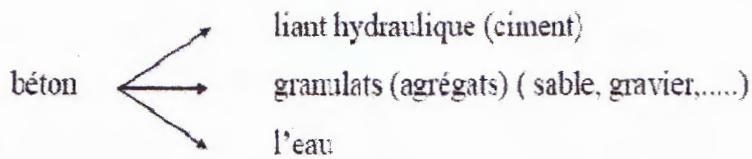


Le béton armé

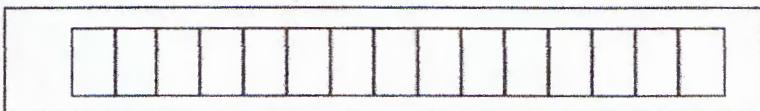
Par : ALLAGUI Hind

I- Généralités :

Le B.A est un élément mélangé par plusieurs matériaux. Il est constitué par la réunion de deux matériaux que nous supposons simple; c'est le béton et l'acier, disposés d'une façon à utiliser d'une manière économique la résistance de chacun d'eux on appelle béton : le mélange dans des proportion convenable des éléments suivants :



On appelle béton armé le matériau obtenu en ajoutant au béton des barres en acier. Ces barres en acier sont généralement appelées **armatures**.



Armatures (le ferraillage c'est l'ensemble de toutes les armatures)

Dans l'association béton + acier, le béton résiste aux efforts de compression et l'acier résiste aux efforts de traction et éventuellement aux efforts de compression si le béton ne suffit pas pour prendre tous les efforts de compression qui existent.

Béton → Compression (Résistance à la compression = 20 MPa à 40MPa)

(Résistance à la traction = 2 MPa à 4MPa)

Acier → Traction ou compression (200 MPa à 500 MPa)

Une construction sera appelée en béton armé si les deux matériaux participent à la résistance de l'ensemble.

II- Avantages et inconvénients du béton armé :

1- Avantages :

a. **L'intérêt économique** : Le béton est le moins coûteux des matériaux résistant à la compression et susceptible d'être associé à d'autres éléments.

On dit que l'acier est actuellement le seul matériau utilisé dans la fabrication des armatures parce que sa résistance est moins chaire des matériaux pouvant être résistés à la traction.

b. **La souplesse d'utilisation** : le béton étant mis en place (dans des moules : coffrage) à l'état pâteux ; il est possible de réaliser des constructions aux formes les plus variées et les **Armatures (le ferraillage c'est l'ensemble de toutes les armatures)**

armatures peuvent être facilement liées. Les assemblages entre différents éléments en béton se réalisent par simple contact. Le béton armé se traite facilement à la pré-fabrication en usine.

c. **Economie d'entretien** : les constructions en béton armé ne nécessitent aucun entretien tandis que les constructions métalliques ont besoins d'être peintes régulièrement.

d. Résistance au feu : les constructions en béton armé se comportent beaucoup mieux en cas d'incendie que les constructions métallique ou en bois. Le béton, grâce à sa mauvaise conductibilité thermique retarde les effets de la chaleur sur les armatures, il est possible de remettre en service la construction après les réparations superficielles ce qui est impossible pour les constructions métalliques. Cette propriété a permis d'utiliser le béton armé dans certaines parties des fours.

e. Résistance aux efforts accidentels : le béton armé en raison de son poids important est moins sensible aux variations de surcharges que d'autres modes de constructions.

f. Durabilité : le béton armé résiste bien à l'action de l'eau et de l'air la seule condition à observer est la protection des armatures.

2. Les inconvénients du béton armé :

a. Le poids : les ouvrages en B.A sont plus lourds que les autres modes de constructions.

b. L'exécution : pour exécuter un ouvrage en béton armé il faut :

- Préparation de coffrage qui demande beaucoup de temps et un travail de charpente important. Ce coffrage doit rester en place jusqu'à ce que le béton atteint une résistance suffisante.
- le placement des armatures.
- pendant et après les mises en place du béton, il faut prendre des précautions pour le protéger contre le gel et l'évaporation de l'eau.
- Le contrôle de la qualité du matériau perfectionné lors du gâchage.

c. Brutalité des accidents : les accidents qui surviennent d'un ouvrage en béton armé sont en général soudains ou brutaux, en général ces accidents sont dus à des erreurs de calculs ou de réalisations.

d. Difficulté de modification d'un ouvrage déjà réalisé : il est difficile de modifier un élément déjà réalisé.

1 Notion d'états limites

Un état limite est un état particulier au-delà duquel une structure cesse de remplir les fonctions pour lesquelles elle a été conçue. Un état limite est donc atteint lorsqu'une condition requise pour une construction (stabilité, absence de rupture..) et cesserait de l'être en cas de modification défavorable des efforts agissant sur elle.

Nous distinguons 2 états limites :

1.1 Etat limite ultime (E.L.U) :

Il s'agit de l'état pour lequel la valeur maximale de la capacité portante de la construction est atteinte et dont le dépassement entraîne la ruine de la construction.

Ils correspondent à la limite :

- a. Etat limite ultime d'équilibre statique de l'ouvrage : c'est la perte de la stabilité d'une partie ou de l'ensemble de la construction (pas de renversement, pas de glissement).
- b. Etat limite ultime de résistance de l'un des matériaux de construction : c'est la perte de résistance soit du béton soit de l'acier. (pas de rupture de sections critiques de la structure)
- c. Etat limite ultime de stabilité de forme (flambement) : les pièces élancées soumises à des efforts de compression subissent des déformations importantes et deviennent instable. (pas de flambement)

1.2. Etat limite de service (E.L.S) :

Il constitue des limites au-delà des quelles les conditions normales d'exploitation et de durabilité ne sont plus satisfaites sans qu'il y est ruine.

Il n'est pas suffisant qu'une construction soit stable et résiste, il est aussi nécessaire qu'elle ne présente pas une fissuration ou des déformations excessives.

Il est donc nécessaire d'effectuer des vérifications portant sur :

a- Etat limite de service de compression de béton : cette limitation a pour but d'empêcher la formation des fissures.

b- Etat limite de service d'ouverture des fissures : il consiste à assurer que les armatures sont convenablement disposées dans la section et les contraintes ne dépassent pas la valeur limite. cela évite la corrosion rapide des aciers et donc augmente la durabilité et la sécurité des ouvrages.

c- Etat limite de service de déformation : il consiste à vérifier que les déformations sont inférieures à des déformations limites. les déformations (flèches par exemple) doivent rester dans des limites admissibles c'est à dire compatibles avec l'utilisation de l'élément.

2. Règlements Algériens : (C.B.A.93)-(R.P.A.2003)

C'est les règlements techniques algérien qui viennent se substituer à la pratique admise du B.A.E.L (Béton Armé aux Etats Limites) ; en donnant des recommandations spéciales pour le pays Algérien dans le domaine parasismique R.P.A (Règlement Parasismique Algérien).

