

אוניברסיטת תל-אביב

תשע"ט – סמסטר ב' מועד ב'

הפקולטה למדעי החברה ע"ש גרשון גורדון

תאריך הבחינה: 12.08.19 שעה: 9:00

בית-הספר למדעי הפסיכולוגיה

משך הבחינה: 4 שעות

חומר עזר: אסור, פרט למחשבון

מס' הקורס: 1071.1117

סטטיסטיקה לפסיכולוגים ב' - מועד ב' – גרסה 1

ד"ר שלומית יובל-גרינברג

שם: _____

ת"ז: _____

נא לוודא שבבחינה זו יש 27 עמודים כולל עמוד זה וכולל דפי שאלות לתלישה.

יש לענות על גבי הטופס המצורף ועל דף הסריקה המצורף.

לרשותכם דפי נוסחאות, הנחות וטבלאות.

בהצלחה!

חלק א': שאלות פתוחות (32 נק')

1. מאיה וסתיו חוקרות את ההשפעה של האזנה למוזיקה על מהירות הנסיעה של נהגים. הן דגמו ביחד מדגם מקרי של נהגים, ומדדו את מהירות הנסיעה שלהם (בקמ"ש), פעם אחת בזמן שהאזינו למוזיקה, ופעם נוספת כאשר לא האזינו למוזיקה. להלן התוצאות שהתקבלו במדגם:

נבדק	מהירות ללא מוזיקה	מהירות עם מוזיקה
1	121	128
2	85	90
3	107	107
4	110	109
5	112	111
6	108	112
7	148	153

- א. (6 נק') מאיה לא יודעת מה התפלגות המשתנה. היא משערת שהאזנה למוזיקה משנה את מהירות הנהיגה. מה תהיה מסקנתה, ברמת ביטחון של 95%?
- ב. (5 נק') סתיו יודעת שמהירות הנהיגה מתפלגת נורמלית באוכלוסייה. היא משערת שהאזנה למוזיקה מעלה את מהירות הנהיגה. מה תהיה מסקנתה, ברמת ביטחון של 95%?
2. דייוויד משער כי קיים קשר בין המדינה בה משחקים שחקני כדורגל (אנגליה/ספרד/איטליה/אחר) לבין הסטטוס הזוגי שלהם (נשוי/לא נשוי). על מנת לבחון את השערתו הוא דגם מקרית 240 שחקני כדורגל וקיבל את הנתונים הבאים:

	אנגליה	ספרד	איטליה	אחר
נשוי	10	14	35	21
לא נשוי	50	46	25	39

- א. (5 נק') מה יסיק דייוויד, ברמת ביטחון של 90%?
- ב. (4 נק') אם דייוויד דחה את השערת האפס בסעיף א', מהו מקור האפקט? אם דייוויד לא דחה את השערת האפס בסעיף א', מהי רמת הביטחון המקסימלית שבה היה יכול לדחות אותה?
- ג. (2 נק') מהי עוצמת הקשר בין שני המשתנים במדגם של דייוויד?

3. אלה רוצה לבדוק אם קיים קשר לינארי חיובי בין מספר שעות העבודה בשבוע לבין תחושת האושר (שני המשתנים מתפלגים נורמלית באוכלוסייה). היא דגמה מקרית 18 נבדקים ומצאה מתאם של 0.55 במדגם.

- א. (5 נק') ברמת ביטחון של 95%, מה תוכל אלה להסיק?
- ב. (3 נק') ברמת ביטחון של 95%, מה הקשר באוכלוסייה בין מספר שעות עבודה לבין תחושת האושר?
- ג. (2 נק') אלה שלחה את הנתונים הגולמיים לעידו, כדי שגם הוא יחשב את המתאם בין המשתנים. אולם, עקב תקלה טכנית במייל, כל הערכים של משתנה "שעות העבודה" הוכפלו בערך (2-). מה יהיה ערכו של המתאם שיחשב עידו? הסבירו במקום המסומן בלבד.

