

**Faculté de Technologie  
Département de Génie des Procédés**

**POLYCOPIE PEDAGOGIQUE DE COURS DE:  
BILANS DE MATIERE ET THERMIQUE  
EN PRODEDES**

**Mohammed KEMIHA**

**- Janvier 2014 -**

## PREAMBULE

### **Public cible :**

Ce polycopié constitue des éléments de cours de bilans matière et thermique pour les opérations unitaires en génie des procédés. Il est destiné aux étudiants en formation de génie des procédés et énergétique et à tout public, s'intéressant à l'étude, au calcul et au dimensionnement des procédés.

### **Pré-requis :**

Connaissances de base de thermodynamique et notions de transferts de chaleur et de matières.

### **Contenu :**

Le présent polycopié traite une partie du cours des opérations unitaires, en particulier, le calcul des bilans matière et thermique pour les procédés. Ces bilans sont la base des études, calculs et dimensionnements de procédés.

Le premier chapitre présente des définitions et des généralités sur les opérations unitaires et les bilans. Le second et le troisième chapitre abordent les bilans matières (partiel et global) respectivement en régime permanent et transitoire, pour les réacteurs et les colonnes de séparation. Le dernier chapitre traite les bilans thermiques (enthalpiques) en régime permanent sur des opérations unitaires pour différents cas de variables (température, état et réaction chimique).

### **Objectifs pédagogiques du cours :**

Le cours vise :

- La bonne description d'un procédé et ses opérations unitaires
- La maîtrise des mathématiques impliquées dans les notions de bilans
- La capacité de réaliser des bilans de matière pour des opérations unitaires et procédés
- La capacité et réaliser des bilans thermiques pour des procédés complexes

## **SOMMAIRE**

### **CHAPITRE I : Généralités**

I – Qu'est ce qu'un procédé .....	4
II – Les principales opérations unitaires .....	6
III – Exemple : Opérations Unitaires de Séparation .....	6
1 – Définitions .....	6
2 – Colonnes de Séparation .....	6
3– Différents types de colonnes.....	7
4– Différents types d'écoulement .....	8
III – Qu'est ce qu'un bilan de matière .....	8
IV – Qu'est ce qu'un bilan enthalpique .....	8
V – A quoi servent les bilans ? .....	9
VI – Exemple de bilan de matière : l'usine de chapeaux.....	9
VII – Comment fait-on les bilans ?.....	10
VIII – Conclusions.....	11

### **CHAPITRE II : Bilans de Matière en Régime Permanent**

I – Bilans de matière .....	12
1- Généralités .....	12
2- Notations et definitions.....	12
II – Les différents types de nœuds .....	15
1- Mélange .....	2
2- Division (nœud simple, distillation ou séparation).....	15
III – Schémas fondamentaux de procédés .....	17
1- Etude d'un recyclage .....	17
2- Etude d'une dérivation (étude d'un by-pass).....	17
3- Etude d'une purge.....	18
4- Exemple d'un procédé – Application numérique .....	19
IV – Les réacteurs .....	21
1- Taux de conversion.....	21
2- Bilan de matière dans un réacteur en régime permanent .....	23

### **CHAPITRE III : Bilan Matière en Régime Transitoire**

I – Bilan de matière global.....	24
1- Notation .....	24
2- Exemple .....	25

---

3- Cas général.....	25
II – Bilan partiel sur i .....	26
1- Sans réaction chimique .....	26
2- Avec réaction chimique .....	27
3- Résolution de l'équation fondamentale de bilan partiel : exercice d'application.....	27
III – Bilan de matière : étude quantitative des colonnes.....	28
A – Cas d'un transfert de soluté de la phase légère vers la phase lourde .....	29
B – Cas d'un transfert de soluté de la phase lourde vers la phase légère .....	30
Application numérique .....	31

## CHAPITRE IV : Bilan Thermique en Régime Permanent

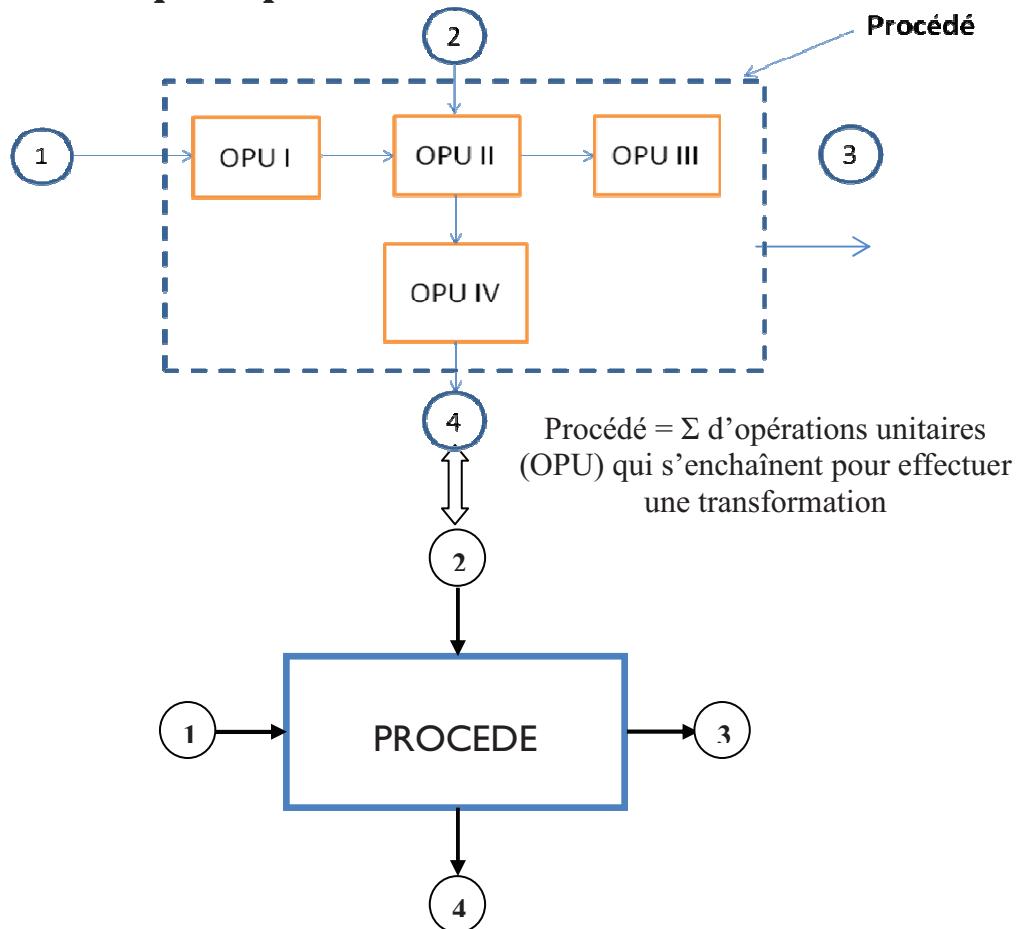
I – Puissance thermique et variation d'enthalpie .....	32
1- Généralités .....	32
2- Enthalpie : fonction d'état.....	32
3- Notion d'état de référence.....	33
4- Bilan enthalpique sur une OPU .....	34
II – Calcul de puissance thermique.....	35
1- Cas simple d'un changement de température .....	35
2- Cas de changement d'état .....	38
3- Cas de la réaction chimique.....	46

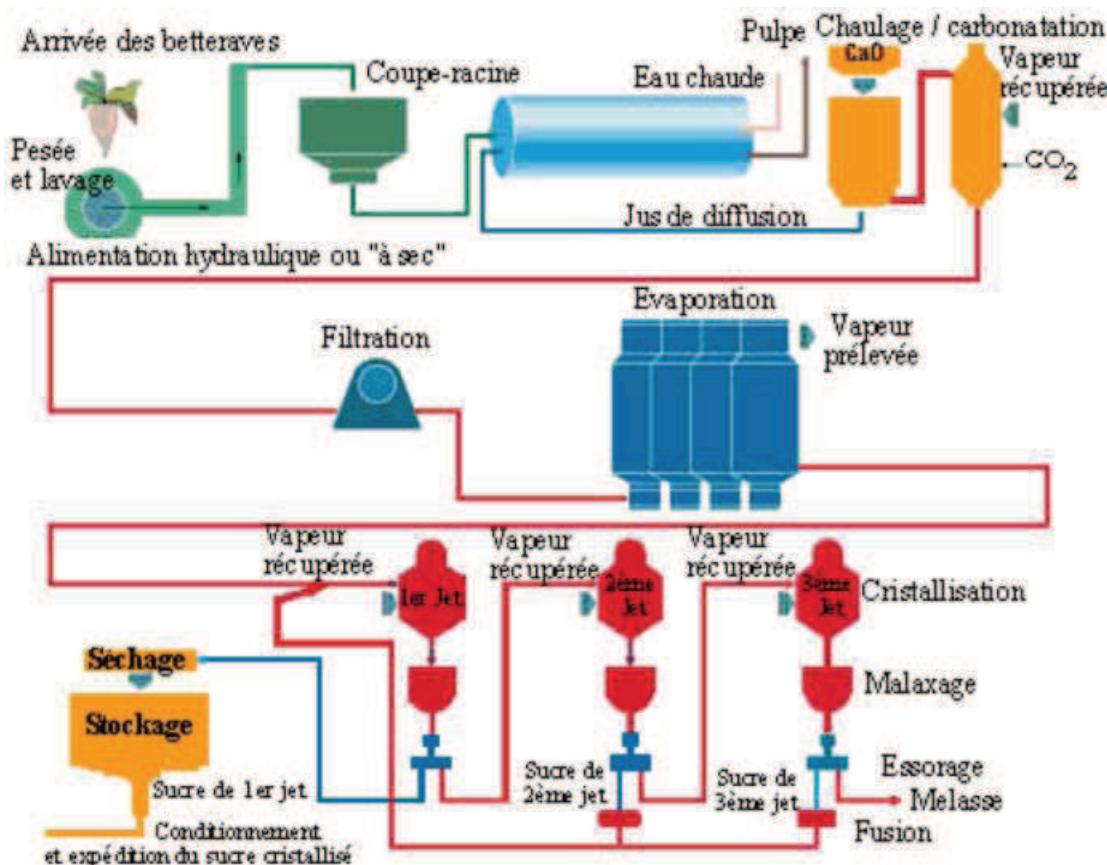
## CHAPITRE I : Généralités

Avant de débuter un cours de bilans, il faut bien définir le contexte dans lequel il doit être développé et donc répondre à ces différentes questions :

- Qu'est ce qu'un « PROCEDE » ?
- Qu'est ce qu'un « BILAN DE MATIERE » ?
- Qu'est ce qu'un « BILAN ENTHALPIQUE » ?
- A quoi servent-ils ??
- Comment établit-on ces bilans ?

### I – Qu'est ce qu'un procédé





### Exemple 1 : la fabrication de sucre blanc – Etude se flow-sheet

Les principales étapes du procédé de fabrication du sucre sont :

- 1- Nettoyage et préparation de la matière première (betteraves) ;
- 2- Extraction du jus ;
- 3- Purification (par de la chaux) ;
- 4- Séparation par évaporation ;
- 5- Cristallisation ;
- 6- Essorage ;
- 7- Séchage.

