МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МИРЭА – Российский технологический университет»

ИНСТИТУТ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Лабораторная работа 2

по курсу «**Теория вероятностей и математическая статистика часть 2**»

ВАРИАНТ 6

Тема: **Проверка статистических гипотез с помощью критерия χ^2 и критерия Колмогорова**

Выполнил:
Студент 3-го курса
Едренников Д.А.

Группа: КМБО-01-20

МОСКВА – 2023

Задание

Задание 1. Проверка гипотезы о показательном распределении с помощью критерия χ^2:

В соответствии с номером варианта взять из файла MC_D_Exp выборку $\{x_1, \ldots, x_N\}$. Построить интервальный ряд, положив $a_0 = 0$, $a_m = \max x_i$, число интервалов находится по формуле Стерджеса $m = 1 + [\log_2 N]$.

Таблица 1.1. Интервальный ряд.

Интервалы	n_i	w_i
$[a_0, a_1]$	n_1	w_1
$(a_1, a_2]$	n_2	w_2
…	…	…
$(a_{m-1}, a_m]$	n_m	w_m
	$\sum_{i=1}^{m} n_i$	$\sum_{i=1}^{m} w_i$

Найти методом моментов оценку $\tilde{\lambda}$ параметра λ показательного распределения. Построить Таблицу 1.2.

Таблица 1.2. Вычисление p_k^*.

k	a_k	$f(a_k, \tilde{\lambda})$	$F(a_k, \tilde{\lambda})$	p_k^*
0	0	$f(0, \tilde{\lambda})$	0	–
1	a_1	$f(a_1, \tilde{\lambda})$	$F(a_1, \tilde{\lambda})$	p_1^*
…	…	…	…	…
m	a_m	$f(a_m, \tilde{\lambda})$	$F(a_m, \tilde{\lambda})$	p_m^*
				$\sum_{k=1}^{m} p_k^*$

где $f(x, \tilde{\lambda}) = \tilde{\lambda} e^{-\tilde{\lambda} x}$ при $x \geq 0$; $F(x, \tilde{\lambda}) = 1 - e^{-\tilde{\lambda} x}$ при $x \geq 0$, значения p_k^* находятся в соответствии с указаниями к **Заданию 1.**

Построить график плотности показательного распределения $f(x, \tilde{\lambda})$, наложенный на гистограмму относительных частот.

Построить Таблицу 1.3.

Таблица 1.3. Вычисление выборочного значения критерия χ_B^2 .

k	Интервал	w_k	p_k^*	$\lvert w_k - p_k^* \rvert$	$\frac{N(w_k - p_k^*)^2}{p_k^*}$
1	$[a_0, a_1]$	w_1	p_1^*	$\lvert w_1 - p_1^* \rvert$	$\frac{N(w_1 - p_1^*)^2}{p_1^*}$
2	$(a_1, a_2]$	w_2	p_2^*	$\lvert w_2 - p_2^* \rvert$	$\frac{N(w_2 - p_2^*)^2}{p_2^*}$
…	…	…	…	…	…
m	$(a_{m-1}, a_m]$	w_m	p_m^*	$\lvert w_m - p_m^* \rvert$	$\frac{N(w_m - p_m^*)^2}{p_m^*}$
		$\sum_{k=1}^{m} w_k$	$\sum_{k=1}^{m} p_k^*$	$\max \lvert w_k - p_k^* \rvert$	$\sum_{k=1}^{m} \frac{N(w_k - p_k^*)^2}{p_k^*}$

Проверить с помощью критерия χ^2 гипотезу о соответствии выборки показательному распределению с параметром $\tilde{\lambda}$ при уровне значимости *0,05*.

Задание 2. Проверка гипотезы о нормальном распределении с помощью критерия χ^2:

В соответствии с номером варианта взять из файла **MC_D_Norm** выборку $\{x_1, \ldots, x_N\}$. Построить Таблицу 2.1 интервального ряда, аналогичную Таблице 1.1., положив $a_0 = \min x_i$, $a_m = \max x_i$.

Найти оценки математического ожидания $\tilde{a}$ и дисперсии $\tilde{\sigma}^2$.

Построить Таблицу 2.2.

Таблица 2.2. Вычисление p_k^*.

k	a_k	$\frac{a_k - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}$	$\frac{1}{\tilde{\sigma}} \varphi(\frac{a_k - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}})$	$\Phi(\frac{a_k - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}})$	p_k^*
0	a_0	$\frac{a_0 - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}$	$\frac{1}{\tilde{\sigma}} \varphi(\frac{a_0 - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}})$	$\Phi(\frac{a_0 - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}})$	–
1	a_1	$\frac{a_1 - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}$	$\frac{1}{\tilde{\sigma}} \varphi(\frac{a_1 - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}})$	$\Phi(\frac{a_1 - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}})$	p_1^*
…	…	…	…	…	…
m	a_m	$\frac{a_m - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}$	$\frac{1}{\tilde{\sigma}} \varphi(\frac{a_m - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}})$	$\Phi(\frac{a_m - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}})$	p_m^*
					$\sum_{k=1}^{m} p_k^*$

Значения p_k^* находятся в соответствии с указаниями к **Заданию 2.**

Построить график плотности нормального распределения $N(\tilde{a},\tilde{\sigma}^2)$, наложенный на гистограмму относительных частот.

Построить Таблицу 2.3, аналогичную Таблице 1.3.

Проверить с помощью критерия χ^2 гипотезу о соответствии выборки нормальному распределению $N(\tilde{a},\tilde{\sigma}^2)$ при уровне значимости *0,05*.

Задание 3. Проверка гипотезы о равномерном распределении с помощью критерия χ^2:

В соответствии с номером варианта взять из файла **MC_D_Unif** выборку $\{x_1, ..., x_N\}$ и значения a и b. Построить Таблицу 3.1 интервального ряда, аналогичную Таблице 1.1., положив $a_0 = a$, $a_m = b$.

Построить Таблицу 3.2.

Таблица 3.2. Вычисление p_k^*.

k	a_k	$f(a_k)$	$F(a_k)$	p_k^*
0	a_0	$f(a_0)$	0	–
1	a_1	$f(a_1)$	$F(a_1)$	p_1^*
…	…	…	…	…
m	a_m	$f(a_m)$	$F(a_m)$	p_m^*
				$\sum_{k=1}^{m} p_k^*$

где $f(x)=\dfrac{1}{b-a}$ при $x\in[a;b]$; $F(x)=\dfrac{x-a}{b-a}$ при $x\in[a;b]$, значения $p_k^* = F(a_k)-F(a_{k-1})$.

Построить Таблицу 3.3, аналогичную Таблице 1.3.

Построить график плотности равномерного распределения на отрезке $[a,b]$, наложенный на гистограмму относительных частот.

Проверить с помощью критерия χ^2 гипотезу о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке $[a,b]$ при уровне значимости *0,05*.

Задание 4. Проверка гипотезы о равномерном распределении с помощью критерия Колмогорова:

В соответствии с номером варианта взять из файла **MC_D_Unif** выборку $\{x_1, ..., x_N\}$ и значения a и b.

Построить на одном рисунке график эмпирической функции распределения $F_N(x)$ данной выборки и график функции распределения $F(x)$ равномерного закона на отрезке $[a,b]$.

Построить Таблицу 4.1.

Таблица 4.1. Вычисление выборочного значения критерия Колмогорова.

a	b	N	D_N	$D_N\sqrt{N}$	x^*	$F(x^*)$	$F_N(x^*)$	$F_N(x^*-0)$

где $D_N = \max\limits_{1\le j\le N}(\max(|F_N(x_{(j)})-F(x_{(j)})|, |F_N(x_{(j)}-0)-F(x_{(j)})|))$,

$x^* = x_{(j)}$, *если* $D_N = \max(|F_N(x_{(j)})-F(x_{(j)})|, |F_N(x_{(j)}-0)-F(x_{(j)})|)$.

Проверить гипотезу о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке $[a,b]$ при уровне значимости *0,05* с помощью критерия Колмогорова.

Задание 5. Проверка гипотезы о показательном распределении с помощью критерия Колмогорова:

В соответствии с номером варианта взять из файла **MC_D_Exp** выборку $\{x_1, ..., x_N\}$ и значение λ из файла **MC_D_Lambda**.

Построить на одном рисунке график эмпирической функции распределения $F_N(x)$ данной выборки и график функции распределения $F(x)$ показательного закона с заданным параметром λ.

Построить Таблицу 5.1.

Таблица 5.1. Вычисление выборочного значения критерия Колмогорова.

a	b	N	D_N	$D_N\sqrt{N}$	x^*	$F(x^*)$	$F_N(x^*)$	$F_N(x^*-0)$

где $D_N = \max\limits_{1\le j\le N}(\max(|F_N(x_{(j)})-F(x_{(j)})|, |F_N(x_{(j)}-0)-F(x_{(j)})|))$,

$x^* = x_{(j)}$, *если* $D_N = \max(|F_N(x_{(j)})-F(x_{(j)})|, |F_N(x_{(j)}-0)-F(x_{(j)})|)$,

$F(x)=1-e^{-\lambda x}$ при $x \ge 0$.

Проверить гипотезу о соответствии выборки показательному распределению с заданным параметром λ при уровне значимости *0,05* с помощью критерия Колмогорова.