שאלת בונוס (2 נק'):

לפניכם משפטים המתייחסים ל-null hypothesis significance testing (NHST) ולהסקה בייסיאנית. עבור כל משפט מהבאים, הקיפו את ההשלמה הנכונה מתוך המאגר שבסוף המשפט, ונמקו את בחירתכם בשורה שמתחת למשפט, מבלי לחרוג מהמקום המותר (חריגות ומשפטים ללא נימוק לא ייבדקו):

1. בהסקה בייסיאנית, אם שני חוקרים בוחנים את אותן היפותזות בעזרת אותם priors ועל אותו מדגם, ה-posteriors שלהם _____ שווים. (בהכרח יהיו / עשויים להיות / בהכרח לא יהיו)

נימוק: _____

2. בהסקה בייסיאנית, אם היפותזה מסוימת הייתה סבירה יותר א-פריורית, ה-posterior שלה _____ משל ההיפותזה השניה. (בהכרח יהיה גדול יותר / עשוי להיות קטן יותר)

נימוק: _____

3. בהסקה בייסיאנית על 2 היפותזות המתארות הטיה של מטבע, הכפלה של גודל המדגם פי 2 תוך שמירה על היחס בין עץ לפלי _____ . (יכולה להשפיע גם על ה-likelihoods וגם על ה-posteriors / לא תשפיע על ה-likelihoods או על ה-posteriors / לא תשפיע על ה-likelihoods, אך יכולה להשפיע על ה-posteriors / יכולה להשפיע על ה-likelihoods, אך לא תשפיע על ה-posteriors)

נימוק: _____

4. ב-_____ נחשב את הסיכוי לנתונים שלנו או קיצוניים מהם. (הסקה בייסיאנית / NHST / הסקה בייסיאנית ו-NHST / אף שיטה סטטיסטית לא)

נימוק: _____

חלק ב': שאלות סגורות (68 נק' - 17 שאלות, 4 נק' כל אחת)

1. בשנות החמישים, 30% מאוכלוסיית ישראל חיה בערים. גילי רוצה לבדוק האם, ברמת ביטחון של 95%, אחוז האנשים בישראל שחיים כיום בערים גבוה יותר. לצורך כך היא דגמה מקרית 5 אנשים מרחבי הארץ, ומצאה שכל החמישה חיים בערים.
מה מהבאים מהווה את ה- α בפועל של גילי?

- א. 0.2%
- ב. 2.8%
- ג. 3.1%
- ד. 5%

2. ברנרד רצה לבדוק את יעילותו של טיפול להפחתת תסמיני מחלת ים (משתנה המתפלג נורמלית באוכלוסייה). הוא דגם מדגם מקרי ומדד את מספר תסמיני מחלת הים שהיו לנבדקים במדגם, פעם אחת לפני קבלת הטיפול ופעם אחת אחרי הטיפול. לאחר מכן ערך את המבחן הסטטיסטי המתאים ביותר.
מה מהבאים היה חלק מתהליך בדיקת ההשערות שברנרד ביצע?

- א. הוא חישב ציון t ובדק את מיקומו היחסי בהתפלגות נורמלית
- ב. הוא חישב דרגות חופש שהיו שוות למספר המדידות הכולל, פחות 2
- ג. הוא חישב אומד לסטיית התקן של התפלגות הדגימה של ממוצעי הפרשים
- ד. הוא חישב ממוצע הפרשים במדגם ובדק את מיקומו היחסי בהתפלגות דגימה א-סימטרית חיובית

3. במחקר כלשהו, $H_0: \rho = 0$. נתונות שתי התפלגויות תחת H_0 : התפלגות הדגימה הלא-מתוקנת של המתאמים והתפלגות הדגימה המתוקנת של המתאמים.
השלימו: _____ בין הערכים 1 ו-(-1), ו _____ יש תוחלת 0.

- א. שתי ההתפלגויות חסומות; לשתי ההתפלגויות
- ב. שתי ההתפלגויות חסומות; רק להתפלגות המתוקנת
- ג. רק ההתפלגות הלא-מתוקנת חסומה; לשתי ההתפלגויות
- ד. רק ההתפלגות הלא-מתוקנת חסומה; רק להתפלגות המתוקנת

4. נטלי משערת שסטודנטים לפסיכולוגיה גבוהים יותר מהאוכלוסייה הכללית (גובה מתפלג נורמלית באוכלוסייה עם תוחלת ידועה). לצורך בדיקת השערתה, היא דגמה מקרית 25 סטודנטים לפסיכולוגיה וחישבה את הסטטיסטי $t = 2.5$.
מה מהבאים נכון בהכרח?

