МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«МИРЭА – Российский технологический университет»

ИНСТИТУТ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

КАФЕДРА ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

Лабораторная работа 3

по курсу «**Теория вероятностей и математическая статистика часть 2**»

ВАРИАНТ 6

Тема: **Проверка статистических гипотез о математических ожиданиях и дисперсиях выборок из нормальных распределений**

Выполнил:
Студент 3-го курса
Едренников Д.А.

Группа: КМБО-01-20

МОСКВА – 2023

Задание

Задание 1.

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий с использованием распределения Стьюдента при уровне значимости α = 0.05 для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива $\{u_{i,j} \mid 1 \le i \le N, 1 \le j \le 3\}$.

Задание 2.

Проверить с использованием однофакторного дисперсионного анализа гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости 0.05 трёх наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива $\{u_{i,j} \mid 1 \le i \le N, 1 \le j \le 3\}$.

Задание 3.

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости α = 0.05 для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U, с помощью функций, в которых реализован t-критерий Стьюдента:

для Octave `pval=t_test_2 (X, Y) ;`

для Python `pval=scipy.stats.ttest_ind(X,Y, equal_var=True);`

X, Y – произвольная пара столбцов массива U.

Задание 4.

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости α = 0.05 для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U, с помощью функций, в которых реализован t- критерий Уэлча:

для Octave `pval=welch_test (X, Y) ;`

для Python `pval=scipy.stats.ttest_ind(X,Y, equal_var=False);`

X, Y – произвольная пара столбцов массива U.

Задание 5.

Проверить гипотезу о равенстве математических ожиданий при уровне значимости α = 0.05 для трёх наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U, с помощью функций, в которых реализован однофакторный дисперсионный анализ:

для Octave pval=anova (U) ; для Python

pval=scipy.stats.f_oneway (X,Y,Z); X, Y, Z – столбцы массива U .

Задание 6.

Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при уровне значимости α=0.05 для всех трёх пар наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U, с использованием распределения Фишера-Снедекора.

Задание 7.

Проверить гипотезу о равенстве дисперсий при уровне значимости α=0.05 для наблюдаемых нормально распределенных случайных величин, выборки которых находятся в столбцах двумерного массива U, с помощью функций, в которых реализован критерий Бартлетта:

для Octave pval=bartlett_test (X,Y,Z);

для Python pval=scipy.stats.bartlett (X,Y,Z);

X, Y, Z – столбцы массива U.

В качестве данных двумерного массива U = $\{u_{i,j} \mid 1 \le i \le N , 1 \le j \le 3\}$ следует взять первые три столбца из соответствующей номеру варианта таблицы файла MC_D_Norm. Таким образом, в данной лабораторной работе N = 20.

Результаты вычислений приводить в отчете с точностью до 0,00001.

Краткие теоретические сведения

Нормальное распределение:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}},\ x\in(-\infty,+\infty)$$

Функция распределения

F (x) $=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-(t-\alpha)^2/2\sigma^2}dt$

Математическое ожидание: α

Дисперсия: σ^2

Распределение χ^2:

$$f_{\chi_m^2}(x)=\frac{x^{\frac{m}{2}-1}e^{\frac{x}{2}}}{2^{\frac{m}{2}}\Gamma(\frac{m}{2})}$$

Функция распределение:

$$F_{\chi^2(n)}(x)=\frac{\gamma\left(\frac{n}{2},\frac{x}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}$$

Математическое ожидание: n

Дисперсия: $2n$

Распределение Стьюдента:

$$f_t(y)=\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{n\pi}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\left(1+\frac{y^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}$$

Математическое ожидание: 0, если n>1

Дисперсия: $\frac{n}{n-2}$, если n>2

Распределение Фишера-Снедекора:

$$f_\xi(x) = \begin{cases} 0, & x \le 0 \\ \dfrac{\Gamma\left(\dfrac{k_1+k_2}{2}\right)\cdot k_1^{\frac{k_1}{2}}\cdot k_2^{\frac{k_2}{2}}}{\Gamma(\frac{k_1}{2})\cdot\Gamma(\frac{k_2}{2})}\cdot x^{\frac{k_1}{2}-1}\cdot(k_1x+k_2)^{-\frac{k_1+k_2}{2}}, & x > 0 \end{cases}$$

Математическое ожидание: $\frac{k_2}{k_2-2}$, если $k_2 \ge 3$

Дисперсия: $\frac{2k_2^2(k_1+k_2-2)}{k_1(k_2-2)^2(k_2-4)}$, если $k_2 \ge 5$

Формулы связывающие распределения

Распределение Стьюдента сходится к стандартному нормальному при n$\to\infty$. Пусть дана последовательность случайных величин $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$, где $t_n \sim t(n), n \in N$. Тогда $t_n \to N(0,1)$ по распределению при n$\to\infty$.