3. Actions et sollicitations :

3.1- Les actions : On appelle actions, les forces et les charges appliquées aux déformations imposées. On distingue trois types d'actions :

a. actions permanentes (G) :

Ce sont des actions continues dans l'intensité est constante ou très peu variable dans le temps. Exemple : le poids propre, les poussées des terres ou les pressions des liquides.

b. actions variables (Q) :

Ce sont des actions dans l'intensité varie fréquemment et d'une façon importante dans le temps. La durée d'application est très faible par rapport aux durées de vie de constructions. Les valeurs de ces charges sont fixées par le règlement, en fonction des conditions d'exploitation de la construction. Elles comprennent :

- **les charges d'exploitation** : charges dues aux poids des utilisateurs ou des matériels utilisés.
- **Les charges climatiques** : charges dues au vent et à la neige.
- **Les effets dus à la température** : efforts dus à la dilatation.

c. actions accidentielles (FA) :

Ce sont des actions provenant de phénomènes se produisant rarement avec une faible durée d'application. Exemple : les chocs de véhicules ou bateaux, les explosions.

3.2- Les sollicitations :

Ce sont les effort normaux et tranchants et les moments fléchissant et de torsions qui sont calculés à partir des actions en utilisant les procédés de la RDM.

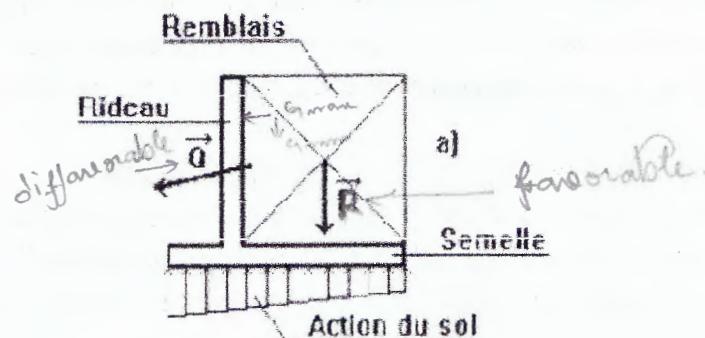
4- Combinaisons d'actions :

En fonction des situations qu'une construction va connaître, nous allons être obligé de superposer les effets de plusieurs actions. Pour cela :

- nous affecterons à chaque type d'actions, un coefficient de sécurité partiel.
- nous combinerons les actions obtenues (principe de superposition des effets),
- nous déterminerons la ou les combinaisons qui engendrent les sollicitations les plus défavorables dans les éléments de la construction.

Nous utiliserons les combinaisons avec les notations suivantes :

- ✓ G_{\max} : ensemble des actions permanentes défavorables
- ✓ G_{\min} : ensemble des actions permanentes favorables (voir ci-dessous)
- ✓ Q_1 : action variable dite de base
- ✓ Q_i : action variable dite d'accompagnement



La poussée Q pousse vers un renversement du mur et agit donc dans un sens défavorable : elle intervient en G_{\max} .

L'action des terres derrière le rideau R agit dans un sens de stabilité donc favorable : elle intervient donc en G_{\min} .

4.1 Combinaisons d'actions à considérer pour les ELU

- Combinaisons fondamentales : Article A.3.3,21 du BAEL

Lors des situations durables ou les situations transitoires fréquentes aux cours desquelles il y a l'action permanente, une action variable principale et plusieurs actions d'accompagnement, nous considérerons :

$$1,35 G_{\max} + G_{\min} + \gamma_{Q1} \cdot Q1 + \sum 1,3 \cdot \Psi_{0i} \cdot Qi$$

$\gamma_{Q1} = 1,5$ dans le cas général.

$\gamma_{Q1} = 1,35$ pour la température, les charges d'exploitations étroitement bornées ou de caractères particuliers (convois militaires ou exceptionnels) et pour les bâtiments agricoles abritant des animaux et des produits sans présence humaine permanente.

Ψ_{0i} sont donnés en annexe D articles D.1.1,3 et D.1.2,3 du BAEL.

Combinaisons accidentnelles : Article A.3.3,22 du BAEL

Nous considérerons pour les situations accidentnelles qui ont une faible probabilité de se réaliser :

$$G_{\max} + G_{\min} + FA + \Psi_{1i} \cdot Q1 + \sum \Psi_{2i} \cdot Qi$$

FA = valeur nominale de l'action accidentelle

Ψ_{1i} et Ψ_{2i} donnés en annexe D articles D.1.1,3 et D.1.2,3

Généralement la combinaison s'écrit : $1,35 \cdot G + 1,5 \cdot Q$

4.2 Combinaisons d'actions à considérer pour ELS

Nous avons la combinaison rare:

$$G_{\max} + G_{\min} + Q1 + \sum \Psi_{0i} \cdot Qi$$

Généralement la combinaison s'écrit : $G + Q$

Chapitre III

Caractéristiques mécaniques Des matériaux constituant la B.A

I- Le béton :

1-Définition : C'est un mélange de :

- Liant hydraulique (ciment).
- granulats (sable , gravier)
- Eau
- adjuvants : c'est des produits chimiques qu'on ajoute au mélange pour améliorer une qualité.

Qualités recherchées pour un bon béton :

- ✓ Résistance mécanique élevée (25-40 MPa) .
- ✓ Imperméabilité à l'eau et absence de réaction chimique avec l'acier.
- ✓ Bonne mise en œuvre (facile à couler).
- ✓ Bonne tenue dans le temps

Ces résultats seront obtenus, en jouant sur les paramètres suivants :

- La qualité ciment, granulats.
- Le dosage (quantité).
- Un bon mélange (homogénéité).

2- Caractéristiques physiques et mécaniques du béton :

A- Masse volumique :

- La masse volumique béton à granulats courants (normal) → 2200 ÷ 2400 kg/m³
- La masse volumique béton à granulats légers → 700 ÷ 1500 kg/m³
- La masse volumique béton à granulats lourds → 3500 ÷ 4000 kg/m³
- La masse volumique du béton armé → 2500 kg/m³

B- Déformations du béton indépendantes des charges appliquées :

- Déformation thermique : le coefficient de dilatation du béton varie de $7 \cdot 10^{-6}$ à $12 \cdot 10^{-6}$.
le coefficient de dilatation de l'acier est de $11 \cdot 10^{-6}$, d'où le béton armé $10 \cdot 10^{-6}$.
- Le retrait hygrométrique : le béton après sa confection (fabrication) contient un excès d'eau, si le durcissement se fait à l'air libre l'eau va s'évaporer. Cette évaporation s'accompagne automatiquement par une diminution du volume. Cette diminution s'appelle le **retrait** de l'ordre $1.5 \cdot 10^{-4}$ à $5 \cdot 10^{-4}$.
- Facteur et influence du retrait : le retrait augmente avec :
 - la proportion d'éléments fin : le retrait augmente si l'élément est fin. (*élément de construction*)
 - la quantité du ciment : le retrait augmente si la quantité du ciment augmente.
 - addition des adjuvants : plus d'eau qui réagit.
 - la sécheresse de l'air : plus le climat est sec plus il y'a du retrait.
 - Pour les constructions courantes, les effets du variation de température et au retrait seront négligés, si on prévoit des joints de dilatation tous les 20 à 30 mètre.

c- déformation du béton sous actions courte durée (< 24 H) :

1- Résistance à la compression :