- א. אם נטלי תבדוק את השערתה מחדש עם מדגם גדול יותר, הערך הקריטי שאיתו תעבוד יגדל.
- ב. תחת השערת האפס, הסיכוי לקבל ממוצע מדגם כמו של נטלי או קיצוני יותר קטן מ-1%.
- ג. אם נטלי תבדוק את השערתה מחדש עם מדגם גדול יותר, היא תקבל ערך t גדול יותר.
- ד. לצורך המבחן נטלי תניח כי התפלגות הדגימה של הממוצעים לפני תקנון מתפלגת t .

5. חוקרת בדקה את הקשר בין השכלה (שנות לימוד) למשכורת (ב-ש), ומצאה מתאם חיובי מובהק. היא רוצה לנבא את המשכורת של מארק ודוריס לפי ההשכלה שלהם. למארק יש השכלה ממוצעת בעוד שההשכלה של דוריס גבוהה מהממוצע. במציאות, לשניהם יש משכורת גבוהה מהממוצע.
מה מהבאים לא ייתכן?

- א. עבור דוריס, מתקיים $y' < y$.
- ב. עבור מארק, מתקיים $y' < y$.
- ג. עבור דוריס, מתקיים $y' > y$.
- ד. עבור מארק, מתקיים $y' > y$.

6. ראול חושד כי קיימת תלות בין סוג הקפה המועדף על סטודנטים לזמן המועדף עליהם ללמידה (יום/לילה). לשם בדיקת השערתו הוא דגם מקרית 100 סטודנטים, אך לפני ביצוע המבחן, שפך בטעות את כוס התה שלו על הנתונים שאסף. להלן הנתונים ששרדו:

יום	לילה	סה"כ	נש	אחר	סה"כ
25	3				
	15				
					100

אם יצליח לשחזר את הנתונים החסרים, מה מהבאים נכון?

- א. ייתכן כי ראול ימצא שקיימת תלות בין המשתנים, אך לא ימצא מקור מובהק לתלות זו.
- ב. ייתכן כי ראול ימצא שקיימת תלות בין המשתנים שמקורה רק באחד התאים.
- ג. ראול ימצא כי אין תלות בין המשתנים.
- ד. ראול לא יוכל לבצע את המבחן שתכנן.

7. ילנה בנתה משוואה לניבוי מספר הפעמים שאדם יבקר בשנה בקופת חולים (y) לפי גיל האדם (x). בעזרת קו הניבוי שלה, היא חישה: $y'(50) = 25$; $y'(40) = 23$. כעת, על סמך הנתונים של אותו המדגם, היא רוצה לנבא את גיל האדם (x) לפי מספר הביקורים שלו בשנה בקופת חולים (y). איזה מהניבויים הבאים ייתכן?

- א. $x'(23) = 40$; $x'(25) = 50$
- ב. $x'(23) = 45$; $x'(25) = 45$
- ג. $x'(23) = 50$; $x'(25) = 40$
- ד. $x'(24) = 43$; $x'(24) = 48$

8. חוקר שיער כי צפייה בסרטי אקשן משנה את רמת האגרסיביות (נמדדת בסקאלה של 1 – אגרסיביות נמוכה, עד 4 – אגרסיביות רבה). הוא דגם מדגם מקרי, מדד את רמת האגרסיביות של הנבדקים לפני ואחרי צפייה בסרט אקשן וחישב הפרשים. הוא מצא כי סכום הדירוגים של הפרשים השליליים במדגם הוא 30 ולא היו הפרשים השווים אפס. מה מהבאים נכון?

- א. אם במדגם יש 30 נבדקים ומעלה, החוקר יכול לבדוק את השערתו בעזרת מבחן t לתלויים
- ב. תחת H_0 , ערך החציון של האגרסיביות אחרי צפייה בסרט אקשן שווה לאפס
- ג. עבור 19 נבדקים ומעלה החוקר ידחה את H_0 ברמת ביטחון של 97%
- ד. ייתכן כי במדגם של החוקר יש 7 נבדקים

9. עוז מדד את המשקל (a), הגובה (b) ואורך היד (c) של 30 נבדקים, וחישב את המתאם: $r_{a(b.c)}$. מה מהבאים מתאר את החישוב של עוז?

