

88/100

A

Primer parcial

1. (35 puntos) Dado un conjunto A de números enteros positivos y dos enteros ℓ y u , el RANGE-SUM PROBLEM consiste en determinar si existe un subconjunto $S \subseteq A$ tal que la suma de los elementos de S esté entre ℓ y u . Por ejemplo, si tenemos como entrada el conjunto $C = \{2, 3, 6, 10\}$ y además $\ell = 14$ y $u = 16$, entonces la respuesta es afirmativa, dado que el subconjunto $S = \{2, 3, 10\}$ suma 15, que está entre 14 y 16. Consideremos el siguiente algoritmo recursivo para este problema. En esta función, el primer parámetro es un arreglo de enteros que contiene el conjunto A , el segundo parámetro es la longitud del arreglo A , y los siguientes parámetros son los valores ℓ y u .

```

1 bool rangesum(int* A, int n, int ℓ, int u)
2 {
3     if (n == 0)
4     {
5         return ℓ <= 0 && u >= 0;
6     }
7     else
8     {
9         int ultimo = A[n-1];
10        return rangesum(C, n-1, ℓ-ultimo, u-ultimo)
11            || rangesum(C, n-1, ℓ, u);
12    }
13 }

```

- 8 a) (15 puntos) Explicar por qué el algoritmo es correcto. Pista: Observar que las llamadas recursivas de las líneas 10 y 11 consideran el caso en el que $A[n-1]$ pertenezca y el caso en el que $A[n-1]$ no pertenezca al subconjunto buscado, respectivamente.
- 20 b) (20 puntos) Si $u < 0$ entonces ya no tiene sentido realizar la recursión, porque no existe ningún subconjunto de A que tenga una suma negativa. ¿Cómo se puede modificar el código para interrumpir la recursión en este caso?

2. (30 puntos) Un grafo es un árbol si no tiene ciclos y es conexo.

- 10 a) (10 puntos) Existe algún árbol T con tres o más vértices cuyo complemento sea isomorfo a T ?
- 15 b) (20 puntos) Demostrar que si se elimina de un árbol un vértice de grado d , entonces el grafo resultante tiene exactamente d componentes conexas.

3. (35 puntos) Dado un digrafo $D = (N, A)$ con una función de distancia $w : A \rightarrow \mathbb{R}_{\geq 0}$, buscamos encontrar caminos mínimos que pasan por un determinado nodo $k \in N$.

- 20 a) (20 puntos) Implementar una función que, dado el digrafo pesado D y dados tres nodos $s, t, k \in N$, retorne la longitud de un camino mínimo de s a t que pase por k . Justificar por qué la función es correcta. Sugencia: Utilizar el Algoritmo de Dijkstra como algoritmo auxiliar.
- 15 b) (15 puntos) Asumiendo que se tiene la función del item anterior, implementar una función que calcule para todo par de vértices $s, t \in N$, la longitud del camino mínimo que pasa por k (k es parámetro de la función). Justificar por qué la función es correcta.

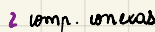
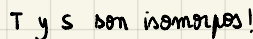
Ej. 1

En primer lugar, es correcto que en base a un problema, lo va solucionando hasta llegar al caso base. Aparte, considera todos los casos, si el "actual" pertenece al subconjunto o si no.

```
bool rangesum(int* A, int n, int l, int u)
{
    if (n == 0)
    {
        return l <= 0 && u >= 0;
    }
    else _____
    {
        int ultimo = A[n-1];
        return rangesum(C, n-1, l-ultimo, u-ultimo)
            || rangesum(C, n-1, l, u);
    }
}
```

```
if ( $\mu \geq 0$ ) {
    choco
} else {
    return
}
```

Ej. 2



3 usos: si sale raíz, si sale hoja, si sale uno del medio

[illegible][illegible]