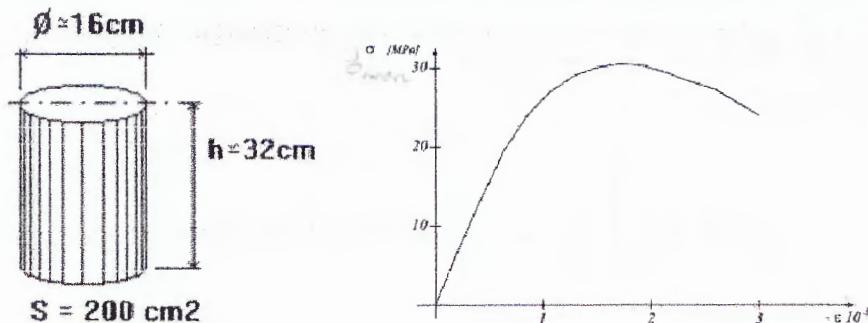
Pour l'établissement des projets et dans les cas courants, un béton est défini par la valeur de sa résistance à la compression à 28 jours, dite valeur caractéristique requise. Elle est notée f_{c28} et choisie en fonction des conditions de fabrication du béton, de la classe du ciment utilisé et de son dosage au m³.

Lorsque l'âge du béton est inférieur à 28 jours, on prend en compte pour les calculs de résistance f_{cj} , valeur caractéristique à j jours, obtenue suivant les cas par les formules suivantes:

$$\begin{cases} f_{cj} = f_{c28} \cdot \frac{j}{4,76 + 0,83j} \text{ pour } f_{c28} \leq 40 \text{ MPa} \\ f_{cj} = f_{c28} \cdot \frac{j}{1,40 + 0,95j} \text{ pour } f_{c28} > 40 \text{ MPa} \end{cases}$$

La résistance à la compression est mesurée par compression axiale de cylindres droits de 16cm de diamètre, soit de 200cm² de section, et d'une hauteur double de leur diamètre (32cm).

Il est courant de considérer pour f_{c28} des valeurs comprises entre 20 et 30 MPa.



Sous des contraintes normales d'une durée d'application inférieure à 24 heures, le module de déformation longitudinale instantanée du béton, E_{ij} , est pris égal à :

$$E_{ij} = 11\ 000 f_{cj}^{\frac{1}{3}} \quad (\text{ } E_{ij} \text{ et } f_{cj} \text{ en MPa})$$

Pour les grandes valeurs de j , on admet que :

$$f_{cj} = 1,10 f_{c28}$$

Sous des contraintes normales de longue durée d'application, pour tenir compte du retrait et du fluage, le module de déformation longitudinal du béton, E_{vj} , est pris égal à :

$$E_{vj} = 3\ 700 f_{cj}^{\frac{1}{3}} \quad (\text{ } E_{vj} \text{ et } f_{cj} \text{ en MPa})$$

Coefficient de Poisson. Lorsqu'on soumet une éprouvette, de longueur l , à un effort de compression, il se produit un raccourcissement Δl , d'où un raccourcissement relatif $\frac{\Delta l}{l}$. Par contre, une dimension transversale a de la section devient $a + \Delta a$, d'où un allongement relatif $\frac{\Delta a}{a}$. On appelle coefficient de Poisson ν , le rapport

$$\nu = \frac{\text{allongement relatif du côté de la section}}{\text{raccourcissement relatif longitudinal}}$$

On prend : $\nu = 0,20$ pour les états-limites de service ;
 $\nu = 0$ pour les états-limites ultimes.

Dans les calculs relatifs à l'état-limite ultime de résistance on utilise, pour le béton, un diagramme conventionnel dit « parabole-rectangle » et, dans certains cas, par mesure de simplification, un diagramme rectangulaire.

a) Diagramme parabole-rectangle.

Ce diagramme, qui représente la contrainte du béton en fonction de son raccourcissement (fig. 2), est constitué :

- entre les abscisses 0 et 2 %, par un arc de parabole passant par l'origine et de sommet S ayant pour coordonnées $\epsilon_{bc} = 2 \%$, $\sigma_{bc} = \frac{0,85 f_{cj}}{\gamma_b}$ (en pratique $f_{cj} = f_{c28}$) ;
- entre les abscisses 2 % et 3,5 %, par une droite, parallèle à l'axe des déformations et tangente en S à la parabole.

Le raccourcissement du béton est limité à 3,5 %.

Le coefficient de sécurité γ_b a pour valeurs :

$\gamma_b = 1,15$ pour les situations accidentielles ;

$\gamma_b = 1,5$ pour les autres cas (c'est-à-dire presque toujours).

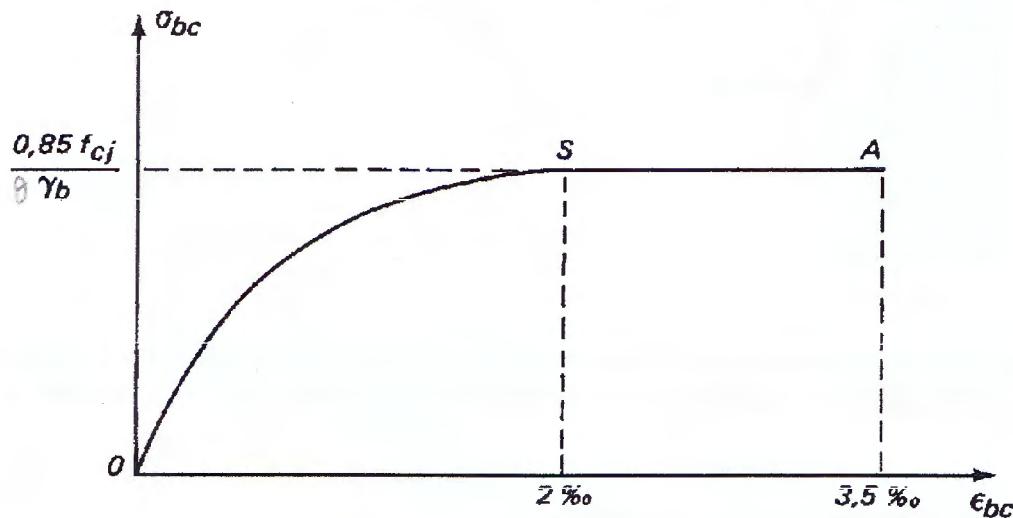


Fig. 2.

b) Diagramme rectangulaire.

Lorsque la section étudiée n'est pas entièrement comprimée, on peut, à la place du diagramme parabole-rectangle, utiliser le diagramme rectangulaire défini ci-après et représenté sur la figure 3 où y_u désigne la distance de l'axe neutre à la fibre la plus comprimée.