- א. חישוב מתאם בין הטעויות בניבוי גובה על ידי אורך היד, למשקל
- ב. חישוב מתאם בין הטעויות בניבוי אורך היד על ידי גובה, למשקל
- ג. חישוב מתאם בין הטעויות בניבוי אורך היד על ידי גובה, לטעויות בניבוי משקל על ידי גובה
- ד. חישוב מתאם בין הטעויות בניבוי גובה על ידי אורך היד, לטעויות בניבוי משקל על ידי אורך היד

10. בתרגיל בקורס סטטיסטיקה התבקשו הסטודנטים לבדוק את ההשערה ששיעור השמאליים בישראל שונה משיעור השמאליים באוכלוסייה הכללית. בתרגיל ניתנו הערכים הבאים: רמת ביטחון, גודל מדגם ושיעור השמאליים באוכלוסייה הכללית (π). המתרגל נמרוד הבין כי עם הנתונים שנמסרו לסטודנטים אין אפשרות לקבל תוצאה מובהקת עבור אף מדגם. בעקבות זאת הוא פרסם תיקון לתרגיל שבעקבותיו ניתן היה לקבל תוצאה מובהקת.
מה מהבאים לא יכול להיות התיקון שפרסם נמרוד?

- א. שיעור השמאליים באוכלוסייה הוא $(1 - \pi)$
- ב. המדגם החדש גדול יותר מזה שהיה נתון בתרגיל המקורי
- ג. רמת הביטחון החדשה נמוכה יותר מזו שהייתה נתונה בתרגיל המקורי
- ד. ההשערה שהתבקשו הסטודנטים לבדוק היא ששיעור השמאליים בישראל גדול מהשיעור באוכלוסייה הכללית

11. במדגם חושב מתאם ספירמן של 1 בין x ל- y (שני משתנים בסולם יחס).
מה מהבאים נכון לגבי מדגם זה?

- א. בהכרח יש קשר לינארי מושלם בין ערכי x לערכי y
- ב. יש קשר מונוטוני מושלם בין ערכי x לערכי y , אך הקשר המונוטוני בין דירוגי הערכים לא בהכרח מושלם
- ג. יש קשר לינארי מושלם בין דירוגי הערכים של x לדירוגי הערכים של y , אך הקשר הלינארי בין הערכים לא בהכרח מושלם
- ד. יש קשר מונוטוני מושלם בין דירוגי הערכים של x לדירוגי הערכים של y , אך הקשר הלינארי בין דירוגי הערכים לא בהכרח מושלם

12. נירה רצתה לבדוק, ברמת ביטחון של 95%, אם ממוצע גובה הגברים בישראל גבוה מ-175 ס"מ. היא דגמה מקרית 5 גברים ובדקה את השערתה באמצעות bootstrapping.
מה מהבאים נכון?

- א. התפלגות הדגימה שנירה בנתה היא רציפה
- ב. שונות התפלגות הדגימה שנירה בנתה זהה לשונות במדגם
- ג. התפלגות הדגימה שנירה בנתה מבוססת על אינסוף מדגמים בגודל 5
- ד. אם נירה תחזור על התהליך, ערכו של האחוזון ה-95 בהתפלגות הדגימה עשוי להשתנות

13. נתונה התפלגות דגימה המורכבת מממוצעים של אינסוף מדגמים מקריים בגודל 30. מרטין מעוניין להשוות בין התפלגות נורמלית סטנדרטית לבין התפלגות t , המתקבלות שתייהן מתקנון התפלגות דגימה זו.

מה מהבאים נכון?

- א. ההתפלגות הנורמלית הסטנדרטית מורכבת מפחות ערכים מהתפלגות t
- ב. עבור מדגם מסוים, ציון ה- t של הממוצע יהיה בהכרח קיצוני יותר מציון ה- Z של הממוצע
- ג. הערך שמתאים לאחוזון ה-90 בהתפלגות הנורמלית הסטנדרטית קטן יותר מהערך שמתאים לאחוזון ה-90 בהתפלגות t
- ד. הסיכוי לדגום באקראי ערך חיובי בהתפלגות הנורמלית הסטנדרטית קטן מהסיכוי לדגום באקראי ערך חיובי בהתפלגות t

14. חוקר א' רוצה לבדוק אם אורך החיים של צבים (בשנים) מתפלגת נורמלית. חוקר ב' רוצה לבדוק אם יש תלות בין אורך החיים של צבים (פחות מ-50 שנים / 50 שנים ומעלה) לבין איזור הגידול (אסיה / אפריקה / אחר), ומה מקור התלות במידה והיא קיימת, ללא השערה מראש לגבי מקור האפקט. שני החוקרים מתכננים לבדוק את השערותיהם ברמת ביטחון של 95%.

