

Домашнее задание

1. Найдите порядок элемента a в кольце \mathbb{Z}_n :
а) $a = 7, n = 11$, б) $a = 3, n = 20$, в) $a = 6, n = 29$
2. Найдите элемент порядка 10 в кольце \mathbb{Z}_{41} .
3. Найдите все идемпотенты в кольце \mathbb{Z}_{20} .
4. Найдите все идемпотенты в кольце \mathbb{Z}_{105} .
5. Докажите, что делитель нуля необратим в любом кольце.
6. Рассмотрим кольцо \mathbb{Z}_6 и его подмножество $2\mathbb{Z}_6$, которое получается умножением 2 на каждый элемент \mathbb{Z}_6 . То есть $2\mathbb{Z}_6 = \{0, 2, 4\}$. Покажите, что полученное множество изоморфно некоторому кольцу. Какому?
7. Выполните предыдущий пункт для элемента $2 \in \mathbb{Z}_{10}$.
8. Пусть e — идемпотент кольца A . Рассмотрим множество $eA = \{e \cdot a, \forall a \in A\}$. Покажите, что eA изоморфно некоторому кольцу.
9. Сколько обратимых элементов в кольце \mathbb{Z}_{2^n} ?
10. Докажите, что в кольце \mathbb{Z}_{2^n} найдется по крайней мере два элемента второго порядка.
11. Докажите, что в кольце \mathbb{Z}_{2^n} нет элемента порядка 2^{n-1} .
12. Решите задачу <https://drive.google.com/file/d/1VKZPORAQKuLKePx0uEQb7CRHakQYUC0W/view?usp=sharing>
13. Решите задачу https://acmp.ru/index.asp?main=task&id_task=210.