Квадрат случайной величины, имеющей распределение Стьюдента, имеет распределение Фишера. Пусть t$\sim t(n)$. Тогда $t^2 \sim F(0,n)$.

Если $X_{1,}, X_2, \dots, X_n$ независимые нормальные случайные величины, то есть: $X_i \sim N(\mu,\sigma^2)$, i = 1, … , n . то случайная величина Y = $\sum_{i=1}^{n}(\frac{X-\mu}{\sigma})^2$ имеет распределение χ^2.

Если $Y_1 \sim \chi^2(n_1)$ и $Y_2 \sim \chi^2(n_2)$, то случайная величина $F = \frac{Y_1/n_1}{Y_2/n_2}$ имеет распределение Фишера со степенями свободы (n_1, n_2).

Если $F_{d_1,d_2} \sim F(d_1,d_2)$ то случайные величины $d_1\, F_{d_1,d_2}$ сходятся по распределению к $\chi^2(d_1)$ при $d_2 \to \infty$.

Общая схема проверки гипотезы о равенстве математических ожиданий с использованием распределения Стьюдента

Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий двух случайных величин с использованием распределения Стьюдента с числом степеней свободы N+M-2 проводится следующим образом:

S_x^2(N-1) = N($\overline{x^2} - \bar{x}^2$), S_y^2(M-1) = M($\overline{y^2} - \bar{y}^2$)

$$T_{N,M} = \frac{\bar{x}-\bar{y}}{\sqrt{S_x^2(N-1)+S_y^2(M-1)}}\sqrt{\frac{MN(N+M-2)}{N+M}}$$

В данной лабораторной работе M = N.

Если $|T_{N,M}| \leq t_{kp,\alpha}$(2N-2) (вычисляется с помощью функции scipy.stats.f.ppf(x,m,n)) о гипотеза о равенстве математических ожиданий не противоречит экспериментальным данным (верна) при уровне значимости α.

Если $|T_{N,M}| >$ $t_{kp,\alpha}$(2N-2) , то гипотеза о равенстве математических ожиданий противоречит экспериментальным данным (неверна) при уровне значимости α.

Общую схему проверки гипотезы о равенстве математических ожиданий с использованием однофакторного дисперсионного анализа

Расчет общего среднего значения и групповых средни:

$\bar{u} = \frac{1}{Nm}\sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{N}u_{ij}$ $\overline{u_{.j}} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}u_{ij}$, j = 1, …, m.

Расчет общей суммы квадратов отклонений $S_{\text{общ}} = \sum_{j=1}^{m}\sum_{i=1}^{N}(u_{ij} - \bar{u})^2$.

Расчет факторной суммы квадратов отклонений $S_{\text{факт}}$ = N $\sum_{j-1}^{m}(\overline{u_{.j}} - \bar{u})^2$.

Расчет остаточной суммы квадратов отклонений

$S_{\text{ост}} = S_{\text{общ}} - S_{\text{факт}}$.

Расчет значения критерия: $F_{N,m} = \frac{S^2_{\text{факт}}}{S^2_{\text{ост}}}$, где

$S^2_{\text{факт}} = \frac{S_{\text{факт}}}{m-1}$, $S^2_{\text{ост}} = \frac{S_{\text{ост}}}{m(N-1)}$.

Если гипотеза о равенстве математических ожиданий m нормально распределенных случайных величин верна, то $F_{N,m}$ имеет распределение Фишера-Снедекора с числом степеней свободы (k_1, k_2), k_1 = m-1, k_2 = m(N-1).

Вычисленное значение $F_{N,m}$ нужно сравнить с критическим значением z_α при уровне значимости α = 0,05 и сделать вывод о справедливости гипотезы. Критическое значение $z_\alpha = F_{\text{кр},\alpha}(k_1, k_2)$ можно найти с помощью функции языка программирования (z_α =scipy.stats.f.ppf(x,m,n); x = 1 –α = 0,95; m = k_1; n = k_2).