איזה חוקר עשוי להשוות את סטטיסטי המבחן שלו ל- ± 1.96 במסגרת בדיקת השערתו?

- א. חוקר א' בלבד
- ב. חוקר ב' בלבד
- ג. שני החוקרים
- ד. אף אחד מהחוקרים

15. החוקרים יהונתן ודניאלה משערים שיש קשר בין טמפרטורת גוף לבין רמת עצבות. הם דגמו מקרית עשרה נבדקים, ומדדו את טמפרטורת הגוף שלהם (במעלות צלזיוס). יהונתן ביקש מהם לדרג את רמת העצבות שלהם (בסולם מ-0 – "לא עצוב כלל", עד 5 – "עצוב כל הזמן"). דניאלה הגדירה את כל מי שדירג את רמת העצבות כ-0-2 כ"שמח" ואת מי שדירג את רמת העצבות כ-3-5 כ"עצוב". כל אחד מהם חישב את מדד הקשר המתאים לנתונים שלו, וביצע מבחן לבדיקת מובהקות המתאם. בשני המבחנים התקיימו כל ההנחות.

מה מהבאים נכון?

- א. בחישוב המתאם, שני החוקרים ידרגו את ערכי הנבדקים במשתנה "טמפרטורת גוף"
- ב. בבדיקת המובהקות, שני החוקרים ישתמשו בערך זהה של דרגות חופש
- ג. עוצמת הקשר אצל שני החוקרים תהיה זהה בהכרח
- ד. אצל שני החוקרים הקשר לא יכול להיות שלילי

16. לילך רצתה לבדוק את ההשפעה של לימודים באוניברסיטה על רמת האושר (משתנה מסולם רוח). היא דגמה מקרית 30 נבדקים ובדקה את רמת האושר שלהם לפני ואחרי שהתחילו ללמוד באוניברסיטה. לאחר מכן ביצעה מבחן למדגמים תלויים. נועה קיבלה מלילך את הנתונים, אבל מכיוון שלא ידעה שמדובר באותם הנבדקים שנמדדו פעמיים, ביצעה מבחן למדגמים בלתי תלויים, עם הנחת שוויון שונויות, ברמת ביטחון זהה. מה מהבאים נכון בהכרח?

- האומד לטעות התקן יהיה זהה אצל שתיהן
- הערך הקריטי של לילך יהיה קיצוני יותר מהערך הקריטי של נועה
- שתי החוקרות ימקמו את הסטטיסטי שלהן באותה התפלגות דגימה
- אם המשתנה לא מתפלג נורמלית באוכלוסייה, נועה תיאלץ לבצע מבחן מאן ויטני

17. שני חוקרים שיערו שיש הבדל ברמת החרדה (משתנה מסולם יחס) בין סטודנטים לתואר ראשון לסטודנטים לתואר שני. כל חוקר דגם מקרית 30 סטודנטים מכל תואר וערך מבחן t למדגמים בלתי-תלויים (תוך בדיקת הנחת שוויון שונויות). החוקרים השתמשו ברמת ביטחון של 95% בכל המבחנים שערכו. התקבלו הנתונים הבאים (A, B, C ו-D כולם שונים מאפס, ושונים זה מזה):

חוקר א'			חוקר ב'		
תואר ראשון	ערכי \bar{x}	ערכי S	תואר ראשון	ערכי \bar{x}	ערכי S
A	D	C	B	C	D
תואר שני	A+10	C	B+10	D	

השלימו: שני החוקרים _____ במבחן F, ו- _____ במבחן t .