## II – Les principales opérations unitaires

- **Extraction liquide / liquide** : séparation de liquides miscibles.
- **Séchage** : récupération de l'humidité ou d'autres liquides d'un solide par évaporation ou d'autres moyens.
- **Tamisage** : triage de particules solides selon leurs granulométries.
- **Filtration** : séparation des particules solides à partir d'un liquide ou d'un gaz.
- **Distillation** : séparation des liquides miscibles de densités différentes par évaporation.
- **Absorption** : transfert d'un soluté gazeux vers une phase liquide.
- **Adsorption** : récupération sélective des substances à partir d'un liquide ou d'un gaz par réaction avec les solides.

## III – Exemple : Opérations Unitaires de Séparation

### 1 – Définitions

Les procédés de séparation d'un mélange (solide, liquide ou gazeux) en ses constituants purs sont essentiels dans l'industrie chimique. La méthodologie consiste, à l'aide de une ou plusieurs opérations, à effectuer un transfert de matière par la mise en contact intime de plusieurs phases (S-S / S-L / L-L / L-G / S-G ...).

Les opérations unitaires mises en jeu visent à séparer 2 phases ou à extraire un composé d'une phase, on cite les opérations de séchage, filtration, distillation et adsorption.

### 2 – Colonnes de Séparation

- ✓ Absorption / lavage de gaz : Transfert d'un soluté dissous en phase gazeuse vers une phase liquide.
- ✓ Désorption : Transfert d'un soluté dissous en phase liquide vers une phase gazeuse.
- ✓ Extraction liquide/liquide : Extraction d'un soluté d'une phase liquide à une autre, ces deux phases étant non miscibles.

Ces OPU de séparation s'effectuent dans des systèmes appelés échangeurs de matières ou colonnes conçues de manière à augmenter la surface d'échange entre les différentes phases présentes. (Figure 1) Il en existe 2 types principaux :

- Echangeurs à structure continue
- Echangeurs à structure discontinue

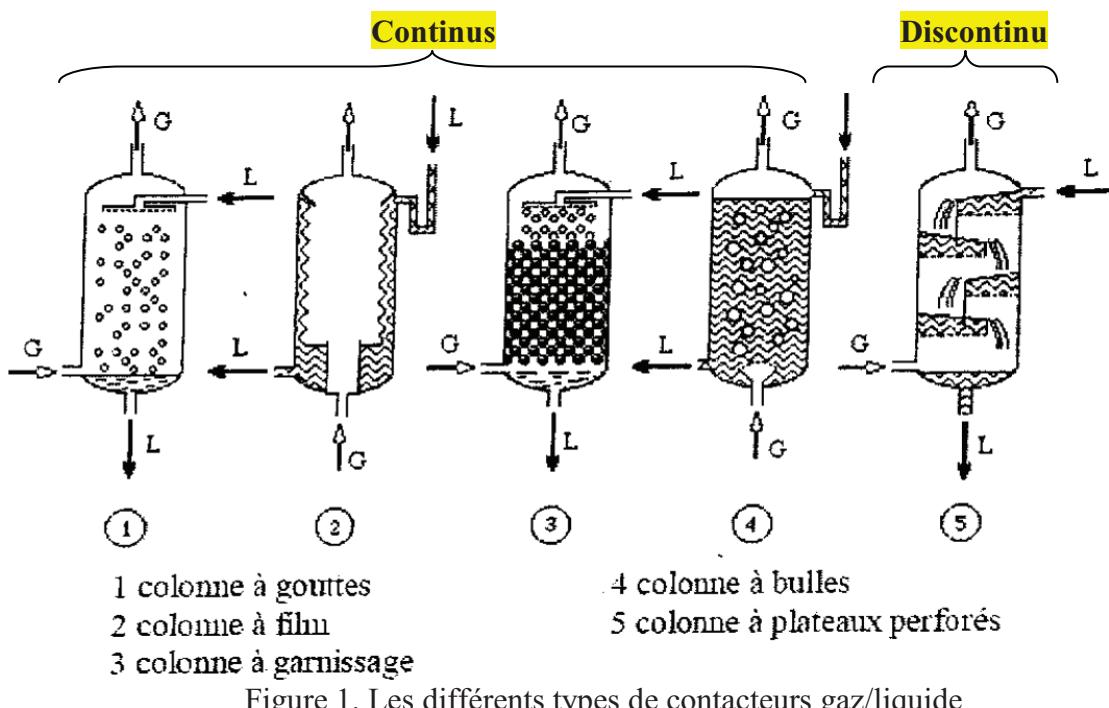


Figure 1. Les différents types de contacteurs gaz/liquide

### 3- Différents types de colonnes

#### 1- Echangeurs à structure continue ou échangeurs « à bulle » ou « à gouttes »

**Principe :** dispersion d'une phase légère sous forme de bulles (gaz) ou de gouttes (liquide) dans une phase continue lourde liquide. Les 2 phases sont en contact dans tout le volume de l'échangeur. La plupart de ces échangeurs sont des colonnes garnies. Les éléments de garnissage offrent une grande surface de contact entre les 2 phases (différents types de garnissage, cf figures 2 et 3).

#### 2- Echangeurs à structure discontinue ou colonne à plateaux

**Principe :** dispersion de bulles ou de gouttes dans un liquide au niveau de chaque plateau. Sur chaque plateau, les 2 phases sont mises en contact, mélangées puis séparées. L'énergie nécessaire pour la séparation du mélange est assurée par la force de gravité (la phase descendante est celle qui est la plus dense).

## 4– Différents types d’écoulement

### 1- Ecoulements parallèles : contre courant et co-courant

Les écoulements parallèles se produisent dans une situation où les deux fluides s’écoulent dans la même direction. Pendant l’écoulement à contre-courant, la phase lourde est introduite en haut de la colonne alors que la phase légère est introduite en bas de colonne. Pour l’écoulement à co-courant, les deux phases sont introduites en haut de la colonne.

**Exemple :** lavage d'une solution de nicotine dans l'industrie du tabac avant de la déverser dans l'eau allant en station d'épuration. Ce lavage est effectué par une solution de kérosène. La nicotine et le kérosène sont par la suite séparés par distillation.

Ces échangeurs sont susceptibles de fonctionner en :

- Régime établi au régime permanent : les caractéristiques des phases sont indépendantes du temps
- Régime non établi ou régime transitoire : les caractéristiques des phases varient en fonction du temps.

### 2- Ecoulements croisés

La circulation des 2 phases se fait en perpendiculaire. La colonne est toujours alimentée par la phase lourde en tête de colonne.

## III – Qu'est ce qu'un bilan de matière

Pour un procédé et pour une quantité de produit à fabriquer, le bilan de matière est la connaissance des débits à l'entrée et à la sortie de chaque OPU.

- Bilan sur chaque OPU ou bilan total sur tout le procédé.
- Bilan partiel sur un constituant ou bilan global sur tous les constituants.

## IV – Qu'est ce qu'un bilan enthalpique

C'est le bilan des quantités de chaleur à apporter ou à soutirer au niveau de chaque OPU, ou au niveau du procédé complet.

**Exemple :** si la réaction est exothermique, il faut soutirer en continu la chaleur dégagée pour stabiliser la température.

## V – A quoi servent les bilans ?

- ✓ Les bilans servent à calculer l'ensemble des données pour dimensionner une installation.

→ Pour concevoir une installation, il faut avoir :

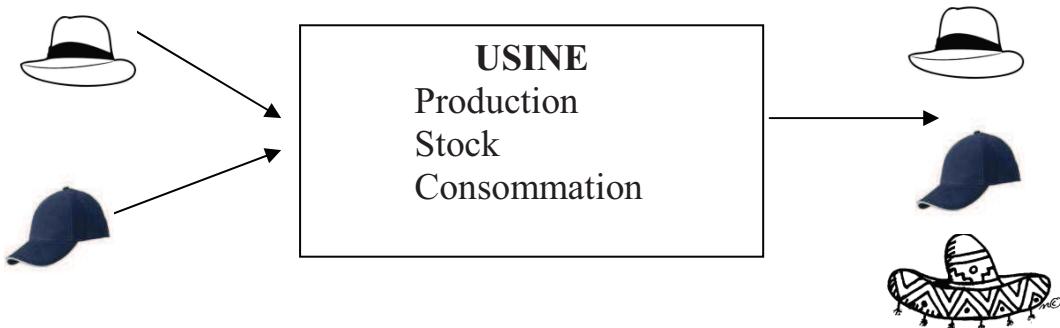
- Les dimensions du réacteur
- Les capacités des pompes
- La hauteur et le diamètre d'une colonne

- ✓ Etablir les bilans sert également à optimiser une installation existante.

→ Repérer les pertes de chaleur, optimiser l'utilisation des produits, vérifier le bon fonctionnement des capteurs.....

## VI – Exemple de bilan de matière : l'usine de chapeaux

Un fournisseur livre toutes les heures 10 chapeaux et 15 casquettes à l'entrée d'une usine. Dans cette entreprise, par un procédé ultra confidentiel, on y fabrique des sombreros : par heure, 4 chapeaux, 2 casquettes permettent de produire 3 sombreros. Par ailleurs, on met en réserve 1 chapeau, 1 casquette et 1 sombrero par heure. Combien de sombreros, de casquettes et de chapeaux sortent de l'usine par heure ??



**Bilan partiel sur les chapeaux :**

Entrée = stock + réaction + sortie

Sortie = Entrée – stock – réaction

Sortie =  $10 - 1 - 4$

Sortie = 5 chapeaux/heure

**Bilan partiel sur les casquettes :**

Entrée = stock + réaction + sortie

Sortie = Entrée – stock – réaction

Sortie =  $15 - 1 - 2$

Sortie = 12 casquettes /heure

**Bilan partiel sur les sombreros :**

Production = stock + sortie

Sortie =  $3 - 1$

Sortie = 2 sombreros /heure

**Conclusion**

$$\text{Entrée} \pm \text{réaction} = \text{Sortie} + \text{Stock}$$

**Bilan total :**  $15 + 10 - 1 - 1 - 1 - 4 - 2 + 3 = 19$  unités / heure

**VII – Comment fait-on les bilans ?**

Le raisonnement doit suivre les étapes suivantes :

**a. Définir toutes les données du problème**

- Espèces (réactifs, produits, inertes....)
- Courants (flux entrée/sortie d'un procédé ou d'une OPU)
- Température et chaleur échangée pour les bilans enthalpiques

### b. Faire le bilan des données connues

Tenir compte des données du problème (alimentation et sortie du procédé).

### c. Découper l'installation en différents éléments de base sur lesquels effectuer des bilans.

On détermine alors des équations, il doit y avoir autant d'équations que d'inconnues.

