אוניברסיטת תל-אביב

הפקולטה למדעי החברה ע״ש גרשון גורדון

בית-הספר למדעי הפסיכולוגיה

תשע״ט – סמסטר ב׳ מועד א׳

תאריך הבחינה: 02.07.19 שעה: 9:00

משך הבחינה: 4 שעות

חומר עזר: אסור, פרט למחשבון

מס׳ הקורס: 1071.1117

סטטיסטיקה לפסיכולוגים ב׳ - מועד א׳ – גרסה 1

ד״ר שלומית יובל-גרינברג

שם: ________________________

ת״ז: ________________________

נא לוודא שבבחינה זו יש 27 עמודים כולל עמוד זה וכולל דפי שאלות לתלישה.

יש לענות על גבי הטופס המצורף ועל דף הסריקה המצורף.

לרשותכם דפי נוסחאות, הנחות וטבלאות.

בהצלחה!

<u>חלק א': שאלות פתוחות (32 נק')</u>

1. יואל חושד שלמתופפים יש דופק מהיר יותר (נמדד על-ידי מספר פעימות לב בדקה) לעומת אנשים שלא מתופפים (המשתנה מתפלג נורמלית בשתי האוכלוסיות). לשם בדיקת השערתו הוא דגם מקרית מדגם של מתופפים ומדגם נוסף של אנשים שלא מתופפים.
להלן התוצאות שקיבל:

	מתופפים	**לא מתופפים**
n	12	10
$\bar{x}$	100	85
S_n	11.10	12.22

א. (9 נק') מה יסיק יואל, ברמת ביטחון של 95%?

ב. (2 נק') מהי עוצמת הקשר בין המשתנים במדגם של יואל?

ג. (3 נק') ברמת ביטחון של 95%, מהי תוחלת הדופק באוכלוסיית המתופפים?

2. הסיכוי לקבל כוס קפה טעים בקפיטריות בארץ הוא 0.4. משה משער כי ב"קפה דוד" הסיכוי לקבל כוס קפה טעים הוא גבוה יותר. לצורך בדיקת השערתו הוא דגם מקרית 6 כוסות קפה מ"קפה דוד" ומצא כי ב-5 מתוכן היה קפה טעים.

א. (5 נק') מה יסיק משה, ברמת ביטחון של 99%?

ב. (2 נק') משה מתכנן לדגום מדגם מקרי חדש של 6 כוסות קפה מ"קפה דוד", ולבדוק את השערתו פעם נוספת, הפעם ברמת ביטחון של 95%. מה צריך להיות המספר המינימלי של כוסות עם קפה טעים על מנת שמשה ידחה את השערת האפס?

ג. (2 נק') ידוע כי במציאות, הסיכוי לקבל כוס קפה טעים ב"קפה דוד" הוא 0.4. מה הסיכוי של משה <u>בפועל</u> לבצע טעות מסוג ראשון בבדיקה ב<u>סעיף ב'</u>?

3. אנה רוצה לבדוק את הקשר בין מספר הספרים שאדם קורא בשנה לבין מספר השפות שהוא יודע לדבר. לצורך המחקר היא דגמה מקרית 10 נבדקים ומצאה מתאם פירסון מובהק שערכו $r = 0.87$. להלן נתוני המדגם שאנה אספה:

	מספר הספרים	מספר השפות
ממוצע	106	2
סטיית תקן	19.2	0.8

א. (4 נק׳) אלון דובר 3 שפות. מה יהיה מספר הספרים שאנה תנבא שהוא יקרא בשנה, על סמך נתוני המדגם שלה?

ב. (3 נק׳) ילין, חברתה של אנה, חושדת כי הקשר בין מספר הספרים שאדם קורא בשנה (y) לבין מספר השפות שהוא יודע לדבר (x_1) מושפע מהקשר של שני המשתנים האלו עם משתנה שלישי – מספר השפות שאמא שלו יודעת (x_2). היא חזרה לנבדקים המקוריים במדגם של אנה, שאלה אותם כמה שפות אמא שלהם יודעת, וחישבה את המתאמים הבאים:

$$r_{x_1x_2} = 0.90; \quad r_{x_2y} = 0.85$$

מהו המתאם בין מספר הספרים שאדם קורא בשנה לבין מספר השפות שהוא יודע לדבר, בניכוי מספר השפות שיודעת האם משני המשתנים?

