Matemática 2 - Primer semestre 2023
Práctica 2: Matrices y Sistemas de ecuaciones lineales

1. Operaciones con Matrices.

1. En cada uno de los siguientes casos, escribir explícitamente la matriz

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

   a) A es una matriz nula con 2 columnas y tres filas.

   b) A es diagonal con 4 columnas y $a_{ii} = 2i$.

   c) A tiene 5 filas, 3 columnas y $a_{ij} = i + j$.

   d) A es cuadrada con 4 columnas y $a_{ij} = 1/j$.

2. Dadas la matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad F = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

   Hallar, si es posible, las siguientes matrices. Anticipar de qué tamaño ($n \times m$) van a ser:

(a) $A \cdot B$	**(b)** $C \cdot B$	**(c)** $D \cdot E$	**(d)** $E \cdot D$
(e) $A \cdot B \cdot B$	**(f)** $(C+F)\cdot(C-F)$	**(g)** $D \cdot A \cdot E$	**(h)** $B \cdot D \cdot F$

3. Verificar en cada caso que una matriz es la la inversa de la otra

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -1 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

4. **Verdadero o falso:**

Determinar y justificar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

a) Sean A, B y C matrices tales que los productos AB y AC están bien definidos y A es no nula. Si $AB = AC$, entonces $B = C$.

b) Si se puede efectuar el producto AA entonces A es una matriz cuadrada.

c) Si $AB = 0$ entonces $A = 0$ o $B = 0$.

d) Si A y B son matrices de tamaño $n \times n$, entonces $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

e) Si dos matrices A y B de tamaño $n \times n$ son inversibles, entonces $A.B$ es inversible y

$$(A \cdot B)^{-1} = B^{-1} \cdot A^{-1}$$

f) Si A y B son matrices de tamaño $n \times n$, entonces $(AB)^3 = A^3B^3$.

2. Sistemas de ecuaciones lineales

1. Resolver el sistema y escribir el conjunto de soluciones en forma paramétrica

a) $\begin{cases} x - 2y + z = 2 \\ 2y + z = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + w = 7 \\ -y + z = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - w = 0 \\ y - w = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y + z = 1 \\ y - z = 2 \\ 3z = 6 \end{cases}$

2. Hallar las soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones lineales usando el método de **Gauss-Jordan**

(**a**) $\begin{cases} 2x+y = 1+2z+3x \\ 2z = 2-y \\ x-y+z = 3 \\ y = 0 \end{cases}$ (**b**) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

(**c**) $\begin{cases} 6y+6w = -2x-2w \\ 2x+z = 2-3y-6w+x \\ 2x+6y = 8w \end{cases}$ (**d**) $\begin{pmatrix} -2 & 2 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 9 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

(**e**) $\begin{cases} x = -2z \\ y = 2 \\ x-2y = -3z-y \end{cases}$ (**f**) $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \end{pmatrix}$

(**g**) $\begin{cases} y-2 = -2z \\ 3z = 3 \\ z = 1 \end{cases}$ (**h**) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

(**i**) $\begin{cases} 4w+2y = 2 \\ 2x+4z = -2 \\ 4y+6w = 4 \\ 4x+6z = -2 \end{cases}$ (**j**) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

3. **Verdadero o Falso:**

   Determinar y justificar si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas.

   a) Un sistema de 3 ecuaciones con 4 incógnitas siempre tiene solución.

   b) Un sistema de 4 ecuaciones con 3 incógnitas siempre tiene solución.

   c) Un sistema de 3 ecuaciones con 4 incógnitas tiene o bien única solución o no tiene solución.

   d) Un sistema de 4 ecuaciones con 3 incógnitas tiene o bien única solución o no tiene solución.

   e) Un sistema homogéneo de 4 ecuaciones con 3 incógnitas siempre tiene solución.

   f) Un sistema homogéneo de 4 ecuaciones con 3 incógnitas siempre tiene una única solución.

g) Un sistema homogéneo de 3 ecuaciones con 4 incógnitas siempre tiene una única solución.

h) Un sistema homogéneo de 4 ecuaciones con 3 incógnitas siempre tiene infinitas soluciones.