## **Bilan : ENTREE + SOURCE = SORTIE + ACCUMULATION**

### Equations :

- Bilan sur chaque constituant + bilan total sur tous les constituants
- Bilan sur chaque OPU + bilan sur tout le procédé

*Remarque : En général, on commence par faire un bilan sur tout le procédé.*

### d. Résoudre le système

## VIII – Conclusions

De façon générale, le bilan sur un constituant A, sur une OPU ou un procédé s'écrit :

$$(Débit de A)_{\text{entrée}} + (\text{Source de A}) = (\text{Accumulation de A}) + (Débit de A)_{\text{sortie}}$$

**LOI DE LAVOISIER**

**Remarques :** le terme source est lié à la présence d'une réaction (OPU = réacteur)

- source > 0 si le constituant A est produit (A = produit par la réaction)
- source < 0 si le constituant A est consommé (A = réactif dans la réaction)
- source = 0 si le constituant A n'intervient pas dans la réaction (A = inerte)

**Cas particulier :** en régime permanent et en absence de réaction chimique, le bilan sur un constituant s'écrit

$$\boxed{\text{Débit d'entrée} = \text{Débit de sortie}}$$

## CHAPITRE II :

# Bilans de Matière en Régime Permanent

**Régime permanent = pas d'accumulation de matière (Accumulation = 0)**

### I – Bilans de matière

#### 1- *Généralités*

La loi de LAVOISIER s'applique sur les débits **massiques** ou **molaires**. On effectue un bilan :

- Sur l'ensemble des constituants
- Par constituant

Pas de réaction :      **Entrée = Sortie**

Réaction :              **Entrée ≠ Sortie**

#### 2- *Notations et définitions*

**Pour un courant donné** composé de deux constituants A et B :



Débit massique du courant :      Débit de A ( $\dot{m}_A$ ) en kg/s

    Débit de B ( $\dot{m}_B$ ) en kg/s

    Débit total A+B ( $\dot{m}$ ) en kg/s

$$\dot{m} = \dot{m}_A + \dot{m}_B$$

**Fraction massique par constituant:**

- **Fraction massique de A :**

$$\omega_A = \frac{\text{débit massique de } A}{\text{débit massique total de } A + B}$$

$$\omega_A = \frac{\dot{m}_A}{\dot{m}}$$

- **Fraction massique de B**

$$\omega_B = \frac{\text{débit massique de } B}{\text{débit massique total de } A + B}$$

$$\omega_B = \frac{\dot{m}_B}{\dot{m}}$$

- La somme des fractions massiques de tous les constituants **dans un courant** est égale à 1.

$$\omega_A + \omega_B = 1$$

De la même façon, on peut définir des débits molaires en mol/s et des fractions molaires de chaque constituant :

**Débit molaire du courant :**

Débit de A ( $F_A$ ) en mol/s

Débit de B ( $F_B$ ) en mol/s

$$F = F_A + F_B$$

Débit total A+B ( $F$ ) en mol/s

**Fraction molaire par constituant:**

- **Fraction molaire de A :**

$$x_A = \frac{\text{débit molaire de } A}{\text{débit molaire total de } A + B}$$

$$x_A = \frac{F_A}{F}$$

- **Fraction molaire de B**

$$x_B = \frac{\text{débit molaire de } B}{\text{débit molaire total de } A + B}$$

$$x_B = \frac{F_B}{F}$$

- La somme des fractions massiques de tous les constituants **dans un courant** est égale à 1.

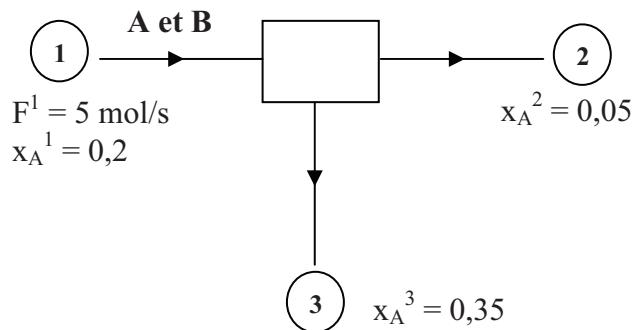
$$x_A + x_B = 1$$

**Application :** sur l'installation suivante, définir :

- Pour chaque courant, les débits sur l'ensemble des constituants F ;
- Pour chaque courant, les débits par constituant ( $F_A$  et  $F_B$ ).

Données :      Régime permanent

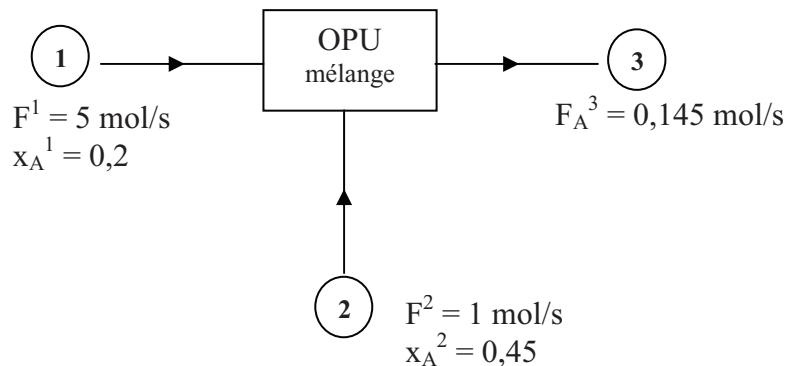
Pas de réaction



## II – Les différents types de nœuds

### 1- Mélange

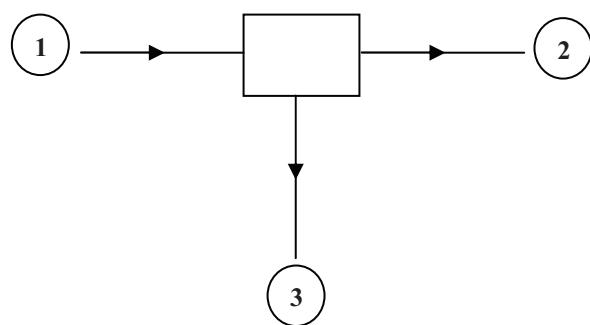
But de l'OPU : mise en commun des deux entrées



Dans chaque courant, il y a k constituants i (i = A, B, ....)

Pas de réaction

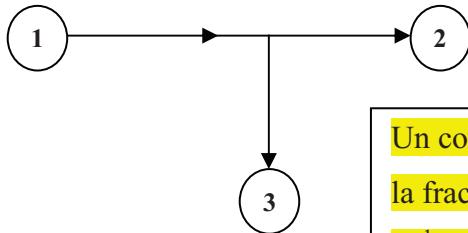
### 2- Division (nœud simple, distillation ou séparation)



Dans chaque courant, il y a k constituants i (i = A, B, ....)

- Bilan sur tous les constituants :  $F^1 = F^2 + F^3$
- Bilan par constituant :  $F_i^1 = F_i^2 + F_i^3 \quad \text{càd} \quad x_i^1 F^1 = x_i^2 F^2 + x_i^3 F^3$

### a. Cas d'un simple nœud

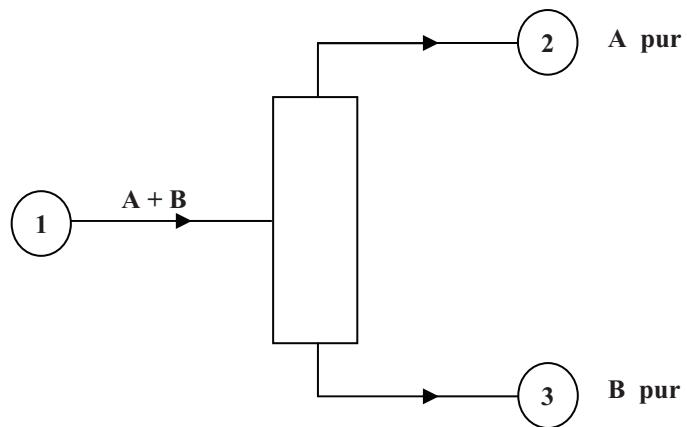


Un courant est divisé en deux : il y a une conservation de la fraction massique et molaire.

$x_A^1 = x_i^2 = x_i^3$  uniquement dans le cas d'un nœud simple

**MAIS :** les débits ne sont pas divisés par 2

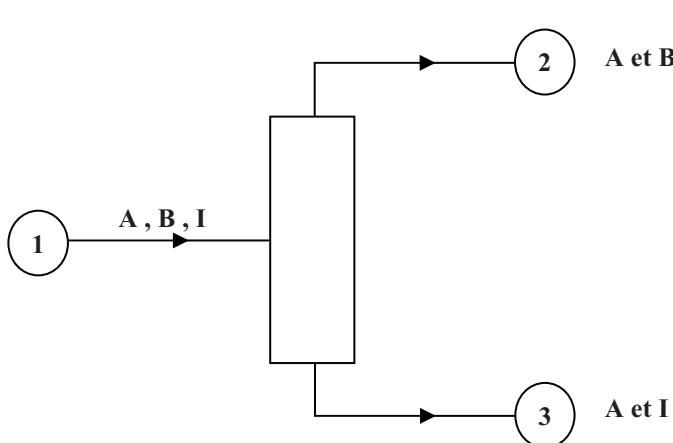
### b. Cas d'une distillation



#### Données du problème :

- Courant 2 : A pur, donc pas de B donc  $x_B^2 = 0$  et  $F_B^2 = 0$
- Courant 3 : B pur, donc pas de A donc  $x_A^3 = 0$  et  $F_A^3 = 0$

### c. Cas d'une rectification



#### Bilan Global :

$$F^1 = F^2 + F^3$$

#### Bilan par constituant :

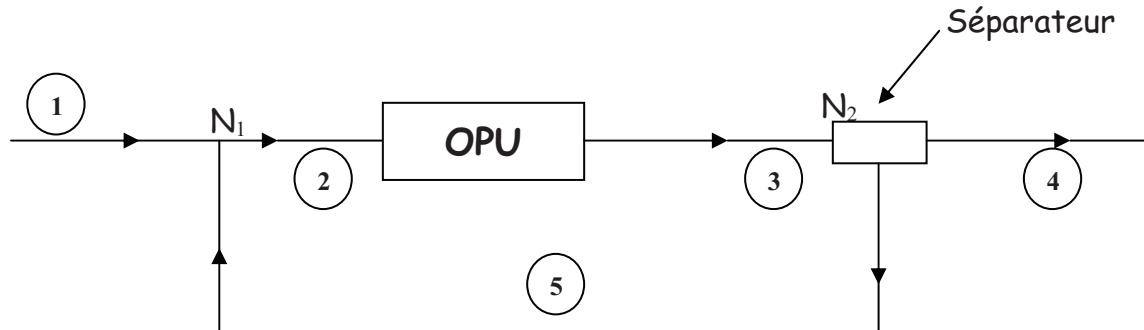
$$\text{Sur A : } x_A^1 F^1 = x_A^2 F^2 + x_A^3 F^3$$

$$\text{Sur B : } x_B^1 F^1 = x_B^2 F^2$$

$$\text{Sur I : } x_I^1 F^1 = x_I^3 F^3$$

### III – Schémas fondamentaux de procédés

#### 1- Etude d'un recyclage



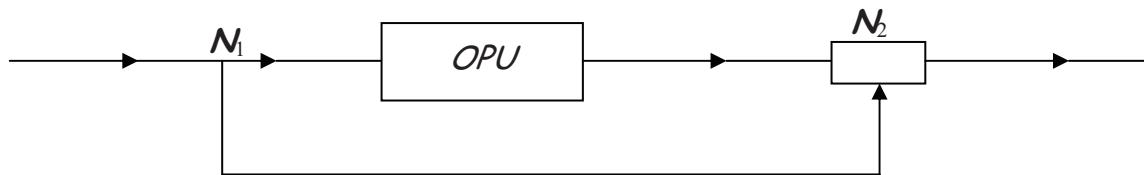
OPU : réacteur, séparateur

On peut faire le bilan sur :

- on commence toujours par l'installation complète:
- au nœud du mélange N<sub>1</sub>
- au nœud N<sub>2</sub>
- à l'entrée et à la sortie de l'OPU

On réintroduit à l'entrée de l'OPU les produits non transformés pour des considérations économiques et environnementales

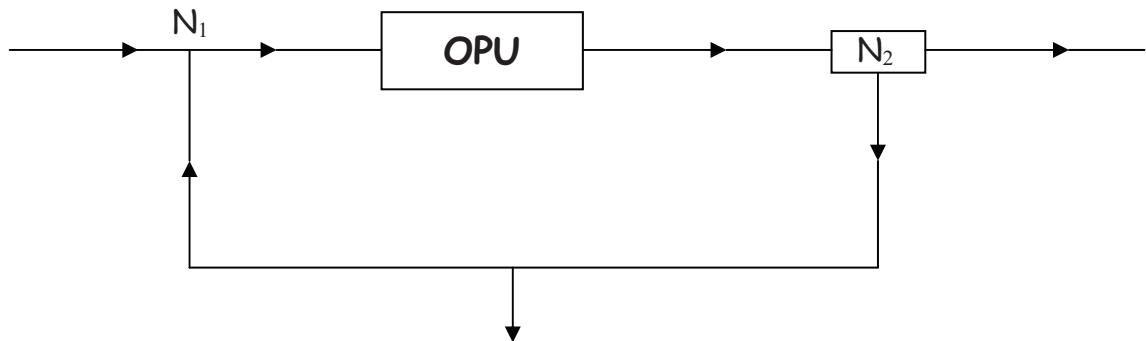
#### 2- Etude d'une dérivation (étude d'un by-pass)



On peut faire des bilans sur : N<sub>1</sub>, N<sub>2</sub>, OPU, tout le procédé

Intérêt : en cas d'emballement thermique, on court-circuite le réacteur pour limiter la réaction.

