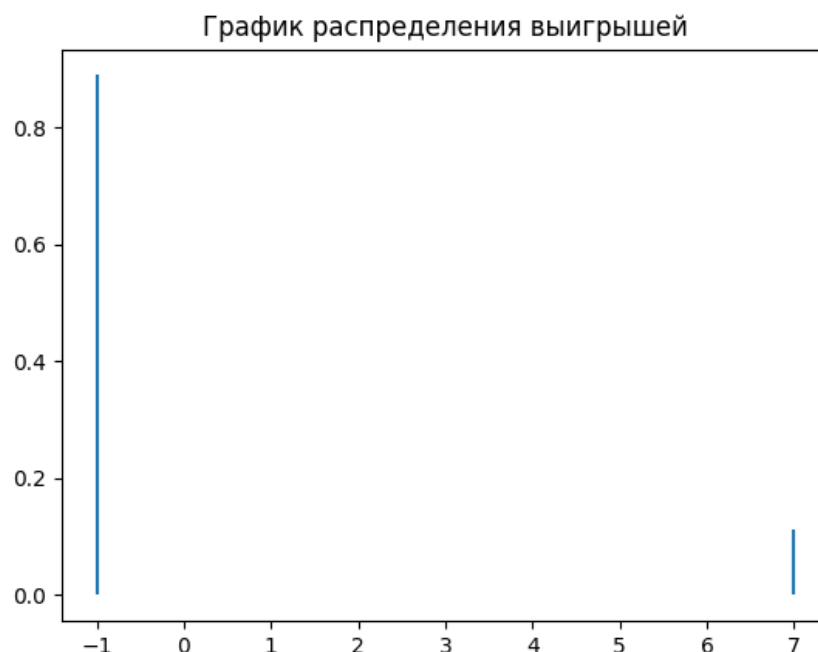


График средних выигрышей:



График распределения выигрышей:



3.3.11. *Hard way 6 8*

Характеристика моделирования:

```

Шанс победы: 0.091304
Ожидаемый выигрыш: -269568
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.269568
Доход заведения: -26.956799999999998
Процент возврата игроку: 0.730432
Дисперсия: 8.330103640063998
Среднеквадратичное отклонение: 2.886191892453445
Средний суммарный выигрыш: -269568.0
Среднее квадратическое отклонение: 2886.1918924534452
Доверительный интервал: [0.7256697833774518; 0.7351942166225481]
Индекс волатильности игры: 4.762216622548184
Средняя продолжительность игры: 3.708693168328585

```

График доверительной вероятности:

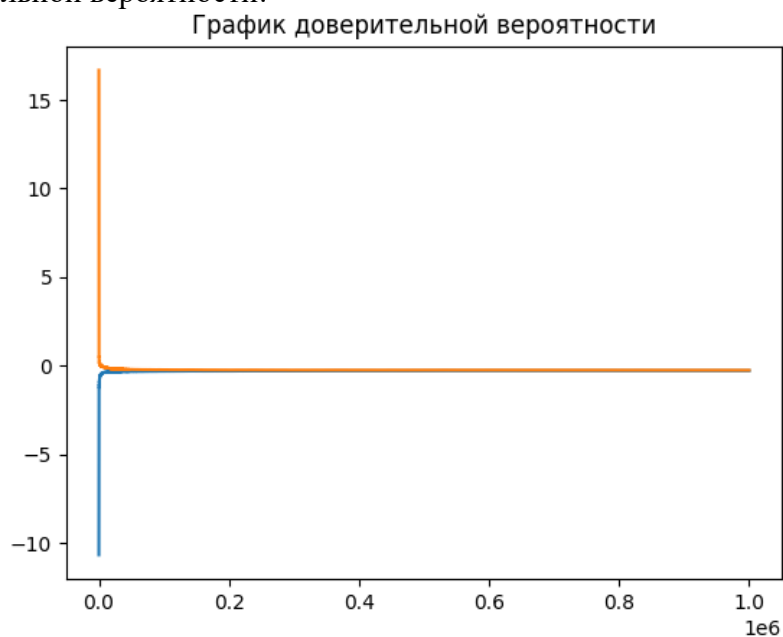


График средних выигрышей:

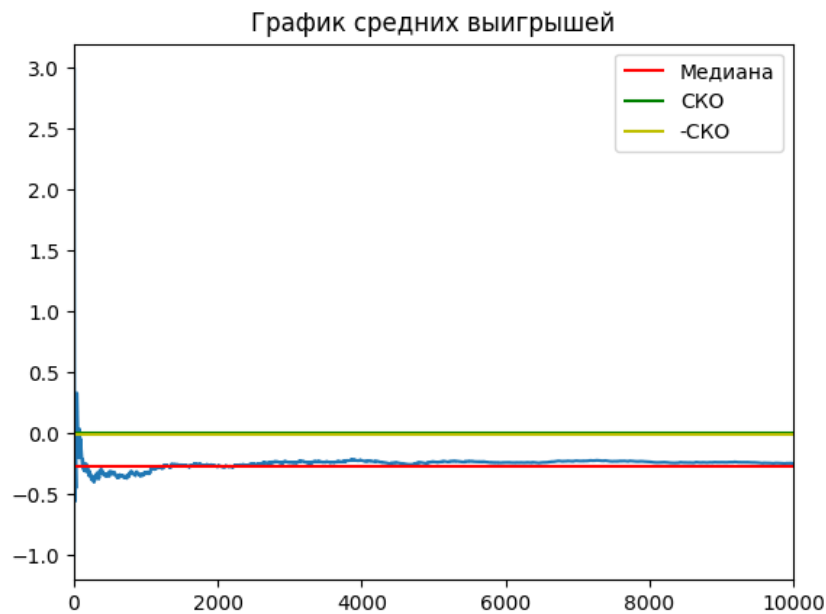
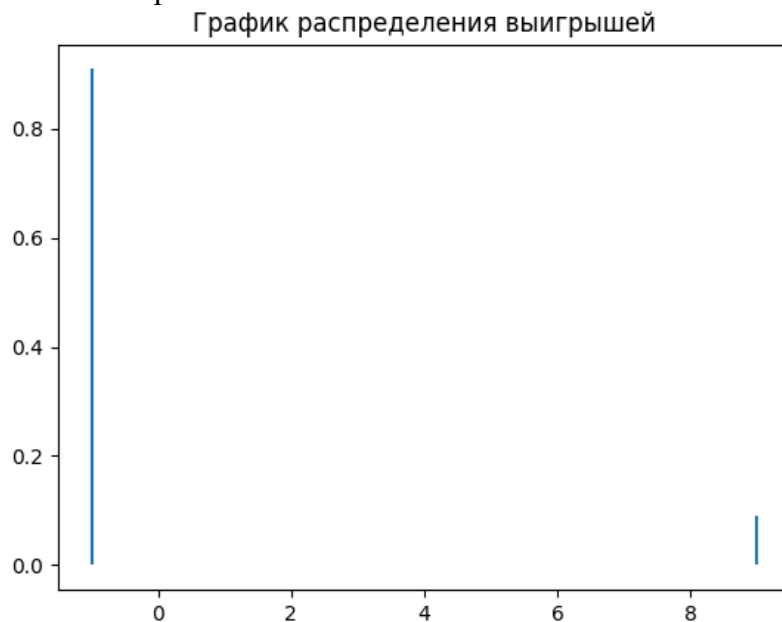


График распределения выигрышей:



3.3.12. *Any Craps*

Характеристика моделирования:

```

Шанс победы: 0.11172
Ожидаемый выигрыш: -106240
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.10624
Доход заведения: -10.624
Процент возврата игроку: 0.89376
Дисперсия: 6.3512730624
Среднеквадратичное отклонение: 2.520173220713211
Средний суммарный выигрыш: -106240.0
Среднее квадратическое отклонение: 2520.173220713211
Доверительный интервал: [0.8896017141858232; 0.8979182858141768]
Индекс волатильности игры: 4.158285814176798
Средняя продолжительность игры: 9.412192688528293
  
```

График доверительной вероятности:

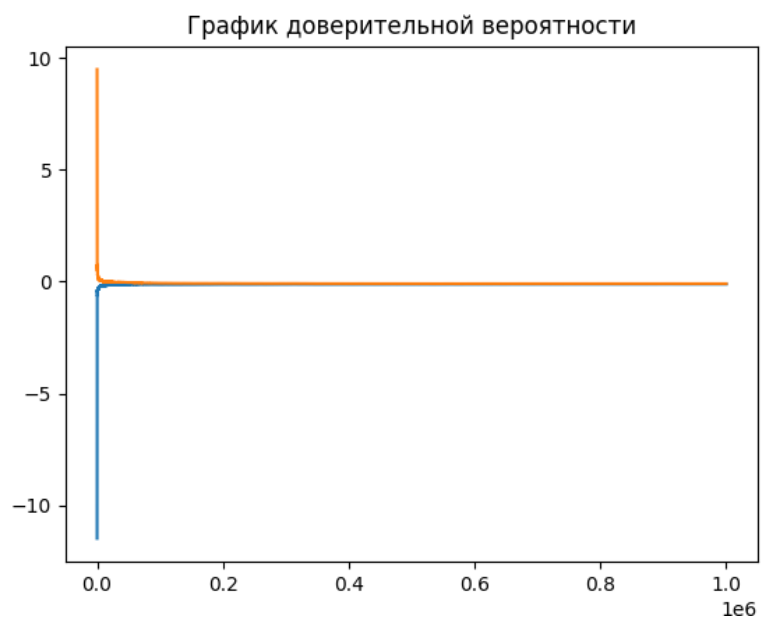
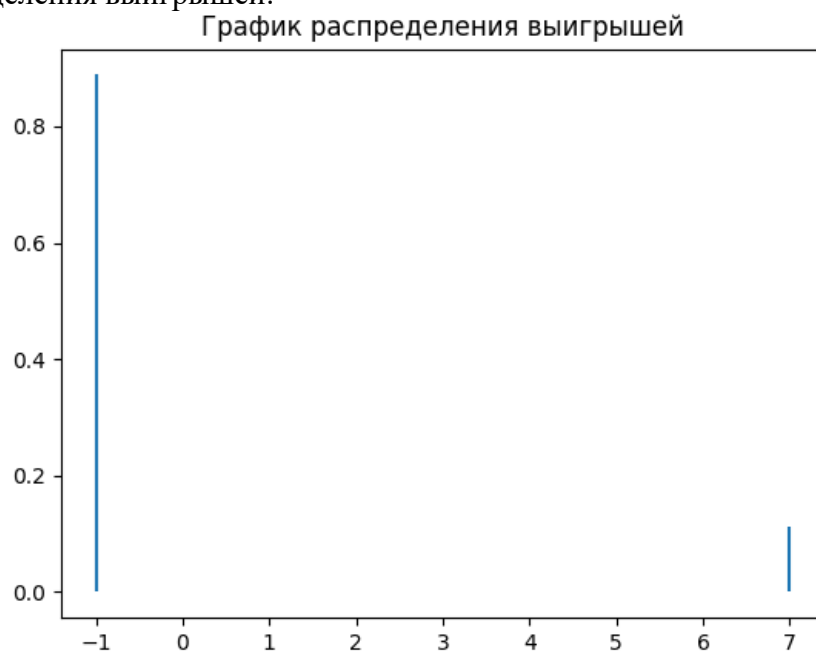