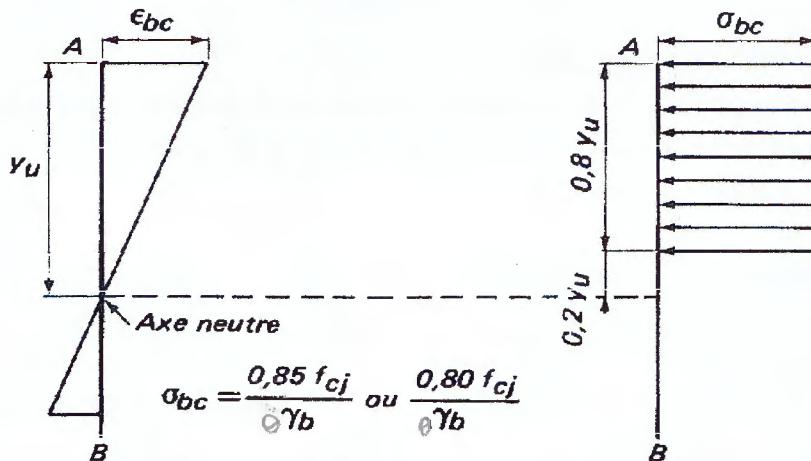


Fig. 3.

- sur une distance $0,2 y_u$, comptée à partir de l'axe neutre, la contrainte est nulle ;
- sur la distance restante, $(0,8 y_u)$, la contrainte a pour valeurs :

$\frac{0,85 f_{cj}}{\gamma_b}$ pour les zones comprimées dont la largeur est constante ou croissante vers les fibres les plus comprimées (section rectangulaire, section en T...);

Diagramme rectangulaire.	
Distance à partir de l'axe neutre	Contrainte de calcul
$0 \leq y \leq 0,20 y_u$	Contrainte nulle
$0,20 y_u \leq y \leq y_u$	$\sigma_{bc} = \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \cdot \gamma_b}$ valeur constante pour $\epsilon_{bc} \leq 3,5\%$

Contraintes de calcul du béton :

- Pour les sections dont la largeur est constante ou croissante vers la fibre la plus comprimée (ex : section rectangulaire ou en T)

$$\sigma_{bc} = \frac{0,85 f_{c28}}{\theta \cdot \gamma_b}$$

σ_{bc} : contrainte de calcul .

f_{c28} : résistance caractéristique à 28 jours

γ_b : coefficient de sécurité

$$\left\{ \begin{array}{l} \gamma_b = 1,5 \text{ en général} \\ \gamma_b = 1,15 \text{ dans le cas de combinaisons accidentielles} \\ \theta : \text{Coefficient d'application d'actions.} \end{array} \right.$$

θ	Durée d'application
1	>24h
0.9	1h ≤ durée ≤ 24h
0.85	si durée < 1h

Tableau des contraintes de calcul :

- Les contraintes de calcul du béton sont données ci-dessous en fonction des résistances caractéristiques du béton à 28 jours d'âge (ex : section rectangulaire ou en T).

Résistances caractéristiques du béton		Contraintes De calcul
En compression f_{c28} (MPa)	En traction f_{t28} (MPa)	En compression f_{bc} (MPa) avec $\theta = 1$
16	1.56	9.07
18	1.68	10.20
20	1.80	11.33
22	1.92	12.47
25	2.10	14.17
27	2.22	15.30
30	2.40	17.00
35	2.70	19.83
40	3.00	22.67
45	3.3	25.50
50	3.6	28.33
55	3.9	31.17
60	4.2	34.00

2-Résistance caractéristique à la traction à j jours :

La résistance caractéristique à la traction du béton à j jours est déduite de celle à la compression par la relation :

$$f_{tj} = 0.6 + 0.06 f_{cj} \quad \text{si } f_{c28} < 60 \text{ MPa}$$

Ex : $f_{c28} = 30 \text{ MPa}$

(f_{tj} et f_{cj} exprimées en MPa)

$$f_{t28} = 0.6 + 0.06 (30) = 2.4 \text{ MPa}$$

$$f_{tj} = 0.6 + 0.06 f_{cj} \quad \text{si } 60 < f_{c28} < 80 \text{ MPa}$$

Résistances caractéristiques habituelles des bétons.

f_{c28} (MPa)	f_{l28} (MPa)	conditions courantes de fabrication		Auto-contrôle surveillé	
		dosage en kg/m ³ pour classes		Dosage en kg/m ³ pour classes	
		45 et 45 R	55 et 55 R	45 et 45 R	55 et 55 R
16	1.56	300			
20	1.8	350	325	325	300
25	2.1	*	375	400	350
30	2.4		*	*	*

* Cas à justifier par une étude appropriée.

I. Les aciers :

Contrairement au béton, l'acier possède un comportement identique en traction et en compression.

Les aciers utilisés en armatures de béton armé sont désignés par :

- Leur forme (barre lisse, barre haute adhérence)
- Leur nuance (doux, mi-dur, dur) correspondant au pourcentage de carbone contenu dans l'acier entre 0.2 et 0.5% de carbone.
- Leur limite élastique exprimée en MPa (symbole E)

Ex : Fe E235

Fe : acier (et non fer)

E : limite élastique (fe)

235 : 235 MPa

On distingue :

- **Ronds lisses de nuances :**

Fe E215 limite élastique $f_e = 215$ MPa

Fe E235 limite élastique $f_e = 235$ MPa

- **Les barres à haute adhérence, de nuances :**

Fe E400 limite élastique $f_e = 400$ MPa

Fe E500 limite élastique $f_e = 500$ MPa

- **Treillis soudés :** formés par assemblage des barres de fils lisses ou à haute adhérence.

Les aciers sont livrés en barres de 12 m et 15 m dans les diamètres dits nominaux suivants :

5 – 6 – 8 – 10 – 12 – 14 – 16 – 20 – 25 – 32 – 40 – 50 (en mm)

-Caractères mécaniques :

- Le caractère mécanique qui sert de base aux justifications dans le cadre des états limites, est la limite d'élasticité (fe).
- Le module d'élasticité longitudinale
 $E_s = 200\ 000$ MPa.

Le diagramme de calcul se déduit du diagramme conventionnel par une affinité parallèle à la droite de Hooke et de rapport $1/\gamma_s$. tous ces diagrammes ont la même pente à l'origine .

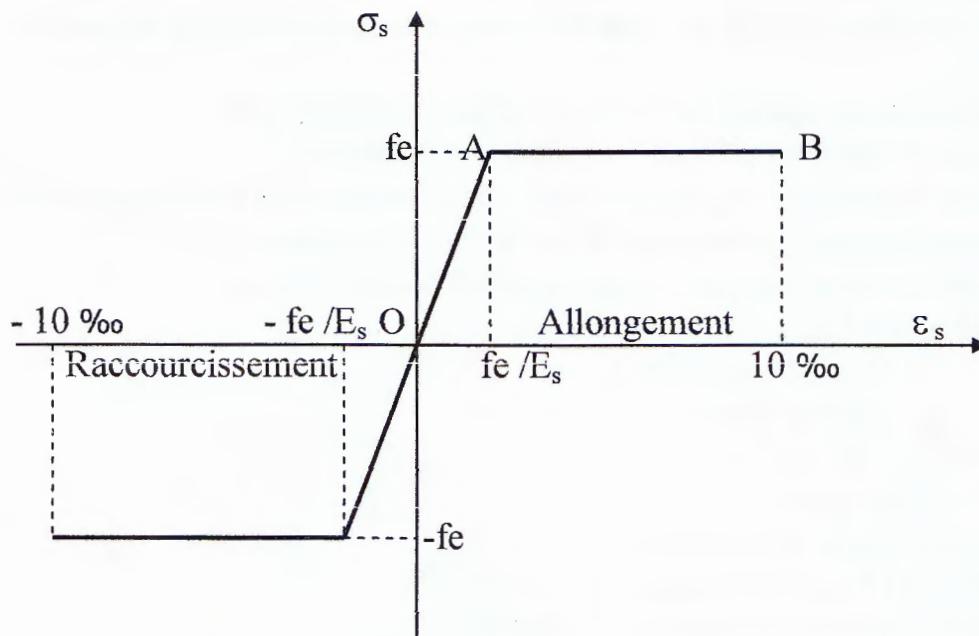
Contrainte de calcul :

$$\sigma_{su} = f_e / \gamma_s$$

γ_s : coefficient de sécurité

Coefficient de sécurité γ_s de l'acier en fonction des combinaisons

Coefficient de sécurité	Combinaisons fondamentales	Combinaisons accidentielles
γ_s	1.15	1.00