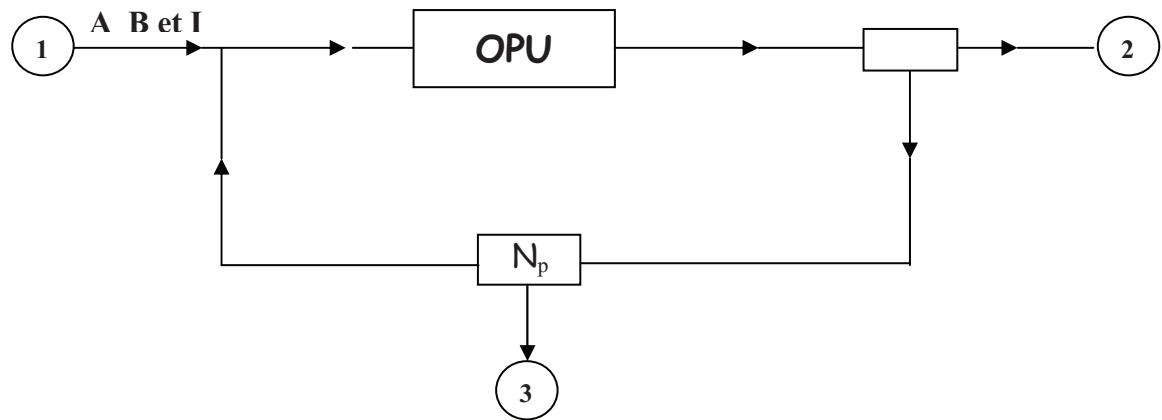
### 3- Etude d'une purge



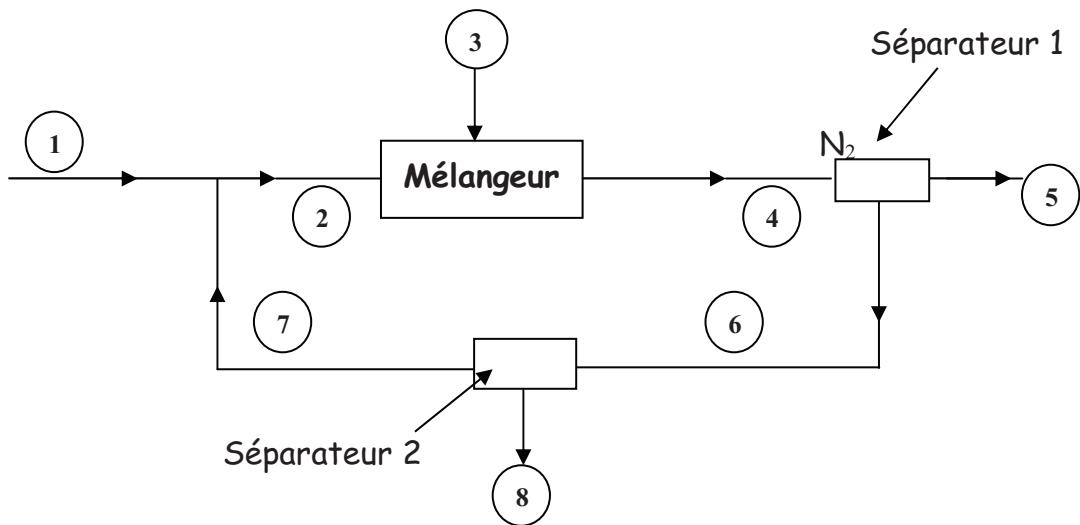
**A quoi sert une purge ?**

- Empêcher l'accumulation d'un produit dans l'installation.
- Eliminer une impureté qui poserait un problème dans la suite du procédé.

#### Exemple : Elimination d'une impureté I



#### 4- Exemple d'un procédé - Application numérique



Constituants mis en jeu : A, B et C

Entrée du procédé courant 1 :

- débit total :  $10 \text{ mol.s}^{-1}$
- 60% de A dans le courant 1
- pas de C dans 1

Courant 2 :

- débit de B :  $5 \text{ mol.s}^{-1}$

Courant 3 :

- C pur
- Débit total :  $4 \text{ mol.s}^{-1}$

Séparateur 1 : il permet de diviser 2 courants, constitués d'une part des constituants A et C (courant 5) et d'autre part des constituants B et C (courant 6).

Sortie procédé, courant 5 :

- $x_C^5 = 1/3$

Séparateur 2 : il permet de diviser 2 courants de telle sorte que le courant 7 ne contienne pas de constituant C.

Faire apparaître dans le tableau suivant les données connues puis déterminer la composition de tous les courants.

Nom des courants	1	2	3	4	5	6	7	8
Débit total (mol.s <sup>-1</sup> )								
Débit de A (mol.s <sup>-1</sup> )								
Fraction molaire de A								
Débit de B (mol.s <sup>-1</sup> )								
Fraction molaire de B								
Débit de C (mol.s <sup>-1</sup> )								
Fraction molaire de C								

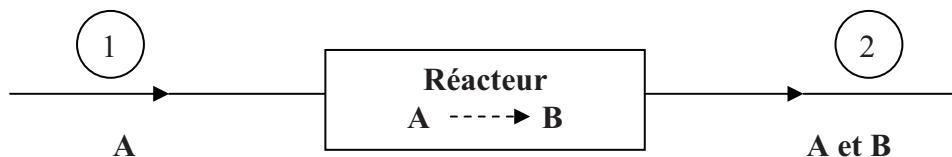
## IV – Les réacteurs

Dans un réacteur a lieu une réaction chimique : les réactifs mis en jeu sont consommés et de nouveaux sont produits.

### 1- Taux de conversion

#### a- Définition

Le taux de conversion s'exprime par rapport à un seul constituant.



$$X_A = \frac{\text{Débit de } A \text{ consommé dans le réacteur}}{\text{Débit de } A \text{ introduit dans le réacteur}} = \frac{|F_A^1 - F_A^2|}{F_A^1}$$

#### b- Exemples

Exemple 1 : X : taux de conversion de SO<sub>2</sub> suite à la réaction suivante :

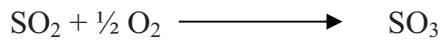


Espèce	Entrée	Sortie
SO <sub>2</sub>	2 mol/s	
O <sub>2</sub>	2 mol/s	
N <sub>2</sub>	8 mol/s	
SO <sub>3</sub>		
Total	12 mol/s	

$$X_{\text{SO}_2} = 0,5$$

- 1- Calculer la composition du courant de sortie.
- 2- Calculer le taux de conversion par rapport à O<sub>2</sub>.

Exemple 2 : X : taux de conversion de O<sub>2</sub> suite à la réaction suivante :



Espèce	Entrée	Sortie
SO <sub>2</sub>	2 mol/s	
O <sub>2</sub>	2 mol/s	
N <sub>2</sub>	8 mol/s	
SO <sub>3</sub>		
Total	12 mol/s	

$$X_{\text{O}_2} = 0,5$$

- 1- Calculer la composition du courant de sortie.
- 2- Calculer le taux de conversion par rapport à SO<sub>2</sub>.

## 2- Bilan de matière dans un réacteur en régime permanent

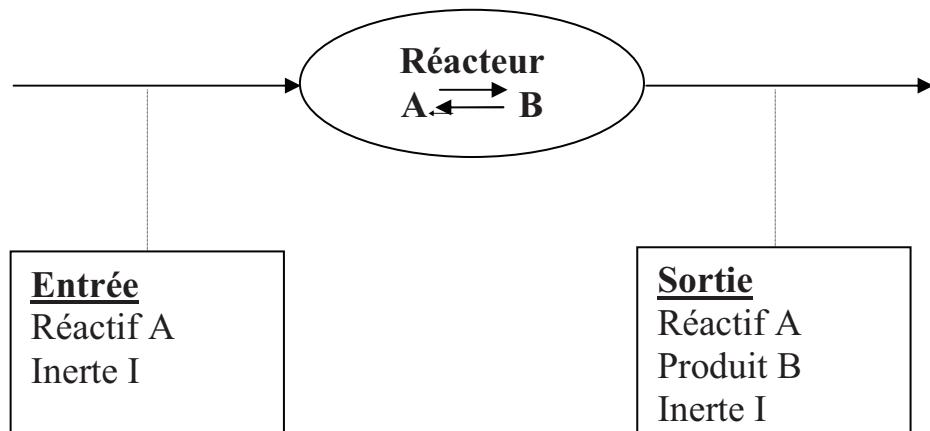
**Bilan :**

- régime permanent : accumulation = 0
- réaction chimique : source non nulle
  - Source  $> 0$  si le constituant est produit (= débit de constituant produit)
  - Source  $< 0$  si le constituant est consommé (= débit de constituant consommé)

Dans le réacteur et dans tout le procédé :

débit molaire d'entrée  $\neq$  débit molaire en sortie

pour tous les réactifs et les produits



**Bilan sur A dans le réacteur :**

Débit de A en entrée – Débit de A consommé = Débit de A en sortie

**Bilan sur I dans le réacteur :**

Débit de I en entrée = Débit de I en sortie

**Bilan sur tous les constituants :**

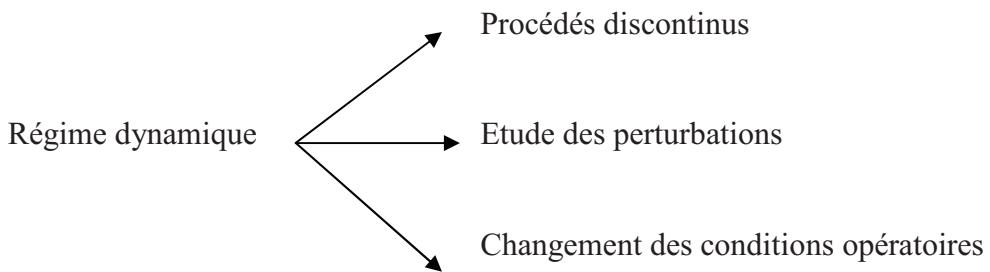
Débit (A + B + I) en entrée  $\neq$  Débit (A + B + C) sortie

**Bilan sur le produit B :**

Débit de B en entrée + Production de B = Débit de B en sortie

Le débit de B est calculé avec les coefficients stœchiométriques de la réaction et du débit de consommation de A.