ג. (2 נק׳) הסבירו בקצרה ובמקום המסומן בלבד מה התוצאה שהתקבלה בסעיף ב׳ אומרת על הקשר בין המשתנים.

____

____

<u>שאלת בונוס (2 נק'):</u>

מה מהבאים נכון לגבי ה-likelihood בהסקה בייסיאנית? הקיפו את כל התשובות הנכונות. יש לנמק כל תשובה שנבחרה בשורה שמתחתיה. אין לחרוג מהמקום המסומן ואין צורך לנמק תשובות שלא נבחרו.

1. ה-likelihood יהיה תמיד שווה ל-p-value ב-NHST

   נימוק: ______________________________

2. ה-likelihood עשוי להיות גדול מה-p-value ב-NHST

   נימוק: ______________________________

3. ה-likelihood הוא סיכוי מאותו סוג כמו ה-p-value ב-NHST

   נימוק: ______________________________

4. ה-likelihood הוא סיכוי מאותו סוג כמו ה-prior בהסקה בייסיאנית

   נימוק: ______________________________

5. ה-likelihood מוגדר על-ידי החוקר לפני דגימת המדגם

   נימוק: ______________________________

6. ה-likelihood הוא הסיכוי לקבל את הנתונים שלנו או קיצוניים מהם תחת היפותזה מסוימת

   נימוק: ______________________________

7. ייתכן ונקבל ערכי likelihood זהים עבור היפותזות שונות במחקר מסוים

   נימוק: ______________________________

8. אם ה-prior של היפותזה מסוימת שווה ל-0, אז ה-likelihood שלה בהכרח יהיה שווה ל-0

   נימוק: ______________________________

<u>חלק ב': שאלות סגורות (68 נק' - 17 שאלות, 4 נק' כל אחת)</u>

1. עובדיה רצה לבדוק אם, ברמת ביטחון של 95%, סדנה שפיתח משנה את מספר המעשים הטובים שאדם עושה. הוא דגם מקרית שתי קבוצות נבדקים, שאחת עברה את הסדנה והשנייה לא, ובדק כמה מעשים טובים עשה כל אדם. לאחר מכן בדק את השערתו בעזרת מבחן מאן-ויטני. במסגרת הבדיקה הוא מצא כי: $W_{sadna} = W_{no-sadna}$.
מה מהבאים <u>נכון</u>?

א. עובדיה עשוי לדחות את השערת האפס
ב. עובדיה בהכרח לא ידחה את השערת האפס
ג. בהתפלגות הדגימה של עובדיה יש ערכים שליליים
ד. אם עובדיה יבדוק את השערתו ברמת ביטחון של 99%, הוא ישתמש בהתפלגות דגימה שונה

2. במהלך מבחן סטטיסטי שכל הנחותיו התקיימו, פרידה מצאה שערכו של סטטיסטי המבחן הוא 1-.
מה <u>עשויה</u> להיות השאלה שהיא בדקה בעזרת המבחן הסטטיסטי הזה?

א. האם מספר שעות השינה של הורים לתינוקות מתפלג נורמלית
ב. האם רמת האושר (בסקאלה של 1-5) שונה בין ילדים למבוגרים
ג. האם מהירות התגובה במטלות ויזואליות משתנה בעקבות אכילת קוביית סוכר
ד. האם קיים שוויון שונויות בין נשים לגברים במספר המצמוצים לאחר חשיפה לתכנים נעימים

3. ג'יקי מתעניינת במשתנה מסוים, המתפלג נורמלית באוכלוסייה. היא מתכוונת לדגום מקרית אינסוף מדגמים בגודל 5, ולחשב בכל מדגם את S^2.
<u>השלימו</u>: תוחלת כל האומדים שג'יקי תחשב תהיה ________ שונות האוכלוסייה, ו_______ מהאומדים יהיו קטנים מהשונות באוכלוסייה.