❖ Cas de traction :

- ✓ Droite OA (domaine élastique)
 $\epsilon_s = f_e / E_s$
- ✓ AB d'ordonnée $\sigma_s = f_e$ (domaine plastique)
- ✓ B correspond à un allongement
 $\epsilon_s = 10\%$

❖ Cas de la compression :

Diag symétrique à celui de la traction par rapport à l'origine O.

CHAPITRE-VI ETATS-LIMITES DE SERVICE

1- Hypothèses de calcul.

Ces hypothèses sont les suivantes :

Les sections droites, planes avant déformation de la pièce, restent planes après déformation. Cette hypothèse entraîne comme conséquence que le diagramme des déformations est représenté par une droite.

Il n'y a pas de glissement relatif entre les armatures et le béton.

Le béton tendu est négligé dans les calculs.

Le béton et l'acier sont considérés comme des matériaux linéairement élastiques, c'est-à-dire que les contraintes sont proportionnelles aux déformations.

$$\sigma_b = E_b \epsilon_b \quad \sigma_s = E_s \epsilon_s$$

Par convention, le rapport n du module d'élasticité longitudinale de l'acier à celui du béton a pour valeur 15, $n = \frac{E_s}{E_b} = 15$.

Les hypothèses précédentes permettent d'appliquer au béton armé les formules de la Résistance des Matériaux, à condition de considérer la section fictive obtenue :

- en remplaçant une section d'acier d'aire A par une section de béton d'aire $n A = 15 A$, ayant même centre de gravité que la section d'acier considérée (c'est l'homogénéisation de la section) ;

- en admettant que chaque élément d'aire de béton conserve sa valeur géométrique dans la zone comprimée de la section et a une valeur nulle dans la zone tendue.

Elles entraînent comme conséquence que la contrainte dans une fibre d'acier est égale à quinze fois la contrainte qui existerait dans la fibre de béton qui aurait le même centre de gravité.

$$\sigma_s = 15 \sigma_b$$

2- Vérifications à effectuer.

Ces vérifications sont relatives à la contrainte maximale du béton comprimé σ_b , à la contrainte des aciers tendus σ_s et aux déformations.

a) Contrainte maximale du béton comprimé.

Dans tous les cas où la section étudiée comporte une partie comprimée on doit vérifier que, sous la sollicitation de service la plus défavorable, la contrainte maximale du béton comprimé σ_b ne dépasse pas $0,6 f_{c28}$.

$$\sigma_b \leq \underbrace{0,6 f_{c28}}_{\sigma_b}$$

b) Contrainte des armatures tendues.

Afin de réduire le risque d'apparition de fissures importantes, la contrainte des armatures tendues sous la sollicitation de service la plus défavorable doit demeurer inférieure aux limites indiquées ci-après.

Si la fissuration est peu nuisible (cas des éléments situés dans des locaux couverts et clos), il n'y a aucune vérification à effectuer en ce qui concerne σ_s .

REMARQUE

Pour une section rectangulaire soumise à la flexion simple et dont les aciers sont de la classe Fe E 400, si la fissuration est peu nuisible et si $\alpha \leq \frac{\gamma - 1}{2} + \frac{f_{c28}}{100}$, il n'y a aucune vérification à effectuer pour l'état-limite de service.

Étant donné que les aciers de la classe Fe E 400 représentent les aciers les plus utilisés, la règle précédente apporte une importante simplification aux calculs.

$$\alpha = \frac{y}{d} \leq \frac{\gamma - 1}{2} + \frac{f_{c28}}{100} \quad (f_{c28} \text{ en MPa})$$

avec :

y , distance de l'axe neutre à la fibre la plus comprimée pour l'état-limite ultime ;

d , hauteur utile de la section ;

$\gamma = \frac{M_u}{M_{ser}}$ (rapport du moment M_u pour l'état-limite ultime, au moment M_{ser} pour l'état-limite de service) ;

f_{c28} , résistance caractéristique à la compression du béton âgé de 28 jours.

Par conséquent, en pratique, pour les sections considérées, nous calculerons

$\mu = \frac{M_u}{\sigma_{bc} b d^2}$ et nous lirons, sur le tableau 6 (annexes), la valeur de α correspondant à μ .

Si :

$$\alpha \leq \frac{\gamma - 1}{2} + \frac{f_{c28}}{100}$$

il ne sera pas nécessaire de calculer σ_b pour l'état-limite de service.

Or, si la fissuration est peu nuisible, la vérification $\sigma_b \leq 0,6 f_{c28}$ est la seule à effectuer pour l'état-limite de service.

ملاحظة

Si la fissuration est préjudiciable (cas des éléments exposés aux intempéries, aux condensations, ou alternativement noyés et émergés en eau douce), on devra

s'assurer

$$\begin{aligned} * \text{ Fissuration préjudiciable : } & \left\{ \begin{array}{l} \text{ronds lisses : } \bar{\sigma}_s = \frac{2}{3} f_e \\ \text{barres HA : } \bar{\sigma}_s = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,5 \cdot f_e \\ 110 \sqrt{\eta \cdot f_{tj}} \text{ (MPa)} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{aligned}$$

Si la fissuration est très préjudiciable (cas des éléments devant assurer une étanchéité ou exposés à des milieux agressifs tels que l'eau de mer, les embruns, les brouillards salins, les sols corrosifs...), on devra s'assurer que σ_s est inférieure

$$\begin{aligned} * \text{ Fissuration très préjudiciable : } & \left\{ \begin{array}{l} \text{ronds lisses : } \bar{\sigma}_s = 0,8 \frac{2}{3} f_e \\ \text{barres HA : } \bar{\sigma}_s = \max \left\{ \begin{array}{l} 0,4 \cdot f_e \\ 88 \sqrt{\eta \cdot f_{tj}} \text{ (MPa)} \end{array} \right. \end{array} \right. \end{aligned}$$

η : coefficient de fissuration

$$\eta = \begin{cases} 1,0 & \text{pour ronds lisses et fils tréfilés lisses en treillis soudés} \\ 1,3 & \text{pour fils HA } \Phi < 6 \text{ mm} \\ 1,6 & \text{pour barres HA et fils HA } \Phi \geq 6 \text{ mm} \end{cases}$$

3- Section rectangulaire soumise à la flexion simple

3-1 Section rectangulaire sans armatures comprimées.