График средних выигрышей:



График распределения выигрышей:



3.3.13. Any 7

Характеристика моделирования:

```
Шанс победы: 0.166797
Ожидаемый выигрыш: -166015
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.166015
Доход заведения: -16.601499999999998
Процент возврата игроку: 0.833985
Дисперсия: 3.474394019775
Среднеквадратичное отклонение: 1.8639726445887022
Средний суммарный выигрыш: -166015.0
Среднее квадратическое отклонение: 1863.9726445887022
Доверительный интервал: [0.8309094451364286; 0.8370605548635713]
Индекс волатильности игры: 3.0755548635713583
Средняя продолжительность игры: 6.023497735158057
```

График доверительной вероятности:

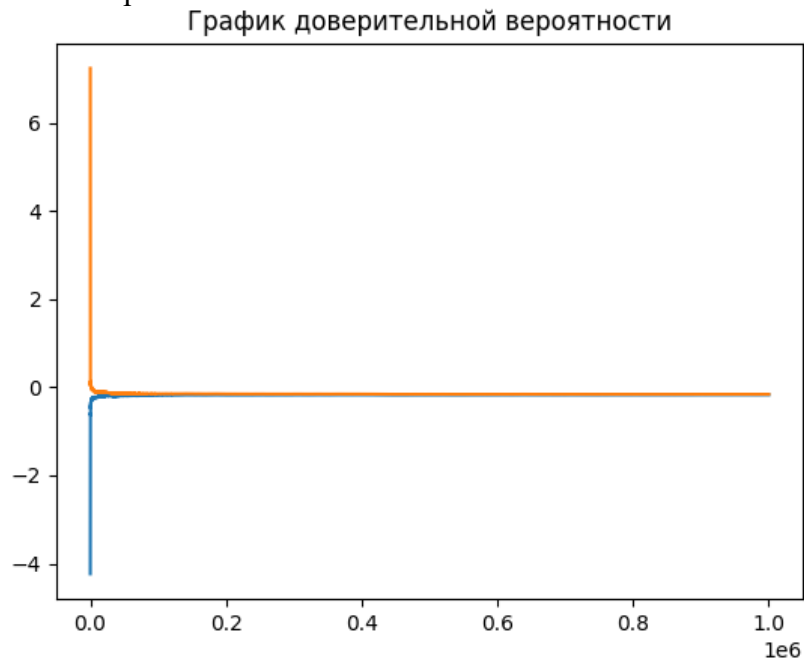
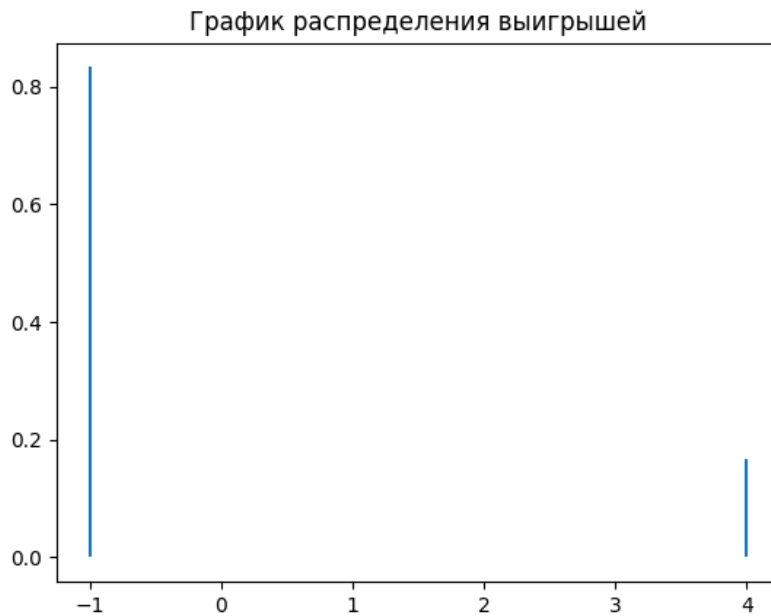


График средних выигрышей:



График распределения выигрышей:



3.3.14. *Craps and eleven*

Характеристика моделирования:

```

Шанс победы: 0.166837
Ожидаемый выигрыш: -109992
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.109992
Доход заведения: -10.9992
Процент возврата игроку: 0.890008
Дисперсия: 4.549197759936
Среднеквадратичное отклонение: 2.1328848445089577
Средний суммарный выигрыш: -109992.0
Среднее квадратическое отклонение: 2132.8848445089575
Доверительный интервал: [0.8864887400065602; 0.8935272599934398]
Индекс волатильности игры: 3.51925999343978
Средняя продолжительность игры: 9.089087851656592
  
```

График доверительной вероятности:

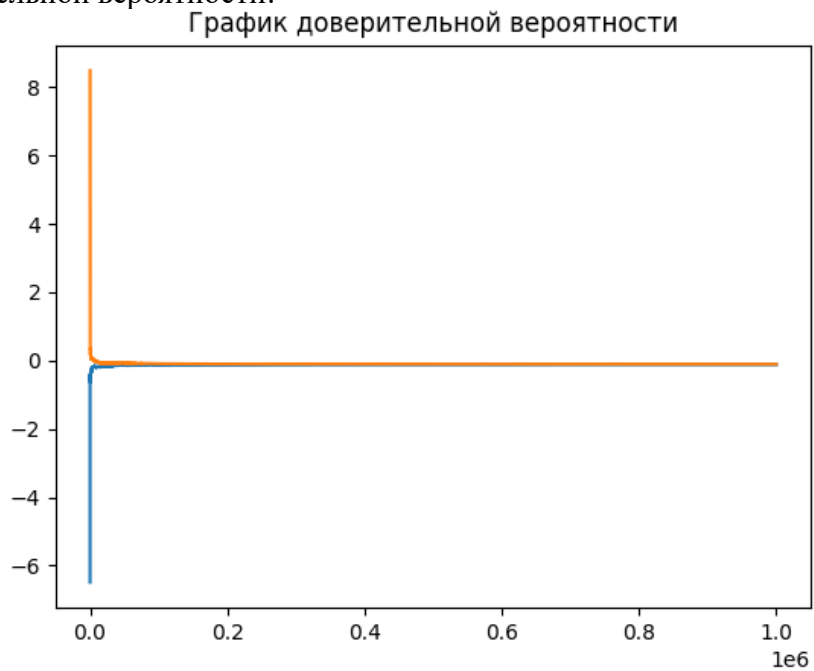


График средних выигрышей:

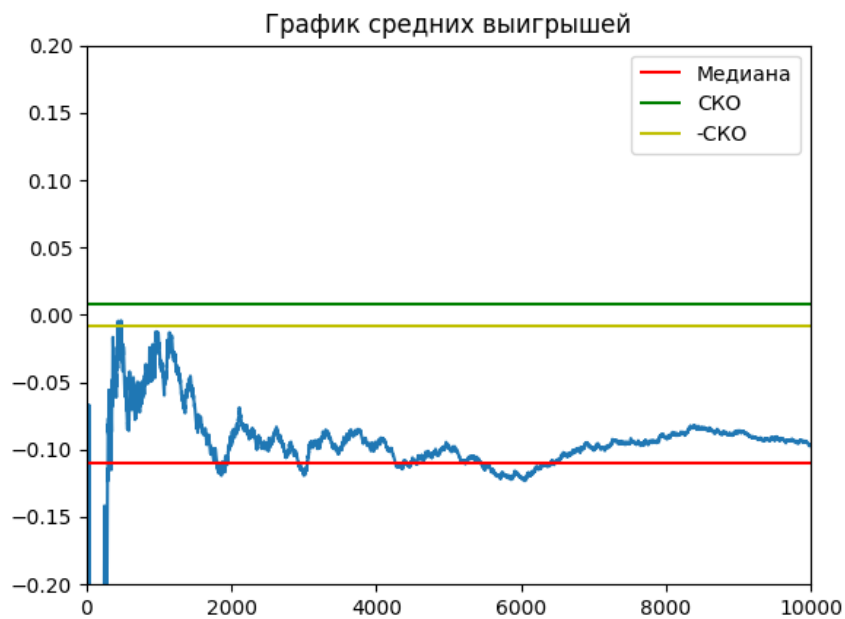


График распределения выигрышей:



3.3.15. Two Aces 12

Характеристика моделирования:

```

Шанс победы: 0.027696
Ожидаемый выигрыш: -141424
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.141424
Доход заведения: -14.142399999999999
Процент возврата игроку: 0.858576
Дисперсия: 25.878703252224
Среднеквадратичное отклонение: 5.087111484155227
Средний суммарный выигрыш: -141424.0
Среднее квадратическое отклонение: 5087.111484155227
Доверительный интервал: [0.8501822660511439; 0.8669697339488561]
Индекс волатильности игры: 8.393733948856124
Средняя продолжительность игры: 7.0698651056248405

```

График доверительной вероятности:

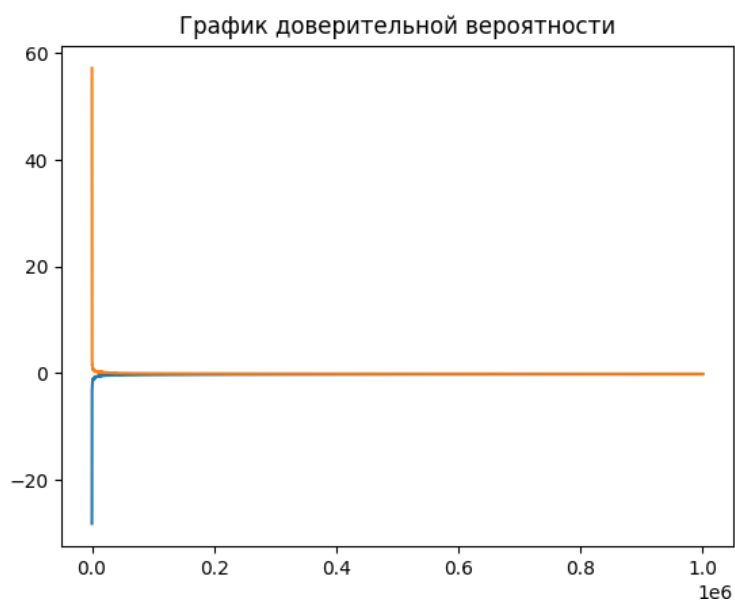
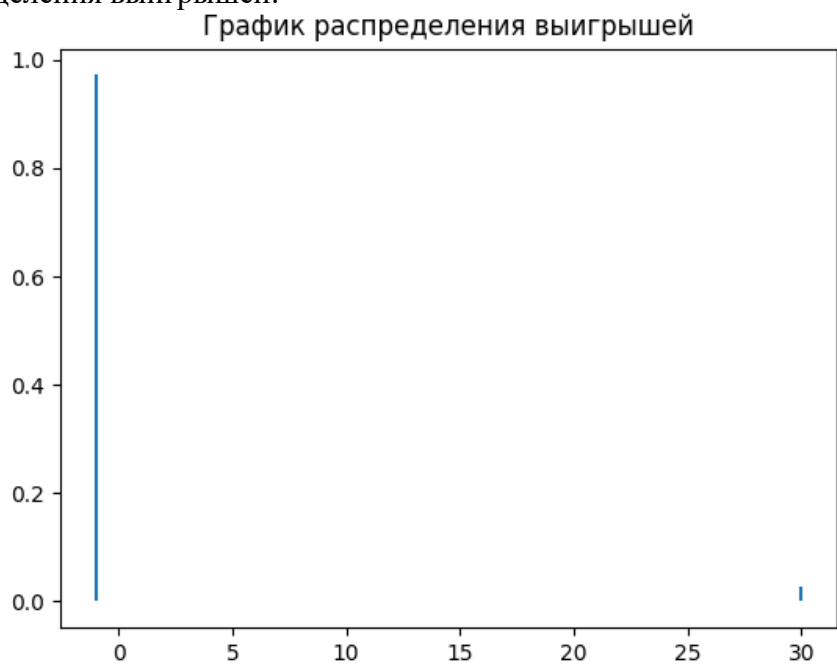