Если $F_{N,M} \leq z_{\alpha}$ то гипотеза о равенстве математических ожиданий трёх случайных величин не противоречит экспериментальным данным (верна) при уровне значимости α.

Если $F_{N,M} > z_{\alpha}$, то гипотеза о равенстве математических ожиданий трёх случайных величин противоречит экспериментальным данным (неверна) при уровне значимости α.

Общую схему проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух наблюдаемых нормально распределенных случайных величин с использованием распределения Фишера-Снедекора

Для проверки гипотезы о равенстве дисперсий двух нормально распределенных случайных величин рассчитывается значение критерия $F_{N,m}$ по формуле:

$F_{N,m} = \frac{S_{max}^2}{S_{min}^2}$, где S_{max}^2 = max(S_x^2, S_y^2), $S_{min}^2 = \min(S_x^2, S_y^2)$.
S_x^2 = N/(N-1)$(\overline{x^2} - \bar{x}^2)$, S_y^2= M/(M-1) $(\overline{y^2} - \bar{y}^2)$

В данной лабораторной работе M = N.

Для каждой пары случайных величин, выборки которых находятся в столбцах массива U , нужно сравнить вычисленное соответствующее значение $F_{N,M}$ с критическим значением z_{α} и сделать вывод о справедливости гипотезы.

Критическое значение z_{α} можно найти с помощью функции scipy.stats.f.ppf(x,m,n).

Если $F_{N,M} \leq z_{\alpha}$ о гипотеза о равенстве математических ожиданий не противоречит экспериментальным данным (верна) при уровне значимости α.

Если $F_{N,M} > z_{\alpha}$, то гипотеза о равенстве математических ожиданий противоречит экспериментальным данным (неверна) при уровне значимости α.

В программе расчёта был использован язык python. Использовались следующие функции:

scipy.stats.t.ppf(a, b)- функция вычисляет критическим значением распределения Стьюдента с числом степеней свободы, где a – 1 минус уровень значимости делить на 2, b – количество степеней свободы.

scipy.stats.f.ppf(a , k1, k2) – функция вычисляет критическое значение для распределения Фишера-Снедекора, где a – 1 минус уровень значимости, k1 – число степеней свободы первого распределения, k2 - число степеней свободы второго распределения .

scipy.stats.ttest_ind(x1, x2, equal_var=True) – функция, вычисляющая t-критерий Стьюдента. x1 – первая выборка, x2-вторая выборка.

scipy.stats.ttest_ind(x1, x2, equal_var=False) – функция, вычисляющая t-критерий Уэлча. x1 – первая выборка, x2-вторая выборка.

scipy.stats.f_oneway(x1, x2, x3) - функция, выполняющая однофакторный дисперсионный анализ для 3 выборок. x1, x2, x3 – анализируемые выборки.

scipy.stats.bartlett (x1, x2, x3) - функция, вычисляющая критерий Бартлетта. x1, x2, x3 – анализируемые выборки.

.

Результаты расчетов

Для всех заданий вариант равен 6.

Первая выборка

2.86728	1.13188	1.65331	-0.24485	0.77905	2.30288	2.63247	-0.68905	0.31365	3.83315
0.78376	0.53350	2.64152	-0.41601	2.47467	0.87717	-0.04131	1.26223	0.79233	1.58629

Вторая выборка

0.64330	-0.13516	0.29311	-0.57104	0.11235	1.26531	0.46257	2.35009	1.24173	1.51367
2.39267	2.97226	1.18987	0.49294	1.34834	2.37526	0.53450	1.61054	-1.60799	1.50408

Третья выборка

0.56871	2.79170	-0.51887	1.53098	1.39604	-0.25179	2.48092	2.74350	-0.57746	4.21158

2.04421	1.64747	3.30493	3.57286	-0.24358	1.65645	0.36705	1.76563	4.39980	2.46199

Задание 1:

Проверка гипотез о равенстве математических ожиданий с использованием распределения Стьюдента.