i) Un sistema homogéneo de 3 ecuaciones con 4 incógnitas siempre tiene infinitas soluciones.

j) Si A es una matriz de tamaño $m \times n$ con $m > n$, entonces el sistema de ecuaciones lineales $A\vec{x} = \vec{0}$ tiene infinitas soluciones.

k) Si A es una matriz de tamaño $m \times n$ con $m \leq n$, entonces el sistema de ecuaciones lineales $A\vec{x} = \vec{0}$ tiene una única solución.

l) Si el sistema de ecuaciones lineales $A\vec{x} = \vec{0}$ tiene solución, entonces el sistema de ecuaciones lineales $A\vec{x} = \vec{b}$ también tiene solución.

m) Si el sistema de ecuaciones lineales $A\vec{x} = \vec{b}$ tiene infinitas soluciones, entonces el sistema de ecuaciones lineales $A\vec{x} = \vec{0}$ también tiene infinitas soluciones.

n) Si el sistema de ecuaciones lineales $A\vec{x} = \vec{b}$ tiene una única solución, entonces el sistema de ecuaciones lineales $A\vec{x} = \vec{0}$ también tiene una única solución.

3. Problemas

1. Un constructor tiene contratos para construir 3 estilos de casa: moderno, mediterráneo y colonial. La cantidad de material a emplear en cada tipo de casa está dado por la siguiente tabla (en ciertas unidades):

	Hierro	Madera	Vidrio	Pintura	Ladrillos
Moderno	5	20	16	7	17
Mediterráneo	7	18	12	9	21
Colonial	6	25	8	5	13

   a) Utilizar un producto de matrices para determinar cuántas unidades de cada material serán empleadas si va a construir 5, 7 y 12 casas de tipo moderno, mediterráneo y colonial, respectivamente.

   b) Si los precios por unidad de hierro, madera, vidrio, pintura y ladrillos son 15, 8, 5, 1 y 10.¿Cuál es el precio unitario de cada tipo de casa?

   c) ¿Cuál es el costo total del material a emplear?

2. La M.A.F.I.A. (Mathematical Analysts For Inconsequential Activities), en su último congreso mundial, presentó un fragmento hallado de la tabla de posiciones de un extraño deporte. Se sabe que cada equipo obtenía: x puntos por victoria, y puntos por empate, z puntos por derrota y w puntos por ausencia. A continuación se muestra el registro hallado:

Equipo	Victorias	Empates	Derrotas	Ausente	Puntaje
Knochenbrecher	9	1	0	0	35
Kleine Zwiebeln	6	4	0	0	20
Verteidiger Binden	4	1	5	0	5
Die Sicherheitsnadel	4	0	4	2	2

   Calcular, si es posible, cuántos puntos se asignaban por Victorias, Empates, Derrotas y Ausencias.

3. Un barman se dispone a preparar tragos para un evento. Prepara 4 tipos de tragos. El Margarita suave lleva 6 medidas de jugo de limón y 2 medidas de tequila. El Margarita fuerte lleva 4 medidas de jugo de limón y 4 de tequila mientras que el Big Red Margarita lleva 10 medidas de jugo de limón, 5 medidas de licor de frutilla y 3 medidas de tequila. El último trago, Strawberry, consiste solamente en 10 medidas de licor de frutilla.

   El barman dispone de 62 medidas de jugo de limón, 35 medidas de licor de frutilla y 33 medidas de tequila y debe usarlo todo. Si cada trago debe hacerse completo con las medidas indicadas, ¿cuántos tragos de cada tipo debe hacer? Si hay más de una opción, enumerarlas todas. Si no hay ninguna, explicar por qué.

4. Para un cumpleaños quiero preparar budines. Siguiendo las recetas veo que:

   - el budín de pera lleva 1 taza de azúcar, 2 tazas de harina y 1 pocillo de manteca.
   - el budín de naranja lleva 2 tazas de azúcar, 4 tazas de harina y 2 pocillos de manteca.
   - el budín de vainilla lleva 2 tazas de azúcar, 3 tazas de harina y 1 pocillo de manteca.

   Dispongo de 9 tazas de azúcar, 16 tazas de harina y 7 pocillos de manteca.