## CHAPITRE III : Bilan Matière en Régime Transitoire



### I – Bilan de matière global

#### **1- Notation**

$$\text{ENTRÉE} + \text{SOURCE} = \text{SORTIE} + \text{ACCUMULATION}$$

On note :

- $\dot{m}^E(t)$  : débit total à l'entrée de l'OPU (kg/h)
- $\dot{m}^S(t)$  : débit total à la sortie de l'OPU (kg/h)
- $M(t)$  : accumulation en kg

## 2- Exemple

Un réacteur agité contient à l'instant initial 100 kg d'une solution. On l'alimente avec un débit massique  $\dot{m}^E$  de 12 kg/h. Le débit de soutirage  $\dot{m}^S$  étant de 10 kg/h, comment évolue la masse de produit  $M(t)$  dans le réacteur en fonction du temps ?



$$\begin{aligned} \text{A } t = 0 \\ \dot{m}^E_0 &= 12 \text{ kg/h} \\ \dot{m}^S_0 &= 10 \text{ kg/h} \\ M_0 &= 100 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{A } t = 2 \text{ h} \\ \dot{m}^E_{2h} &= 12 \text{ kg/h} \\ \dot{m}^S_{2h} &= 10 \text{ kg/h} \\ M_{1h} &= \dot{m}^E_{2h} - \dot{m}^S_{2h} + M_{1h} \\ &= 12 - 10 + 102 \\ &= 104 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{A } t = 1 \text{ h} \\ \dot{m}^E_{1h} &= 12 \text{ kg/h} \\ \dot{m}^S_{1h} &= 10 \text{ kg/h} \\ M_{1h} &= \dot{m}^E_{1h} - \dot{m}^S_{1h} + m_0 \\ &= 12 - 10 + 100 \\ &= 102 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Au bout d'un temps } t : \\ \text{Masse entrante : } \dot{m}^E = 12 * t \\ \text{Masse sortante : } \dot{m}^S = 10 * t \\ \text{Masse dans le réacteur : } \\ M(t) = M_0 + \dot{m}^E(t) - \dot{m}^S(t) \\ = 100 + 2 * t \end{aligned}$$

## 3- Cas général

### Equation fondamentale de bilan global sans réaction chimique

On note  $M(t)$  l'évolution de la masse dans le réacteur,  $M(t)$  en kg

### Application à l'exemple précédent

$$\frac{dM(t)}{dt} = \dot{m}^E - \dot{m}^S = z$$

↓  
accumulation

$$dM(t) = 2 * dt$$

$$\int_{m(t=0)}^{m(t)} dM = \int_0^t 2 * dt$$

$$M(t) - M(t=0) = 2 * t \quad \text{donc} \quad M(t) = 100 + 2 * t$$

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ 100 \text{ kg} \end{array}$$

## II – Bilan partiel sur i

### 1- Sans réaction chimique



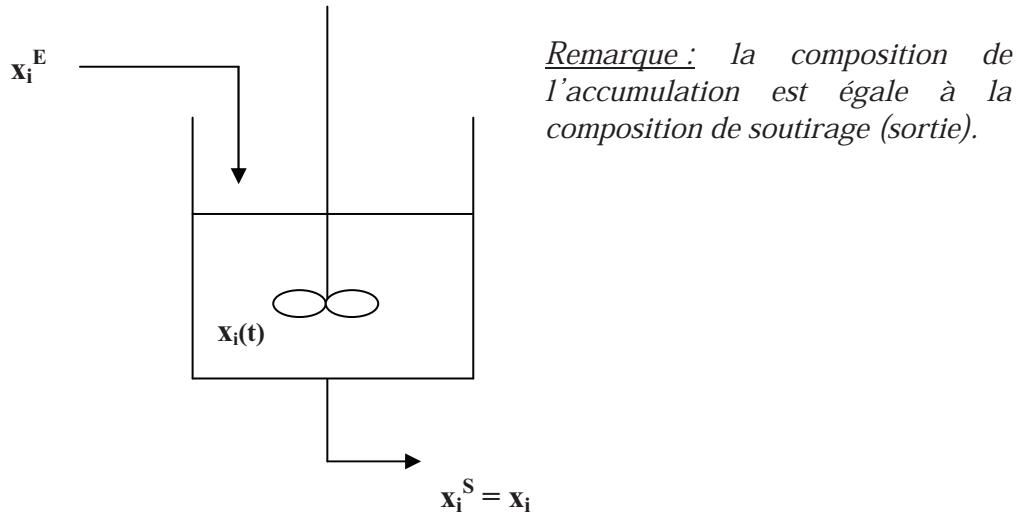
On note :

$x_i^E$  : fraction massique du constituant i à l'entrée

$x_i$  : fraction massique du constituant i à la sortie et dans l'accumulation

→ Le réacteur est parfaitement agité (milieu homogène)

#### Exemple du réacteur parfaitement agité



Bilan global :

$$\dot{m}^E = \dot{m}^S + \frac{dM}{dt}$$

Bilan partiel :

$$\dot{m}_i^E = \dot{m}_i^S + \frac{dM_i}{dt}$$

$M_i$  : masse en constituant i dans le réacteur

$$x_i^E \dot{m}^E = x_i \dot{m} + d\int M$$

$$x_i^E \dot{m}^E = x_i \dot{m} + x_i d\int M + M d\int$$

Or :

$$\frac{dM}{dt} = \dot{m}^E - \dot{m}^S$$

$$x_i^E \dot{m}^E = x_i m + x_i \dot{m} - m + M dx_i$$

$$(x_i^E - x_i) \dot{m}^E = \frac{M dx_i}{dt}$$

Équation fondamentale du bilan partiel avec l'hypothèse du réacteur parfaitement agité

## 2- Avec réaction chimique

Il faut tenir compte de la vitesse de production ou de consommation du constituant i.

$r_i$  (kg/m<sup>3</sup>/s) : vitesse de la réaction ( $r > 0$  si i est un produit)

( $r < 0$  si i est un réactif)

$V$ (m<sup>3</sup>) : volume du réacteur

$x(t)$  : fraction au cours du temps en Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>

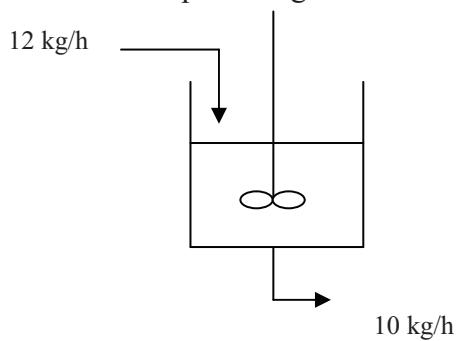
## 3- Résolution de l'équation fondamentale de bilan partiel : exercice d'application

Bilan en régime dynamique : évolution de la fraction massique dans un bac.

Un réacteur agité (considéré comme un mélangeur parfait) contient à l'instant initial 100 kg d'une solution aqueuse de Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> à 50% en masse. On alimente avec un débit massique de 12 kg/h d'une solution aqueuse de Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> à 15% en masse. Le débit de soutirage étant de 10 kg/h, quelle sera la fraction massique x dans le bac au bout de 10 heures.

Procédure à suivre :

- Faire un bilan global
- Faire un bilan massique sur le constituant Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>
- Séparer les variables x et t puis intégrer.



à  $t = 0$  :  $m_0 = 100\text{kg}$

$\text{Na}_2\text{SO}_4$  :  $x_0 = 0,50$

Bilan global :  $m(t) = 100 + 2t$

Hypothèse : le réacteur est parfaitement agité donc la fraction en  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  dans le réacteur est égale à la fraction de  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  en sortie du réacteur.

Bilan partiel sur le  $\text{Na}_2\text{SO}_4$  (i)

$$\dot{m}_i^E = \dot{m}_i^S + \frac{dm_i}{dt}$$

$$x^E * \dot{m}^E = \dot{m}^S * x + \frac{d(x * m)}{dt}$$

$$12 * 0,15 = 10 * x + \frac{d}{dt} [x * (100 + 2t)]$$

$$1,8 = 10 * x + x \frac{d}{dt} (100 + 2t) + (100 + 2t) \frac{dx}{dt}$$

$\underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{2}$

$$1,8 = 10x + 2x + (100 + 2t) \frac{dx}{dt}$$

$$\int_{x_0}^{x_t} \frac{dx}{(12x - 1,8)} = \int_0^t - \frac{dt}{(100 + 2t)}$$

$$\rightarrow \frac{1}{12} [\ln(12x - 1,8)]_{x_0}^{x_t} = - \frac{1}{2} [\ln(100 + 2t)]_0^t$$

$$x(t=0) = 0,5 \quad ;$$

si  $t = 10\text{h}$  que vaut  $x(t = 10\text{h})$  ??

$$x(t = 10\text{h}) = 0,26$$

### III – Bilan de matière : étude quantitative des colonnes

Hypothèse : on suppose pour la suite que la phase lourde et la phase légère sont immiscibles (seul le soluté migre d'une phase à l'autre).

Deux types de transferts du soluté :

- Cas 1 : phase légère vers phase lourde ( $\text{CO}_2$  vers l'eau)
- Cas 2 : phase lourde vers la phase légère (nicotine vers kérosène)

**Remarque :** dans un échangeur gaz/liquide (absorption/désorption), la phase légère est le gaz, la phase lourde est le liquide. Dans un échange liquide/liquide (extraction), la phase légère est le liquide qui possède la masse volumique la plus faible.

### A - Cas d'un transfert de soluté de la phase légère vers la phase lourde

#### 1- Définition

- La phase légère : phase inerte contenant le soluté A à extraire
- Phase lourde : solvant S ou agent de séparation, elle se charge progressivement en soluté

#### 2- Notation

- Le soluté sera noté : A
- Phase inerte : I
- Solvant : S
- Exposant E : entrée de colonne
- Exposant S : sortie de colonne
- 

Phases		
	Légère	Lourde
Fractions molaires	y	x
Débit molaire (mol/s) total	G	L
Débits molaires de j (mole de j/s)	g	l

$$G = g_A + g_I$$

$$y_A + y_I = 1$$

$$y_A = \frac{g_A}{G} \quad \text{ou} \quad g_A = y_A \cdot G$$

$$y_I = \frac{g_I}{G} \quad \text{ou} \quad g_I = [(1 - y_A) \cdot G]$$

Unité de  $y$  : mol de A / (mol de A + mol de I)

$$L = l_A + l_I$$

$$x_A + x_S = 1$$

$$x_A = \frac{l_A}{L} \quad \text{ou} \quad l_A = x_A \cdot L$$

$$x_S = \frac{l_S}{L} \quad \text{ou} \quad l_S = [(1 - x_A) \cdot L]$$

Unité de  $x$  : mol de A / (mol de A + mol de S)

**Pour la phase légère :**

$y_A$  : quantité de moles de A par rapport au nombre total de moles (A+I)

$Y_A$  : quantité de moles de A par rapport à la quantité de moles d'inerte

$$Y_A = \frac{g_A}{g_I} = \frac{y_A}{(1 - y_A)}$$

Unité de  $Y$  : mol de A / mol de I

### Exemple

Le courant léger est constitué de 10 mol/s de A et 100 mol/s d'inerte. Calculer  $y_A$  et  $Y_A$

**Pour la phase lourde :**

$x_A$  : quantité de moles de A par rapport au nombre total de moles (A+S)