Результаты вычислений приводить в отчете с точностью до ***0,00001.***

Краткие теоретические сведения

Выборочное среднее:

$\bar{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{m} x_i^* * n_i = \sum_{i=1}^{m} x_i^* * w_i$

Выборочный момент k-ого порядка (выборочный k-ый момент):

$\overline{\mu_k} = \sum_{i=1}^{m}(x_i^*)^k * w_i,\ \overline{\mu_1} = \bar{x}.$

Выборочная дисперсия:

$D_B = \sum_{i=1}^{m}(x_i^* - \bar{x})^2 * w_i, = \overline{\mu_2} - (\overline{\mu_1})^2.$

Выборочный центральный момент k-ого порядка (выборочный центральный k-ый момент):

$\bar{\mu}_k^0 = \sum_{i=1}^{m}(x_i^* - \bar{x})^k * w_i,\ \bar{\mu}_1^0 = 0,\ \bar{\mu}_2^0 = D_B,$

$\bar{\mu}_3^0 = \overline{\mu_3} - 3\overline{\mu_2}\,\overline{\mu_1} + 2(\overline{\mu_1})^3,$

$\bar{\mu}_4^0 = \overline{\mu_4} - 4\overline{\mu_3}\,\overline{\mu_1} + 6\,\overline{\mu_2}\,(\overline{\mu_1})^2 - 3(\overline{\mu_1})^4.$

Выборочное среднее квадратическое отклонение:

$\bar{\sigma} = \sqrt{D_B}$

Нормальное распределение:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},\ x \in (-\infty, +\infty)$$

Функция распределения

$$\Phi\ (x) = \int_{-\infty}^{x} \varphi(t)dt$$

Математическое ожидание: α

Дисперсия: σ^2

Среднее квадратическое отклонение: σ

Мода: α

Медиана: α

Коэффициент асимметрии: 0

Коэффициент эксцесса: 0

Показательное распределение:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x},\ x \in [0, +\infty)$$

Функция распределение:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ 1 - e^{-\lambda x}, & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

Математическое ожидание: λ^{-1}

Дисперсия: λ^{-2}

Среднее квадратическое отклонение: λ^{-1}

Мода: 0

Медиана: $\frac{ln2}{\lambda}$

Коэффициент асимметрии: 2

Коэффициент эксцесса: 6

Равномерное распределение на отрезке [a b]:

$f(x)=\frac{1}{b-a},\ x\in[a,b]$

Функция распределение:

$$F(x) = \begin{cases} 0, x < a \\ \frac{x-a}{b-a}, a \le x \le b \\ 1, x \ge b \end{cases}$$

Математическое ожидание: $\frac{a+b}{2}$

Дисперсия: $\frac{(b-a)^2}{12}$

Среднее квадратическое отклонение: $\frac{b-a}{2\sqrt{3}}$

Мода: $\frac{a+b}{2}$

Медиана: $\frac{a+b}{2}$

Коэффициент асимметрии: 0

Коэффициент эксцесса: $-\frac{6}{5}$

Общая схема проверки статистических гипотез с помощью критерия χ^2

Найденное значение критерия χ_B^2 сравнивается с критическим значением $\chi_{kp,\alpha}^2$(l) , где α – уровень значимости, α=0,05, l – число степеней свободы.

$$\chi_B^2 = \sum_{k=1}^{m} \frac{N(w_k - p_k^*)^2}{p_k^*}$$

$\chi_{kp,\alpha}^2$(l) - вычисляется с помощью функции chi2.ppf(a, b).

Если $\chi_B^2 \le \chi_{kp,\alpha}^2$(l) то гипотеза о соответствии выборки определенному распределению не противоречит экспериментальным данным (может быть принята) при уровне значимости α=0,05.

Если $\chi_B^2 > \chi_{kp,\alpha}^2(l)$, то гипотеза о соответствии выборки определенному распределению противоречит экспериментальным данным (не может быть принята) при уровне значимости α=0,05.

Общая схема проверки с помощью критерия Колмогорова статистической гипотезы о соответствии выборки равномерному распределению

Необходимо сравнить вычисленное значение $D_N\sqrt{N}$ с критическим значением k_α при уровне значимости α= 0,05 и сделать вывод о справедливости гипотезы.

k_α – вычисляется с помощью функции scipy.special.kolmogi(a).

$$D_N\sqrt{N} = \max_{1\le j\le N}(\max(\left|F_N\left(x_{(j)}\right) - F\left(x_{(j)}\right)\right|, \left|F_N\left(x_{(j)} - 0\right) - F\left(x_{(j)}\right)\right|)$$

Если $D_N\sqrt{N} \le k\alpha$, то гипотеза о соответствии выборки определенному распределению не противоречит экспериментальным данным (может быть принята) при уровне значимости α= 0,05.

Если $D_N\sqrt{N} > k\alpha$, то гипотеза о соответствии выборки определенному распределению противоречит экспериментальным данным (не может быть принята) при уровне значимости α= 0,05.

В программе расчёта был использован язык python. Использовались следующие функции:

chi2.ppf(a, b) - функция вычисляет критическим значением $\chi_{kp,\alpha}^2(l)$, где a – уровень значимости, b – количество степеней свободы.

scipy.special.kolmogi(a) – функция вычисляет критическое значение критерия Колмогорова, где a – уровень значимости.

scipy.stats.expon.pdf(x=x, scale=1/labda1) – функция, вычисляющая плотность вероятности показательного распределения. x – точки, для которых производится расчёт, scale – значение параметра 1/λ

norm.cdf(t1[i]) – функция, рассчитивающая вероятность того, что случайная величина, распределенная по нормальному закону примет значение меньше t1[i].

norm.pdf(x, s_m1, Smqd) - функция, вычисляющая плотность вероятности стандартного нормального распределения. x – точки, для которых производится расчёт, s_m1 – среднее значение распределения, Smqd – стандартное отклонение.

scipy.stats.uniform.pdf(x=x, loc=a, scale=b - a) - функция, вычисляющая плотность вероятности равномерного распределения. x – точки, для которых производится расчёт, loc – начало интервала, scale – длина интервала.

Результаты расчетов

Для всех заданий вариант равен 6.

Задание 1:

Данная выборка

0,97494	0,54345	0,55448	0,89675	0,16532	0,14625	0,27871	0,08319	0,57546	0,75401
0,33935	0,07207	0,86823	2,27584	1,43015	0,82341	2,02619	0,29441	0,91136	0,65958
1,66464	0,87931	0,28180	0,99399	0,24299	0,21930	1,56621	0,07542	0,44137	0,90047
0,61899	1,97023	0,18752	0,28146	0,61500	0,30781	0,21578	0,23441	0,23171	0,49810
0,98031	0,35218	0,58011	1,08712	0,14496	0,15921	0,39636	0,28065	1,83692	0,06197
0,33707	0,88832	0,39735	0,50391	0,44614	0,65537	0,98366	0,16606	1,86181	0,94307
0,49935	2,21054	3,47755	0,64380	0,01571	0,48544	0,22525	0,02169	0,09666	0,00583
0,26713	1,20799	0,18829	0,14729	0,06153	0,60877	2,18966	0,31837	0,26445	0,48635
0,01271	1,24150	0,61427	0,96416	0,32586	0,02224	1,14577	0,40663	0,28343	0,46425
0,67296	0,59716	0,36653	0,88578	0,16422	0,03676	0,44591	0,47940	0,16182	0,57747
0,24873	0,05087	0,45316	0,19181	0,76124	1,46750	0,84597	0,76690	0,81015	0,70416
0,87103	1,43720	0,16612	0,55884	2,15408	0,08889	0,32100	0,54827	0,19218	0,31592
0,94434	0,23889	0,33519	0,40694	0,05246	1,54816	0,79350	1,76549	0,42547	0,39379
0,15872	0,22889	1,46276	1,04608	0,76953	0,11451	0,59191	0,31786	1,43878	1,05002
2,05666	0,66660	0,25338	0,33463	0,67874	0,94867	0,08803	1,21272	0,11179	2,37156
0,51527	0,12643	0,02899	1,92154	1,35496	0,55238	0,20668	0,01712	1,06065	0,88205
0,10873	1,26062	0,49399	0,80641	0,25320	1,24723	2,37736	0,74403	0,63150	0,73679
0,47896	0,64002	0,32848	0,65269	0,70420	0,47792	1,36441	0,15506	0,07258	0,22047
0,24231	2,08651	0,90103	1,29706	0,21108	0,01437	0,48383	0,19103	0,02780	1,56642
0,03986	0,75419	0,68418	1,27559	0,11814	0,02245	0,17843	1,68521	0,72983	0,76955

Отсортированная выборка

0.00583	0.01271	0.01437	0.01571	0.01712	0.02169	0.02224	0.02245	0.0278	0.02899
0.03676	0.03986	0.05087	0.05246	0.06153	0.06197	0.07207	0.07258	0.07542	0.08319
0.08803	0.08889	0.09666	0.10873	0.11179	0.11451	0.11814	0.12643	0.14496	0.14625
0.14729	0.15506	0.15872	0.15921	0.16182	0.16422	0.16532	0.16606	0.16612	0.17843
0.18752	0.18829	0.19103	0.19181	0.19218	0.20668	0.21108	0.21578	0.2193	0.22047
0.22525	0.22889	0.23171	0.23441	0.23889	0.24231	0.24299	0.24873	0.2532	0.25338
0.26445	0.26713	0.27871	0.28065	0.28146	0.2818	0.28343	0.29441	0.30781	0.31592
0.31786	0.31837	0.321	0.32586	0.32848	0.33463	0.33519	0.33707	0.33935	0.35218
0.36653	0.39379	0.39636	0.39735	0.40663	0.40694	0.42547	0.44137	0.44591	0.44614
0.45316	0.46425	0.47792	0.47896	0.4794	0.48383	0.48544	0.48635	0.49399	0.4981
0.49935	0.50391	0.51527	0.54345	0.54827	0.55238	0.55448	0.55884	0.57546	0.57747
0.58011	0.59191	0.59716	0.60877	0.61427	0.615	0.61899	0.6315	0.64002	0.6438
0.65269	0.65537	0.65958	0.6666	0.67296	0.67874	0.68418	0.70416	0.7042	0.72983
0.73679	0.74403	0.75401	0.75419	0.76124	0.7669	0.76953	0.76955	0.7935	0.80641
0.81015	0.82341	0.84597	0.86823	0.87103	0.87931	0.88205	0.88578	0.88832	0.89675
0.90047	0.90103	0.91136	0.94307	0.94434	0.94867	0.96416	0.97494	0.98031	0.98366
0.99399	1.04608	1.05002	1.06065	1.08712	1.14577	1.20799	1.21272	1.2415	1.24723
1.26062	1.27559	1.29706	1.35496	1.36441	1.43015	1.4372	1.43878	1.46276	1.4675
1.54816	1.56621	1.56642	1.66464	1.68521	1.76549	1.83692	1.86181	1.92154	1.97023
2.02619	2.05666	2.08651	2.15408	2.18966	2.21054	2.27584	2.37156	2.37736	3.47755