La figure 1a représente la section considérée et la figure 1b le diagramme des contraintes sous l'effet d'un moment M (en pratique $M = M_{ser}$).

Les notations utilisées sont indiquées sur la figure 1.

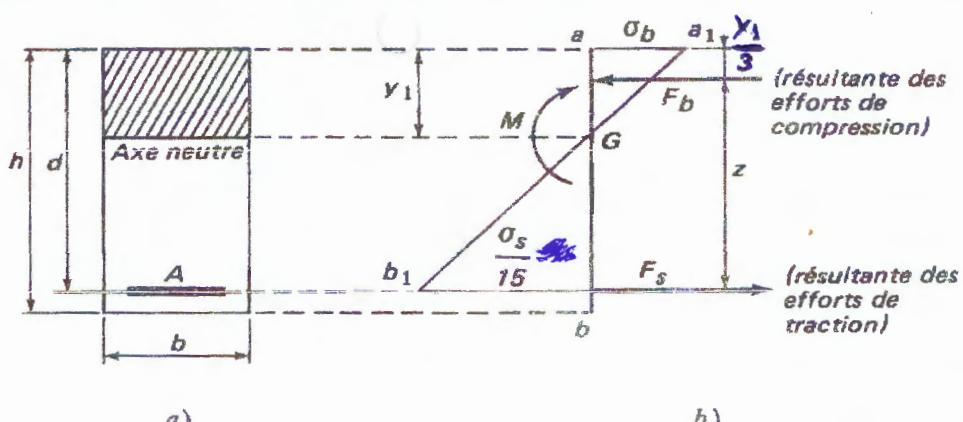


Fig.1

a) Relations entre les diverses grandeurs d'une section rectangulaire sans armatures comprimées.

il faut voir le cahier le 09 Fév 2011

$k_1 = \frac{\sigma_s}{\sigma_b}$	$\alpha_1 = \frac{15}{15 + k_1}$	$k_1 = \frac{15(1 - \alpha_1)}{\alpha_1}$
$y_1 = \alpha_1 d$	$\beta_1 = 1 - \frac{\alpha_1}{3}$	$z = \beta_1 d$
$\mu'_1 = \frac{\alpha_1 \beta_1}{2}$	$M = \mu'_1 \sigma_b bd^2$	
$\mu_1 = \frac{\mu'_1}{k_1}$	$M = \mu_1 \sigma_s bd^2$	
$\rho_1 = \frac{100 \alpha_1}{2 k_1}$	$A = \frac{\rho_1 bd}{100} = \frac{M}{\sigma_s \beta_1 d}$	

Le tableau 7 (annexes) donne, en fonction de β_1 , les valeurs de α_1 , μ'_1 , μ_1 , k_1 et ρ_1 . Il permet donc d'obtenir directement chacune des valeurs considérées dès que l'une d'entre elles est connue.

b) Détermination des contraintes.

On connaît b , d , A et M , on veut déterminer σ_b et σ_s . Plusieurs méthodes peuvent être utilisées.

Calculer $\rho_1 = \frac{100 A}{bd}$ le tableau 7 (annexes) donne sur la ligne correspondant ρ_1 , après interpolation si nécessaire, les valeurs de β_1 et de k_1

$$\rho_1 = \frac{100 A}{bd} \quad \sigma_s = \frac{M}{A \beta_1 d} \quad \sigma_b = \frac{\sigma_s}{k_1} = \frac{M}{\mu'_1 bd^2}$$

β_1 , k_1 et μ'_1 sont donnés par le tableau 7 (annexes) sur la ligne correspondant à ρ_1 .

M en Nm ; b et d en cm ; A en cm^2 , σ_b et σ_s en MPa.

2ème méthode : Calculer y_1 par résolution de l'équation

$$\frac{by_1^2}{2} - 15 A(d - y_1) = 0$$

La résolution pratique de cette équation est donnée par les formules (62).

y_1 étant connu, on a $\alpha_1 = \frac{y_1}{d}$, $\beta_1 = 1 - \frac{\alpha_1}{3}$, $k_1 = \frac{15(1 - \alpha_1)}{\alpha_1}$, $\sigma_s = \frac{M}{A \beta_1 d}$, $\sigma_b = \frac{\sigma_s}{k_1}$.

La méthode précédente est résumée par les formules

Simplément Armé

$$D = \frac{15 A}{b}$$

$$E = 2 D d$$

$$y_1 = -D + \sqrt{D^2 + E}$$

$$\alpha_1 = \frac{y_1}{d}$$

$$\beta_1 = 1 - \frac{\alpha_1}{3}$$

$$k_1 = \frac{15(1 - \alpha_1)}{\alpha_1}$$

$$\sigma_s = \frac{M}{A \beta_1 d}$$

$$\sigma_b = \frac{\sigma_s}{k_1} = \frac{2 M}{\alpha_1 \beta_1 b d^2}$$

M en Nm ; b et d en cm ; A en cm^2 ; σ_b et σ_s en MPa.

3ème méthode : Les contraintes peuvent également être obtenues par

$$D = \frac{15 A}{b}$$

$$E = 2 D d$$

$$y_1 = -D + \sqrt{D^2 + E}$$

$$I = \frac{by_1^3}{3} + 15 A(d - y_1)^2$$

$$K = \frac{M}{I}$$

$$\sigma_b = K y_1$$

$$\sigma_s = 15 K (d - y_1)$$

M en Nm ; b et d en cm ; A en cm^2 ; σ_b et σ_s en MPa

c) Détermination des armatures.

On connaît b, d, M et $\bar{\sigma}_s$, on veut déterminer A et σ_b .

Calculer $\mu_1 = \frac{M}{bd^2 \bar{\sigma}_s}$, le tableau 7 (annexes) donne sur la ligne correspondant à μ_1 , après interpolation si nécessaire, les valeurs de β_1 et de k_1 , d'où $A = \frac{M}{\beta_1 d \bar{\sigma}_s}$, $\sigma_b = \frac{\bar{\sigma}_s}{k_1}$. On doit avoir $\sigma_b \leq 0,6 f_{c28}$, sinon des armatures comprises sont nécessaires.

Les calculs précédents sont résumés par les formules

$$\mu_1 = \frac{M}{bd^2 \bar{\sigma}_s} \quad A = \frac{M}{\beta_1 d \bar{\sigma}_s} \quad \sigma_b = \frac{\bar{\sigma}_s}{k_1} \quad (\text{il faut } \sigma_b \leq 0,6 f_{c28})$$

β_1 et k_1 sont donnés par le tableau 7 (annexes) sur la ligne μ_1
M en Nm ; b et d en cm ; A en cm^2 ; σ_b et $\bar{\sigma}_s$ en MPa.

3-2 Section rectangulaire avec armatures comprimées.

Les notations utilisées sont indiquées sur la figure 2.