א. שווה ל- ; פחות מ-50%
ב. קטן מ- ; פחות מ-50%
ג. שווה ל- ; יותר מ-50%
ד. קטן מ- ; יותר מ-50%

4. אורית שיערה שקיים קשר בין סוג מוסד הלימודים האקדמי של סטודנטית (אוניברסיטה / לא אוניברסיטה) לבין מצב תיבת הדוא"ל שלה (מלאה / לא מלאה). לאחר שקיבלה תוצאה מובהקת במבחן הסטטיסטי המתאים ומדדה את עוצמת הקשר, החליטה לבצע שינוי. לאחר שביצעה אותו, היא מדדה שוב את עוצמת הקשר במדגם וגילתה כי עוצמת הקשר חלשה יותר.
מה מהבאים יכול להיות השינוי שעשתה אורית?

א. השתמשה ברמת ביטחון נמוכה יותר
ב. הוסיפה למדגם שתי סטודנטיות, וקיבלה סטטיסטי מבחן זהה
ג. במקום לייצג את הערכים "מלאה" כ-0 ו"לא מלאה" כ-2, ייצגה אותם כ-0 ו-1, בהתאמה
ד. חילקה את המשתנה "סוג מוסד הלימודים" ליותר ערכים (אוניברסיטה / מכללה / אחר), וקיבלה סטטיסטי מבחן זהה

5. ג'וני רצה לבדוק את יעילותו של שיקוי קסמים שנועד להעלות את הגובה (משתנה מסולם רווח, שמתפלג עם תוחלת 170 ס"מ). לצורך כך הוא דגם מדגם מקרי של נבדקים ומדד את הגובה שלהם פעמיים: לפני ואחרי ששתו משיקוי הקסמים.
באיזה מקרה מבין הבאים, בהכרח לא יהיה נכון לבצע מבחן t לתלויים?

א. באוכלוסייה, שיקוי הקסמים משפיע רק על מי שגבוה יותר מ-170 ס"מ
ב. ה-S במדידה הראשונה שונה מה-S במדידה השנייה
ג. חצי מההפרשים במדגם הם חיוביים וחצי שליליים
ד. הגובה לא מתפלג נורמלית באוכלוסייה

6. ברגרסיה לינארית, באיזה מהמקרים הבאים יתקבל הניבוי המדויק ביותר של y?

א. $\sum(y_i' - \bar{y})^2 = 0$
ב. $\sum(y_i' - \bar{y})^2 = \sum(y_i - y_i')^2$
ג. $\sum(y_i' - \bar{y})^2 = \sum(y_i - \bar{y})^2$
ד. $\sum(y_i - y_i')^2 = \sum(y_i - \bar{y})^2$

7. במסגרת בדיקת השערה בעזרת מבחן t למדגמים בלתי תלויים חוקר ערך מבחן F לשוויון שונויות ברמת ביטחון של 95%. הוא ביצע במבחן F טעות מסוג I.
מה מהבאים נכון בהכרח אם החוקר יחזור על הבדיקה עם מדגמים חדשים ויבצע את כל הבדיקות הסטטיסטיות הנכונות כנדרש?

א. ההסתברות שהוא יבצע טעות מסוג II במבחן F היא 5%
ב. ההסתברות שהוא יחשב את S^2_{pooled} במבחן t היא 95%
ג. ההסתברות שהוא ידחה את H_0 במבחן t היא 5%
ד. ההסתברות שהוא יקבל $S_1^2 = S_2^2$ היא 95%

8. ירדנה בדקה האם קיים קשר בין גיל למספר שעות שינה. עופרה בדקה אם הקשר בין גיל למספר שעות שינה גבוה מ-0.2. כל אחת מהן דגמה בנפרד מדגם מקרי בגודל 100, ושתיהן מצאו $r = 0.6$. כל אחת מהן ביצעה בדיקת השערות וחישבה רווח בר-סמך ברמת ביטחון של 95%.
השלימו: בבדיקת מובהקות המתאם, התפלגות הדגימה של שתי החוקרות הייתה _________, ו_________ ששתי החוקרות בנו רווח בר-סמך שונה.