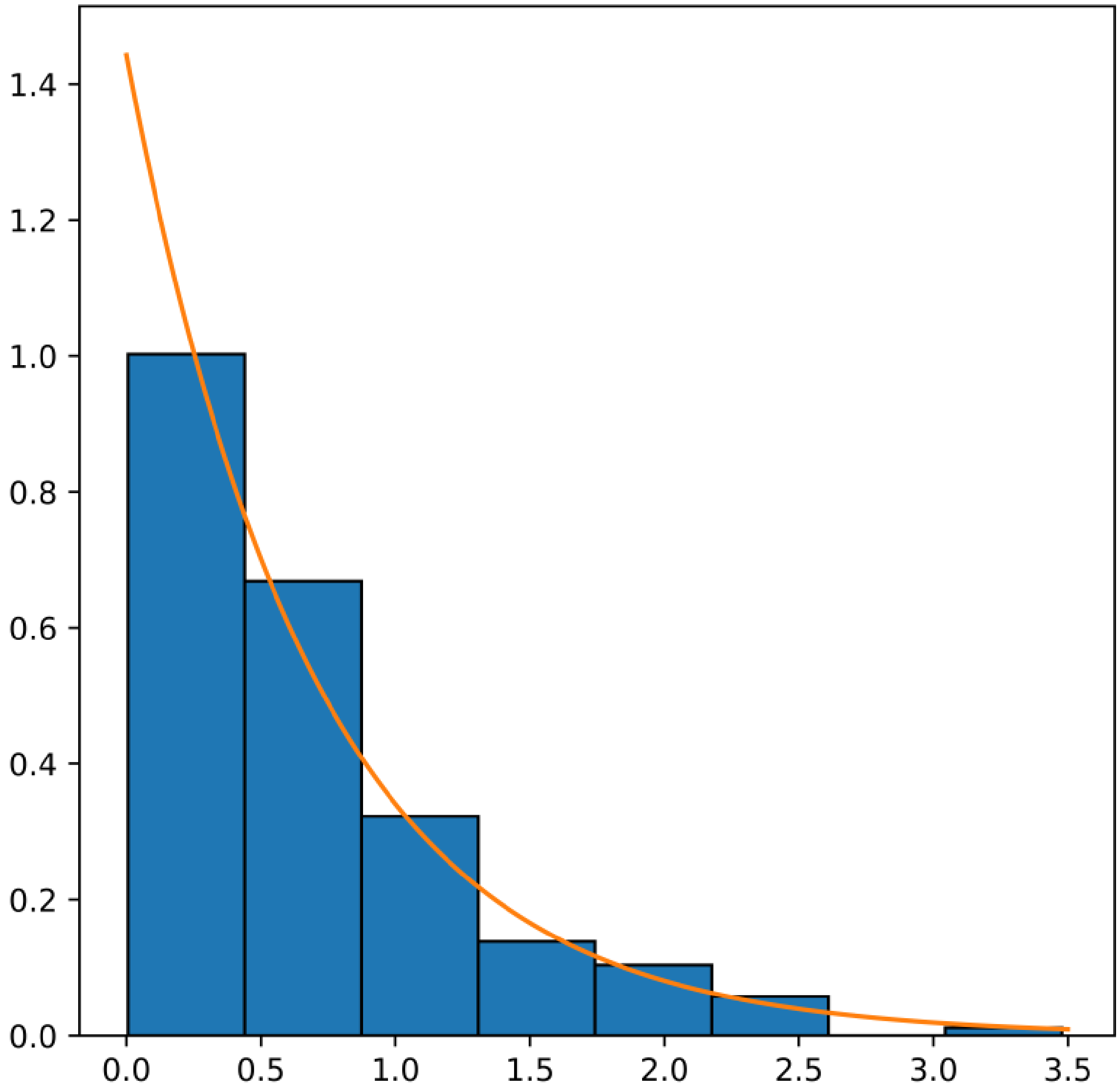
Интервальный ряд

Интервалы	n_i	w_i
[0, 0.43469]	87	0.435
(0.43469, 0.86939]	57	0.285
(0.86939, 1.30408]	29	0.145
(1.30408, 1.73877]	12	0.06
(1.73877, 2.17347]	9	0.045
(2.17347, 2.60816]	5	0.025
(2.60816, 3.04286]	0	0.0
(3.04286, 3.47755]	1	0.005
	200	1.0

Вычисление p_k^*

k	a_k	f($a_{k,}$ $\tilde{\lambda}$)	F($a_{k,}$ $\tilde{\lambda}$)	p_k^*
0	0	1.4423	0.0	-
1	0.43469	0.7705	0.46579	0.46579
2	0.86939	0.41161	0.71462	0.24883
3	1.30408	0.21989	0.84754	0.13293
4	1.73877	0.11747	0.91856	0.07101
5	2.17347	0.06275	0.95649	0.03794
6	2.60816	0.03352	0.97676	0.02027
7	3.04286	0.01791	0.98758	0.01083
8	3.47755	0.00957	0.99337	0.01242
				1.0

График плотности, наложенный на гистограмму относительных частот



Вычисление выборочного значения критерия $\chi^2_{\text{В}}$

k	Интервалы	w_k	p_k^*	$\mid w_k - p_k^* \mid$	$\frac{N(w_k - p_k^*)^2}{p_k^*}$
1	[0, 0.43469]	0.435	0.46579	0.03079	0.40696
2	(0.43469, 0.86939]	0.285	0.24883	0.03617	1.05157
3	(0.86939, 1.30408]	0.145	0.13293	0.01207	0.21926
4	(1.30408, 1.73877]	0.06	0.07101	0.01101	0.34153
5	(1.73877, 2.17347]	0.045	0.03794	0.00706	0.26311
6	(2.17347, 2.60816]	0.025	0.02027	0.00473	0.2212
7	(2.60816, 3.04286]	0.0	0.01083	0.01083	2.16524
8	(3.04286, 3.47755]	0.005	0.01242	0.00163	0.88602
		1.0	1.0	0.03617	5.5549

Результаты расчетов требуемых характеристик

Оценка $\tilde{\lambda}$ параметра λ: 1.4423

Проверка гипотез с помощью критерия χ^2

$\chi^2_{kp,\alpha}$(l) при уровне значимости α = 0.05 и степени свободы l = 6, равен 12.59158, а $\chi^2_{\text{В}}$ = 5.5549, следовательно, гипотеза, о том что данная выборка соответствует показательному распределению с параметром $\tilde{\lambda}$, не противоречит экспериментальным данным (может быть принята) при уровне значимости α = 0.05.

Задание 2:

Данная выборка

2,86728	0,64330	0,56871	-0,51954	1,88552	1,87000	2,54401	0,77150	-0,25163	0,45270
1,13188	-0,13516	2,79170	1,54254	0,86840	-1,67046	0,24592	1,38639	0,26333	0,54415
1,65331	0,29311	-0,51887	2,48220	1,01074	1,96870	3,25616	0,99819	0,83646	3,19009
-0,24485	-0,57104	1,53098	0,24618	2,25014	1,52737	1,48454	1,45196	0,49125	1,66006
0,77905	0,11235	1,39604	3,44068	0,21113	2,91672	-0,41808	2,38678	2,40915	2,38930
2,30288	1,26531	-0,25179	1,40918	3,38322	0,65500	1,22189	2,88522	0,91645	-0,53520
2,63247	0,46257	2,48092	2,70751	0,26832	1,89455	-0,32632	1,05800	2,39197	1,45039
-0,68905	2,35009	2,74350	2,04859	2,18862	1,85233	0,99772	0,78952	0,87469	0,99794
0,31365	1,24173	-0,57746	1,93329	1,41590	1,22422	1,73337	3,04611	2,53595	-0,12383
3,83315	1,51367	4,21158	4,26113	3,74643	0,35489	2,17630	2,74079	-0,50449	0,83012
0,78376	2,39267	2,04421	0,98281	1,85254	0,01681	0,98511	1,57608	1,26465	2,91597
0,53350	2,97226	1,64747	2,77579	1,89312	1,52409	2,13136	0,70852	0,86161	1,64958
2,64152	1,18987	3,30493	0,26305	1,25149	0,49265	0,77461	2,75295	0,20638	3,23153
-0,41601	0,49294	3,57286	1,78484	2,95677	2,34132	2,61648	0,72660	2,11193	0,50248
2,47467	1,34834	-0,24358	0,35775	2,69114	0,27944	1,78820	1,54063	2,77200	1,66152
0,87717	2,37526	1,65645	2,36921	1,07254	1,07622	0,69913	-0,65297	1,22832	3,34510
-0,04131	0,53450	0,36705	0,33717	0,75314	3,35553	-0,36351	0,69532	2,88261	-0,17766
1,26223	1,61054	1,76563	2,04095	-0,41430	0,70619	0,41194	2,50029	1,30179	0,86940
0,79233	-1,60799	4,39980	0,70509	1,65828	-1,00514	0,69058	1,17355	1,45649	1,63657
1,58629	1,50408	2,46199	0,30441	1,59389	3,32481	0,78103	3,11943	2,11255	3,04706