$X_A$  : quantité de moles de A par rapport à la quantité de moles de solvant

$$X_A = \frac{l_A}{l_S} = \frac{x_A}{(1 - x_A)}$$

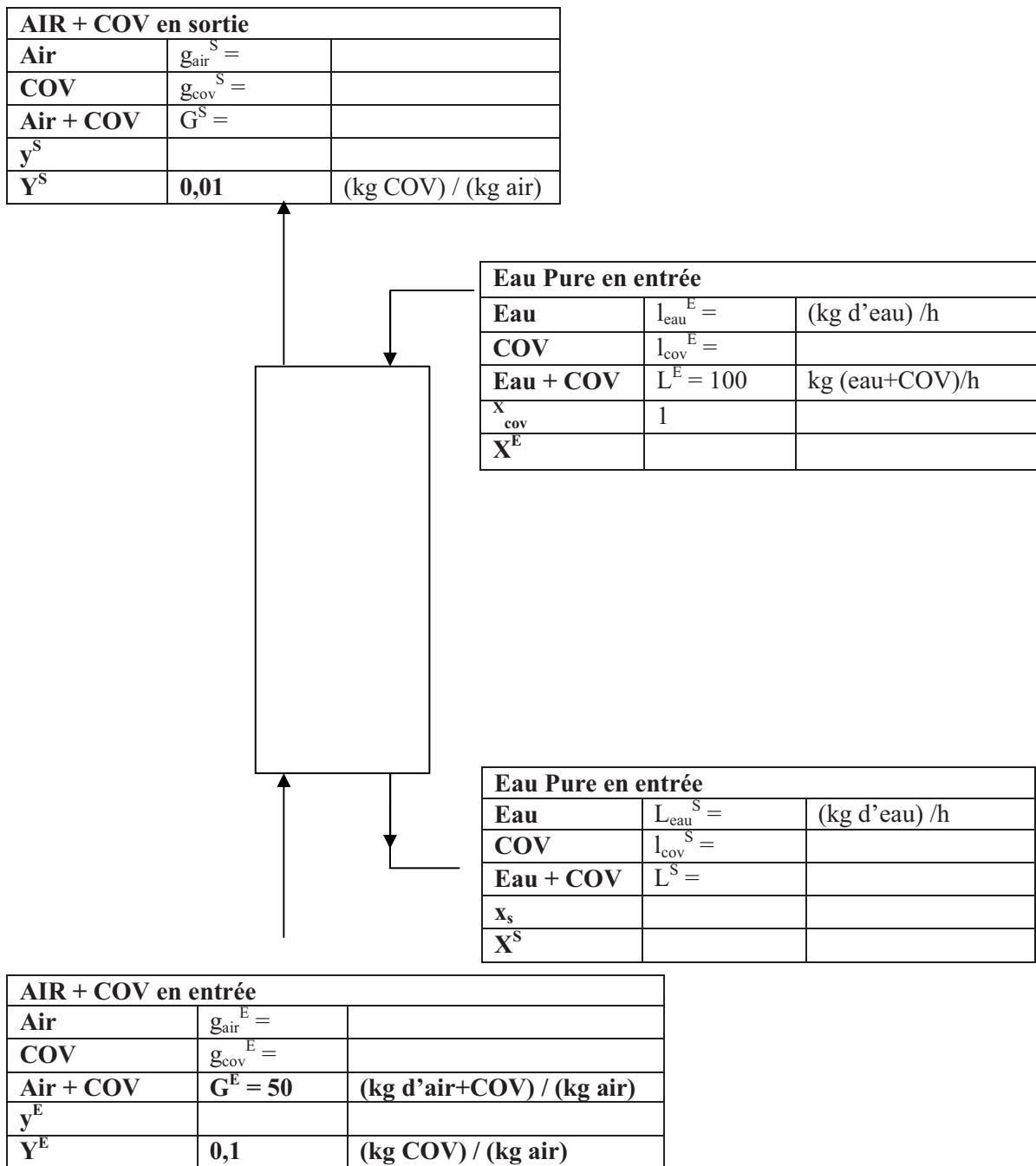
Unité de  $X$  : mol de A / mol de S

### **B – Cas d'un transfert de soluté de la phase lourde vers la phase légère**

- La phase lourde : composée du produit à extraire ou soluté A et d'une phase inerte I
- La phase légère : composée du solvant S ou agent de séparation, elle se charge progressivement en soluté A

## Application numérique

On souhaite récupérer des composés organiques volatils de l'air grâce à de l'eau pure avec une colonne d'absorption comme le montre le schéma ci-dessous. Compléter les caractéristiques des différents courants entrée / sortie de la colonne. On suppose que l'eau et l'air immiscibles.



## CHAPITRE IV :

# Bilan Thermique en Régime Permanent

### I – Puissance thermique et variation d'enthalpie

#### 1- *Généralités*

- La réalisation de bilan thermique permet d'effectuer des calculs de puissance thermique à fournir à une installation ou à évacuer d'une installation ainsi que la détermination des pertes thermiques.
- On applique, aux bilans thermiques, le principe de conservation de l'énergie entre l'entrée et la sortie pour une opération unitaire continue.
- Les processus thermiques en jeu sont de 3 principaux types :
  - Echauffement, refroidissement ou changement d'état des constituants.
  - Consommation (réaction endothermique) ou production de chaleur (réaction exothermique) dans le cas d'un réacteur.
  - Pertes thermiques vers l'extérieur du système. Si les pertes sont nulles, le réacteur est adiabatique.

#### 2- *Enthalpie : fonction d'état*

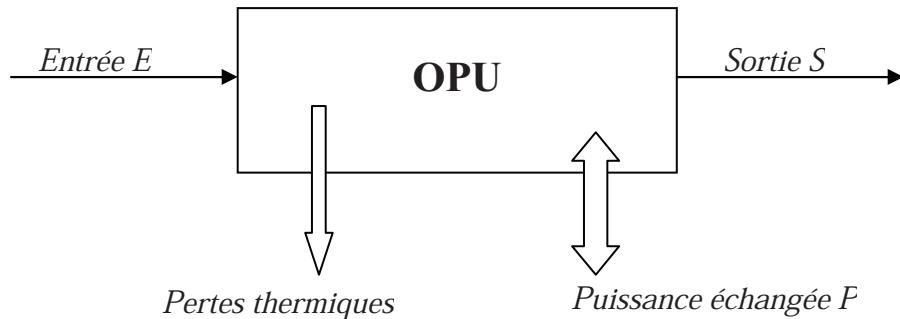
L'enthalpie H est une fonction d'état : la variation d'enthalpie entre deux états ne dépend pas du chemin suivi mais seulement de l'état initial et de l'état final. Entre les deux, on peut donc choisir le chemin de façon à apparaître des transformations connues.

### **3- Notion d'état de référence**

La variation d'enthalpie est toujours calculée par rapport à un état de référence. Il y a autant de références qu'il y a de constituants mais une seule référence par constituant.

Pour un constituant donné, la référence est définie par un état (liquide, solide ou gaz) et une température ( $T^{\text{ref}}$ ). En général, la température de référence est de 18°C ou 25°C : température à laquelle on trouve des données dans les tables de thermodynamique (enthalpie de formation...).

#### 4- Bilan enthalpique sur une OPU



On définit :

- Un système : soit une OPU ou un procédé.
- Les flux de matière entrants et sortants.
- Les apports de puissance thermique (exemple : chauffage pour une distillation).
- Les évacuations de puissance thermique (exemple : refroidissement d'un condenseur)
- Les pertes thermiques vers l'extérieur.

$$\text{ENTREE} + \text{SOURCE} = \text{ACCUMULATION} + \text{SORTIE}$$

**En régime permanent : pas d'accumulation**

$$\begin{aligned} &\text{Flux de chaleur entrant} + \text{Puissance échangée} \\ &+ \text{Flux de chaleur dégagée/consommée par réaction chimique} \\ &= \\ &\text{Flux de chaleur en sortie} + \text{Pertes thermiques} \end{aligned}$$

Il est nécessaire de définir une référence pour calculer les débits de chaleur des constituants en entrée et en sortie.

- **Débit de chaleur en entrée** : variation d'enthalpie entre l'état d'entrée et l'état de référence :  $\Delta H^E = F^E \cdot (h^E - h^{\text{ref}})$
- **Débit de chaleur en sortie** : variation d'enthalpie entre l'état de sortie et l'état de référence :  $\Delta H^S = F^S \cdot (h^S - h^{\text{ref}})$

**Unité** :  $h^i$  : Enthalpie (J/mol) si on travaille avec les débits molaires  $F^i$   
Enthalpie massique (J/kg) si on travaille avec les débits massiques.

- **Puissance échangée** : notée  $P$  (Watt)

**Attention au signe de  $P$  :  $P$  est une puissance apportée ou soutirée**

- $P < 0$  si la chaleur est dégagée vers l'extérieur (sortie de chaleur autrement que transportée par les fluides de sortie).

Exemple : dilution exothermique et récupération de la chaleur par un serpentin pour contrôler la température et éviter un éventuel emballement de la réaction.

- $P > 0$  si la chaleur est gagnée (entrée de chaleur autrement que transportée par les fluides d'entrée).

Exemple : apport de chaleur pour maintenir une température constante dans le cas d'une réaction endothermique.

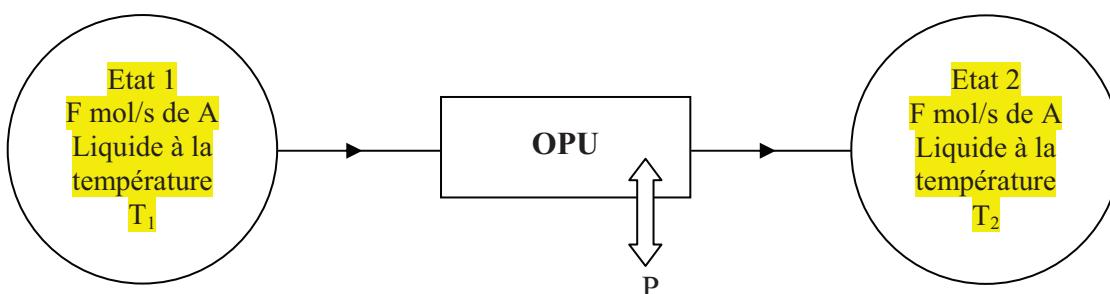
Le débit de chaleur consommée/dégagée par la réaction : il est proportionnel à l'enthalpie de la réaction ( $\Delta H$  en J/mol ou J/kg).

- Si pas de réaction chimique :  $\Delta H_R = 0$
- Si réaction chimique : voir II.2.3

## II – Calcul de puissance thermique

### 1- Cas simple d'un changement de température

#### a- Un seul constituant A



On considère dans ce paragraphe le cas d'un simple changement de température (pas de changement d'état, pas de réaction chimique et pas de pertes thermiques dans l'OPU).

**OPU :** échangeur thermique (pas de changement d'état, pas de réaction chimique).

**Référence :** A l'état liquide à la température  $T^{\text{ref}}$  (pas de changement d'état entre la référence et l'état 1 ou l'état 2).