Результаты расчетов выражений

Столбцы	$\overline{x}$	$\overline{y}$	$\overline{x^2}$	$\overline{y^2}$	S_x^2	S_y^2	$T_{N,N}$
(1,2)	1.2537	0.99942	3.00421	2.17165	1.84264	1.23393	0.64832
(1,3)	1.2537	1.76761	3.00421	5.32755	1.84264	3.7473	-0.97207
(2,3)	0.99942	1.76761	2.17165	5.32755	1.23393	3.7473	-1.53926

Результаты проверки гипотез

Столбцы	$\lvert T_{N,N} \rvert$	$t_{\text{кр},\alpha}(2N-2)$	Вывод
(1,2)	0.64832	2.02439	Верна
(1,3)	0.97207	2.02439	Верна
(2,3)	1.53926	2.02439	Верна

Задание 2:

Проверка гипотез о равенстве математических ожиданий с использованием однофакторного дисперсионного анализа.

Результаты расчетов выражений

$S_{\text{общ}}$	$S_{\text{факт}}$	$S_{\text{ост}}$	$S^2_{\text{факт}}$	$S^2_{\text{ост}}$	k_1	k_2	$F_{N,m}$
102.29336	0.01531	102.27804	0.00766	1,79435	2	57	0.00427

Результаты проверки гипотез

$F_{N,m}$	α	$F_{\text{кр},\alpha}(k_1, k_2)$	Вывод
0.00427	0.05	3.15884	Верна

Задание 3:

Проверка гипотез о равенстве математических ожиданий с использованием функции scipy.stats.ttest_ind(X,Y, equal_var = =True) (X, Y – использованные выборки), в которой реализован t-критерий Стьюдента.

Результаты проверки гипотез

Столбцы	pval	α	Вывод
(1,2)	0.49645	0.05	Верна
(1,3)	0.24737	0.05	Верна
(2,3)	0.07627	0.05	Верна

Задание 4:

Проверка гипотез о равенстве математических ожиданий с использованием функции scipy.stats.ttest_ind(X,Y, equal_var = =False) (X, Y – использованные выборки), в которой реализован t-критерий Уэлча.

Результаты проверки гипотез

Столбцы	pval	α	Вывод
(1,2)	0.49649	0.05	Верна
(1,3)	0.2477	0.05	Верна
(2,3)	0.077	0.05	Верна

Задание 5:

Проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий с помощью функции scipy.stats.f_oneway (X,Y,Z) (X, Y, Z – использованные выборки), в которой реализован однофакторный дисперсионный анализ.

Результаты проверки гипотез

pval	α	Вывод
0.17205	0.05	Верна

Задание 6:

Проверка гипотезы о равенстве дисперсий с использованием распределения Фишера-Снедекора.

Результаты расчетов выражений

Столбцы	S_1^2	S_2^2	k_1	k_2	$F_{N,M}$
(1,2)	1.84264	1.23393	19	19	1.49332
(1,3)	1.84264	3.7473	19	19	2.03366
(2,3)	1.23393	3.7473	19	19	3.0369

Результаты проверки гипотез

Столбцы	$F_{N,M}$	z_α	Вывод
(1,2)	1.49332	2.52645	Верна
(1,3)	2.03366	2.52645	Верна
(2,3)	3.0369	2.52645	Неверна

Задание 7:

Проверка гипотезы о равенстве дисперсий, с помощью функции scipy.stats.bartlett (X,Y,Z) (X, Y, Z – использованные выборки), в которой реализован критерий Бартлетта.

Результаты проверки гипотез

pval	α	Вывод
0.37181	0.05	Верна

Список литературы

1. Математическая статистика [Электронный ресурс]: метод. указания по выполнению лаб. работ / А.А. Лобузов — М.: МИРЭА, 2017.
2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Учеб. пособие для вузов. Изд. 7-е, стер.— М.: Высш. шк., 1999.— 479 с.: ил.
3. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам: учеб. пособие для вузов. – М.: Айрис-пресс, 2020.