Отсортированная выборка

-1.67046	-1.60799	-1.00514	-0.68905	-0.65297	-0.57746	-0.57104	-0.5352	-0.51954	-0.51887
-0.50449	-0.41808	-0.41601	-0.4143	-0.36351	-0.32632	-0.25179	-0.25163	-0.24485	-0.24358
-0.17766	-0.13516	-0.12383	-0.04131	0.01681	0.11235	0.20638	0.21113	0.24592	0.24618
0.26305	0.26333	0.26832	0.27944	0.29311	0.30441	0.31365	0.33717	0.35489	0.35775
0.36705	0.41194	0.4527	0.46257	0.49125	0.49265	0.49294	0.50248	0.5335	0.5345
0.54415	0.56871	0.6433	0.655	0.69058	0.69532	0.69913	0.70509	0.70619	0.70852
0.7266	0.75314	0.7715	0.77461	0.77905	0.78103	0.78376	0.78952	0.79233	0.83012
0.83646	0.86161	0.8684	0.8694	0.87469	0.87717	0.91645	0.98281	0.98511	0.99772
0.99794	0.99819	1.01074	1.058	1.07254	1.07622	1.13188	1.17355	1.18987	1.22189
1.22422	1.22832	1.24173	1.25149	1.26223	1.26465	1.26531	1.30179	1.34834	1.38639
1.39604	1.40918	1.4159	1.45039	1.45196	1.45649	1.48454	1.50408	1.51367	1.52409
1.52737	1.53098	1.54063	1.54254	1.57608	1.58629	1.59389	1.61054	1.63657	1.64747
1.64958	1.65331	1.65645	1.65828	1.66006	1.66152	1.73337	1.76563	1.78484	1.7882
1.85233	1.85254	1.87	1.88552	1.89312	1.89455	1.93329	1.9687	2.04095	2.04421
2.04859	2.11193	2.11255	2.13136	2.1763	2.18862	2.25014	2.30288	2.34132	2.35009
2.36921	2.37526	2.38678	2.3893	2.39197	2.39267	2.40915	2.46199	2.47467	2.48092
2.4822	2.50029	2.53595	2.54401	2.61648	2.63247	2.64152	2.69114	2.70751	2.74079
2.7435	2.75295	2.772	2.77579	2.7917	2.86728	2.88261	2.88522	2.91597	2.91672
2.95677	2.97226	3.04611	3.04706	3.11943	3.19009	3.23153	3.25616	3.30493	3.32481
3.3451	3.35553	3.38322	3.44068	3.57286	3.74643	3.83315	4.21158	4.26113	4.3998

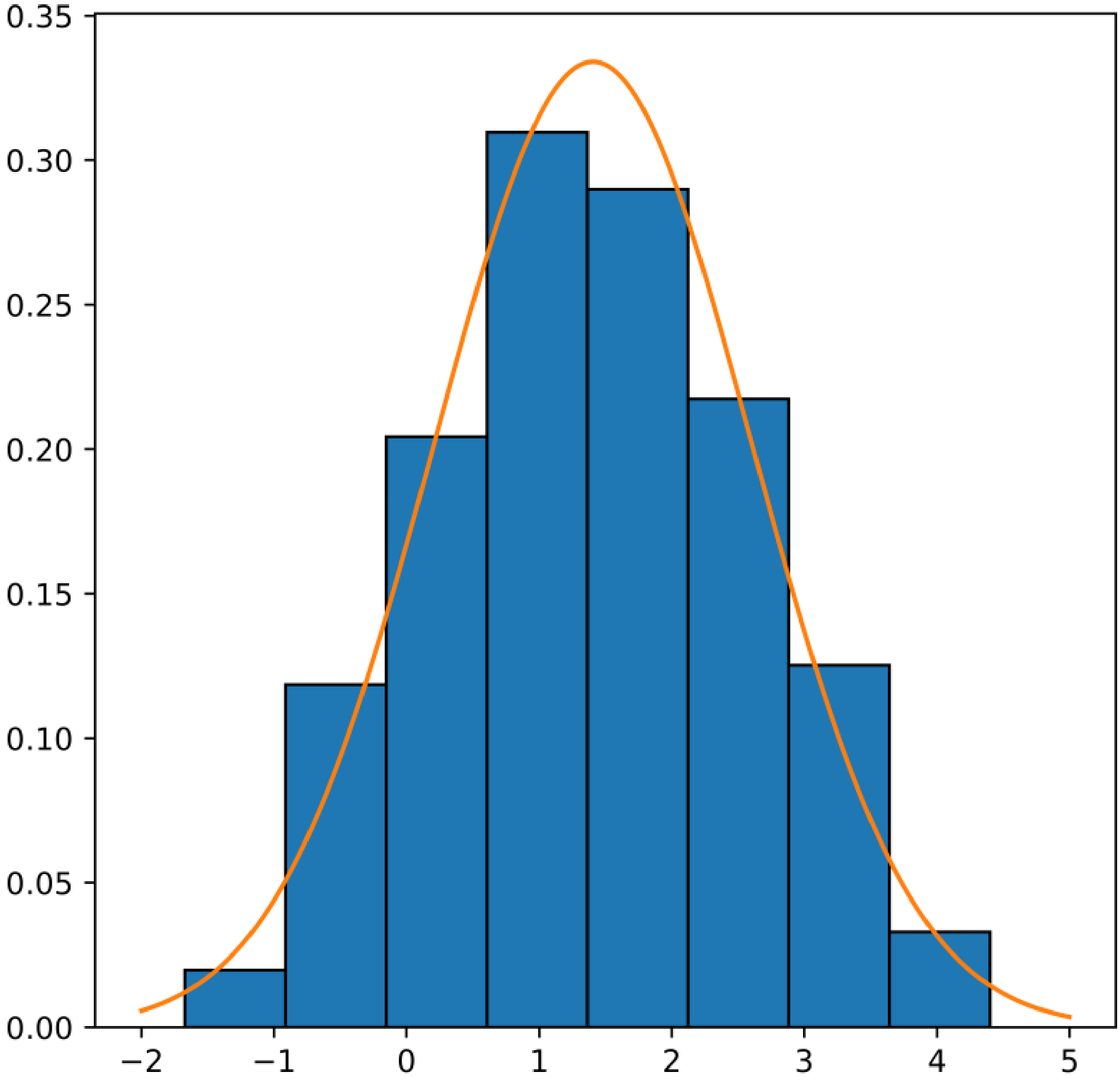
Интервальный ряд

Интервалы	n_i	w_i
[-1.67046, -0.91168]	3	0.015
(-0.91168, -0.1529]	18	0.09
(-0.1529, 0.60589]	31	0.155
(0.60589, 1.36467]	47	0.235
(1.36467, 2.12345]	44	0.22
(2.12345, 2.88224]	33	0.165
(2.88224, 3.64102]	19	0.095
(3.64102, 4.3998]	5	0.025
	200	1.0

Вычисление p_k^*

k	a_k	$\frac{a_k - \tilde{a}}{\tilde{\sigma}}$	$\frac{1}{\tilde{\sigma}}\varphi(\frac{a_k-\tilde{a}}{\tilde{\sigma}})$	$\Phi(\frac{a_k-\tilde{a}}{\tilde{\sigma}}))$	p_k^*
0	-1.67046,	-2.5765	0.01209	0.00499	-
1	-0.91168,	-1.94111	0.05077	0.02612	0.02612
2	-0.1529,	-1.30572	0.14243	0.09582	0.0697
3	0.60589,	-0.67033	0.26684	0.25132	0.1555
4	1.36467,	-0.03495	0.33386	0.48606	0.23474
5	2.12345,	0.60044	0.27896	0.72589	0.23983
6	2.88224,	1.23583	0.15566	0.89174	0.16585
7	3.64102,	1.87122	0.05801	0.96934	0.0776
8	4.3998	2.50661	0.01444	0.99391	0.03066
					1.0

График плотности, наложенный на гистограмму относительных частот



Вычисление выборочного значения критерия $\chi^2_{\text{В}}$

k	Интервалы	w_k	p_k^*	$\lvert w_k - p_k^* \rvert$	$\frac{N(w_k - p_k^*)^2}{p_k^*}$
1	[-1.67046, -0.91168]	0.015	0.02612	0.01112	0.94714
2	(-0.91168, -0.1529]	0.09	0.0697	0.0203	1.18233
3	(-0.1529, 0.60589]	0.155	0.1555	0.0005	0.00032
4	(0.60589, 1.36467]	0.235	0.23474	0.00026	0.00006
5	(1.36467, 2.12345]	0.22	0.23983	0.01983	0.32801
6	(2.12345, 2.88224]	0.165	0.16585	0.00085	0.00086
7	(2.88224, 3.64102]	0.095	0.0776	0.0174	0.77997
8	(3.64102, 4.3998]	0.025	0.03066	0.00566	0.2088
		1.0	1.0	0.0203	3.44749

Результаты расчетов требуемых характеристик

Математического ожидание: 1.4064
Дисперсия: 1.42612

Проверка гипотез с помощью критерия χ^2

$\chi^2_{kp,\alpha}$(l) при уровне значимости α = 0.05 и степени свободы l = 5, равен 11.07049, а $\chi^2_{\text{В}}$ = 3.44749, следовательно, гипотеза, о том, что данная выборка соответствует нормальному распределению N($\tilde{\alpha}$,$\widetilde{\sigma^2}$), не противоречит экспериментальным данным (может быть принята) при уровне значимости α = 0.05.

Задание 3:

$a = 0{,}60 \; b = 3{,}06$

Данная выборка

0,87237	0,61947	2,28114	1,05954	3,01849	0,78614	1,97266	0,81233	0,66475	1,17367
0,81927	0,92895	2,00952	0,92135	1,97646	1,67131	1,32465	2,54559	0,87393	1,66786
2,86762	0,88431	0,91213	3,04601	3,00578	1,85865	2,45107	1,17334	0,73715	2,23896
1,34590	1,21325	2,25551	1,23435	3,01429	1,13780	1,76009	1,09206	1,35849	2,43128
2,71963	2,29392	2,72527	2,91515	1,44885	2,62008	1,04418	1,30352	2,46744	0,89681
1,15615	2,02147	1,07346	1,74173	2,86102	2,32731	2,71160	2,51601	2,23878	1,46360
2,54880	1,85966	1,14817	2,64072	2,99352	1,50133	1,01462	2,11928	1,81440	1,41270
1,14874	1,98375	1,49910	2,69859	2,99160	2,17237	1,07898	2,73331	1,92270	2,66263
1,81616	2,58813	0,60401	1,79972	0,76114	2,55662	1,52095	1,32455	0,80442	1,52681
1,22406	2,45410	0,86988	2,50577	0,89397	1,50328	1,54239	2,73251	2,14441	1,65987
1,53932	2,25165	1,39593	2,01633	1,40785	0,77011	1,94263	2,21776	1,41710	2,98715
2,00098	1,74565	2,78562	0,70137	1,72870	1,19845	0,97294	1,43609	0,79789	1,69975
2,97624	1,78702	0,96663	1,89037	2,91193	1,20819	2,94638	1,97961	1,37576	2,36926
2,84769	1,63859	0,96078	1,75007	2,34675	1,55341	2,82976	2,09428	1,40535	2,90010
0,97956	2,26028	2,43269	1,48038	2,06027	0,80024	2,20077	2,85829	1,04978	2,40315
1,88943	1,62652	0,89097	1,37580	1,91245	0,76138	1,25136	2,08915	1,36937	1,93149
1,13584	1,90767	2,50076	1,02003	2,18454	2,18617	2,37443	2,43942	0,99391	2,66653
1,07565	1,76319	2,44607	1,81466	1,90012	1,26679	1,62841	1,41934	1,19940	0,87180
0,95918	2,64926	2,72230	0,69900	1,52368	0,94387	0,87747	2,40600	0,83509	2,09499
1,77365	2,11390	2,47342	1,47479	3,05531	1,14694	1,59200	1,85078	1,88687	2,05778