א. זהה; ייתכן
ב. זהה; לא ייתכן
ג. שונה; ייתכן
ד. שונה; לא ייתכן

9. מה מהבאים נכון לגבי מבחני חי בריבוע?

א. בהתפלגות הדגימה יש שני אזורי דחייה
ב. מספר דרגות החופש תלוי במספר הנבדקים
ג. הם מאפשרים לבדוק השערות רק על משתנים מסולם שמי
ד. לא תמיד ניתן לבנות את טבלת ה-expected לפני דגימת מדגם

10. לדורית יש טבלת וילקוקסון נכונה ומדויקת, אך שונה מזו של הקורס: היא תדחה את השערת האפס אם סטטיסטי המבחן יהיה גדול או שווה לערך הקריטי בטבלה. סטטיסטי המבחן ייבחר בהתאם לטבלה של דורית.
מה מהבאים נכון עבור הטבלה של דורית במבחן דו-זנבי עם רמת ביטחון של 95%, אם במדגם אין הפרשים של 0?

א. הערך הקריטי עבור $n = 5$ הוא 15
ב. אין ערך קריטי עבור $n = 6$
ג. הערך הקריטי עבור $n = 7$ הוא 26
ד. הערך הקריטי עבור $n = 8$ הוא 3

11. חוקרת בדקה את הקשר בין שני משתנים מסולם יחס. היא חישבה מתאם פירסון (r_1), ולאחר מכן דירגה את ערכי המשתנים וחישבה מתאם ספירמן (r_{s_1}). היא מצאה כי $r_{s_1} = 0.8$.
עוזר המחקר שלה מצא את הדירוגים וחשב בטעות שמדובר בערכים עצמם של המשתנים. הוא חישב עבור הדירוגים מתאם פירסון (r_2), ולאחר מכן דירג אותם וחישב מתאם ספירמן (r_{s_2}).
מה מהבאים נכון?

א. ייתכן כי $r_1 = 1$
ב. ייתכן כי $r_2 = 1$
ג. בהכרח $r_1 = r_{s_1}$
ד. בהכרח $r_2 = r_{s_2}$

12. מה מהבאים נכון עבור מבחן חי בריבוע וניתוח שאריות מתוקננות (המתבצע על כל התאים) עבור מדגם מסוים, בבדיקת השערה על משתנה שמי?

א. אם התקבלה תוצאה מובהקת במבחן חי בריבוע, אין אף תא בו $R = 0$
ב. אם אין לפחות תא אחד בו $|R| > |Z_c|$, לא תתקבל תוצאה מובהקת במבחן חי בריבוע
ג. ה-α בניתוח שאריות מתוקננות (לאחר תיקון בונפרוני) לא תלויה במספר התאים בהם מתקבל $|R| > |Z_c|$
ד. ה-α בניתוח השאריות המתוקננות (לאחר תיקון בונפרוני) תהיה ה-α של מבחן חי בריבוע, חלקי דרגות החופש של מבחן חי בריבוע

13. ניצה ורונית משערות, ברמת ביטחון של 95%, שנפח המוח הממוצע של תוכים מדברים גדול יותר מנפח המוח הממוצע בקרב כלל אוכלוסיית התוכים (משתנה המתפלג נורמלית עם תוחלת 1.5 סמ"ק ושונות לא ידועה). כל אחת מהן דגמה בנפרד מדגם מקרי אחר של תוכים מדברים, ובדקה את השערתה. רק ניצה דחתה את השערת האפס.
מה מהבאים <u>לא ייתכן</u>?

א. המדגם של רונית קטן יותר ובעל ממוצע נמוך יותר מזה של ניצה
ב. המדגם של רונית גדול יותר ובעל ממוצע גבוה יותר מזה של ניצה
ג. לשתיהן סטטיסטי מבחן זהה, אך המדגם של רונית קטן יותר מזה של ניצה
ד. לשתיהן סטטיסטי מבחן זהה, אך המדגם של רונית גדול יותר מזה של ניצה

14. נתון מדגם מקרי של 550 קופים שמשקלם נמדד בק"ג והנתונים סודרו בטבלת שכיחויות מקובצת. שלוש חוקרות בדקו בעזרת המדגם את ההשערה שמשקל קופים מתפלג נורמלית, ברמת ביטחון של 95%. חוקרת 1 יודעת את התוחלת וסטיית התקן של משקל הקופים באוכלוסייה. חוקרת 2 יודעת רק את התוחלת ואינה יודעת את סטיית התקן באוכלוסייה. חוקרת 3 לא יודעת את התוחלת ואת סטיית התקן באוכלוסייה.
מה מהבאים <u>נכון</u>?

