
MATEMÁTICA II

Primer Semestre 2018

Examen Final

10 DE JULIO DE 2018

APELLIDOS Y NOMBRES:

SECCIÓN: LEGAJO:

E1 (20 pts.)	E2 (24 pts.)	E3 (22 pts.)	E4 (18 pts.)	E5 (16 pts.)	TOTAL

- JUSTIFIQUE POR ESCRITO Y DEBIDAMENTE TODAS SUS RESPUESTAS.
- LA JUSTIFICACIÓN DEL PROCEDIMIENTO EMPLEADO ES TAN IMPORTANTE COMO EL PROCEDIMIENTO MISMO.
- EJERCICIOS MAL JUSTIFICADOS NO SERÁN CONSIDERADOS.
- LOS EXÁMENES EN LOS QUE SE UTILICE LÁPIZ O CORRECTOR LÍQUIDO NO TENDRÁN DERECHO A REVISIÓN.
- MANTENGA TODAS LAS HOJAS ABROCHADAS DURANTE EL EXAMEN.

Ej. 1 Unas semanas antes de la visita del rey Robert Baratheon a Winterfell, Ned Stark con la ayuda del maestre Luwin se encuentra con los preparativos de la visita. Saben que no puede faltar comida ni bebida para agasajar a Robert, con la corte y el ejército que lo acompaña. En particular la tarea que los ocupa es dilucidar cuántos barriles de hidromiel fabricar.

La hidromiel en el norte de Poniente tiene 3 ingredientes esenciales, que luego cocinados se maceran por cierto tiempo y posteriormente se filtran para guardar en barriles de distinto tamaños según su tipo: miel, lúpulo y agua hervida. El maestre Luwin sugiere elaborar cuatro tipos de hidromiel para poder cubrir las necesidades sin tener que apelar a las añejas reservas de Winterfell. Ellos son: hidromiel para el Rey y la familia Stark, hidromiel para el resto de la corte que acompaña al rey, hidromiel para los señores del Norte e hidromiel para el ejército y el pueblo de Winterfell.

- Para producir 1 barril de hidromiel el Rey y la familia Stark se requieren 15 Kgr. de miel, 60 gr. lúpulo y 140 litros de agua hervida.
- Para producir 1 barril de hidromiel para la corte se requieren 5 Kgr. de miel, 60 gr. de lúpulo y 50 litros de agua hervida.
- Para producir 1 barril de hidromiel para los señores del Norte se requieren 15 Kgr. de miel, 120 gr. de lúpulo y 160 litros de agua hervida.
- Para producir 1 barril de hidromiel para el ejercito y pueblo de Winterfell se requieren 55 Kgr. de miel, 480 gr. lúpulo y 580 litros de agua hervida.

Se dispone en total de ~~23350~~ Kilogramos de miel, ~~166800~~ gramos de lúpulo y ~~224800~~ litros de agua hervida. Los Stark quieren utilizar todo el stock de materiales que tienen, puesto que si sobra lo guardarán para disfrutar los siguientes inviernos (no saben que en realidad lo disfrutará Ramsay Bolton). Las otras restricciones es que se deben fabricar al menos un barril de cada tipo, porque nadie querría dejar al rey sin su hidromiel, y además deben hacer al menos 11 barriles populares para el ejército y los habitantes de Winterfell.

- a) Encontrar todas las posibles cantidades de cada barril que se pueden preparar.
- b) ¿Cuál es la menor cantidad de barriles para la corte que se pueden preparar?

Ej. 2 Calcular:

a) El área acotada entre los gráficos de $f(x) = x\sqrt{1+x^2}$ y $g(x) = 4x$.

b) $\int_1^{+\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} dx.$

Ej. 3 Dada la función $f(x, y) = -24y - x^2$, hallar utilizando el método del lagrangiano el máximo y el mínimo, si existen, de f en la restricción

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y^2 - 6y = -2\}.$$

Ej. 4 Analizar las siguientes afirmaciones y decidir si son verdaderas o falsas, justificando en cada caso.

a) Sea $f(x, y)$ una función tal que

$$\frac{\partial f}{\partial(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})}(1, 2) = \frac{5}{\sqrt{2}}, \quad \frac{\partial f}{\partial(\frac{3}{5}, \frac{4}{5})}(1, 2) = \frac{22}{5},$$

entonces la dirección de máximo crecimiento es $\vec{v} = (-2, 7)$.

b) Sea A una matriz 3×3 tal que se cumple

$$A \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix},$$

entonces A tiene rango estrictamente menor a 3.

c) Sea A una matriz 4×4 con $\det(A) = 5$. Entonces $\det(2A^2B) = 400$, donde B es la matriz que resulta de realizarle las siguientes operaciones a A^{-1} :

- La primer fila de B coincide con la cuarta fila de A^{-1} .
- La tercer fila de B coincide con la primer fila de A^{-1} .
- La cuarta fila de B coincide con la tercera fila de A^{-1} .
- La segunda fila de B coincide con multiplicar por -10 a la segunda fila de A^{-1} .

Ej. 5 Dos automóviles A y B parten del mismo lugar y al mismo tiempo. El automóvil A viaja hacia el norte a una velocidad constante de 60 km/h y el automóvil B se desplaza hacia al este a velocidad $v(t)$ (no necesariamente constante). Se sabe que a las 2 horas la distancia entre los automóviles es de 130 km y que la velocidad a la que se están alejando en ese momento es de 100 km/h.

¿A qué velocidad está viajando el automóvil B en ese momento?