- עשויים להגיע למסקנות שונות; עשויים להגיע למסקנות שונות
- עשויים להגיע למסקנות שונות; בהכרח יגיעו לאותה מסקנה
- בהכרח יגיעו לאותה מסקנה; עשויים להגיע למסקנות שונות
- בהכרח יגיעו לאותה מסקנה; בהכרח יגיעו לאותה מסקנה

פתרון החלק הפתוח

שאלה 1

(א) מאיה וסתיו בודקות את אותם 7 הנבדקים, פעמיים – פעם אחת ללא מוזיקה ופעם אחת עם מוזיקה. כלומר, יש כאן מערך של מדגמים תלויים (לפני-אחרי). המשתנה "מהירות הנסיעה" נמדד בקמ"ש, כלומר בסולם רווח/יחס. אולם, במדגם יש רק 7 נבדקים ומאיה לא יודעת כיצד המשתנה מתפלג. כלומר, המבחן שיש לבצע הוא מבחן וילקוסון למדגמים תלויים.

מבחן וילקוסון לשני מדגמים תלויים

(i) השערות: $H_0: \theta_{music} \neq \theta_{no_music}$

$H_1: \theta_{music} \neq \theta_{no_music}$

(ii) הנחות: (א) דגימה מקרית

(iii) רמת מובהקות: $\alpha=0.05$, דו"צ

(iv) בדיקת ההשערה: נחשב את ההפרשים כ"עם מוזיקה" מינוס "ללא מוזיקה".

נבדק	מהירות ללא מוזיקה	מהירות עם מוזיקה	d	Rank (d)
1	121	128	7	6
2	85	90	5	4.5
3	107	107	0	
4	110	109	-1	1.5
5	112	111	-1	1.5
6	108	112	4	3
7	148	153	5	4.5

יש נבדק אחד עבורו ההפרש הוא 0, ולכן הוא לא ייכלל בחישובים.

$$T^+ = 6 + 4.5 + 3 + 4.5 = 18; \quad T^- = 1.5 + 1.5 = 3$$

סכום ה-T-ים יוצא 21, וזה אכן הסכום שאמור לצאת עבור דירוגים של 6 תצפיות ($\frac{6 \times 7}{2} = 21$).

$$T = 3 > 0 = T_c$$

(v) מסקנה: לא ניתן לדחות את H_0 ברמת ביטחון של 95%. לא ניתן לומר כי האזנה למוזיקה משנה את מהירות הנהיגה.

(ב) סתיו יודעת שמהירות הנהיגה מתפלגת נורמלית באוכלוסייה, מה שאומר שהיא יכולה לבצע מבחן t לשני מדגמים תלויים.

מבחן t לשני מדגמים תלויים

(i) השערות: $H_0: \mu_d \leq 0$

$(d = music - no_music) \quad H_0: \mu_d > 0$

(ii) הנחות: (א) דגימה מקרית

(ב) התפלגות הדגימה המתוקנת של ממוצעי ההפרשים מתפלגת t (המשתנה $\sim N$ באוכ')

(ג) עבור כל זוג תצפיות, אין קשר בין x_i לבין d_i

(iii) רמת מובהקות: $\alpha=0.05$, חד"צ

(iv) בדיקת ההשערה: את ההפרשים עצמם חישובנו כבר בסעיף א'.

$$\bar{d} = \frac{7 + 5 + 0 - 1 - 1 + 4 + 5}{7} = 2.71; S_d = \sqrt{\frac{(7 - 2.71)^2 + \dots + (5 - 2.71)^2}{7 - 1}} = 3.30$$

$$t = \frac{2.71 - 0}{3.30/\sqrt{7}} = 2.172 > 1.943 = t_c(6)$$

(v) מסקנה: ניתן לדחות את H_0 ברמת ביטחון של 95%. ניתן לומר כי האזנה למוזיקה מעלה את מהירות הנהיגה.

שאלה 2

(א) דייוויד משער כי קיים קשר בין שני משתנים מסולם שמי. המבחן הסטטיסטי המתאים לבדיקת השערתו של דייוויד הוא מבחן חי בריבוע לאי תלות.