Отсортированная выборка

0.60401	0.61947	0.66475	0.699	0.70137	0.73715	0.76114	0.76138	0.77011	0.78614
0.79789	0.80024	0.80442	0.81233	0.81927	0.83509	0.86988	0.8718	0.87237	0.87393
0.87747	0.88431	0.89097	0.89397	0.89681	0.91213	0.92135	0.92895	0.94387	0.95918
0.96078	0.96663	0.97294	0.97956	0.99391	1.01462	1.02003	1.04418	1.04978	1.05954
1.07346	1.07565	1.07898	1.09206	1.13584	1.1378	1.14694	1.14817	1.14874	1.15615
1.17334	1.17367	1.19845	1.1994	1.20819	1.21325	1.22406	1.23435	1.25136	1.26679
1.30352	1.32455	1.32465	1.3459	1.35849	1.36937	1.37576	1.3758	1.39593	1.40535
1.40785	1.4127	1.4171	1.41934	1.43609	1.44885	1.4636	1.47479	1.48038	1.4991
1.50133	1.50328	1.52095	1.52368	1.52681	1.53932	1.54239	1.55341	1.592	1.62652
1.62841	1.63859	1.65987	1.66786	1.67131	1.69975	1.7287	1.74173	1.74565	1.75007
1.76009	1.76319	1.77365	1.78702	1.79972	1.8144	1.81466	1.81616	1.85078	1.85865
1.85966	1.88687	1.88943	1.89037	1.90012	1.90767	1.91245	1.9227	1.93149	1.94263
1.97266	1.97646	1.97961	1.98375	2.00098	2.00952	2.01633	2.02147	2.05778	2.06027
2.08915	2.09428	2.09499	2.1139	2.11928	2.14441	2.17237	2.18454	2.18617	2.20077
2.21776	2.23878	2.23896	2.25165	2.25551	2.26028	2.28114	2.29392	2.32731	2.34675
2.36926	2.37443	2.40315	2.406	2.43128	2.43269	2.43942	2.44607	2.45107	2.4541
2.46744	2.47342	2.50076	2.50577	2.51601	2.54559	2.5488	2.55662	2.58813	2.62008
2.64072	2.64926	2.66263	2.66653	2.69859	2.7116	2.71963	2.7223	2.72527	2.73251
2.73331	2.78562	2.82976	2.84769	2.85829	2.86102	2.86762	2.9001	2.91193	2.91515
2.94638	2.97624	2.98715	2.9916	2.99352	3.00578	3.01429	3.01849	3.04601	3.05531

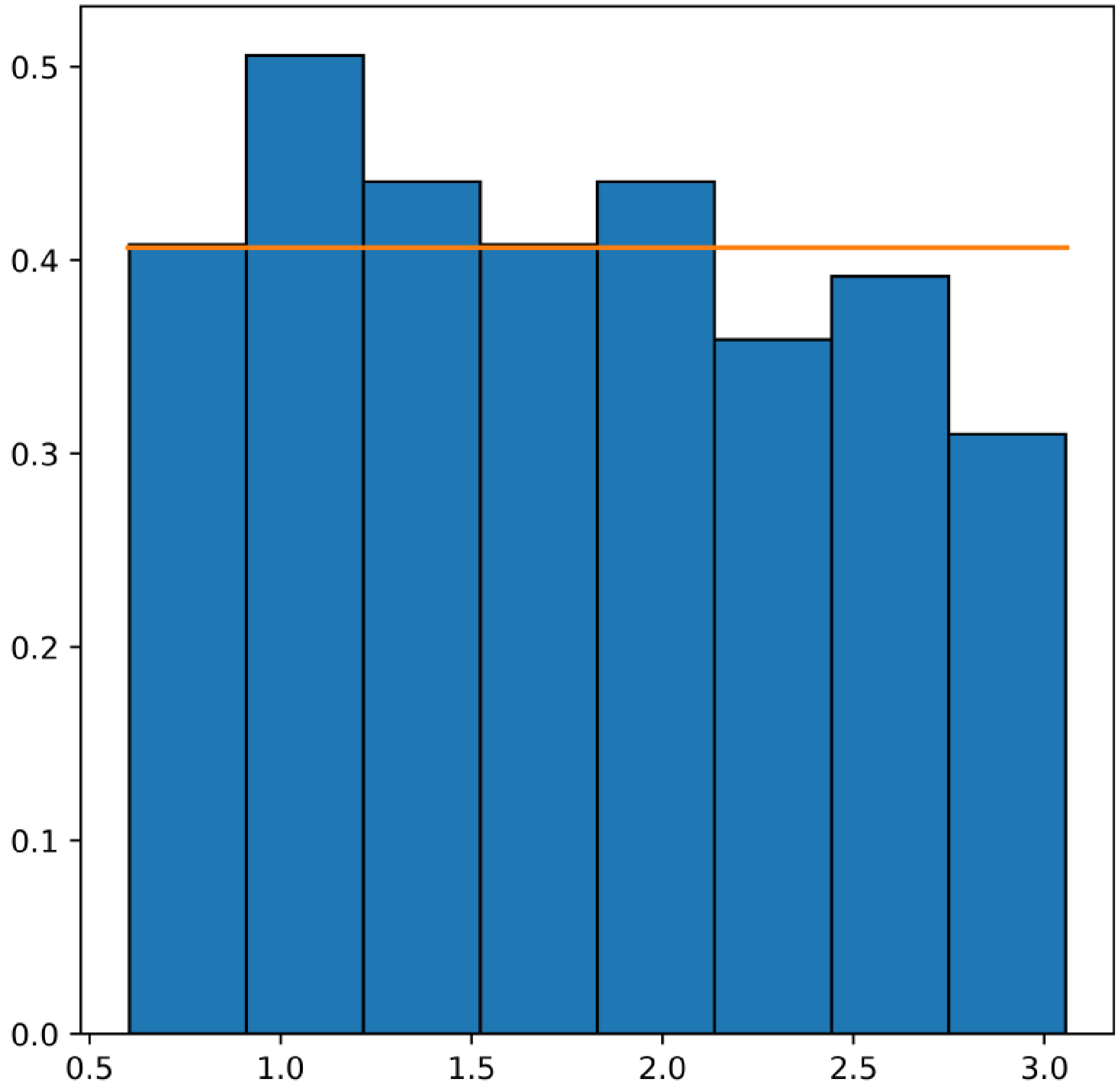
Интервальный ряд

Интервалы	n_i	w_i
[0.6, 0.9075]	25	0.125
(0.9075, 1.215]	31	0.155
(1.215, 1.5225]	27	0.135
(1.5225, 1.83]	25	0.125
(1.83, 2.1375]	27	0.135
(2.1375, 2.445]	22	0.11
(2.445, 2.7525]	24	0.12
(2.7525, 3.06]	19	0.095
	200	1.0

Вычисление p_k^*

k	a_k	f($a_{k,}$ $\tilde{\lambda}$)	F($a_{k,}$ $\tilde{\lambda}$)	p_k^*
0	0.6	0.4065	0.0	-
1	0.9075	0.4065	0.125	0.125
2	1.215	0.4065	0.25	0.125
3	1.5225	0.4065	0.375	0.125
4	1.83	0.4065	0.5	0.125
5	2.1375	0.4065	0.625	0.125
6	2.445	0.4065	0.75	0.125
7	2.7525	0.4065	0.875	0.125
8	3.06	0.4065	1.0	0.125
				1.0

График плотности, наложенный на гистограмму относительных частот



Вычисление выборочного значения критерия $\chi^2_{\text{В}}$

k	Интервалы	w_k	p_k^*	$\lvert w_k - p_k^* \rvert$	$\frac{N(w_k - p_k^*)^2}{p_k^*}$
1	[0.6, 0.9075]	0.125	0.125	0.0	0.0
2	(0.9075, 1.215]	0.155	0.125	0.03	1.44
3	(1.215, 1.5225]	0.135	0.125	0.01	0.16
4	(1.5225, 1.83]	0.125	0.125	0.0	0.0
5	(1.83, 2.1375]	0.135	0.125	0.01	0.16
6	(2.1375, 2.445]	0.11	0.125	0.015	0.36
7	(2.445, 2.7525]	0.12	0.125	0.005	0.04
8	(2.7525, 3.06]	0.095	0.125	0.03	1.44
		1.0	1.0	0.03	3.6