Приложение

```
import math
import scipy.stats

f = open('answer.txt', 'r+')

"Задание 1"
x1 = [2.86728, 1.13188, 1.65331, -0.24485, 0.77905, 2.30288, 2.63247, -0.68905, 0.31365, 3.83315, 0.78376,
      0.53350, 2.64152, -0.41601, 2.47467, 0.87717, -0.04131, 1.26223, 0.79233, 1.58629]
x2 = [0.64330, -0.13516, 0.29311, -0.57104, 0.11235, 1.26531, 0.46257, 2.35009, 1.24173, 1.51367, 2.39267, 2.97226,
      1.18987, 0.49294, 1.34834, 2.37526, 0.53450, 1.61054, -1.60799, 1.50408]
x3 = [0.56871, 2.79170, -0.51887, 1.53098, 1.39604, -0.25179, 2.48092, 2.74350, -0.57746, 4.21158, 2.04421, 1.64747,
      3.30493, 3.57286, -0.24358, 1.65645, 0.36705, 1.76563, 4.39980, 2.46199]

x1s = 1 / 20 * sum(x1)
x2s = 1 / 20 * sum(x2)
x3s = 1 / 20 * sum(x3)

x12 = [x ** 2 for x in x1]
x22 = [x ** 2 for x in x2]
x32 = [x ** 2 for x in x3]

x1s2 = 1 / 20 * sum(x12)
x2s2 = 1 / 20 * sum(x22)
x3s2 = 1 / 20 * sum(x32)

S2x1 = (20 / 19) * (x1s2 - x1s)
S2x2 = (20 / 19) * (x2s2 - x2s)
S2x3 = (20 / 19) * (x3s2 - x3s)

T1 = ((x1s - x2s) / math.sqrt(19 * (S2x1 + S2x2))) * math.sqrt((20 * 20 * 38) / 40)
T2 = ((x1s - x3s) / math.sqrt(19 * (S2x1 + S2x3))) * math.sqrt((20 * 20 * 38) / 40)
T3 = ((x2s - x3s) / math.sqrt(19 * (S2x2 + S2x3))) * math.sqrt((20 * 20 * 38) / 40)

tcrit = scipy.stats.t.ppf(0.975, 38)
```

```
t11 = [x1s, x2s, x1s2, x2s2, S2x1, S2x2, T1]
t12 = [x1s, x3s, x1s2, x3s2, S2x1, S2x3, T2]
t13 = [x2s, x3s, x2s2, x3s2, S2x2, S2x3, T3]
t21 = []
t22 = []
t23 = []

if abs(T1) > tcrit:
    t21 = [abs(T1), tcrit, 0]
else:
    t21 = [abs(T1), tcrit, 1]

if abs(T2) > tcrit:
    t22 = [abs(T2), tcrit, 0]
else:
    t22 = [abs(T2), tcrit, 1]

if abs(T3) > tcrit:
    t23 = [abs(T3), tcrit, 0]
else:
    t23 = [abs(T3), tcrit, 1]

f.write(str("Задание 1"))
f.write('\n')

f.write(str("Таблица 1"))
f.write('\n')
f.write(str("(1,2)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t11]))
f.write('\n')
f.write(str("(1,3)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t12]))
f.write('\n')
f.write(str("(2,3)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t13]))
f.write('\n')

f.write(str("Таблица 2"))
f.write('\n')
f.write(str("(1,2)"))
```

```
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t21]))
f.write('\n')
f.write(str("(1,3)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t22]))
f.write('\n')
f.write(str("(2,3)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t23]))
f.write('\n')

"Задание 2"
xg = (1 / 3) * (x1s + x2s + x3s)
Sg = 0
for i in range(len(x1)):
    Sg += (x1[i] - xg) ** 2
    Sg += (x2[i] - xg) ** 2
    Sg += (x3[i] - xg) ** 2

Sf = 1 / 20 * ((x1s - xg) ** 2 + (x2s - xg) ** 2 + (x3s - xg) ** 2)
Sl = Sg - Sf

Sf2 = Sf / 2
Sl2 = Sl / 57

k1 = 2
k2 = 57

F = Sf2 / Sl2
Fcrit = scipy.stats.f.ppf(0.95, k1, k2)

t1 = [Sg, Sf, Sl, Sf2, Sl2, k1, k2, F]

t2 = []

if F > Fcrit:
    t2 = [F, 0.05, Fcrit, 0]
else:
    t2 = [F, 0.05, Fcrit, 1]

f.write(str("Задание 2"))
f.write('\n')
```

```
f.write(str("Таблица 1"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t1]))
f.write('\n')

f.write(str("Таблица 2"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t2]))
f.write('\n')

"Задание 3"
alpha = 0.05
t1, pval1 = scipy.stats.ttest_ind(x1, x2, equal_var=True)
t1, pval2 = scipy.stats.ttest_ind(x1, x3, equal_var=True)