א. חוקרת 1 עבדה עם יותר דרגות חופש מחוקרת 3
ב. חוקרת 2 עבדה עם ערך קריטי קטן יותר מחוקרת 3
ג. כל שלוש החוקרות בהכרח יגיעו לאותה מסקנה
ד. לא ייתכן שכל שלוש החוקרות יגיעו לאותה מסקנה

15. דוד רצה לבדוק השערה לגבי הבדל בממוצעים בין שתי אוכלוסיות. הוא דגם שני מדגמים מקריים בגודל 3 וקיבל את הערכים הבאים:

מדגם 1	10	20	30
מדגם 2	30	40	50

הוא בחר לבדוק את השערתו בעזרת מבחן פרמוטציות. הוא ביצע 3,000 חזרות על מנת ליצור את התפלגות הדגימה תחת H_0. איזו מבין האפשרויות הבאות היא תוצאה אפשרית של אחת מחזרות אלו?

א.

מדגם 1	10	10	20
מדגם 2	30	30	40

ב.

מדגם 1	30	10	20
מדגם 2	30	40	50

ג.

מדגם 1	10	30	30
מדגם 2	20	40	60

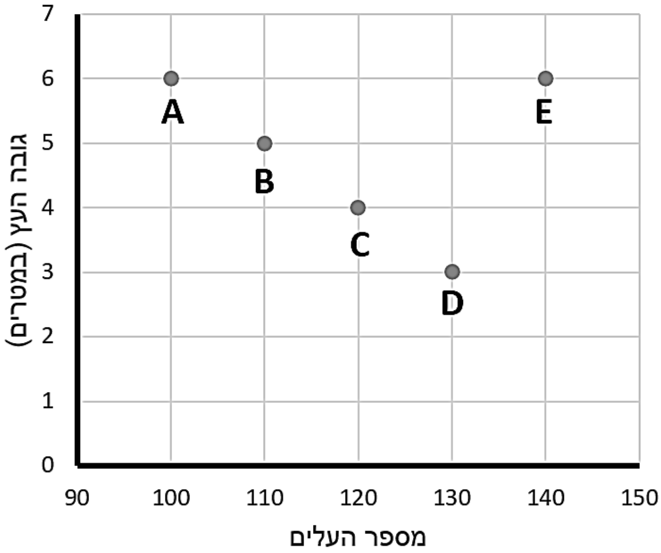
ד.

מדגם 1	10	20	30	40
מדגם 2	30	50		

16. מה מהבאים נכון בהכרח לגבי מבחן הבינום?

א. כאשר לא ניתן לבצע קירוב לנורמלי, התפלגות הדגימה תהיה א-סימטרית
ב. אם ניתן לבצע קירוב לנורמלי, התבצעו בניסוי לפחות 10 ניסיונות ברנולי
ג. האלפא בפועל אינה תלויה במספר ניסיונות הברנולי בניסוי
ד. עבור $n > 30$ ניתן לבצע קירוב לנורמלי

17. יערה חשדה כי יש קשר בין גובה העץ למספר העלים שיש עליו (שני המשתנים מתפלגים נורמלית באוכלוסייה). לצורך מחקרה היא דגמה מקרית 5 עצים (A-E) ויצרה את הגרף הבא:



מאוחר יותר גילתה יערה שהייתה טעות במדידת אחד המשתנים.
מה מהבאים נכון לגבי <u>המדגם</u> של יערה?