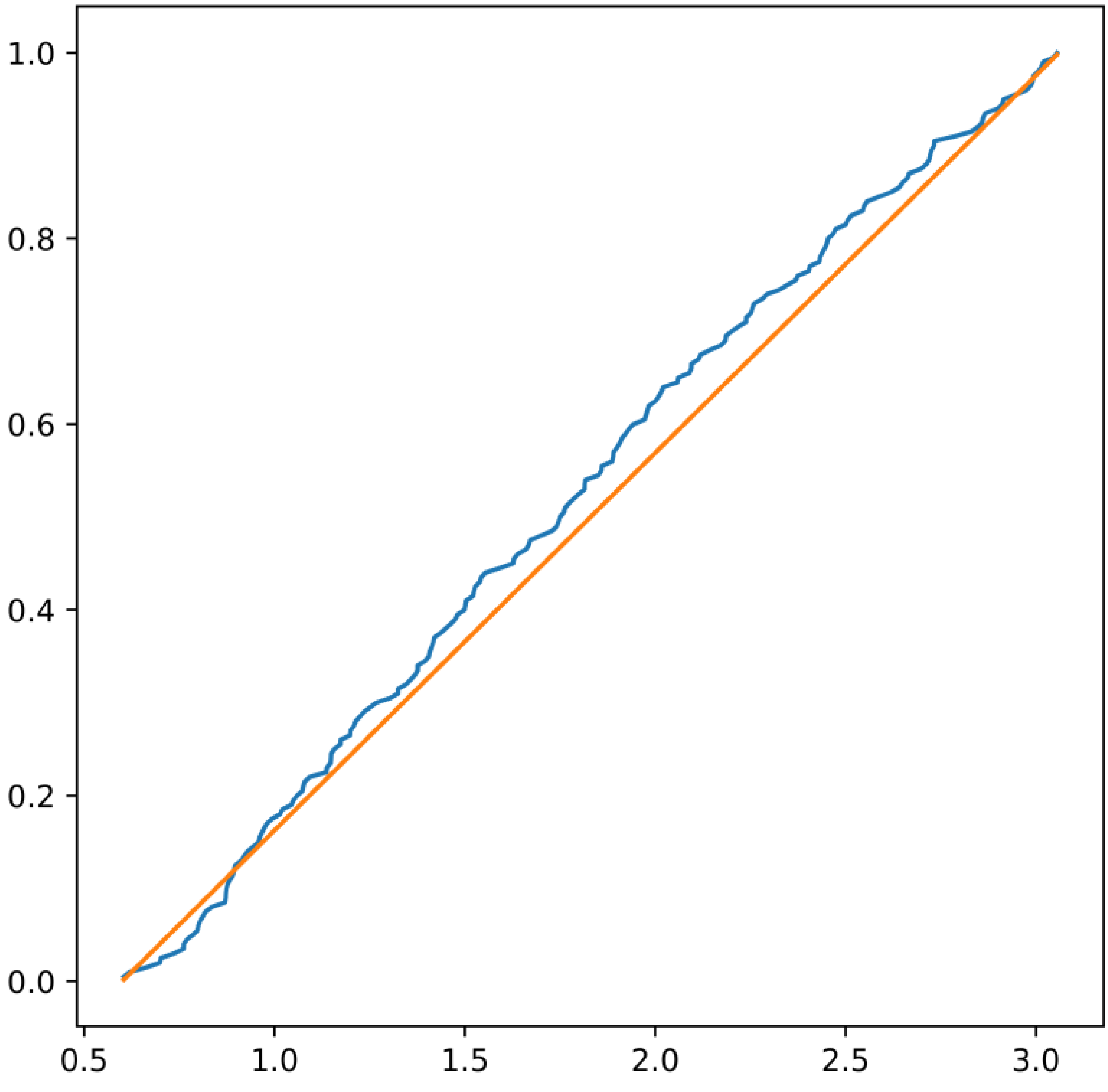
Проверка гипотез с помощью критерия χ^2

$\chi^2_{kp,\alpha}$(l) при уровне значимости α = 0.05 и степени свободы l = 7, равен 4.06714, а $\chi^2_{\text{В}}$ = 3.6, следовательно, гипотеза, о том что данная выборка соответствует равномерному распределению на отрезке [a, b], не противоречит экспериментальным данным (может быть принята) при уровне значимости α = 0.05.

Задание 4:

$a = 0{,}60 \; b = 3{,}06$

График эмпирической функции распределения $F_N(x)$ данной выборки и график функции распределения F(x) равномерного закона на отрезке [a, b]



Вычисление выборочного значения критерия Колмогорова

a	b	N	D_N	$D_N\sqrt{N}$	x^*	$F(x^*)$	$F_N(x^*)$	$F_N(x^* - 0)$
0.6	3.06	200	0.06217	0.87917	2.02147	0.57783	0.64	0.635

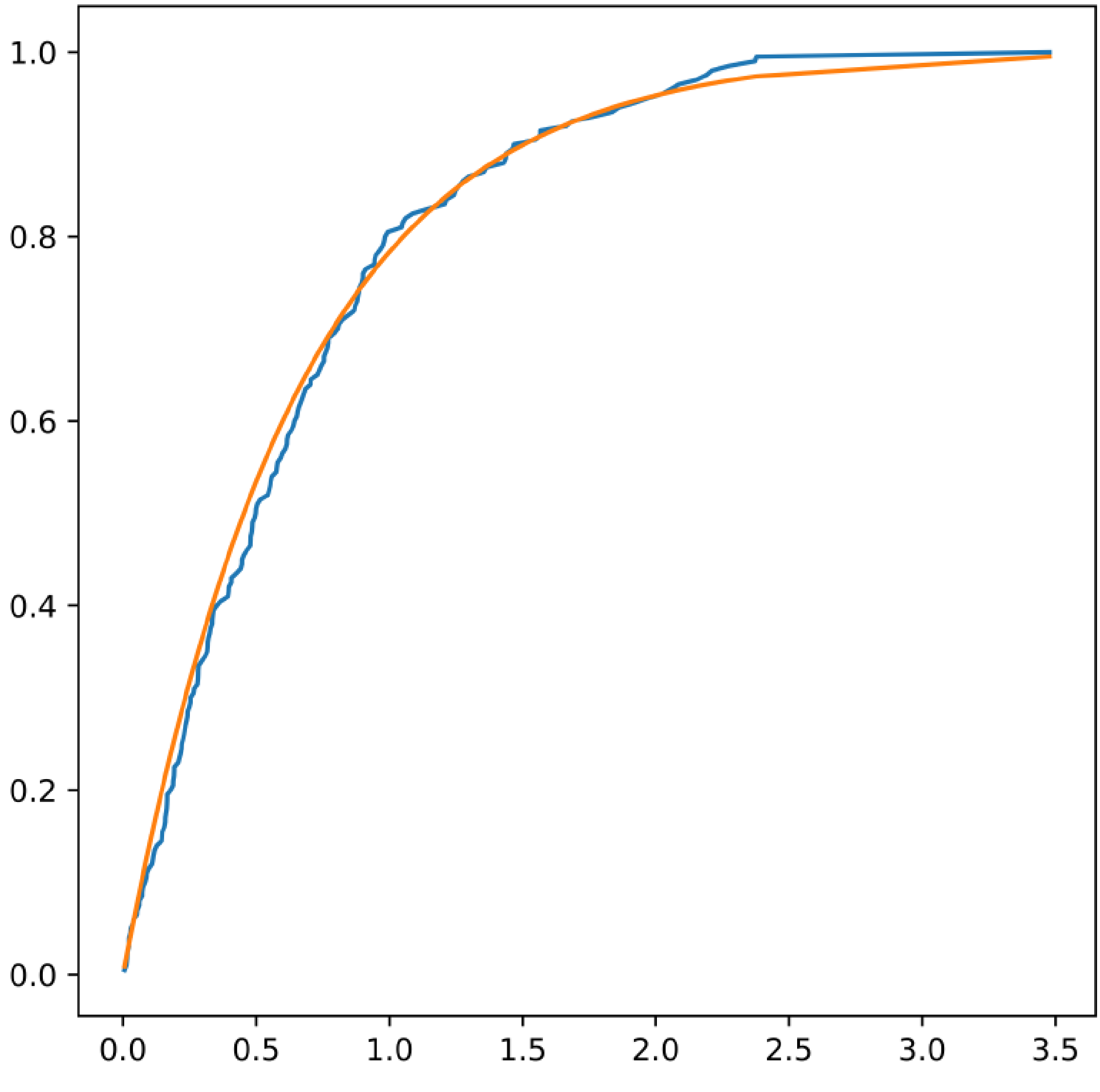
Проверка гипотезы

Так как $D_N\sqrt{N}$ = 0.87917≤ k_α = 1.3581 , то гипотеза о соответствии выборки равномерному распределению на отрезке [a, b] не противоречит экспериментальным данным (может быть принята) при уровне значимости α = 0.05 .

Задание 5:

λ = 1,53

График эмпирической функции распределения $F_N(x)$ данной выборки и график функции распределения F(x) показательного закона с заданным параметром λ



Вычисление выборочного значения критерия Колмогорова

λ	N	D_N	$D_N\sqrt{N}$	x^*	$F(x^*)$	$F_N(x^*)$	$F_N(x^* - 0)$
1.53	200	0.05892	0.83319	0.14496	0.19892	0.145	0.14

Проверка гипотезы

Так как $D_N\sqrt{N}$ = 0.83319≤ k_α = 1.3581 , то гипотеза о соответствии выборки показательному распределению с параметром λ не противоречит экспериментальным данным (может быть принята) при уровне значимости α = 0.05 .

Список литературы

1. Математическая статистика [Электронный ресурс]: метод. указания по выполнению лаб. работ / А.А. Лобузов — М.: МИРЭА, 2017.
2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов. Изд. 7-е, стер.— М.: Высш. шк., 1999.— 479 с.: ил.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам: учеб. пособие для вузов. – М.: Айрис-пресс, 2020.