График средних выигрышей:



График распределения выигрышей:



3.3.16. *Three, Any eleven*

Характеристика моделирования:

```
Шанс победы: 0.055235
Ожидаемый выигрыш: -116240
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.11624
Доход заведения: -11.623999999999999
Процент возврата игроку: 0.88376
Дисперсия: 13.359128262399999
Среднеквадратичное отклонение: 3.6550141261560123
Средний суммарный выигрыш: -116240.0
Среднее квадратическое отклонение: 3655.0141261560125
Доверительный интервал: [0.8777292266918426; 0.8897907733081574]
Индекс волатильности игры: 6.0307733081574195
Средняя продолжительность игры: 8.600758657468733
```

График доверительной вероятности:

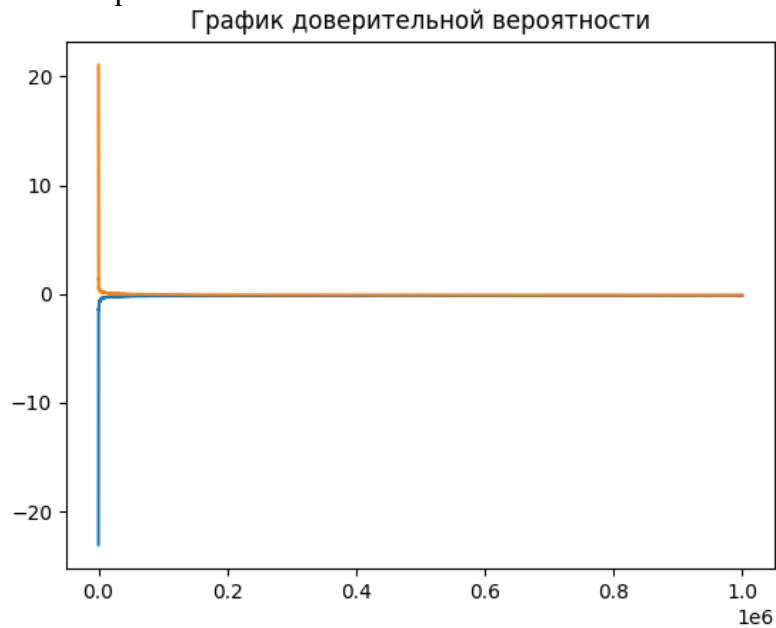
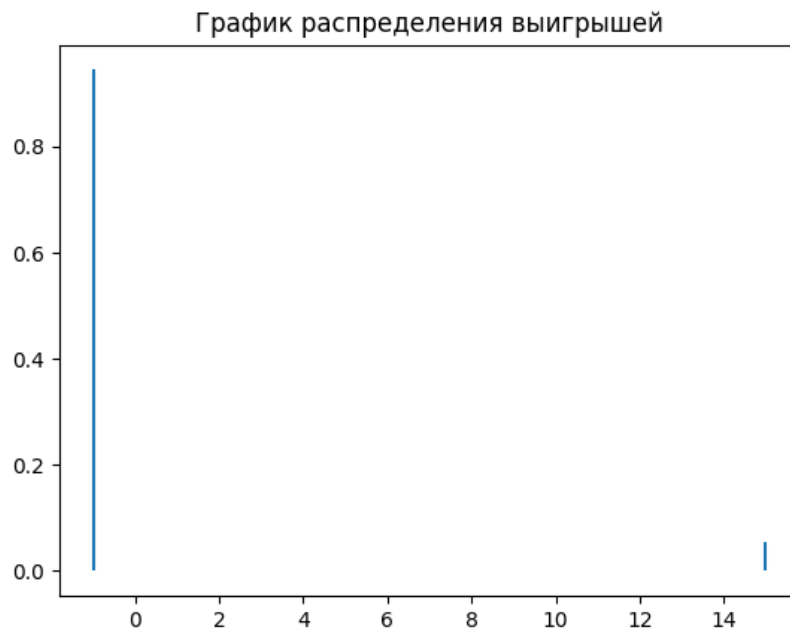


График средних выигрышей:



График распределения выигрышей:



3.3.17. *Horn bet*

Характеристика моделирования:

```

Шанс победы: 0.166293
Ожидаемый выигрыш: -126451.75
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.12645175
Доход заведения: -12.645175
Процент возврата игроку: 0.87354825
Дисперсия: 4.346022392421937
Среднеквадратичное отклонение: 2.0847115849493276
Средний суммарный выигрыш: -126451.75
Среднее квадратическое отклонение: 2084.7115849493275
Доверительный интервал: [0.8701084758848336; 0.8769880241151664]
Индекс волатильности игры: 3.4397741151663905
Средняя продолжительность игры: 3.9565217391304346
  
```

График доверительной вероятности:

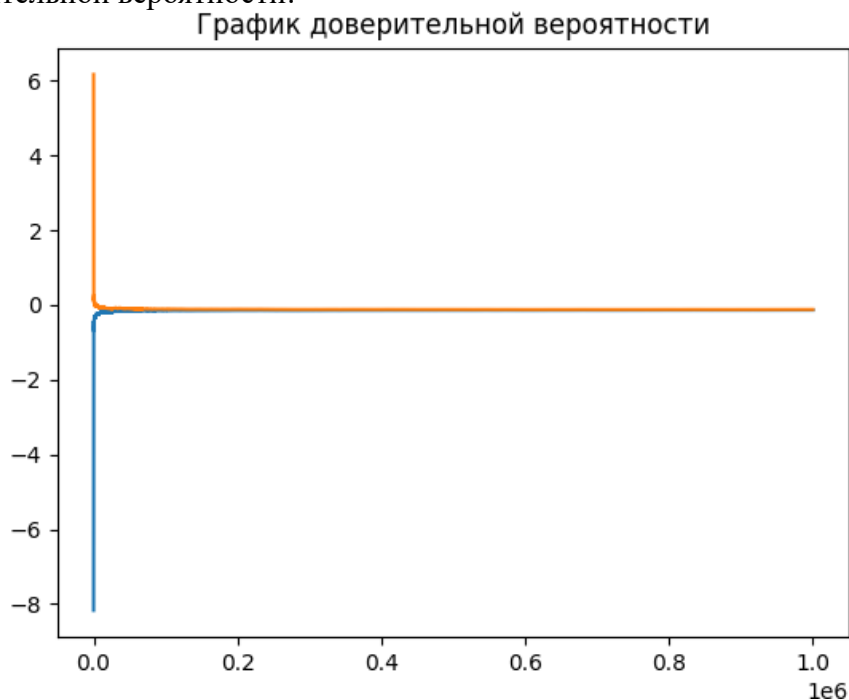


График средних выигрышей:



График распределения выигрышей:



3.3.18. *Horn high bet*

Характеристика моделирования:

```

Шанс победы: 0.167228
Ожидаемый выигрыш: -153649.75
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.15364975
Доход заведения: -15.364975
Процент возврата игроку: 0.84635025
Дисперсия: 7.474679066824937
Среднеквадратичное отклонение: 2.7339859302536538
Средний суммарный выигрыш: -153649.75
Среднее квадратическое отклонение: 2733.985930253654
Доверительный интервал: [0.8418391732150814; 0.8508613267849185]
Индекс волатильности игры: 4.5110767849185285
Средняя продолжительность игры: 11.0

```

График доверительной вероятности:

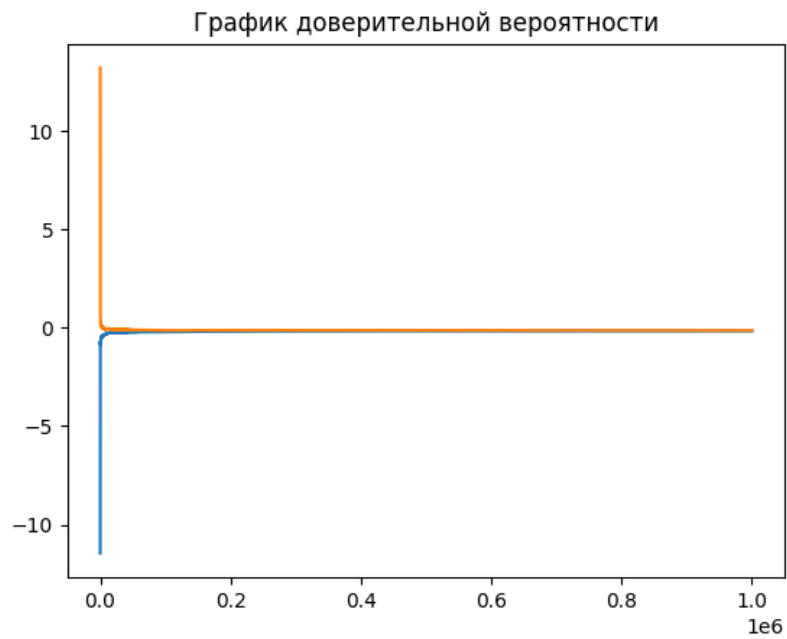


График средних выигрышей:

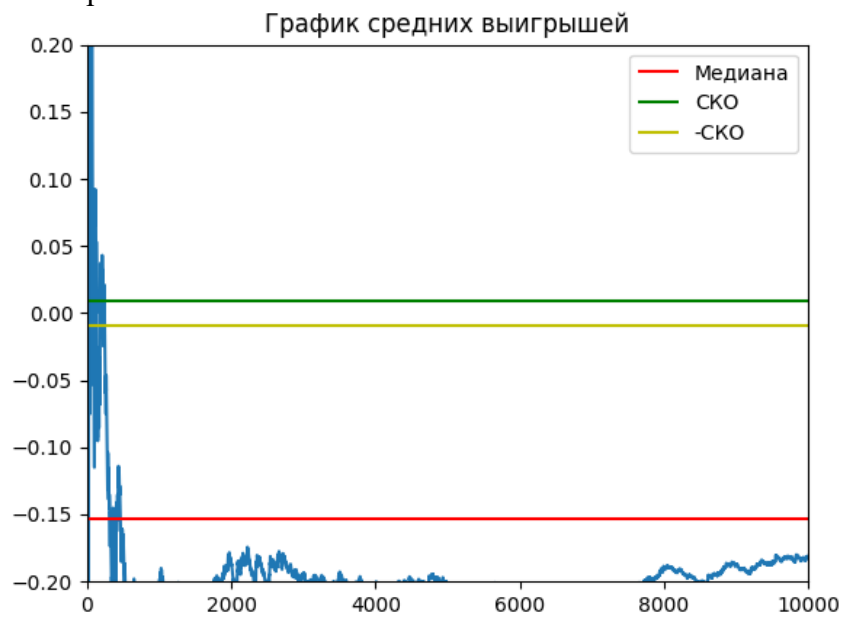
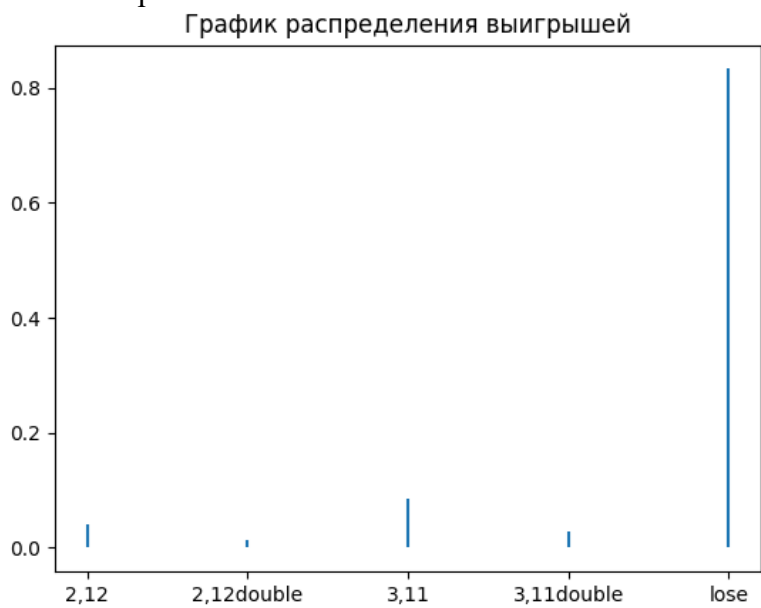


График распределения выигрышей:



3.3.19. World bet

Характеристика моделирования:

```
Шанс победы: 0.333303
Ожидаемый выигрыш: -133307.80000030546
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.13330780000030545
Доход заведения: -13.330780000030545
Процент возврата игроку: 0.8666921999996946
Дисперсия: 2.69255027045916
Среднеквадратичное отклонение: 1.640899226174222
Средний суммарный выигрыш: -133307.80000030546
Среднее квадратическое отклонение: 1640.899226174222
Доверительный интервал: [0.8639847162765071; 0.8693996837228821]
Индекс волатильности игры: 2.7074837231874658
Средняя продолжительность игры: 1.3636363636363635
```

График доверительной вероятности:

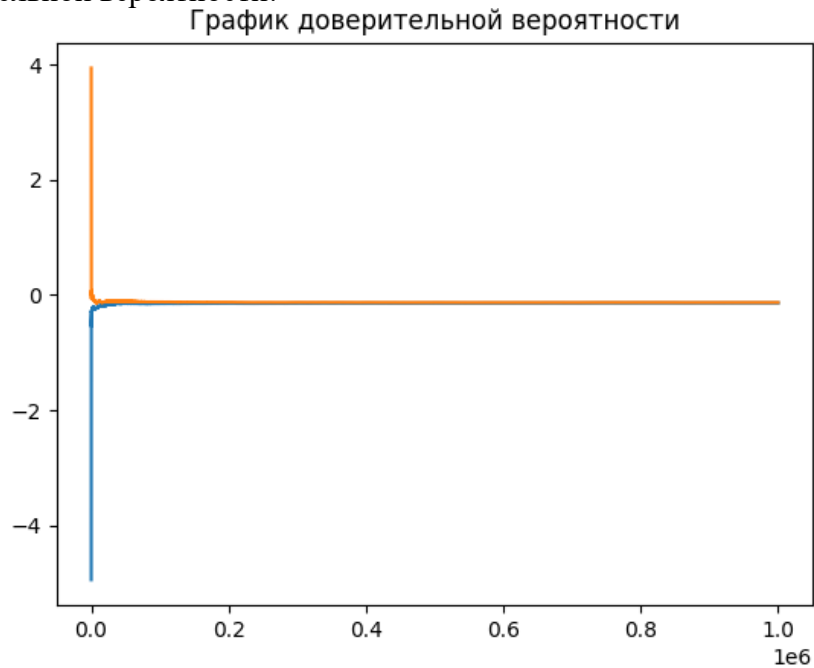
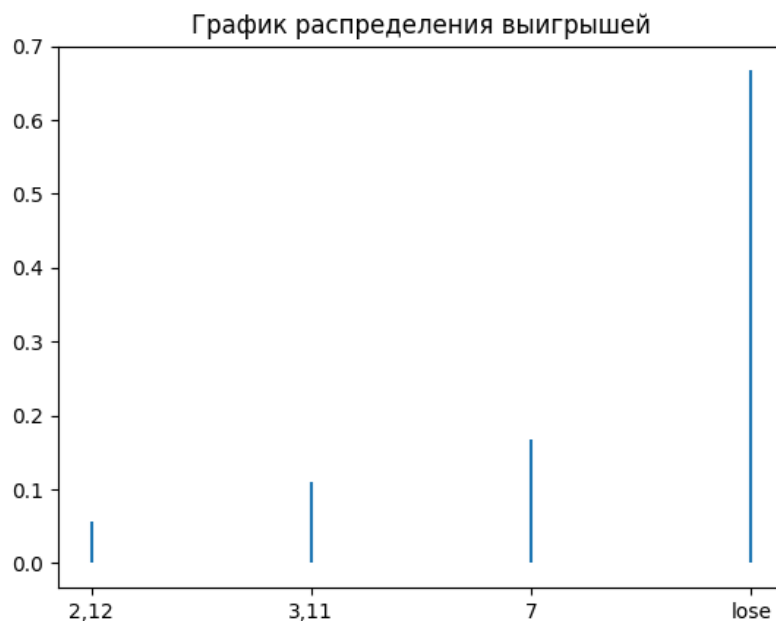


График средних выигрышей:



График распределения выигрышей:



3.3.20. Three way craps

Характеристика моделирования:

```

Шанс победы: 0.111324
Ожидаемый выигрыш: -190518.0
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.127012
Доход заведения: -12.7012000000000002
Процент возврата игроку: 0.872988
Дисперсия: 15.257940903711999
Среднеквадратичное отклонение: 3.9061414341664586
Средний суммарный выигрыш: -127012.000000000001
Среднее квадратическое отклонение: 3906.1414341664586
Доверительный интервал: [0.8665428666336253; 0.8794331333663746]
Индекс волатильности игры: 6.445133366374656
Средняя продолжительность игры: 8.254173340158182

```

График доверительной вероятности:

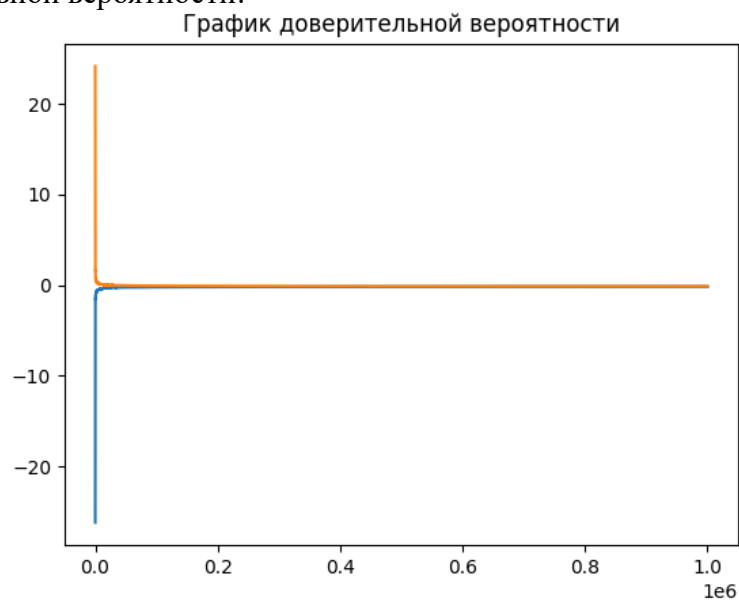


График средних выигрышей:



График распределения выигрышей:



3.3.21. Win bet, Place bet

Характеристика моделирования:

```

Шанс победы: 0.395144
Ожидаемый выигрыш: -256180.40000103542
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.042696733333505904
Доход заведения: -4.269673333350591
Процент возврата игроку: 0.9573032666664941
Дисперсия: 51.4735691985892
Среднеквадратичное отклонение: 7.174508289673182
Средний суммарный выигрыш: -42696.7333335059
Среднее квадратическое отклонение: 7174.508289673182
Доверительный интервал: [0.9454653279885333; 0.9691412053444549]
Индекс волатильности игры: 11.83793867796075
Средняя продолжительность игры: 27.663282525104428

```

График доверительной вероятности:

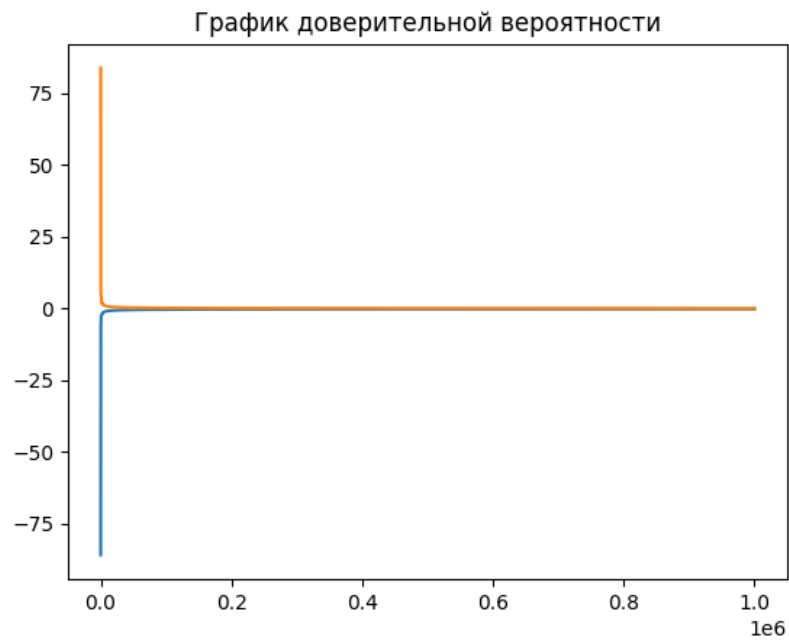


График средних выигрышей:

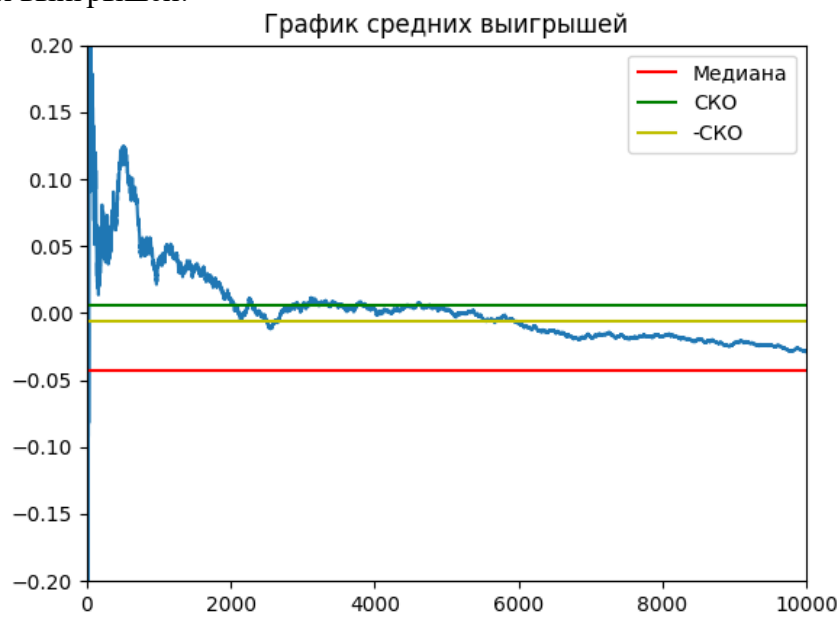
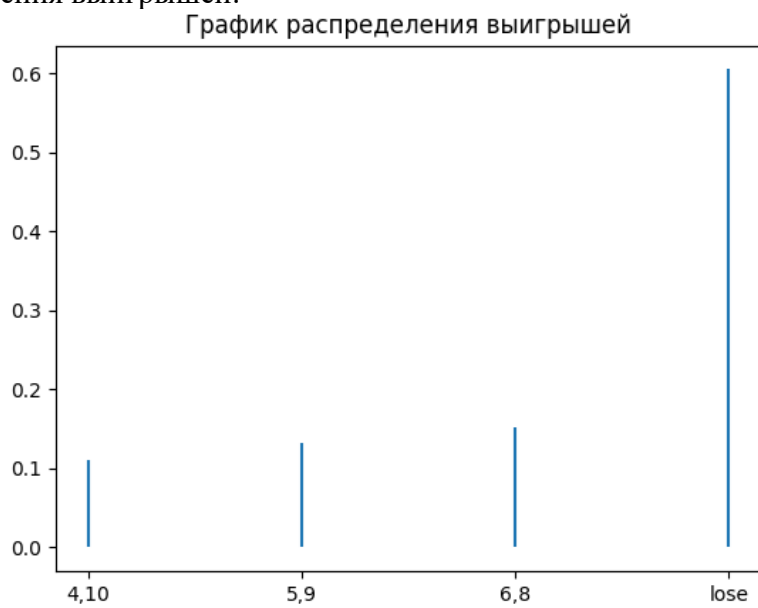


График распределения выигрышей:



3.3.22. Lose

Характеристика моделирования:

```
Шанс победы: 0.604298
Ожидаемый выигрыш: -1520230.3772700434
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.024130640909048307
Доход заведения: -2.4130640909048306
Процент возврата игроку: 0.9758693590909517
Дисперсия: 25.7334439296046
Среднеквадратичное отклонение: 5.24672570356803
Средний суммарный выигрыш: -24130.640909048307
Среднее квадратическое отклонение: 50246.72570356803
Доверительный интервал: [0.8929622616800645; 1.058776456501839]
Индекс волатильности игры: 8.90709741088725
Средняя продолжительность игры: 51.52228476992202
```

График доверительной вероятности:

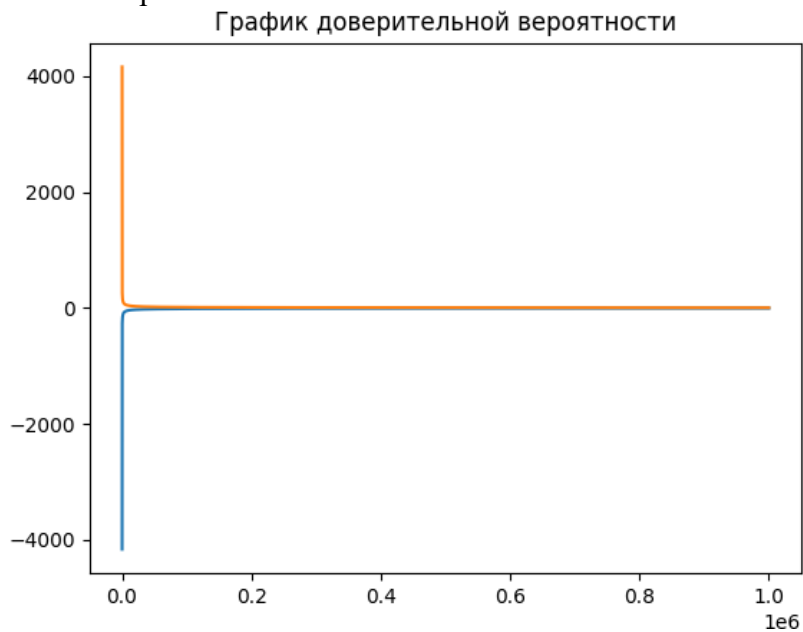


График средних выигрышей:

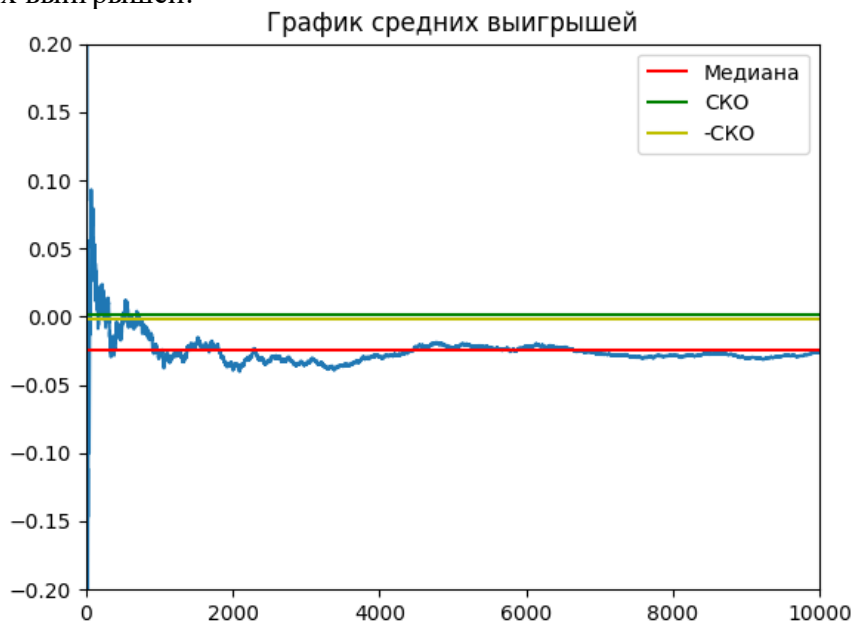
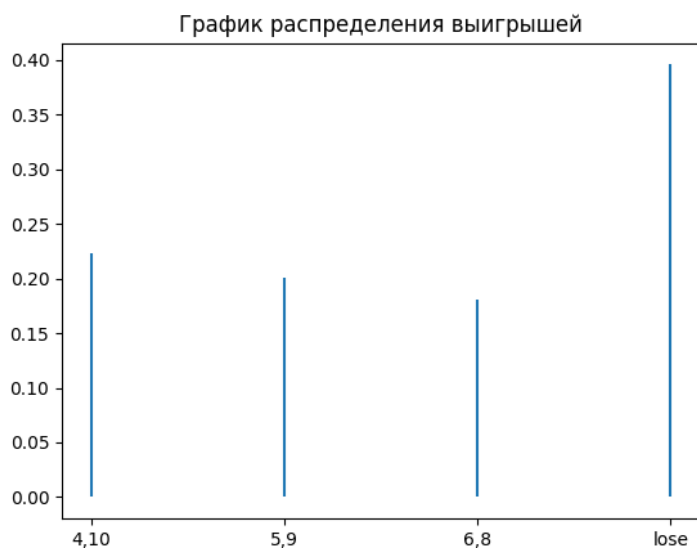


График распределения выигрышей:



3.3.23. Buy 4 10

Характеристика моделирования:

```

Шанс победы: 0.333726
Ожидаемый выигрыш: -15508.299999924358
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.015508299999924358
Доход заведения: -1.5508299999924358
Процент возврата игроку: 0.9844917000000757
Дисперсия: 1.9350266076311102
Среднеквадратичное отклонение: 1.3910523382069815
Средний суммарный выигрыш: -15508.299999924358
Среднее квадратическое отклонение: 1391.0523382069814
Доверительный интервал: [0.9821964636420342; 0.9867869363581172]
Индекс волатильности игры: 2.295236358041519
Средняя продолжительность игры: 69.78191081024495
  
```

График доверительной вероятности:

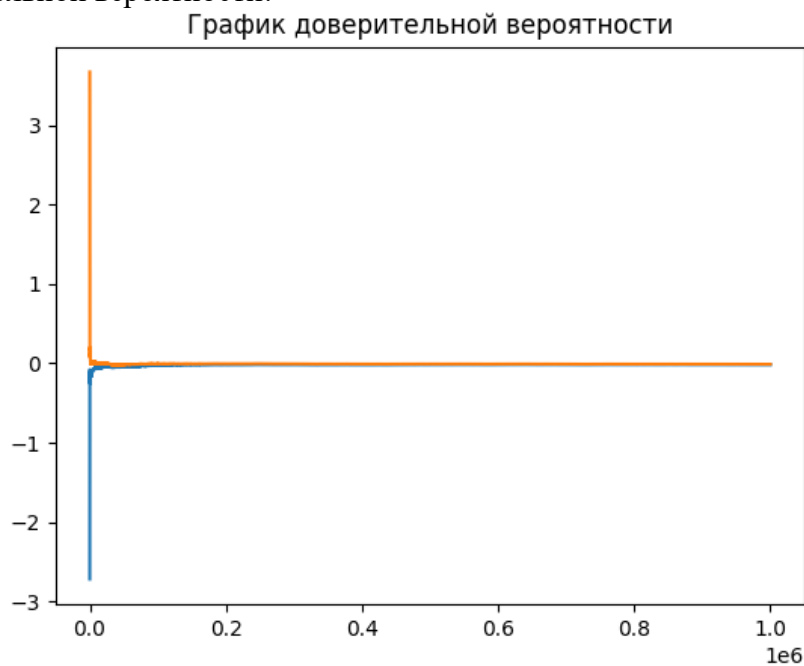


График средних выигрышей:

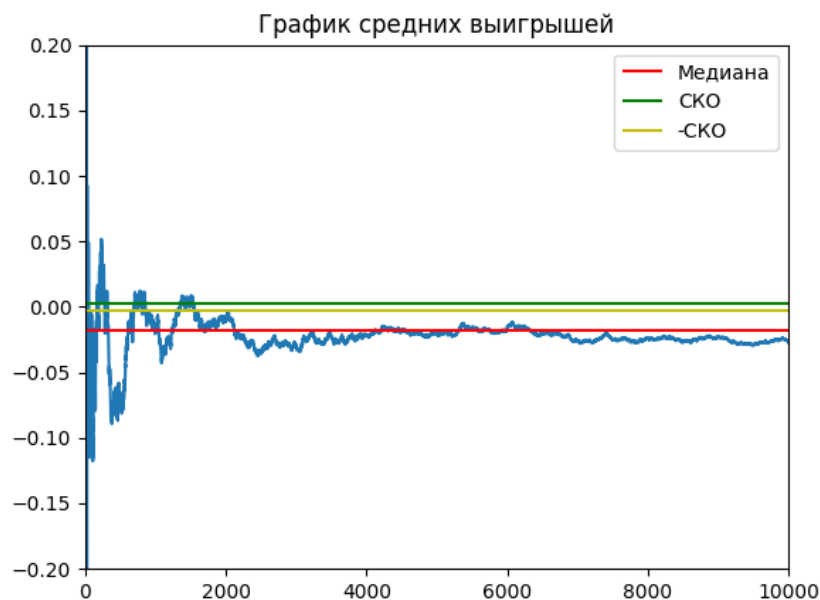
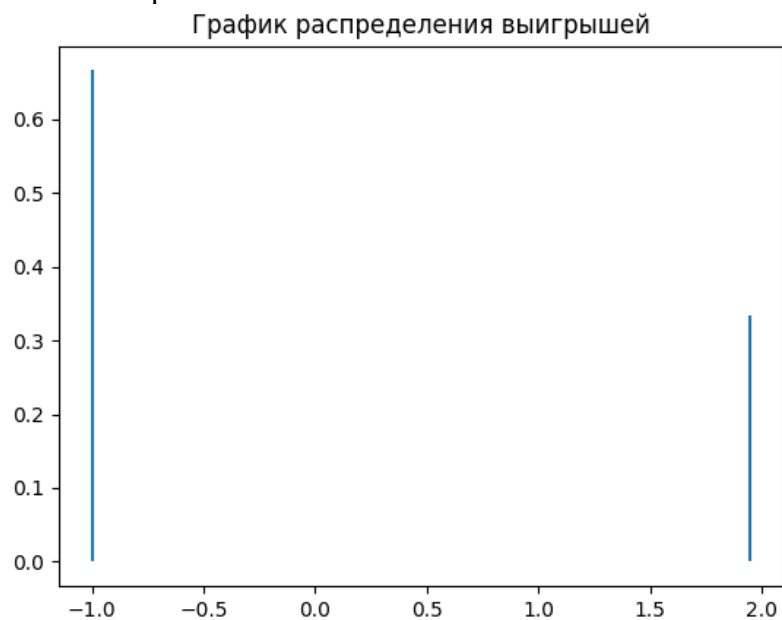


График распределения выигрышей:



3.3.24. Визу 5 9

Характеристика моделирования:

```

Шанс победы: 0.399908
Ожидаемый выигрыш: -20225.3999998537
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.0202253999998537
Доход заведения: -2.02253999998537
Процент возврата игроку: 0.9797746000001463
Дисперсия: 1.4404895031948397
Среднеквадратичное отклонение: 1.2002039423343183
Средний суммарный выигрыш: -20225.3999998537
Среднее квадратическое отклонение: 1200.2039423343183
Доверительный интервал: [0.9777942634952946; 0.9817549365049979]
Индекс волатильности игры: 1.980336504851625
Средняя продолжительность игры: 57.83699676075891

```

График доверительной вероятности:

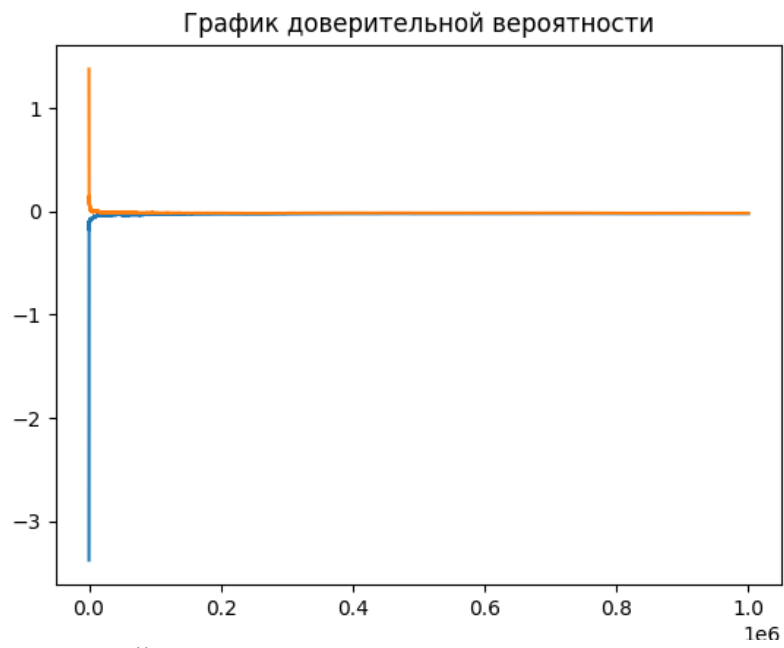


График средних выигрышей:

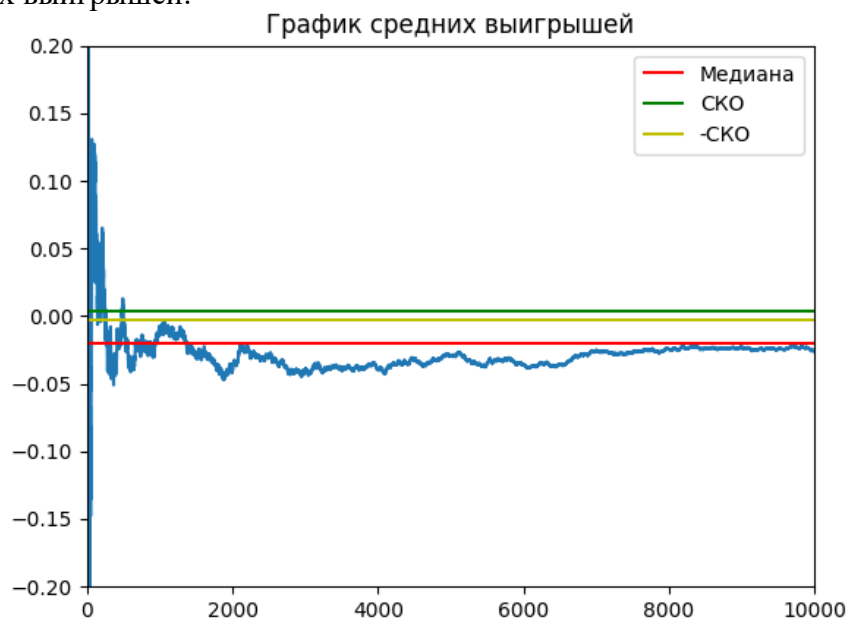
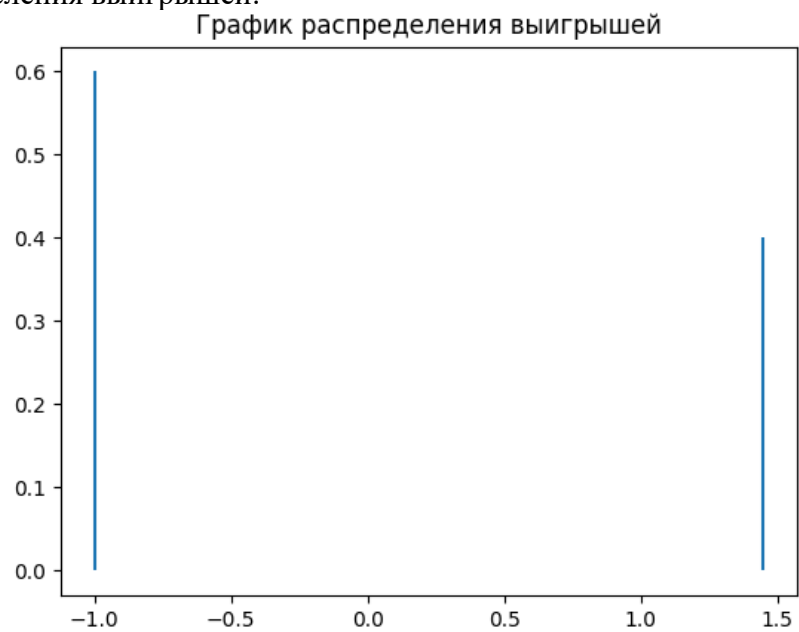


График распределения выигрышей:



3.3.25. Ву 6 8

Характеристика моделирования:

```
Шанс победы: 0.45439
Ожидаемый выигрыш: -23061.49999988216
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.02306149999988216
Доход заведения: -2.306149999988216
Процент возврата игроку: 0.9769385000001178
Дисперсия: 1.14600894221775
Среднеквадратичное отклонение: 1.0705180718781677
Средний суммарный выигрыш: -23061.49999988216
Среднее квадратическое отклонение: 1070.5180718781678
Доверительный интервал: [0.9751721451815188; 0.9787048548187168]
Индекс волатильности игры: 1.7663548185989766
Средняя продолжительность игры: 54.05411103302881
```

График доверительной вероятности:

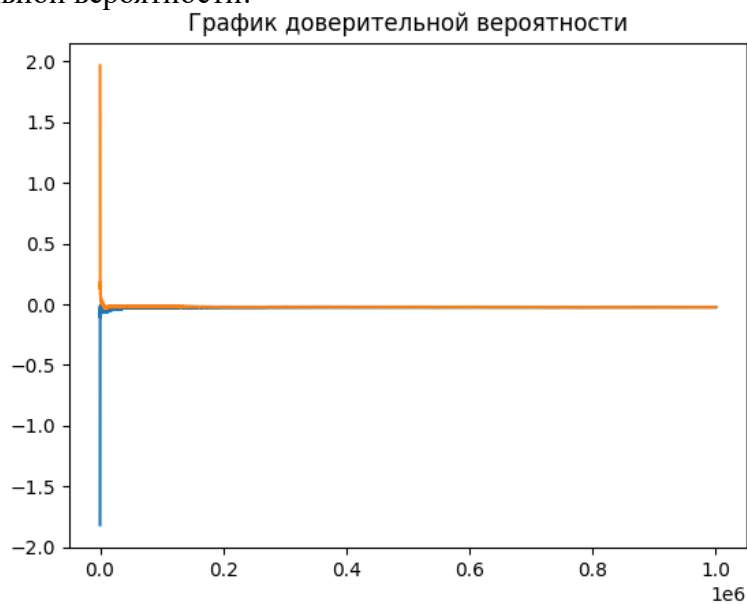


График средних выигрышей:

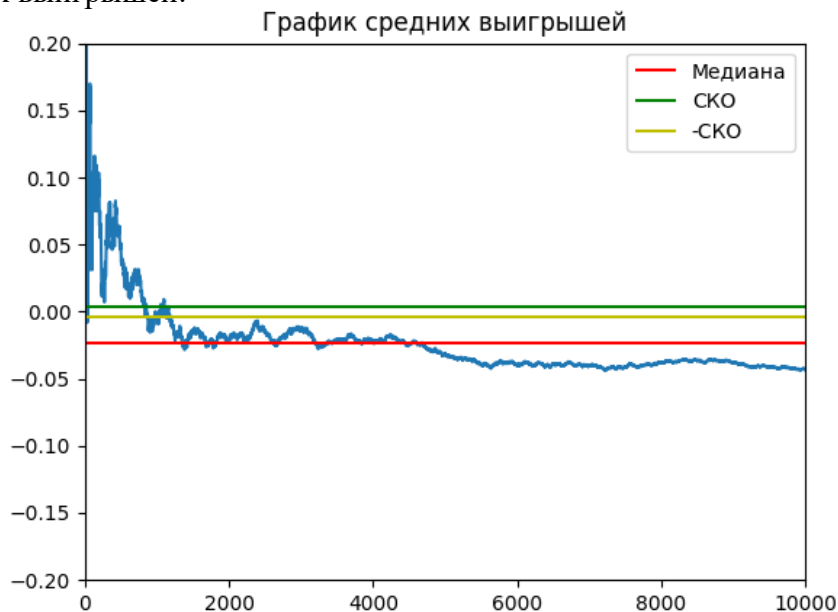
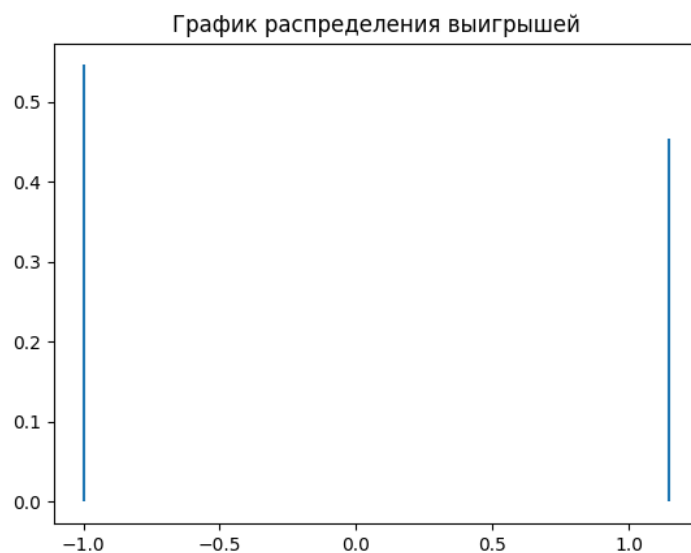


График распределения выигрышей:



3.3.26. Lay 4 10

Характеристика моделирования:

```

Шанс победы: 0.666245
Ожидаемый выигрыш: -17288.624999892687
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.01728862499989269
Доход заведения: -1.7288624999892688
Процент возврата игроку: 0.9827113750001073
Дисперсия: 0.4837776315706094
Среднеквадратичное отклонение: 0.6955412508044432
Средний суммарный выигрыш: -17288.624999892687
Среднее квадратическое отклонение: 695.5412508044432
Доверительный интервал: [0.98156373193628; 0.9838590180639346]
Индекс волатильности игры: 1.1476430638273312
Средняя продолжительность игры: 71.22978844647055

```

График доверительной вероятности:

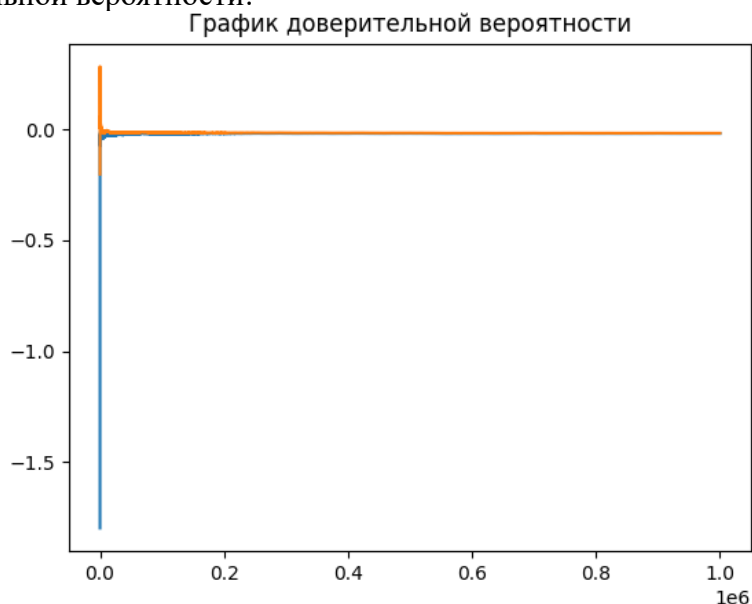


График средних выигрышей:

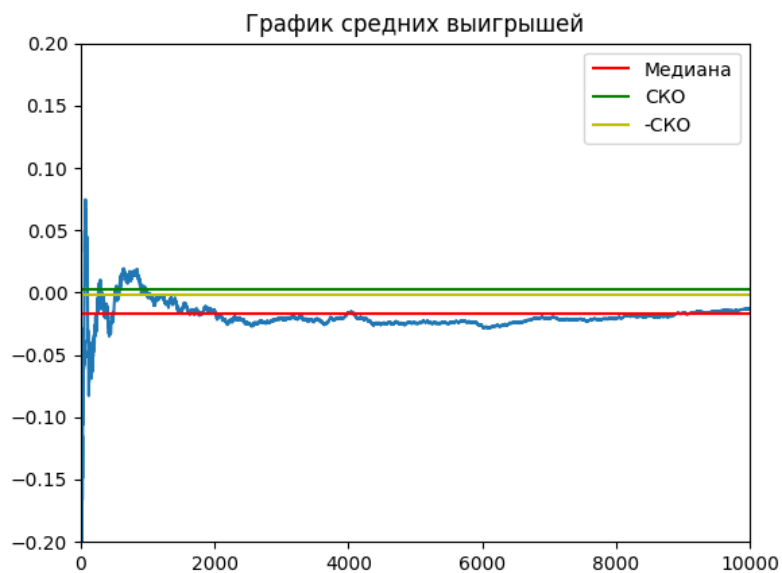
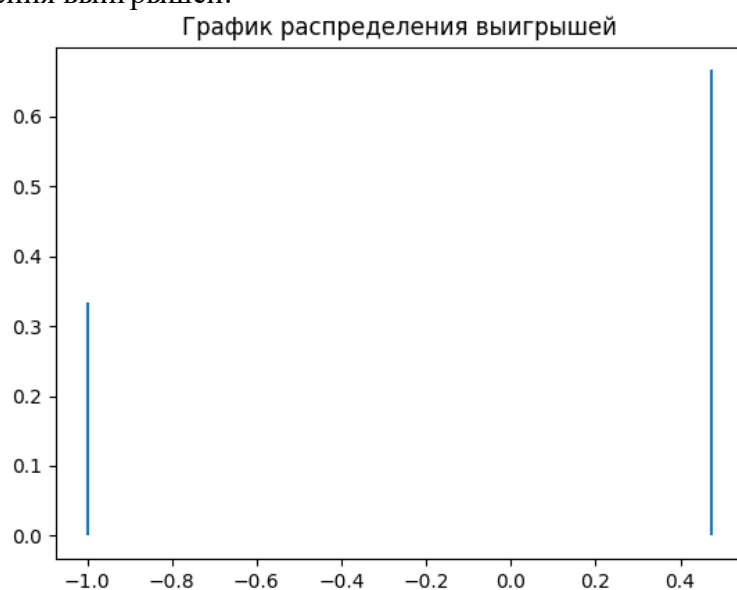


График распределения выигрышей:



3.3.27. Lay 5 9

Характеристика моделирования:

```

Шанс победы: 0.60074
Ожидаемый выигрыш: -56373.99999947053
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.018791333333156843
Доход заведения: -1.8791333333156843
Процент возврата игроку: 0.9812086666668431
Дисперсия: 5.760245828957791
Среднеквадратичное отклонение: 2.4000512138197783
Средний суммарный выигрыш: -18791.333333156843
Среднее квадратическое отклонение: 2400.0512138197782
Доверительный интервал: [0.9772485821640405; 0.9851687511696458]
Индекс волатильности игры: 3.960084502802634
Средняя продолжительность игры: 65.86335485571222

```

График доверительной вероятности:

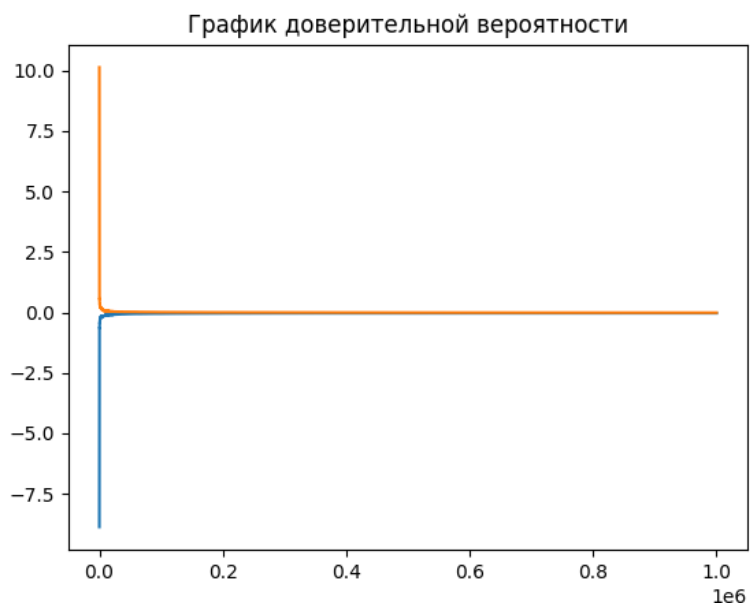


График средних выигрышей:

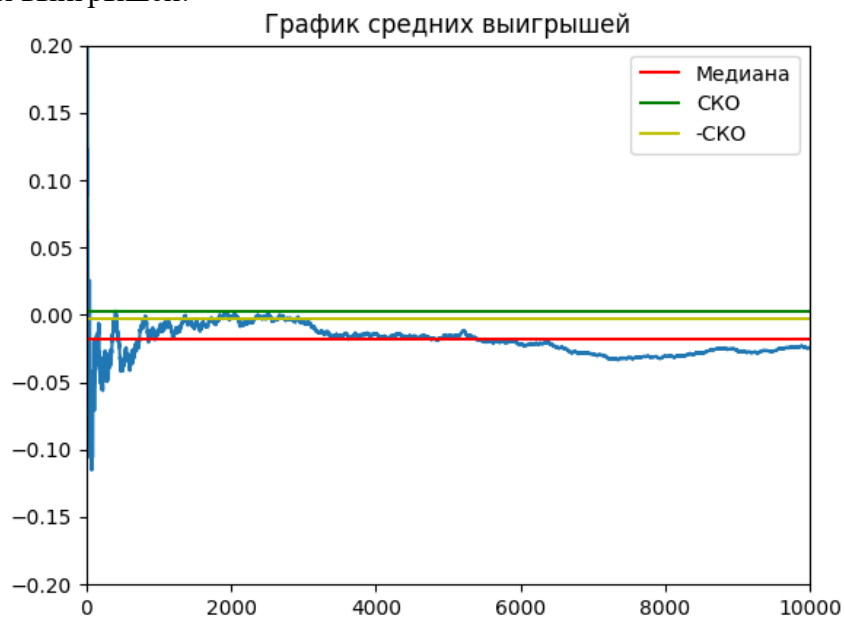
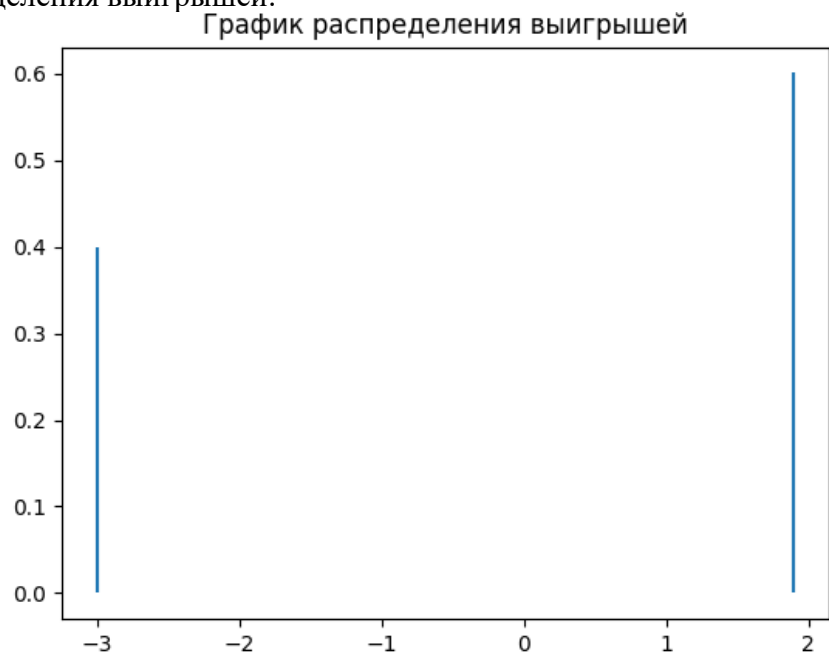


График распределения выигрышей:



3.3.28. Lay 6 8

Характеристика моделирования:

```
Шанс победы: 0.545486
Ожидаемый выигрыш: -136025.5
Ожидаемый выигрыш за 1 ставку: -0.022670916666666666
Доход заведения: -2.2670916666666665
Процент возврата игроку: 0.9773290833333333
Дисперсия: 28.664378199912427
Среднеквадратичное отклонение: 5.3539124198956065
Средний суммарный выигрыш: -22670.916666666664
Среднее квадратическое отклонение: 5353.912419895607
Доверительный интервал: [0.9684951278405056; 0.9861630388261611]
Индекс волатильности игры: 8.83395549282775
Средняя продолжительность игры: 53.06952552807557
```

График доверительной вероятности:

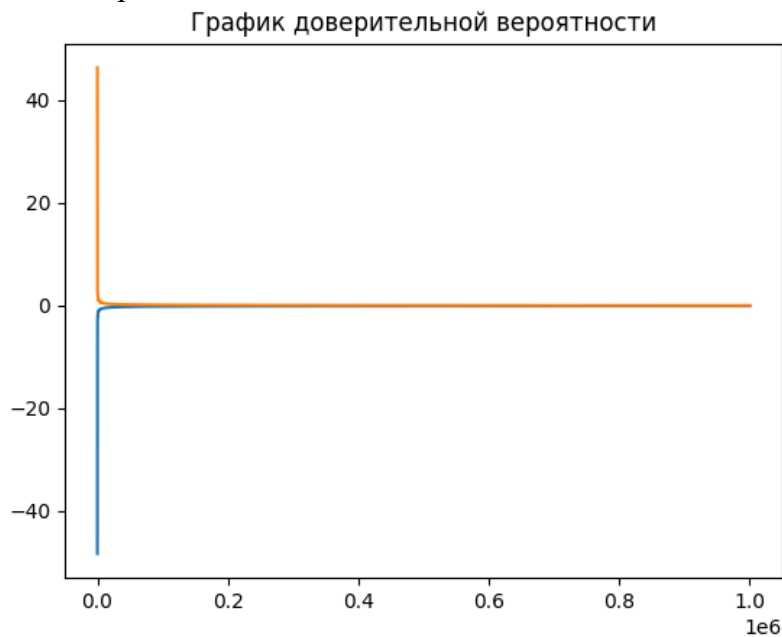


График средних выигрышей:

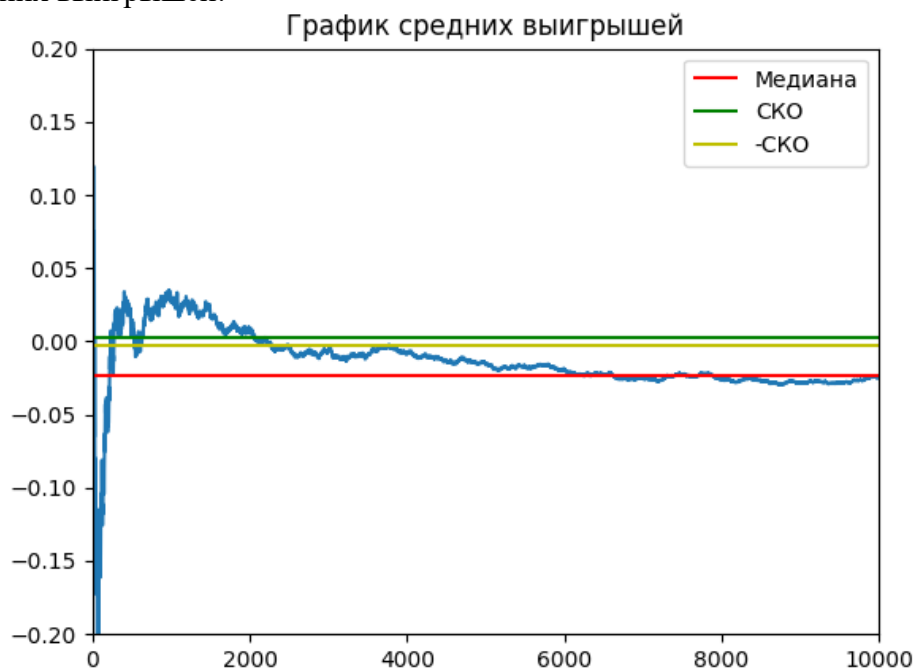
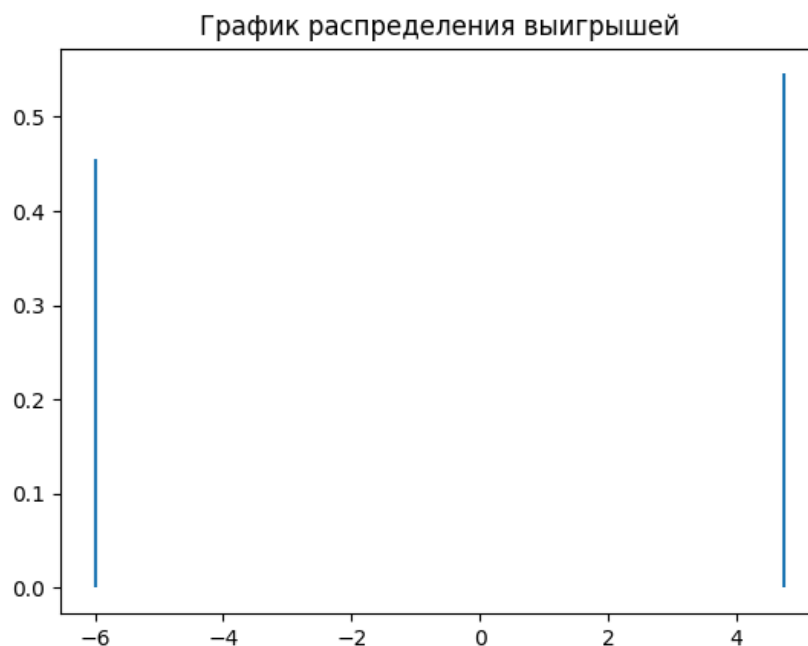


График распределения выигрышей:



3.4. Анализ моделирования

Как видно из характеристик моделирования, они близки к значениям, полученным при теоретическом анализе в пункте 2.23. что говорит о корректности выполненной работы.

4. Вывод

В ходе работы были получены аналитические и экспериментальные значения характеристик различных ставок в игре Craps.

На основе этих данных можно с уверенностью сказать, что на большой дистанции казино всегда будет в плюсе, о чем свидетельствует характеристика ожидаемого выигрыша за 1 ставку, которая при любой ставке является отрицательной.

Из этой работы можно сделать вывод, что заработать деньги на казино невозможно. Рано или поздно всё будет проиграно. Казино – средство досуга, поэтому играть в него с целью выиграть – плохая затея.

Так же дополнительно проанализировав среднюю длительность игры, видно, что наименее рискованными ставками являются Pass-line, Don't pass-line, Free odds_pass-line, а наиболее рискованной - Horn high bet.

5. Приложение

Весь код можно найти по ссылке: github.com