א. אם יתברר כי גובהו של עץ D הוא 5 מטרים, אין כל קשר בין המשתנים
ב. אם יתברר כי גובהו של עץ E הוא 3 מטרים, יתקבל מתאם ספירמן לא מושלם
ג. אם יתברר כי מספר העלים על עץ E הוא 100, יתקבל מתאם פירסון לא מושלם
ד. אם יתברר כי גובהם של כל העצים הוא 3 מטרים, יתקבל מתאם פירסון שערכו 0

<u>פתרון החלק הפתוח</u>

<u>שאלה 1</u>

א) יואל רוצה להשוות בין שני מדגמים בלתי תלויים. המשתנה הנבדק נמדד בסולם רווח/יחס (מספר פעימות בדקה), ונתון כי הוא מתפלג נורמלית בשתי האוכלוסיות. כלומר, אנו עומדים בתנאים של מבחן t למדגמים בלתי תלויים.

<u>מבחן t לשני מדגמים בלתי תלויים</u>

i) <u>השערות</u>: $H_o: \mu_{drummers} - \mu_{non-drummers} \leq 0$

$H_1: \mu_{drummers} - \mu_{non-drummers} > 0$

ii) <u>הנחות</u>: א) דגימה מקרית

ב) התפלגות הדגימה המתוקננת של הפרשי הממוצעים מתפלגת t (המשתנה N~ באוכ׳)

ג) שוויון שונויות – **נבדוק בעזרת מבחן F לשוויון שונויות**

<u>מבחן F לשוויון שונויות</u>

i) <u>השערות</u>: $H_o: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

ii) <u>הנחות</u>: א) דגימה מקרית

ב) התפלגות הדגימה של היחס בין אומדני השונויות מתפלגת F (המשתנה N~ באוכ׳)

iii) <u>רמת מובהקות</u>: α=0.05, דו״צ

iv) <u>בדיקת ההשערה</u>:

ראשית יש לחשב את האומדים לסטיות התקן (S), כיוון שמה שנתון לנו בטבלה אלו סטיות התקן עצמן (S_n).

$$S_1 = S_{n_1} \times \sqrt{\frac{n_1}{n_1 - 1}} = 12.22 \times \sqrt{\frac{10}{10-1}} = 12.88$$

$$S_2 = S_{n_2} \times \sqrt{\frac{n_2}{n_2 - 1}} = 11.10 \times \sqrt{\frac{12}{12-1}} = 11.59$$

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{12.88^2}{11.59^2} = 1.24 < 3.59 = F_c(9,11)$$

v) <u>מסקנה</u>: לא ניתן לדחות את H_0 ברמת ביטחון של 95%. לא ניתן לומר כי השונויות שונות.

לא דחינו את H_0 במבחן F, ולכן נמשיך במבחן t למדגמים בלתי-תלויים **עם הנחת שוויון שונויות**.

iii) <u>רמת מובהקות</u>: α=0.05, חד״צ

iv) <u>בדיקת ההשערה</u>:

$$t = \frac{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) - \mu_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}}{S_{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}} = \frac{100 - 85 - 0}{\sqrt{\frac{(12-1) \times 11.59^2 + (10-1) \times 12.88^2}{12 + 10 - 2} \times \left(\frac{12+10}{12 \times 10}\right)}} = 2.874 > 1.725 = t_c(20)$$

נשים לב כי ניתן להניח שוויון שונויות, ולכן מספר דרגות החופש שלנו הוא: $n_1 + n_2 - 2 = 20$.

v) מסקנה: ניתן לדחות את H_0 ברמת ביטחון של 95%. ניתן לומר כי למתופפים יש דופק מהיר יותר לעומת אנשים שלא מתופפים.

ב) המשתנים במדגם של יואל הם 1) עיסוק בתיפוף (משתנה שמי-דיכטומי: מתופף/לא מתופף), ומהירות דופק (משתנה מסולם רווח/יחס: מספר פעימות בדקה). כלומר, יש לחשב מתאם r_{pb}. נחשב אותו ע״י המרת ערך ה-t שקיבלנו בבדיקה בסעיף א׳ לערך מקדם המתאם:

$$r_{pb} = \sqrt{\frac{t^2}{t^2 + df}} = \sqrt{\frac{2.874^2}{2.874^2 + 20}} = 0.541$$

כלומר, עוצמת הקשר במדגם בין עיסוק בתיפוף לבין מהירות הדופק היא 0.541.