מבחן חי בריבוע לאי תלות

(i) השערות: אין תלות: H_0

יש תלות: H_1

(ii) הנחות: (א) דגימה מקרית

(ב) הקטגוריות זרות וממצות

(ג) התפלגות הדגימה של השכיחויות בכל אחד מהתאים $\sim N$ בקירוב (בכל התאים $f_{\text{exp}} \geq 5$)

(iii) רמת מובהקות: $\alpha = 0.1$, דו"צ

(iv) בדיקת ההשערה: ניצור את טבלת ה-expected:

	אחר	איטליה	ספרד	אנגליה	
80	$\frac{60 \times 80}{240} = 20$	$\frac{60 \times 80}{240} = 20$	$\frac{60 \times 80}{240} = 20$	$\frac{60 \times 80}{240} = 20$	נשוי
160	$\frac{60 \times 160}{240} = 40$	$\frac{60 \times 160}{240} = 40$	$\frac{60 \times 160}{240} = 40$	$\frac{60 \times 160}{240} = 40$	לא נשוי
240	60	60	60	60	

ההנחה השלישית מתקיימת – בכל התאים $f_{\text{exp}} \geq 5$. ניתן להמשיך במבחן. מספר דרגות החופש שיש

במבחן הוא 3: $df = (4 - 1) \times (2 - 1) = 3$.

$$\chi^2 = \frac{(10 - 20)^2}{20} + \frac{(14 - 20)^2}{20} + \dots + \frac{(39 - 40)^2}{40} = 27.15 > 6.25 = \chi_c^2(3)$$

(v) מסקנה: ניתן לדחות את H_0 ברמת ביטחון של 90%. ניתן לומר כי קיים קשר בין המדינה בה משחקים שחקני כדורגל לבין הסטטוס הזוגי שלהם.

(ב) דייוויד דחה את H_0 בסעיף א'. כעת נבדוק את מקור האפקט בעזרת ניתוח שאריות מתוקנות.

אחר	איטליה	ספרד	אנגליה	
$\frac{21 - 20}{\sqrt{20}} = 0.22$	$\frac{35 - 20}{\sqrt{20}} = 3.35$	$\frac{14 - 20}{\sqrt{20}} = -1.34$	$\frac{10 - 20}{\sqrt{20}} = -2.23$	נשוי
$\frac{39 - 40}{\sqrt{40}} = -0.15$	$\frac{25 - 40}{\sqrt{40}} = -2.37$	$\frac{46 - 40}{\sqrt{40}} = 0.94$	$\frac{50 - 40}{\sqrt{40}} = 1.58$	לא נשוי

האלפא בניתוח השאריות המתוקנות תהיה האלפא המקורית (0.1) חלקי מספר התאים אותם בודקים.

$$\alpha_{corrected} = \frac{0.1}{8} = 0.0125$$

מאחר והבדיקה בכל תא היא דו-זנבית, על מנת למצוא את ה-Z הקריטי שישמש אותנו לבדיקת האפקט בכל תא יש למצוא את ערך ה-Z בטבלה ששטח ה-C שלו הוא חצי מזה, כלומר $0.0125/2=0.00625$. אין שטח C מדויק כזה בטבלה, ולכן נחמיר וניקח את ערך ה-Z שעבורו שטח ה-C הוא קטן יותר, $Z=2.50$ שעבורו $C=0.0062$. כמובן שהבדיקה היא דו-זנבית ולכן את הערכים של R שחישבנו יש להשוות בערך מוחלט ל-2.50.

ניתן לראות כי רק בתא "איטליה/נשוי" מתקבל ערך שארית מתוקנת קיצוני יותר מ-2.50, ולכן רק על התא הזה נוכל להגיד כי הוא מקור האפקט. כמו כן, בהתאם לסימנו החיובי של R נוכל להגיד גם שמדובר ביותר תצפיות מהצפוי בתא הזה. כלומר, מקור האפקט שדייוויד מצא הוא בכל שיש יותר מהצפוי כדורגלנים נשואים שמשחקים באיטליה.

(ג) המשתנים במדגם של דייוויד הם שמיים. לאחד מהם 2 ערכים (סטטוס זוגי) ולשני 4 ערכים (המדינה בה הכדורגלן משחק). מדד הקשר המתאים לחשב הוא Cramer's V.

$$Cramer's V = \sqrt{\frac{27.15}{240 \times (2 - 1)}} = 0.336$$

כלומר, עוצמת הקשר בין המשתנים במדגם של דייוויד היא 0.336.

שאלה 3

(א) נבצע בדיקת מובהקות למתאם פירסון.