Приложение

```
import numpy as np
import math
import scipy.stats
from scipy.stats import hypergeom
from scipy.stats import binom
from scipy.stats import norm
from scipy.stats import expon
from scipy.stats import uniform
from scipy.stats import chi2
import statistics
import matplotlib.pyplot as plt
import pandas as pd

f = open('answer.txt', 'r+')
a = 0.60
b = 3.06
data_unif = [0.87237, 0.61947, 2.28114, 1.05954, 3.01849, 0.78614, 1.97266, 0.81233, 0.66475, 1.17367, 0.81927, 0.92895,
        2.00952, 0.92135, 1.97646, 1.67131, 1.32465, 2.54559, 0.87393, 1.66786,
        2.86762, 0.88431, 0.91213, 3.04601, 3.00578, 1.85865, 2.45107, 1.17334, 0.73715, 2.23896, 1.34590, 1.21325,
        2.25551, 1.23435, 3.01429, 1.13780, 1.76009, 1.09206, 1.35849, 2.43128,
        2.71963, 2.29392, 2.72527, 2.91515, 1.44885, 2.62008, 1.04418, 1.30352, 2.46744, 0.89681, 1.15615, 2.02147,
        1.07346, 1.74173, 2.86102, 2.32731, 2.71160, 2.51601, 2.23878, 1.46360,
        2.54880, 1.85966, 1.14817, 2.64072, 2.99352, 1.50133, 1.01462, 2.11928, 1.81440, 1.41270, 1.14874, 1.98375,
        1.49910, 2.69859, 2.99160, 2.17237, 1.07898, 2.73331, 1.92270, 2.66263,
        1.81616, 2.58813, 0.60401, 1.79972, 0.76114, 2.55662, 1.52095, 1.32455, 0.80442, 1.52681, 1.22406, 2.45410,
        0.86988, 2.50577, 0.89397, 1.50328, 1.54239, 2.73251, 2.14441, 1.65987,
        1.53932, 2.25165, 1.39593, 2.01633, 1.40785, 0.77011, 1.94263, 2.21776, 1.41710, 2.98715, 2.00098, 1.74565,
        2.78562, 0.70137, 1.72870, 1.19845, 0.97294, 1.43609, 0.79789, 1.69975,
        2.97624, 1.78702, 0.96663, 1.89037, 2.91193, 1.20819, 2.94638, 1.97961, 1.37576, 2.36926, 2.84769, 1.63859,
```