### **Bilan thermique sur l'OPU**

(Régime permanent, pas de réaction chimique)

$$\Delta H^1 + P = \Delta H^2$$

$$\Delta H^1 = F \cdot (h^1 - h^{\text{ref}})$$

$(h^1 - h^{\text{ref}})$  en J/mol ou J/kg : représente la variation d'enthalpie entre l'état de référence de l'état 1 = variation d'enthalpie pour augmenter la température de  $T^{\text{ref}}$  à  $T^E$ .

$$\Delta H^1 = F \cdot (h^1 - h^{\text{ref}}) = F \int_{T^{\text{ref}}}^{T^1} Cp \cdot dt$$

*(Cp : chaleur spécifique molaire) en J/mol/K)*

$$\Delta H^2 = F \cdot (h^2 - h^{\text{ref}}) = F \int_{T^{\text{ref}}}^{T^2} Cp \cdot dt$$

Donc la puissance à échanger (en watt) :

$$P = F \cdot \int_{T^1}^{T^2} Cp \cdot dt$$

**Remarque 1 :** l'expression finale de la puissance échangée ne dépend pas de la température de référence.

### **Remarque 2 :**

- 1 calorie = 4,18 J
- 1 Watt = 1 Joule/seconde

**Remarque 3 :** si la chaleur spécifique molaire est constante avec la température, la puissance à échanger aux bornes de l'OPU est :

$$P = F \cdot Cp \cdot (T^2 - T^1)$$

- Si  $T^2 > T^1$ , alors  $P > 0$  : on apporte de la chaleur à l'OPU.
- Si  $T^2 < T^1$ , alors  $P < 0$  : on retire de la chaleur.

**Remarque 4 :** Si on travaille avec des débits massiques, il faut tenir compte de la chaleur spécifique massique (en J/Kg/K).

$$P = \dot{m} \int_{T_1}^{T_2} Cp \cdot dt$$

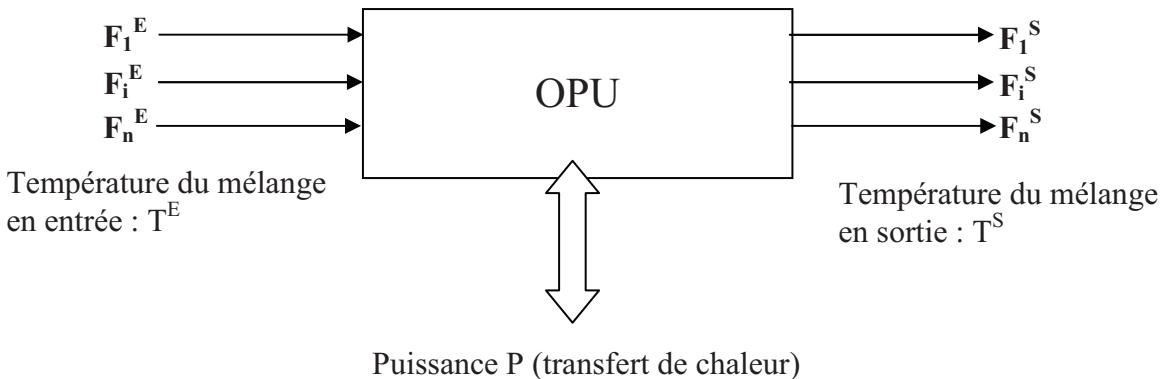
Avec : P : puissance (watt)

$\dot{m}$  : débit massique (Kg/s)

Cp : capacité calorifique massique (J/Kg/K)

T : température (K)

## b- Multiples constituants



Données du problème : les espèces d'entrée et de sortie sont les mêmes (pas de réaction chimique), seule la température change. Il n'y a pas de pertes thermiques dans l'échangeur. Les débits molaires partiels des constituants en entrée et en sortie d'OPU sont connus, ainsi que leurs chaleurs spécifiques. Quelle puissance faut-il apporter ou évacuer à l'OPU pour avoir une température de sortie  $T^S$  ?

**Bilan de matière :** Pas de réaction chimique  
Pas d'accumulation

Bilan global : débit d'entrée = débit de sortie :  $F^E = F^S$

Bilan sur i : débit d'entrée de i = débit de sortie de i :  $F_i^E = F_i^S = F_i$

### Bilan thermique :

Pas de pertes thermiques, pas de terme source lié à la réaction chimique  
Pas de pertes thermiques, pas de terme source lié à une réaction chimique

$$\Delta H^E + P = \Delta H^S$$

### Puissance à échanger à l'OPU :

$$P = \Delta H^S - \Delta H^E = \sum [F_i^S \cdot (h_i^S - h_i^{ref})] - \sum F_i^E \cdot (h_i^E - h_i^{ref})$$

$$P = \sum_i F_i \cdot (h_i^S - h_i^E) = \sum_i F_i \cdot \int_{T^E}^{T^S} C_p_i \cdot dt$$

Remarque 1 : Si les  $C_p_i$  sont constantes avec la température, la puissance thermique à échanger vaut :

$$P = F_1 \cdot C_p_1 \cdot (T^S - T^E) + F_2 \cdot C_p_2 \cdot (T^S - T^E) \dots + F_n \cdot C_p_n \cdot (T^S - T^E)$$

$$P = (F_1 \cdot C_p_1 + F_2 \cdot C_p_2 + \dots + F_n \cdot C_p_n) \cdot (T^S - T^E)$$

$$P = \sum_i F_i \cdot C_p_i \cdot (T^S - T^E)$$

Remarque 2 : Dans le cas simple du changement d'état, la température de référence n'intervient pas dans l'expression finale.

## 2- Cas de changement d'état

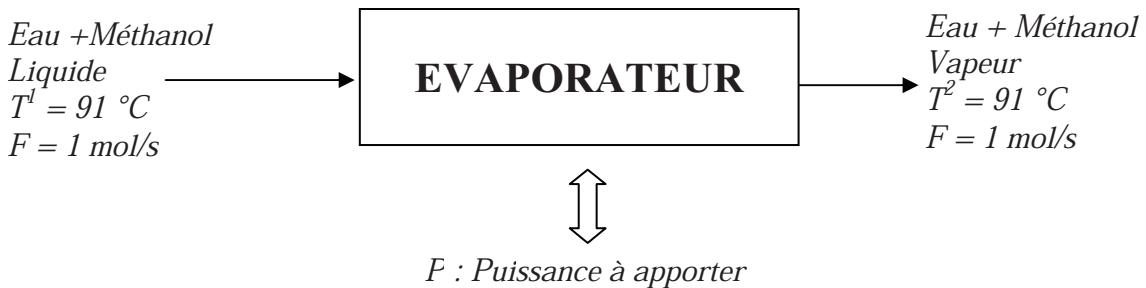
### a- Changement d'état seul

Un changement d'état à température donnée s'accompagne d'un dégagement ou d'une absorption de chaleur.

Par exemple, la chaleur latente de vaporisation ( $L_v$ ) de l'eau (40,6 kJ/mol) correspond à l'énergie à fournir pour vaporiser une mole d'eau de l'état liquide à l'état vapeur à 298 K.

Dans le cas d'un mélange à plusieurs constituants, il faut tenir compte des enthalpies d'état de chaque corps pur ainsi de leurs proportions.

Exemple : Quelle puissance faut-il apporter pour vaporiser un mélange eau/méthanol à 6,4 % molaire en éthanol. Le débit du mélange est de 1 mol/s. (régime permanent et pas de pertes thermiques).

Données :

Température de référence :  $T^{\text{ref}} = 20 \text{ }^{\circ}\text{C}$

Chaleurs latentes de vaporisation =  $91 \text{ }^{\circ}\text{C}$  :

- Eau :  $L_v_{\text{eau}} = 2258 \text{ J/g d'eau}$
- Méthanol :  $L_v_{\text{méthanol}} = 35520 \text{ J/mol de méthanol}$

Chaleurs spécifiques dans le domaine d'étude :

- De l'eau liquide :  $C_p_{\text{eau}}^{\text{liq}} = 72 \text{ J/mol.K}$
- Du méthanol liquide :  $C_p_{\text{méthanol}}^{\text{liq}} = 84,3 \text{ J/mol.K}$
- De la vapeur d'eau :  $C_p_{\text{eau}}^{\text{vap}} = 32,5 \text{ J/mol d'eau.}^{\circ}\text{C}$
- Du méthanol gazeux :  $C_p_{\text{méthanol}}^{\text{vap}} = 46 \text{ J/mol.K}$

Les enthalpies de mélange (liquide et gaz) sont nulles.

**Référence :** Eau liquide à  $T^{\text{ref}}$   
Méthanol liquide à  $T^{\text{ref}}$

Bilan thermique sur l'échangeur :

- Pas de réaction chimique
- Pas d'accumulation

$$\Delta H^1 + P = \Delta H^2 \quad \Rightarrow \quad P = \Delta H^2 - \Delta H^1$$

Calcul du flux de chaleur entrant dans l'évaporateur :

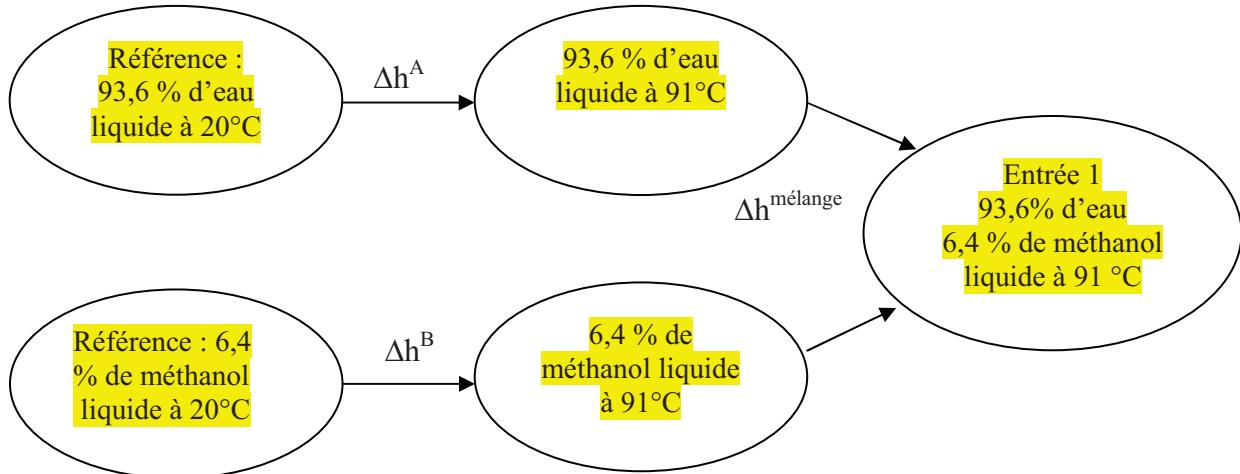
$\Delta H^1 = F (h^1 - h^{\text{ref}})$  : Variation d'enthalpie entre l'état de référence et l'état 1 (simple augmentation de température entre  $T^{\text{ref}}$  et  $T$ ).

$$\Delta H^A = F \cdot (1 - x_{\text{méthanol}}) \cdot C_p_{\text{eau}}^{\text{liq}} \cdot (T^2 - T^{\text{ref}})$$