t1, pval3 = scipy.stats.ttest_ind(x2, x3, equal_var=True)


if pval1 < alpha:
    t1 = [pval1, alpha, 0]
else:
    t1 = [pval1, alpha, 1]

if pval2 < alpha:
    t2 = [pval2, alpha, 0]
else:
    t2 = [pval2, alpha, 1]

if pval3 < alpha:
    t3 = [pval3, alpha, 0]
else:
    t3 = [pval3, alpha, 1]

f.write(str("Задание 3"))
f.write('\n')

f.write(str("Таблица 1"))
f.write('\n')
f.write(str("(1,2)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t1]))
f.write('\n')
f.write(str("(1,3)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t2]))
```

```
f.write('\n')
f.write(str("(2,3)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t3]))
f.write('\n')

"Задание 4"
alpha = 0.05
t1, pval1 = scipy.stats.ttest_ind(x1, x2, equal_var=False)
t1, pval2 = scipy.stats.ttest_ind(x1, x3, equal_var=False)
t1, pval3 = scipy.stats.ttest_ind(x2, x3, equal_var=False)

if pval1 < alpha:
    t1 = [pval1, alpha, 0]
else:
    t1 = [pval1, alpha, 1]

if pval2 < alpha:
    t2 = [pval2, alpha, 0]
else:
    t2 = [pval2, alpha, 1]

if pval3 < alpha:
    t3 = [pval3, alpha, 0]
else:
    t3 = [pval3, alpha, 1]

f.write(str("Задание 4"))
f.write('\n')

f.write(str("Таблица 1"))
f.write('\n')
f.write(str("(1,2)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t1]))
f.write('\n')
f.write(str("(1,3)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t2]))
f.write('\n')
f.write(str("(2,3)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t3]))
f.write('\n')
```

```
"Задание 5"
alpha = 0.05
t1, pval = scipy.stats.f_oneway(x1, x2, x3)
if pval < alpha:
    t1 = [pval, alpha, 0]
else:
    t1 = [pval, alpha, 1]

f.write(str("Задание 5"))
f.write('\n')

f.write(str("Таблица 1"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t1]))
f.write('\n')

"Задание 6"
Smax1 = max(S2x1, S2x2)
Smin1 = min(S2x1, S2x2)
Smax2 = max(S2x1, S2x3)
Smin2 = min(S2x1, S2x3)
Smax3 = max(S2x2, S2x3)
Smin3 = min(S2x2, S2x3)

k1 = k2 = 19
F1 = Smax1 / Smin1
F2 = Smax2 / Smin2
F3 = Smax3 / Smin3

zcrit = scipy.stats.f.ppf(0.975, k1, k2)

t11 =[S2x1, S2x2, k1, k2, F1]
t12 =[S2x1, S2x3, k1, k2, F2]
t13 =[S2x2, S2x3, k1, k2, F3]

if F1 > zcrit:
    t21 = [F1, zcrit, 0]
else:
    t21 = [F1, zcrit, 1]

if F2 > zcrit:
    t22 = [F2, zcrit, 0]
else:
```

```
    t22 = [F2, zcrit, 1]

if F3 > zcrit:
    t23 = [F3, zcrit, 0]
else:
    t23 = [F3, zcrit, 1]

f.write(str("Задание 6"))
f.write('\n')

f.write(str("Таблица 1"))
f.write('\n')
f.write(str("(1,2)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t11]))
f.write('\n')
f.write(str("(1,3)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t12]))
f.write('\n')
f.write(str("(2,3)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t13]))
f.write('\n')

f.write(str("Таблица 2"))
f.write('\n')
f.write(str("(1,2)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t21]))
f.write('\n')
f.write(str("(1,3)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t22]))
f.write('\n')
f.write(str("(2,3)"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t23]))
f.write('\n')

"Задание 7"
alpha = 0.05
t1, pval = scipy.stats.bartlett (x1, x2, x3)
if pval < alpha:
```

```
    t1 = [pval, alpha, 0]
else:
    t1 = [pval, alpha, 1]

f.write(str("Задание 7"))
f.write('\n')

f.write(str("Таблица 1"))
f.write('\n')
f.write(str([round(elem, 5) for elem in t1]))
f.write('\n')
```