0.96078, 1.75007, 2.34675, 1.55341, 2.82976, 2.09428, 1.40535, 2.90010,
0.97956, 2.26028, 2.43269, 1.48038, 2.06027, 0.80024, 2.20077, 2.85829, 1.04978, 2.40315, 1.88943, 1.62652,
0.89097, 1.37580, 1.91245, 0.76138, 1.25136, 2.08915, 1.36937, 1.93149,
1.13584, 1.90767, 2.50076, 1.02003, 2.18454, 2.18617, 2.37443, 2.43942, 0.99391, 2.66653, 1.07565, 1.76319,
2.44607, 1.81466, 1.90012, 1.26679, 1.62841, 1.41934, 1.19940, 0.87180,
0.95918, 2.64926, 2.72230, 0.69900, 1.52368, 0.94387, 0.87747, 2.40600, 0.83509, 2.09499, 1.77365, 2.11390,
2.47342, 1.47479, 3.05531, 1.14694, 1.59200, 1.85078, 1.88687, 2.05778]
data_unif.sort()
data_exp = [0.97494, 0.54345, 0.55448, 0.89675, 0.16532, 0.14625, 0.27871, 0.08319, 0.57546, 0.75401,
0.33935, 0.07207, 0.86823, 2.27584, 1.43015, 0.82341, 2.02619, 0.29441, 0.91136, 0.65958,
1.66464, 0.87931, 0.28180, 0.99399, 0.24299, 0.21930, 1.56621, 0.07542, 0.44137, 0.90047,
0.61899, 1.97023, 0.18752, 0.28146, 0.61500, 0.30781, 0.21578, 0.23441, 0.23171, 0.49810,
0.98031, 0.35218, 0.58011, 1.08712, 0.14496, 0.15921, 0.39636, 0.28065, 1.83692, 0.06197,
0.33707, 0.88832, 0.39735, 0.50391, 0.44614, 0.65537, 0.98366, 0.16606, 1.86181, 0.94307,
0.49935, 2.21054, 3.47755, 0.64380, 0.01571, 0.48544, 0.22525, 0.02169, 0.09666, 0.00583,
0.26713, 1.20799, 0.18829, 0.14729, 0.06153, 0.60877, 2.18966, 0.31837, 0.26445, 0.48635,
0.01271, 1.24150, 0.61427, 0.96416, 0.32586, 0.02224, 1.14577, 0.40663, 0.28343, 0.46425,
0.67296, 0.59716, 0.36653, 0.88578, 0.16422, 0.03676, 0.44591, 0.47940, 0.16182, 0.57747,
0.24873, 0.05087, 0.45316, 0.19181, 0.76124, 1.46750, 0.84597, 0.76690, 0.81015, 0.70416,
0.87103, 1.43720, 0.16612, 0.55884, 2.15408, 0.08889, 0.32100, 0.54827, 0.19218, 0.31592,
0.94434, 0.23889, 0.33519, 0.40694, 0.05246, 1.54816, 0.79350, 1.76549, 0.42547, 0.39379,
0.15872, 0.22889, 1.46276, 1.04608, 0.76953, 0.11451, 0.59191, 0.31786, 1.43878, 1.05002,

```
        2.05666, 0.66660, 0.25338, 0.33463, 0.67874, 0.94867, 0.08803, 1.21272, 0.11179, 2.37156,
        0.51527, 0.12643, 0.02899, 1.92154, 1.35496, 0.55238, 0.20668, 0.01712, 1.06065, 0.88205,
        0.10873, 1.26062, 0.49399, 0.80641, 0.25320, 1.24723, 2.37736, 0.74403, 0.63150, 0.73679,
        0.47896, 0.64002, 0.32848, 0.65269, 0.70420, 0.47792, 1.36441, 0.15506, 0.07258, 0.22047,
        0.24231, 2.08651, 0.90103, 1.29706, 0.21108, 0.01437, 0.48383, 0.19103, 0.02780, 1.56642,
        0.03986, 0.75419, 0.68418, 1.27559, 0.11814, 0.02245, 0.17843, 1.68521, 0.72983, 0.76955]
    data_exp.sort()
    data_norm = [2.86728, 0.64330, 0.56871, -0.51954, 1.88552, 1.87000, 2.54401, 0.77150, -0.25163, 0.45270,
        1.13188, -0.13516, 2.79170, 1.54254, 0.86840, -1.67046, 0.24592, 1.38639, 0.26333, 0.54415,
        1.65331, 0.29311, -0.51887, 2.48220, 1.01074, 1.96870, 3.25616, 0.99819, 0.83646, 3.19009,
        -0.24485, -0.57104, 1.53098, 0.24618, 2.25014, 1.52737, 1.48454, 1.45196, 0.49125, 1.66006,
        0.77905, 0.11235, 1.39604, 3.44068, 0.21113, 2.91672, -0.41808, 2.38678, 2.40915, 2.38930,
        2.30288, 1.26531, -0.25179, 1.40918, 3.38322, 0.65500, 1.22189, 2.88522, 0.91645, -0.53520,
        2.63247, 0.46257, 2.48092, 2.70751, 0.26832, 1.89455, -0.32632, 1.05800, 2.39197, 1.45039,
        -0.68905, 2.35009, 2.74350, 2.04859, 2.18862, 1.85233, 0.99772, 0.78952, 0.87469, 0.99794,
        0.31365, 1.24173, -0.57746, 1.93329, 1.41590, 1.22422, 1.73337, 3.04611, 2.53595, -0.12383,
        3.83315, 1.51367, 4.21158, 4.26113, 3.74643, 0.35489, 2.17630, 2.74079, -0.50449, 0.83012,
        0.78376, 2.39267, 2.04421, 0.98281, 1.85254, 0.01681, 0.98511, 1.57608, 1.26465, 2.91597,
        0.53350, 2.97226, 1.64747, 2.77579, 1.89312, 1.52409, 2.13136, 0.70852, 0.86161, 1.64958,
        2.64152, 1.18987, 3.30493, 0.26305, 1.25149, 0.49265, 0.77461, 2.75295, 0.20638, 3.23153,
        -0.41601, 0.49294, 3.57286, 1.78484, 2.95677, 2.34132, 2.61648, 0.72660, 2.11193, 0.50248,
        2.47467, 1.34834, -0.24358, 0.35775, 2.69114, 0.27944, 1.78820, 1.54063, 2.77200, 1.66152,
```

```
                0.87717, 2.37526, 1.65645, 2.36921, 1.07254, 1.07622, 0.69913, -0.65297, 1.22832, 3.34510,
                -0.04131, 0.53450, 0.36705, 0.33717, 0.75314, 3.35553, -0.36351, 0.69532, 2.88261, -0.17766,
                1.26223, 1.61054, 1.76563, 2.04095, -0.41430, 0.70619, 0.41194, 2.50029, 1.30179, 0.86940,
                0.79233, -1.60799, 4.39980, 0.70509, 1.65828, -1.00514, 0.69058, 1.17355, 1.45649, 1.63657,
                1.58629, 1.50408, 2.46199, 0.30441, 1.59389, 3.32481, 0.78103, 3.11943, 2.11255, 3.04706]
    data_norm.sort()
    m = 1 + math.floor(math.log2(200))
    a1 = [None] * (m + 1)
    x1 = []

    a2 = [None] * (m + 1)
    x2 = []

    a3 = [None] * (m + 1)
    x3 = []

    a1[0] = 0
    a1[m] = max(data_exp)

    a2[0] = min(data_norm)
    a2[m] = max(data_norm)

    a3[0] = a
    a3[m] = b

    for i in range(1, m):
        a1[i] = a1[i - 1] + (a1[m] - a1[0]) / m
        a2[i] = a2[i - 1] + (a2[m] - a2[0]) / m
        a3[i] = a3[i - 1] + (a3[m] - a3[0]) / m
    a1.sort()
    a2.sort()
    a3.sort()
    for i in range(1, m + 1):
        x1.append((a1[i - 1] + a1[i]) / 2)
        x2.append((a2[i - 1] + a2[i]) / 2)
        x3.append((a3[i - 1] + a3[i]) / 2)

    pan = pd.Series(data_exp)
    frequency1 = pan.groupby(pd.cut(pan, bins=a1, right=True)).count()
```

```
frequency1 = frequency1.tolist()
relative_frequency1 = []
for i in range(len(frequency1)):
    relative_frequency1.append(frequency1[i] / 200)
sumfrequency1 = sum(frequency1)
sumrelative_frequency1 = sum(relative_frequency1)

pan = pd.Series(data_norm)
frequency2 = pan.groupby(pd.cut(pan, bins=a2, right=True)).count()
frequency2 = frequency2.tolist()
frequency2[0] += 1
relative_frequency2 = []
for i in range(len(frequency2)):
    relative_frequency2.append(frequency2[i] / 200)
sumfrequency2 = sum(frequency2)
sumrelative_frequency2 = sum(relative_frequency2)

pan = pd.Series(data_unif)
frequency3 = pan.groupby(pd.cut(pan, bins=a3, right=True)).count()
frequency3 = frequency3.tolist()
relative_frequency3 = []
for i in range(len(frequency3)):
    relative_frequency3.append(frequency3[i] / 200)
sumfrequency3 = sum(frequency3)
sumrelative_frequency3 = sum(relative_frequency3)
# Задание 1
s_m1 = 0.0
for i in range(len(x1)):
    s_m1 += relative_frequency1[i] * x1[i]
labda1 = 1 / s_m1

f1 = []
F1 = []
for i in range(len(a1)):
    f1.append(labda1 * math.e ** (-labda1 * a1[i]))
    F1.append(1 - math.e ** (-labda1 * a1[i]))

p1 = []
for i in range(1, m):
    p1.append(F1[i] - F1[i - 1])
p1.append(1 - F1[7])
sump1 = sum(p1)

rz_fr1 = []
```

```
for i in range(len(relative_frequency1)):
    rz_fr1.append(abs(relative_frequency1[i] - p1[i]))

xi1 = []
for i in range(len(relative_frequency1)):
    xi1.append((200 * (relative_frequency1[i] - p1[i]) ** 2) / p1[i])
xi1sum = sum(xi1)
xi1crit = chi2.ppf(1 - .05, m - 2)

data = data_exp
h = (max(data_exp) - min(data_exp)) / m
x = np.arange(0, 3.5, 0.001)
fig = plt.figure(figsize=(6, 6))
ax = fig.add_subplot(111)
ax.hist(data, edgecolor='black', weights=(np.ones_like(data) / (len(data))) /
h, bins=m)
y = scipy.stats.expon.pdf(x=x, scale=1/labda1)
plt.plot(x, y)
plt.savefig("myimage1.png", dpi=2000)
print(xi1sum, xi1crit)


# Задание 2
s_m1 = s_m2 = 0.0
for i in range(len(x2)):
    s_m1 += relative_frequency2[i] * x2[i]
    s_m2 += relative_frequency2[i] * x2[i] * x2[i]
Sample_variance = s_m2 - (s_m1 ** 2)
Smqd = math.sqrt(Sample_variance)
labda2 = 1 / s_m1

f2 = []
F2 = []
for i in range(len(a2)):
    f2.append(labda2 * math.e ** (-labda2 * a2[i]))
    F2.append(1 - math.e ** (-labda2 * a2[i]))
t1 = []
t2 = []
t3 = []
for i in range(len(a2)):
    t1.append((a2[i] - s_m1) / Smqd)
    t2.append((1 / Smqd) * (1 / math.sqrt(2 * math.pi) * math.e ** (-(t1[i] *
t1[i] / 2))))
    t3.append(norm.cdf(t1[i]))
```

```
p2 = [t3[1]]
for i in range(2, m):
    p2.append(t3[i] - t3[i - 1])
p2.append(1 - t3[7])
print((1 / Smqd) * (1 / math.sqrt(2 * math.pi) * math.e ** (-(-0.08805  * -0.08805 / 2))))
sump2 = sum(p2)

rz_fr2 = []
for i in range(len(relative_frequency2)):
    rz_fr2.append(abs(relative_frequency2[i] - p2[i]))

xi2 = []
for i in range(len(relative_frequency2)):
    xi2.append((200 * (relative_frequency2[i] - p2[i]) ** 2) / p2[i])
xi2sum = sum(xi2)
xi2crit = chi2.ppf(1 - .05, m - 3)

data = data_norm
h = (max(data_norm) - min(data_norm)) / m
x = np.arange(-2, 5, 0.001)
fig = plt.figure(figsize=(6, 6))
ax = fig.add_subplot(111)
ax.hist(data, edgecolor='black', weights=(np.ones_like(data) / (len(data))) / h, bins=m)
plt.plot(x, norm.pdf(x, s_m1, Smqd))
plt.savefig("myimage2.png", dpi=2000)
print(xi2sum, xi2crit)
print(s_m1, Sample_variance)

# Задание 3
f3 = []
F3 = []
for i in range(len(a3)):
    f3.append(1 / (b - a))
    F3.append((a3[i] - a) / (b - a))
p3 = []
for i in range(1, m + 1):
    p3.append(F3[i] - F3[i - 1])
sump3 = sum(p3)

rz_fr3 = []
for i in range(len(relative_frequency3)):
```

```
        rz_fr3.append(abs(relative_frequency3[i] - p3[i]))

    xi3 = []
    for i in range(len(relative_frequency3)):
        xi3.append((200 * (relative_frequency3[i] - p3[i]) ** 2) / p3[i])
    xi3sum = sum(xi3)
    xi3crit = chi2.ppf(1 - .05, m - 1)

    data = data_unif
    x = np.arange(a, b, 0.001)
    h = (max(data_unif) - min(data_unif)) / m
    fig = plt.figure(figsize=(6, 6))
    ax = fig.add_subplot(111)
    ax.hist(data, edgecolor='black', weights=(np.ones_like(data) / (len(data))) /
h, bins=m)
    y = scipy.stats.uniform.pdf(x=x, loc=a, scale=b - a)
    plt.plot(x, y)
    plt.savefig("myimage3.png", dpi=2000)
    print(xi3sum, xi3crit)

    # Задание 4
    Dn4 = 0
    y1 = []
    for i in range(len(data_unif)):
        y1.append((data_unif[i] - a) / (b - a))
        if max(abs((i+1)/ 200 - (data_unif[i] - a) / (b - a)), abs((i ) / 200 -
(data_unif[i] - a) / (b - a))) > Dn4:
            Dn4 = max(abs((i+1) / 200 - (data_unif[i] - a) / (b - a)), abs((i ) / 200 -
(data_unif[i] - a) / (b - a)))
            xS4 = data_unif[i]
            j4 = i+1
    if Dn4 * math.sqrt(200) < 1 - 0.05:
        test4 = True
    else:
        test4 = False
    answer4 = [a, b, 200, Dn4, Dn4 * math.sqrt(200), xS4, (xS4 - a) / (b - a), j4
/ 200, (j4 - 1) / 200, test4]
    x = data_unif
    fig = plt.figure(figsize=(6, 6))
    ax = fig.add_subplot(111)
    y = np.arange(1/200, 201/200, 1/200)
    plt.plot(x, y)
    plt.plot(x, y1)
    plt.savefig("myimage4.png", dpi=2000)
```

```
# Задание 5
lambd = 1.53
Dn5 = 0
y2 =[]
for i in range(len(data_exp)):
    y2.append((1 - math.e ** (-lambd * data_exp[i])))
    if max(abs((i+1) / 200 - (1 - math.e ** (-lambd * data_exp[i]))), abs((i ) / 200 - (1 - math.e ** (-lambd * data_exp[i])))) > Dn5:
        Dn5 = max(abs((i+1) / 200 - (1 - math.e ** (-lambd * data_exp[i]))),
                  abs((i ) / 200 - (1 - math.e ** (-lambd * data_exp[i]))))
        xS5 = data_exp[i]
        j5 = i+1
if Dn5 * math.sqrt(200) < 1 - 0.05:
    test5 = True
else:
    test5 = False
answer5 = [lambd, 200, Dn5, Dn5 * math.sqrt(200), xS5, (1 - math.e ** (-lambd * data_exp[j5-1])),j5 / 200, (j5 - 1) / 200, test5]
print()
print(answer5)
print(answer4)
x = data_exp
fig = plt.figure(figsize=(6, 6))
ax = fig.add_subplot(111)
y = np.arange(1/200, 201/200, 1/200)
plt.plot(x, y)
plt.plot(x, y2)
plt.show()
plt.savefig("myimage5.png", dpi=2000)

# Задание 1
f.write(str("Задание 1"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in data_exp]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in a1]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in frequency1]))
f.write('\n')
f.write(str(round(sumfrequency1, 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in relative_frequency1]))
f.write('\n')
```

```
f.write(str(round(sumrelative_frequency1, 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in a1]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in f1]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in F1]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in p1]))
f.write('\n')
f.write(str(round(sump1, 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in a1]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in relative_frequency1]))
f.write('\n')
f.write(str(round(sumrelative_frequency1, 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in p1]))
f.write('\n')
f.write(str(round(sump1, 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in rz_fr1]))
f.write('\n')
f.write(str(round(max(rz_fr1), 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in xi1]))
f.write('\n')
f.write(str(round(xi1sum, 5)))
f.write('\n')
f.write('\n')

# Задание 2
f.write(str("Задание 2"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in data_norm]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in a2]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in frequency2]))
f.write('\n')
f.write(str(round(sumfrequency2, 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in relative_frequency2]))
```

```
f.write('\n')
f.write(str(round(sumrelative_frequency2, 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in a2]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t1]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t2]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t3]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in p2]))
f.write('\n')
f.write(str(round(sump2, 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in a2]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in relative_frequency2]))
f.write('\n')
f.write(str(round(sumrelative_frequency2, 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in p2]))
f.write('\n')
f.write(str(round(sump2, 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in rz_fr2]))
f.write('\n')
f.write(str(round(max(rz_fr2), 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in xi2]))
f.write('\n')
f.write(str(round(xi2sum, 5)))
f.write('\n')
f.write('\n')

# Задание 3
f.write(str("Задание 3"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in data_unif]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in a3]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in frequency3]))
f.write('\n')
```

```
f.write(str(round(sumfrequency3, 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in relative_frequency3]))
f.write('\n')
f.write(str(round(sumrelative_frequency3, 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in a3]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in f3]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in F3]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in p3]))
f.write('\n')
f.write(str(round(sump3, 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in a3]))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in relative_frequency3]))
f.write('\n')
f.write(str(round(sumrelative_frequency3, 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in p3]))
f.write('\n')
f.write(str(round(sump3, 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in rz_fr3]))
f.write('\n')
f.write(str(round(max(rz_fr3), 5)))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in xi3]))
f.write('\n')
f.write(str(round(xi3sum, 5)))
f.write('\n')
f.write('\n')

# Задание 4
f.write(str("Задание 4"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in answer4]))
f.write('\n')
f.write('\n')

# Задание 5
```

```
f.write(str("Задание 5"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in answer5]))
f.write('\n')
f.write('\n')
```