ג) נשים לב כי מבקשים מאיתנו לאמוד את התוחלת רק באוכלוסיית המתופפים. לשם כך נשתמש רק במדגם המתופפים של יואל ובנוסחה לבניית רווח בר-סמך עבור t למדגם בודד:

$$\bar{x} - t_c \times S_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + t_c \times S_{\bar{x}}$$

$\bar{x}$ הוא הממוצע של המתופפים במדגם – 100. t_c הוא ערך ה-t שמתאים לרב״ס דו-צדדי ברמת ביטחון של 95% עם 11 דרגות חופש (n-1 כשה-n הוא של המתופפים בלבד, 12): 2.201.

$S_{\bar{x}}$ הוא האומד להתפלגות הדגימה של הממוצעים באוכלוסיית המתופפים, כלומר:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{11.59}{\sqrt{12}} = 3.35$$

את ה-S עצמו (11.59) חישבנו עוד במבחן F בסעיף א׳.

עתה נשאר רק להציב:

$$100 - 2.201 \times 3.35 \leq \mu \leq 100 + 2.201 \times 3.35$$

$$92.62 \leq \mu \leq 107.38$$

כלומר, ברמת ביטחון של 95%, תוחלת הדופק באוכלוסיית המתופפים היא בין 92.62 ל-107.38 פעימות לב בדקה.

שאלה 2

א) המשתנה שמשה בודק הוא שמי-דיכוטומי (הקפה הוא טעים או לא טעים), ולכן נבצע את מבחן הבינום.

מבחן הבינום

i) השערות: $H_0: \pi \leq 0.4$

$H_1: \pi > 0.4$

ii) הנחות: א) דגימה מקרית

iii) רמת מובהקות: $\alpha=0.01$, חד״צ

iv) בדיקת ההשערה: $p - value(k = 5) = p(k \geq 5) = p(k = 5) + p(k = 6)$

$$p(k = 5) = \binom{6}{5} \times 0.4^5 \times 0.6^1 = 0.036864$$

$$p(k=6) = \binom{6}{6} \times 0.4^6 \times 0.6^0 = 0.004096$$

$$p - value = 0.036864 + 0.004096 = 0.04096 > 0.01 = \alpha$$

v) <u>מסקנה</u>: לא ניתן לדחות את H_0 ברמת ביטחון של 99%. לא ניתן לומר כי הסיכוי לקבל כוס קפה טעים ב"קפה דוד" הוא גבוה יותר מ-0.4.

ב) שואלים אותנו על המספר הקטן ביותר של כוסות קפה טעים במדגם של משה אשר יאפשרו לו לדחות את H_0 ברמת ביטחון של 95%. כלומר, מהו מספר ההצלחות הקטן ביותר במדגם שעבורו ה-p-value הוא קטן מ-5%.

את ה-p-value עבור 5 הצלחות יש לנו מסעיף א': 0.04096. זהו ערך הקטן מ-5% ולכן k=5 אכן מאפשר לדחות את H_0 ברמת ביטחון של 95%. כעת יש לבדוק האם מתאפשרת דחייה עם k קטן יותר. נחשב את ה-p-value עבור k=4 הצלחות:

$$p(k=4) = \binom{6}{4} \times 0.4^4 \times 0.6^2 = 0.13824$$

$$p - value(k=4) = 0.13824 + 0.036864 + 0.004096 = 0.1792 > 0.05$$

כלומר, עבור k=4 כבר לא דוחים עם α של 5%. מה שאומר שהמספר המינימלי של כוסות עם קפה טעים שמאפשר דחייה ברמת ביטחון של 95% הוא 5.

ג) כעת נתון כי למעשה H_0 נכונה: ה-π באוכלוסיית המחקר הוא זהה ל-π באוכלוסייה הכללית ושווה ל-0.4. הסיכוי של משה לבצע בפועל טעות מסוג ראשון בבדיקה שלו בסעיף ב' תהיה שטח הדחייה שיש לו בפועל. הוא אמנם הגדיר מראש אלפא של 5%, אולם מאחר וההתפלגות הבינומית היא בדידה שטח איזור הדחייה יהיה קטן יותר.