(i) השערות: $H_0: \rho \leq 0$

$H_1: \rho > 0$

(ii) הנחות: (א) דגימה מקרית

(ב) התפלגות הדגימה המתוקנת של המתאמים מתפלגת t (שני המשתנים ~N באובי)

(iii) רמת מובהקות: $\alpha=0.05$, חד"צ

(iv) בדיקת ההשערה:

$$t = \frac{0.55 \times \sqrt{18 - 2}}{\sqrt{1 - 0.55^2}} = 2.634 > 1.746 = t_c(16)$$

אוניברסיטת תל-אביב

1071.1117 / סטטיסטיקה לפסיכולוגים ב'

תשע"ט

(v) מסקנה: ניתן לדחות את H_0 ברמת ביטחון של 95%. ניתן לומר כי קיים קשר לינארי חיובי בין מספר שעות העבודה לתחושת האושר.

(ב) נאמוד את עוצמת הקשר באוכלוסייה בעזרת רווח-בר סמך:

$$r' - Z_{\alpha/2} \times \frac{1}{\sqrt{n-3}} \leq \rho' \leq r' + Z_{\alpha/2} \times \frac{1}{\sqrt{n-3}}$$

מטבלת פישר נגלה כי $r = 0.55$ מיתרגם ל- $r' = 0.618$.

$$0.618 - 1.96 \times \frac{1}{\sqrt{18-3}} \leq \rho' \leq 0.618 + 1.96 \times \frac{1}{\sqrt{18-3}}$$

$$0.111 \leq \rho' \leq 1.125$$

נאתר בטבלת פישר את גבולות הרב"ס בערכי r' ונמיר אותם בחזרה לערכי r . מבחינת הגבול העליון של הרב"ס ניתן לראות כי אין בטבלה ערך r' של 1.125, ולכן נמיר אותו עם החמרה – כדי להגדיל את הרב"ס. ניקח במקומו את $r' = 1.127$, שיומר לערך $r = 0.810$. מבחינת הגבול התחתון, גם כאן נראה כי אין את הערך המדויק של $r = 0.111$, ולכן גם אותו נמיר עם החמרה, רק שכאן ניקח ערך קטן יותר – שוב, על-מנת להגדיל את הרב"ס. ניקח את $r' = 0.110$ שיומר לערך $r = 0.110$.

$$0.110 \leq \rho \leq 0.810$$

כלומר, ברמת ביטחון של 95%, הקשר באוכלוסייה בין מספר שעות העבודה לתחושת האושר הוא בין 0.110 ל-0.810.

(ג) טרנספורמציות לינאריות אינן משנות את עוצמת הקשר. אולם, הכפלה של אחד המשתנים בלבד בקבוע שלילי – כפי שקורה פה – תהפוך את סימנו. ערכו של המתאם שיחשב עידו יהיה -0.55.

שאלת בונוס

1. בהסקה בייסיאנית, אם שני חוקרים בוחנים את אותן היפותזות בעזרת אותם priors ועל אותו מדגם, ה-posteriors שלהם **בהכרח יהיו** שווים.
2. **נימוק**: בהינתן אותן היפותזות, ה-posterior מושפע רק מה-likelihood (הזהה) וה-prior.
3. בהסקה בייסיאנית, אם היפותזה מסוימת הייתה סבירה יותר א-פריורית, ה-posterior שלה **עשוי להיות קטן יותר** משל ההיפותזה השנייה.
4. **נימוק**: אם ה-likelihood של ההיפותזה השנייה גדול משמעותית, ה-posterior שלה יהיה גדול יותר.
3. בהסקה בייסיאנית על 2 היפותזות המתארות הטיה של מטבע, הכפלה של גודל המדגם פי 2 תוך שמירה על היחס בין עץ לפלי **יכולה להשפיע גם על ה-likelihoods וגם על ה-posteriors**.
4. **נימוק**: לרוב, הגדלת המדגם תגדיל את ההבדלים בין ה-likelihoods ולכן גם בין ה-posteriors.
4. ב-NHST נחשב את הסיכוי לנתונים שלנו או קיצוניים מהם.
4. **נימוק**: p-value = סיכוי למדגם או קיצוני ממנו תחת H_0 ; ה-likelihood מתייחס רק למדגם שהתקבל.

תשובות לחלק הסגור

תשובה נכונה	מספר שאלה	
	גרסה 1	גרסה 2
ג	1	1
ג	2	2
ג	8	3
ב	9	4
ד	14	5
ד	17	6
א	3	7
ג	5	8
א	11	9
א	10	10
ג	7	11
ד	15	12
ג	6	13
ד	4	14
ב	16	15
ב	13	16
ד	12	17