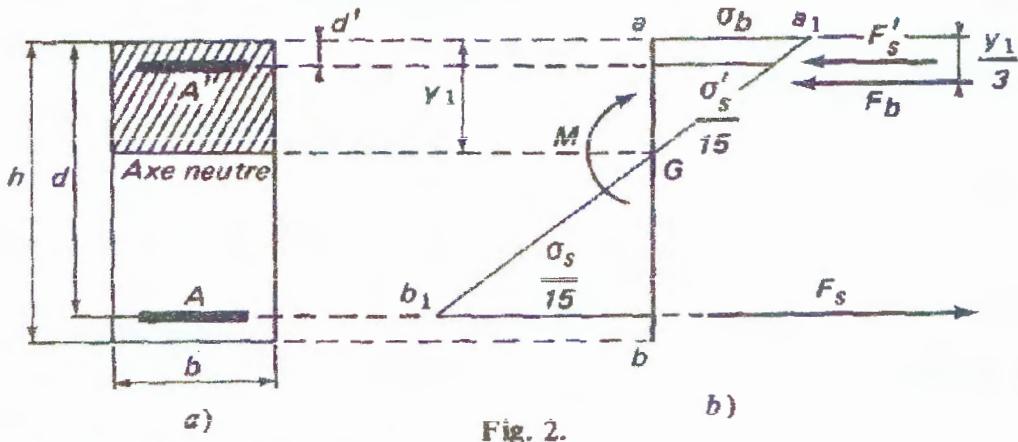


Fig. 2.

a) Détermination des contraintes.

On connaît b, d, A, A' et M , on veut déterminer σ_b, σ'_s et σ_s .

$$y_1 \text{ est racine de l'équation } \frac{b y_1^2}{2} + 15 (A' + A) y_1 - 15 (A' d' + A d) = 0$$

dont la résolution pratique est donnée par les formules ci dessous qui résument les calculs à effectuer pour déterminer σ_b, σ_s et σ'_s ,

$$D = \frac{15}{b} (A' + A) \quad E = \frac{30}{b} (A' d' + A d) \quad y_1 = -D + \sqrt{D^2 + E}$$

$$I = \frac{b y_1^3}{3} + 15 A' (y_1 - d')^2 + 15 A (d - y_1)^2 \quad K = \frac{M}{I}$$

$$\sigma_b = K y_1 \quad \sigma'_s = 15 K (y_1 - d') \quad \sigma_s = 15 K (d - y_1)$$

M en Nm ; b, d et d' en cm ; A et A' en cm^2 ; σ_b, σ'_s et σ_s en MPa.

b) Détermination des armatures.

Si, par application de la méthode donnée au paragraphe 1-c ci-dessus, on trouve $\sigma_b \geq 0,6 f_{28}$, des armatures comprimées sont à prévoir.

On connaît alors $b, d, \bar{\sigma}_s, \bar{\sigma}_b$ et on veut déterminer A et A' .

Les calculs correspondant ont données par les formules

$\bar{\sigma}_b = 0,6 f_{c28}$	$k_1 = \frac{\bar{\sigma}_s}{\bar{\sigma}_b}$	$\alpha_1 = \frac{15}{15 + k_1}$
$\delta' = \frac{d'}{d}$	$\sigma'_s = \frac{15 (\alpha_1 - \delta') \bar{\sigma}_b}{\alpha_1}$	$M_1 = \mu'_1 b d^2 \bar{\sigma}_b$
$A' = \frac{M_1}{(d - d') \sigma'_s}$	$A = \frac{M_1}{\beta_1 d \bar{\sigma}_s} + A' \frac{\sigma'_s}{\bar{\sigma}_s}$	
μ'_1 et β_1 sont donnés par le tableau 7 (annexes) sur la ligne correspondant à k_1 .		
M en Nm ; b , d et d' en cm ; f_{c28} , $\bar{\sigma}_b$ et $\bar{\sigma}_s$ en MPa ; A et A' en cm^2 .		

4- Section en T soumise à la flexion simple

4-1 Section en T sans armatures comprimées.

La figure 3a représente la section considérée et la figure 3b le diagramme des contraintes sous l'effet d'un moment M (en pratique $M = M_{ser}$). La largeur b est déterminée comme dans le cas de l'état-limite ultime de résistance.

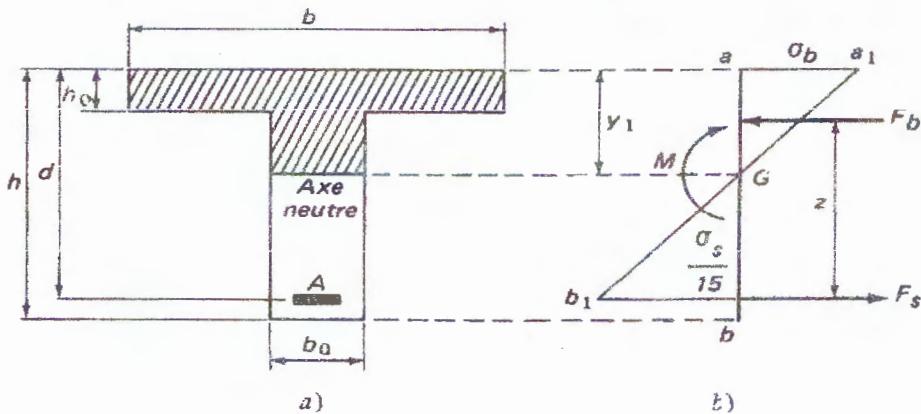


Fig. 3.

a) Détermination des contraintes.

On connaît b , b_0 , d , h_0 , A et M , on veut déterminer σ_b et σ_s .

Il est nécessaire de savoir si l'axe neutre se trouve dans la table ou dans la Nervure. Pour cela on calculera l'expression H donnée par la formule suivante:

$$H = \frac{bh_0^2}{2} - 15 A (d - h_0)$$

Si $H \geq 0$, l'axe neutre se trouve dans la table et, au point de vue calcul, la section en T est assimilable à une section rectangulaire de largeur b et de hauteur utile d , puisque le béton tendu est négligé.

Les contraintes seront alors calculées à l'aide des formules pour une section rectangulaire

Si $H < 0$, l'axe neutre se trouve dans la nervure et on utilisera alors l'une des méthodes indiquées ci-après :

méthode : y_1 est racine de l'équation :

$$\frac{b_0 y_1^2}{2} + [(b - b_0) h_0 + 15 A] y_1 - \left[(b - b_0) \frac{h_0^2}{2} + 15 A d \right] = 0$$

$$D = \frac{(b - b_0) h_0 + 15 A}{b_0} \quad E = \frac{(b - b_0) h_0^2 + 30 A d}{b_0}$$

$$y_1 = -D + \sqrt{D^2 + E}$$

$$I = \frac{b y_1^3 - (b - b_0) (y_1 - h_0)^3}{3} + 15 A (d - y_1)^2$$

$$K = \frac{M}{I} \quad \sigma_b = K y_1 \quad \sigma_s = 15 K (d - y_1)$$

M en Nm ; b, b_0 , d et h_0 en cm ; A en cm^2 ; σ_b et σ_s en MPa.

b) Détermination des armatures.

On connaît b, b_0, d, h_0, M et $\bar{\sigma}_s$, on veut déterminer A et σ_b .

