

## Домашнее задание

1. Найдите остаток от деления:

а)  $3^{102}$  на 101,    б)  $7^{120}$  на 143,    в)  $2007^{2008^{2009}}$  на 11.

2. Докажите, что кольцо  $\mathbb{Z}_n$  не содержит подполей.

3. Может ли кольцо  $\mathbb{Z}_m \times \mathbb{Z}_n$  содержать подполе?

4. Докажите, что кольцо  $\mathbb{Z}_{12}$  не изоморфно кольцу  $\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6$ .

5. Найдите элемент максимального порядка в кольце  $\mathbb{Z}_{56}$ .

6. Изоморфны ли группы  $\mathbb{Z}_{10}^*$  и  $\mathbb{Z}_{12}^*$ ?

7. Разложите на множители многочлен  $x^4 + 2$  в кольце  $\mathbb{Z}_3$ .

8. Разложите на множители многочлен  $x^7 + x^6 + 4x^5 + x^2 + x + 4$  в кольце  $\mathbb{Z}_5$ .