ראינו כי בבדיקה שלו בסעיף ב' משה ידחה את H_0 רק עבור מספר הצלחות של k=5 או k=6. הסיכוי לקבל את הערכים הללו בהתפלגות בינומית כאשר $\pi = 0.4$ הוא למעשה ה-p-value שלו מסעיף א', ושווה ל-0.04096. כלומר, הסיכוי שלו לבצע בפועל טעות מסוג ראשון בבדיקה בסעיף ב' הוא 4.096%.

<u>שאלה 3</u>

א) נמצא את נוסחת הניבוי של מספר הספרים שאדם יקרא (y) לפי מספר השפות שהוא דובר (x):

$$y_i' = bx_i + a$$

$$b = \frac{S_n(y)}{S_n(x)} \times r_{xy} = \frac{19.2}{0.8} \times 0.87 = 20.88; \qquad a = \bar{y} - b\bar{x} = 106 - 20.88 \times 2 = 64.24$$

$$y_i' = 20.88x_i + 64.24$$

כעת ננבא בעזרת משוואת קו הניבוי כמה ספרים יקרא אלון, אשר דובר 3 שפות:

$$y'(3) = 20.88 \times 3 + 64.24 = 126.88$$

כלומר, אנה תנבא כי אלון יקרא 126.88 ספרים בשנה (זה הרבה ספרים!).

ב) מבקשים מאיתנו לנכות את מספר השפות שיודעת האם משני המשתנים המקוריים. כלומר, עלינו לחשב מתאם חלקי בין שני המשתנים המקוריים – המתאם בין מספר השפות שהוא יודע לדבר (x_1) למספר הספרים שאדם קורא בשנה (y), בניכוי מספר השפות שאמא שלו יודעת (x_2) משניהם.

$$r_{x_1y.x_2}=\frac{r_{x_1y}-r_{x_1x_2}r_{yx_2}}{\sqrt{\left(1-r_{x_1x_2}^2\right)\times\left(1-r_{yx_2}^2\right)}}=\frac{0.87-0.90\times 0.85}{\sqrt{(1-0.90^2)\times(1-0.85^2)}}=0.457$$

בניכוי מספר השפות שיודעת האם משני המשתנים, המתאם בין מספר הספרים שאדם קורא בשנה למספר השפות שהוא יודע לדבר הוא 0.457.

ג) המתאם החלקי בין x_1 ל-y בניכוי x_2 (0.457) קטן מהמתאם הפשוט בין x_1 ל-y (0.87), כלומר המתאם המקורי "מזויף" בחלקו, ומשקף את הקשר הגבוה של שני המשתנים עם x_2 (מספר השפות שיודע האם).

<u>שאלת בונוס</u>

מתוך ההיגדים הנתונים, שניים הם נכונים:

3. *ה-likelihood הוא סיכוי מאותו סוג כמו ה-p-value ב-NHST*

<u>נימוק</u>: שניהם סיכוי מסוג 2 (הסתברות), כלומר שכיחות יחסית באינסוף.

7. *ייתכן ונקבל ערכי likelihood זהים עבור היפותזות שונות במחקר מסוים*

<u>נימוק</u>: נכון, כאשר היחס שהתקבל במדגם נמצא בדיוק באמצע בין ה-π-ים של שתי היפותזות.

(לדו, כששתי ההיפותזות בנוגע לסיכוי של מטבע ליפול על "פלי" הן: $\pi=0.25;\ \pi=0.75$ ובמדגם חצי מההטלות יצאו "פלי").

<u>תשובות לחלק הסגור</u>

מספר שאלה		תשובה נכונה
גרסה 1	גרסה 2	
1	1	א
2	2	ג
3	6	ג
4	11	ב
5	15	א
6	13	ג
7	12	ב
8	3	ד
9	9	ד
10	14	ג
11	7	ד
12	5	ג
13	4	ד
14	16	א
15	17	ב
16	8	ב
17	10	ב