   Si quiero utilizar todos los ingredientes disponibles y quiero preparar al menos un budín de cada tipo,

   a) ¿Cuántas opciones tengo?

   b) ¿Cuántos budines de cada tipo debería preparar para que la cantidad total de budines sea la máxima posible?

5. En 1990, un inversionista compró 10000$ en acciones de 4 compañías: Xerox, YPF, Zenith y Westinghouse. Cuando las compró todas las acciones valían 1$. En 1995, cuando las acciones de Xerox y Westinghouse valían 2$ y las de Zenith y YPF valían 3$, el valor de sus acciones era de 27000$. Y en 1999, cuando las acciones de Xerox, Westinghouse y Zenith valían 4$ y las de YPF 3$, el valor de las acciones ascendía a 36000$. ¿Cuántas acciones de YPF compró el inversor en 1990?

6. Una empresa fabricante de vehículos tiene 3 tipos de camiones para el transporte de autos y motos. El tipo I tiene capacidad para 2 autos y 6 motos, el tipo II para 4 autos y 4 motos, y el tipo III para 3 autos y 10 motos. Se requiere transportar 33 autos y 62 motos. Si los camiones deben ir llenos, determinar cuántos camiones de cada tipo se necesitan. ¿Hay más de una opción?

7. Un gran hotel adquirió un total de 240 almohadas, 110 mantas y 135 edredones. Quiere renovar sus habitaciones repartiendo estos nuevos productos entre las habitaciones (sin que sobre nada). Para ello los debe distribuir en los siguientes tipos de habitaciones:

   ```
   Habitacion Comun: 1 almohada, 1 manta
   Habitacion Superior : 2 almohadas, 1 edredon
   Habitacion Premium : 3 almohadas, 1 manta, 1 edredon
   Habitacion Familiar: 4 almohadas, 2 mantas, 3 edredones
   ```

   a) Determinar todas las formas en que se pueden renovar las habitaciones con la condición de que se renueven 10 o más habitaciones de cada tipo y además que se renueven más habitaciones superiores que premium.

   b) Determinar cúal de todas las opciones del item anterior es la que permite renovar la mayor cantidad de habitaciones.

8. La entrada a un teatro, tiene un costo diferenciado para **niños, adultos, estudiantes y jubilados**. El viernes asistieron **400 estudiantes y 200 jubilados**, y se recaudaron 32000 pesos.El sábado asistieron **200 niños, 300 adultos y 500 jubilados** y se recaudaron 66000 pesos.El domingo asistieron **800 niños, 200 adultos y 300 jubilados** y se recaudaron 44000 pesos.Sabiendo que todos deben pagar entrada, que cada entrada cuesta una cantidad entera de pesos (no con centavos) y la entrada de los adultos es más cara que la de los jubilados, ¿cuánto costaría la entrada al teatro para cada tipo de asistente? Hay más de una posibilidad? En ese caso, enumerar todas.

4. Matrices inversibles y solución de sistemas.

1. *a*) Probar que $A = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -5 & 3 & -4 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ tienen como matrices inversas a:

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad y \quad \begin{pmatrix} -1 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix},$$

   respectivamente.

   b) Calcular la inversa de la matriz $C = 2AB^{-1}A^{-1}$ siendo A y B las matrices del ítem anterior.

   c) Resolver el sistema lineal de ecuaciones cuya forma matricial es: $DX = b$, donde $D = A^{-1}B$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $b = \begin{pmatrix} 11 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

2. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

   a) Hallar $a \in \mathbb{R}$ para que la inversa de la matriz A sea la matriz

$$\begin{pmatrix} 1 & a-3 & 6a+1 & \frac{1}{2} \\ -1 & -4a & 1 & a+\frac{1}{2} \\ a+\frac{1}{2} & -1 & -1 & 0 \\ 0 & -a & 0 & -a \end{pmatrix}.$$

   b) Resolver el sistema de ecuaciones $AX = b$ donde $b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

3. **Cálculo de inversas:**

   Decidir cuales de las siguientes matrices son inversibles, y en el caso que lo sean calcular sus inversas:

   (**a**) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ (**b**) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 10 \end{pmatrix}$

   (**c**) $\begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}$ (**d**) $\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$

   (**e**) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (**f**) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

4. Hallar las soluciones de los siguientes sistemas de ecuaciones usando las inversas halladas en el ejercicio anterior (si las matrices son inversibles). En el caso que las matrices no sean inversibles, hallar todas las soluciones por el método de Gauss-Jordan.

