

## Домашнее задание

1. В школе каждый мальчик дружит с 10 девочками, а каждая девочка с 8 мальчиками. Кого в школе больше — мальчиков или девочек, и во сколько раз?
2. В связном графе без петель и кратных ребер 50 вершин. При каком наименьшем количестве ребер этот граф гарантированно окажется связным?
3. Сколько существует 5-значных чисел в четверичной системе счисления, в которых цифры на четных позициях больше, чем цифры на нечетных?
4. В первенстве по футболу участвует 16 команд, которые последовательно играют по разу друг с другом. В некоторый момент, после очередной игры, оказалось, что среди любых трех команд найдутся две, уже сыгравшие между собой. Определите наименьшее возможное число уже сыгранных игр.
5. Докажите, что в связном графе без циклов, петель и кратных ребер (дереве) на  $n$  вершинах  $n - 1$  ребро.
6. Сколько решений имеет система логических уравнений:

$$(x_1 \rightarrow \neg y_1) \rightarrow (x_2 \equiv \neg y_2) = 1,$$

$$(x_2 \rightarrow \neg y_2) \rightarrow (x_3 \equiv \neg y_3) = 1,$$

...

$$(x_6 \rightarrow \neg y_6) \rightarrow (x_7 \equiv \neg y_7) = 1.$$

7. Докажите, что в любом связном графе количество вершин с нечетной валентностью (степенью) четно.
8. В парке 9 озер. Каждое озеро соединено с другими озерами не менее чем тремя каналами. Какое наименьшее количество каналов может быть в парке.
9. Можно ли изобразить на плоскости 9 отрезков так, чтобы каждый пересекал ровно 3 других? (считая, что в одной точке могут пересекаться не более двух отрезков).
10. В компьютерной сети каждый компьютер соединен с 8-ю другими компьютерами так, что любые два компьютера сети могут обмениваться

данными (возможно, через другие компьютеры этой сети). Хакер оборвал одну связь между какими-то двумя компьютерами. Верно ли, что работоспособность сети не пострадала, и любые два компьютера все равно могут обмениваться данными?