Il est nécessaire de savoir si l'axe neutre se trouve dans la table ou dans la nervure. Pour cela on calculera le moment M_t équilibré par la table lorsque $y_1 = h_0$

$$M_t = \frac{b h_0^2 \left(d - \frac{h_0}{3} \right) \bar{\sigma}_s}{30 (d - h_0)}$$

M_t en Nm ; b, d et h_0 en cm ; $\bar{\sigma}_s$ en MPa

Si $M \leq M_t$, l'axe neutre se trouve dans la table et la section en T est équivalente, au point de vue calcul, à la section rectangulaire de largeur b et de hauteur utile d.

La section A des armatures et la contrainte maximale du béton σ_b seront alors déterminées par application des formules pour une section rectangulaire.

Si $M > M_t$, l'axe neutre se trouve dans la nervure et on utilisera les formules

$$z = d - \frac{h_0}{2}$$

$$A = \frac{M}{z \bar{\sigma}_s} \quad \sigma_b = \frac{y_1 \bar{\sigma}_s}{15 (d - y_1)} \quad (\text{il faut } \sigma_b \leq 0,6 f_{c28})$$

y_1 sera obtenu comme indiqué ci-après

M en Nm ; b, b_0 , d et h_0 en cm ; A en cm^2 ; σ_b et $\bar{\sigma}_s$ en MPa.

4-2 Section en T avec armatures comprimées

La figure 5a représente la section considérée et la figure 5b le diagramme des contraintes sous l'effet d'un moment M (en pratique $M = M_{ser}$).

Les notations utilisées sont indiquées sur la figure 5.

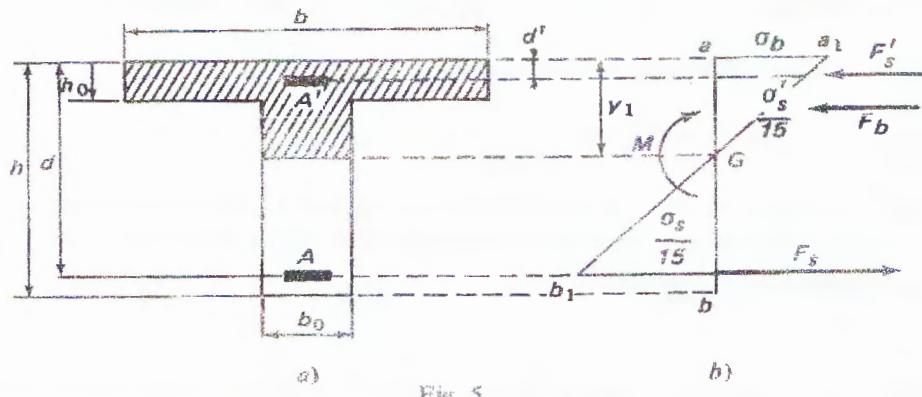


Fig. 5.

a) Détermination des contraintes.

On connaît les dimensions de la section, A , A' et M , on veut déterminer σ_b , σ'_s et σ_s .

Il est nécessaire de savoir si l'axe neutre se trouve dans la table ou dans la nervure. Pour cela on calculera l'expression H_1 donnée par la formule

$$H_1 = \frac{bh_0^2}{2} + 15 A'(h_0 - d') - 15 A(d - h_0)$$

Si $H_1 \geq 0$, l'axe neutre se trouve dans la table et, au point de vue calcul, la section en T est assimilable à une section rectangulaire de largeur b et de hauteur utile d , puisque le béton tendu est négligé.

Les contraintes seront alors calculées à l'aide des formules pour une section rectangulaire définie précédemment

Si $H_1 < 0$, l'axe neutre se trouve dans la nervure et y_1 est racine de l'équation :

$$\frac{b_0 y_1^2}{2} + [(b - b_0)h_0 + 15(A' + A)]y_1 - \left[(b - b_0) \frac{h_0^2}{2} + 15(A'd' + Ad) \right] = 0$$

dont la résolution pratique est donnée par les formules ci-dessous

$D = \frac{(b - b_0)h_0 + 15(A + A')}{b_0}$	$E = \frac{(b - b_0)h_0^2 + 30(A'd' + Ad)}{b_0}$
$y_1 = -D + \sqrt{D^2 + E}$	
$I = \frac{by_1^3 - (b - b_0)(y_1 - h_0)^3}{3} + 15[A'(y_1 - d')^2 + A(d - y_1)^2]$	
$K = \frac{M}{I} \quad \sigma_b = Ky_1 \quad \sigma'_s = 15K(y_1 - d') \quad \sigma_s = 15K(d - y_1)$	
Men Nm ; b , b_0 , d' et h_0 en cm ; A et A' en cm^2 ; σ_b , σ'_s et σ_s en MPa	

b) Détermination des armatures.

Si, on trouve $\sigma_b > 0,6 f_{c28}$ des armatures comprimées vont à prévoir

On connaît alors les dimensions de la section, $\bar{\sigma}_s$ et $\bar{\sigma}_b$, on veut déterminer A et A'.

La position de l'axe neutre est connue puisque :

$$k_1 = \frac{\bar{\sigma}_s}{\bar{\sigma}_b} \quad \alpha_1 = \frac{15}{15 + k_1} \quad y_1 = \alpha_1 d$$

Si $y_1 \leq h_0$, l'axe neutre se trouve dans la table et on est ramené, au point de vue calcul, à l'étude d'une section rectangulaire de largeur b et de hauteur utile d ; on utilise les formules pour une section rectangulaire

Si $y_1 > h_0$, les armatures A et A' seront déterminées par application des formules suivantes:

$$\bar{\sigma}_b = 0,6 f_{c28} \quad k_1 = \frac{\bar{\sigma}_s}{\bar{\sigma}_b} \quad \alpha_1 = \frac{15}{15 + k_1}$$

$$y_1 = \alpha_1 d \quad F_b = \frac{\bar{\sigma}_b}{2} \left[b_0 y_1 + (b - b_0) \left(2 - \frac{h_0}{y_1} \right) h_0 \right]$$

$$z = d - \frac{h_0}{2}$$

$$\sigma'_s = \frac{15(y_1 - d')}{y_1} \bar{\sigma}_b \quad A' = \frac{M - F_b z}{(d - d') \sigma'_s} \quad A = \frac{F_b + A' \sigma'_s}{\bar{\sigma}_s}$$

M en Nm ; b, b_0 , d et h_0 en cm ; $\bar{\sigma}_b$ et $\bar{\sigma}_s$ en MPa ; A et A' en cm^2

$$F_b = F_n \cdot F_2$$

$$F_n (\text{Néutre}) = \frac{b \cdot y_1}{2} \bar{\sigma}_b$$

$$F_2 (\text{table}) = \left[\frac{b_0 + b'}{2} \right] h_0 (b - b_0)$$

$$\frac{b'}{b} = \frac{y_1}{y_1 - h_0} \Rightarrow b' = b \left(1 - \frac{h_0}{y_1} \right)$$

$$F_2 = [b \left(1 - \frac{h_0}{y_1} \right) + b'] \frac{h_0}{2} \times (b - b_0)$$

$$F_b = \frac{6b}{2} \left[y_1 b_0 + (b - b_0) \left(2 - \frac{h_0}{y_1} \right) h_0 \right]$$