   (**a**) $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$ (**b**) $\begin{cases} z &= 1 \\ 2y - 1 &= y \\ 2y &= -10z \end{cases}$

   (**c**) $\begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ (**d**) $\begin{cases} 2y - 3 &= 2x \\ 3x &= 3y - 5 \end{cases}$

   (**e**) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \overline{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$ (**f**) $\begin{cases} x - 2y &= -3z - 4w \\ 2x + 2z &= -y - 3w \\ 2w + 2y + z &= -3x \\ 2z + w + 3y &= -4x \end{cases}$

5. **Verdadero o Falso.**

Determinar y justificar si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas.

a) Si una matriz A de 2×2 satisface que $A \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, entonces el rango de A es menor que 2.

b) Si una matriz A de 2×2 satisface que

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix},$$

entonces A es la matriz identidad.

c) Si A es una matriz cuadrada de 3×3 que satisface

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

entonces el rango de A es menor que 3.

d) Sean A, B matrices 3×3 tales que el sistema $Ax = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ tiene infinitas soluciones y el sistema $Bx = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ tiene solución única.

Entonces el sistema $ABx = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ tiene solución única.

e) Sean A, B matrices 3×3 tales que

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix},$$

entonces rango$(A + B)$ es menor a 3.

f) Si una matriz A de 4×4 satisface que el sistema de ecuaciones

$A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ **no tiene solución**, entonces el sistema de ecuaciones

$A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ tiene **infinitas soluciones**.

g) Si A es una matriz cuadrada de 2×2 inversible, entonces la matriz $B = A + 2I$ (donde I es la matriz identidad de 2×2) también es inversible.

h) Si A es una matriz cuadrada de 3×3 que satisface

$$A \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix},$$

entonces A no es inversible.

i) Si A es una matriz de 5×5 inversible cuya inversa es la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Entonces el sistema $Ax = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ tiene solución única $x = (15, 15, 15, 15, 15)$.

5. Multiple Choice.

Para cada una de las siguientes preguntas de opción múltiple, elegir la **única** opción correcta:

1. Si A es una matriz tal que el sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ tiene única solución, entonces el sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

   a) Seguro tiene infinitas soluciones.

   b) Seguro tiene alguna solución.

   c) Seguro no tiene solución.

   d) Seguro no tiene infinitas soluciones.

   e) Ninguna es correcta.

2. Si A es una matriz tal que $A \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, entonces:

   a) $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix}$ es la única solución del sistema $A \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

   b) $rg(A) = 4$.

   c) Existen infinitos $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$ tales que $A \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.

   d) La forma escalón reducida de la matriz A^t no tiene ninguna fila de ceros.

   e) Ninguna es correcta.

3. Sea A una matriz de 3×3 tal que $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ es la única solución del sistema $A \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$. Si $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$, entonces al considerar el sistema $(A \cdot B) \cdot \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ seguro que:

   a) No tiene solución.

   b) No tiene única solución.

   c) El vector $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ es la única solución.

   d) El vector $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ es una de las infinitas soluciones.

   e) Ninguna es correcta.

4. Sean A y B matrices de 3×3 tales que $A^2B - A = A + I$, entonces, si consideramos el sistema

$$(AB - 2I)\vec{x} = \vec{b}$$

   a) Hay algún $\vec{b}$ para el cuál el sistema tiene solución y algún $\vec{b}$ para el cuál el sistema no tiene solución.

   b) Tiene única solución para todo $\vec{b}$.

   c) Tiene infinitas soluciones para todo $\vec{b}$.

   d) No tiene solución para ningún $\vec{b}$.

5. Si $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a+2 \end{pmatrix}$ entonces el sistema $Ax = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ tiene infinitas soluciones si

   a) $a \notin \{0, -2\}$.

   b) $a \in \{0, -2\}$.

   c) $a = -2$.

   d) $a = 0$.