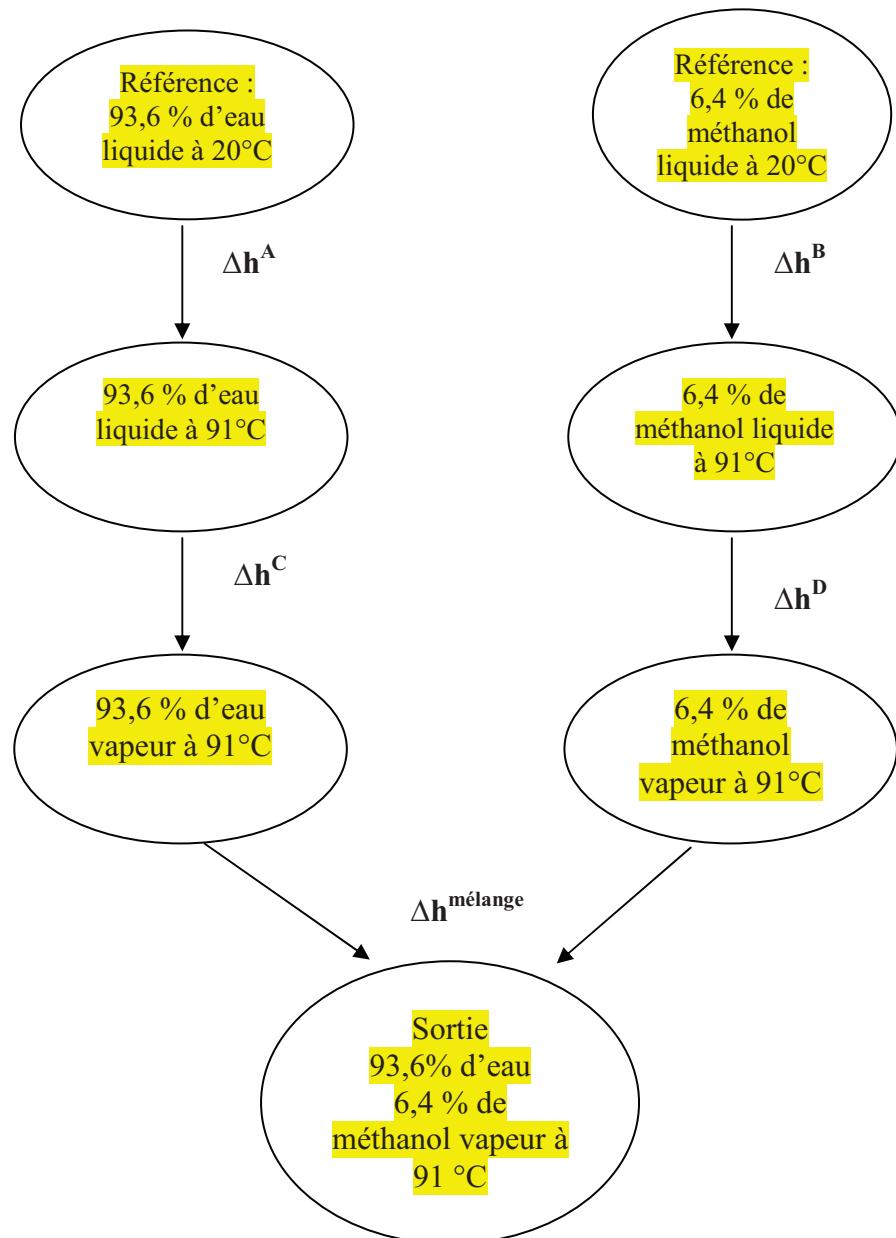
$$\Delta H^B = F \cdot x_{\text{méthanol}} \cdot C_p_{\text{méthanol}}^{\text{liq}} \cdot (T^2 - T^{\text{ref}})$$

$$\Delta H^{\text{mélange}} = 0$$

Donc :  $(h^1 - h^{\text{ref}}) = \Delta H^A + \Delta H^B + \Delta H^{\text{mélange}}$



### Calcul du flux de chaleur sortant dans l'évaporateur :



$$\Delta H^A = F \cdot (1 - x_{\text{méthanol}}) \cdot C_p^{\text{liq}} \cdot (T^E - T^{\text{ref}})$$

$$\Delta H^B = F \cdot x_{\text{méthanol}} \cdot C_p^{\text{méthanol}} \cdot (T^E - T^{\text{ref}})$$

$$\Delta H^C = F \cdot (1 - x_{\text{méthanol}}) \cdot Lv_{\text{eau}}$$

$$\Delta H^D = F \cdot x_{\text{méthanol}} \cdot Lv_{\text{méthanol}}$$

$$\Delta H^{\text{mélange}} = 0$$

$$\Delta H^2 = F \cdot (h^1 - h^{\text{ref}}) = F \cdot [x_{\text{méthanol}} \cdot C_p^{\text{méthanol}} + (1 - x_{\text{méthanol}}) \cdot C_p^{\text{eau}}] \cdot (T^E - T^{\text{ref}}) + F \cdot [x_{\text{méthanol}} \cdot Lv_{\text{méthanol}} + (1 - x_{\text{méthanol}}) \cdot Lv_{\text{eau}}]$$

### Puissance à apporter à l'évaporateur :

L'expression de la puissance correspond au flux de chaleur à apporter pour vaporiser x moles de méthanol et (1-x) moles d'eau (les enthalpies du mélange étant nulles)

$$\Delta H^1 + P = \Delta H^2$$

$$P = F \cdot [x_{\text{méthanol}} \cdot Lv_{\text{méthanol}} + (1 - x_{\text{méthanol}}) \cdot Lv_{\text{eau}}]$$

$$P = F_{\text{méthanol}} \cdot Lv_{\text{méthanol}} + F_{\text{eau}} \cdot Lv_{\text{eau}}$$

### Généralisation

Pour 2 constituants :

$$P = F_1 \cdot x_1 \cdot Lv_1 + F_2 \cdot (1 - x) \cdot Lv_2$$

$$P = \sum F_i \cdot x_i \cdot Lv_i$$

Pour n constituants :

### Remarque :

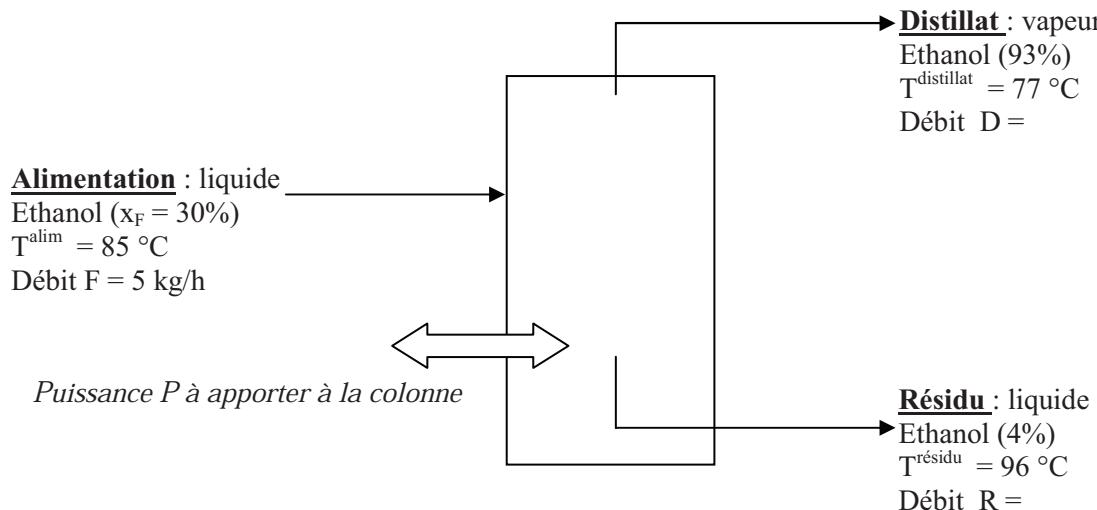
Dans le cas simple du changement d'état, la température de référence n'intervient pas dans l'expression finale.

## b- Changement de température et changement d'état

Dans la plupart des cas, le mélange à traiter subit à la fois une augmentation de température et un changement d'état.

### Exemple de calcul de puissance sur une colonne de distillation :

On considère une séparation d'un mélange eau/éthanol (contenant 30% massique d'éthanol dans le mélange d'alimentation) par distillation. On veut obtenir au distillat 93 % d'éthanol et au résidu un taux de 4% ; le débit d'alimentation est de : 5 Kg/h.



1. Déterminer, à partir de bilans de matière les débits de résidu et de distillat.
2. Déterminer, à partir d'un bilan enthalpique la puissance à apporter à la colonne.

*Données :*

Chaleurs spécifiques :

- De l'eau liquide :  $C_{p_{\text{eau}}}^{\text{liq}} = 4,18 \text{ J/g. } ^\circ\text{C}$
- Du éthanol liquide :  $C_{p_{\text{éthanol}}}^{\text{liq}} = 2,39 \text{ J/g. } ^\circ\text{C}$

Chaleurs latentes de vaporisation = 91 °C :

- Eau :  $L_{v_{\text{eau}}} = 2255 \text{ KJ/kg}$
- Ethanol :  $L_{v_{\text{éthanol}}} = 854 \text{ kJ/kg}$

Les enthalpies de mélange (liquide et gaz) sont nulles

Température de référence = 20 °C

### Bilan de matière sur la colonne :

$$R = \frac{F \cdot (\alpha_P - x_D)}{(\alpha_R - x_D)}$$

Bilan Global sur la colonne :

$$F = D + R \quad \longrightarrow \quad D = F - R$$

$$R = 3,54 \text{ kg/h}$$

$$D = 1,46 \text{ kg/h}$$

Bilan partiel sur l'éthanol :

$$F \cdot x_F = D \cdot x_D + R \cdot x_R$$

$$F \cdot x_F = (F - R) \cdot x_D + R \cdot x_R$$

$$F \cdot (x_F - x_D) = R \cdot (x_R - x_D)$$

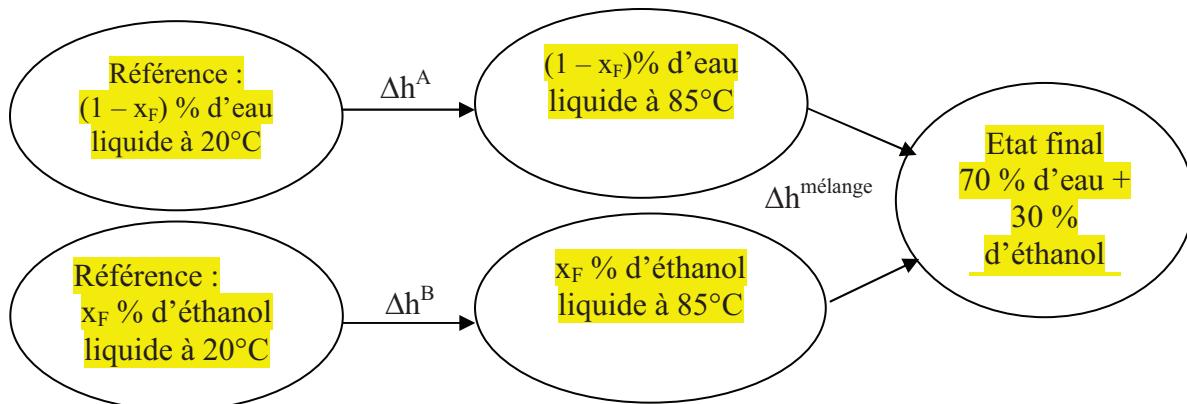
**Bilan enthalpique sur la colonne :**

Pas de réaction chimique  
Pas de perte thermique

$$P + \Delta H^{\text{alim}} = \Delta H^{\text{distillat}} + \Delta H^{\text{résidu}}$$

Il faut estimer tous les  $\Delta H$  :

- $\Delta H^{\text{alim}}$  : variation d'enthalpie entre la référence et l'alimentation.
- $\Delta H^{\text{distillat}}$  : variation d'enthalpie entre la référence et le distillat.
- $\Delta H^{\text{résidu}}$  : variation d'enthalpie entre la référence et le résidu.
- P : puissance apportée ou soutirée.
- 

**Enthalpie de l'alimentation :**

$$\Delta H^A = F \cdot (1 - x_F) \cdot Cp_{\text{eau}}^{\text{liq}} \cdot (T^{\text{alim}} - T^{\text{ref}})$$

$$\Delta H^B = F \cdot x_F \cdot Cp_{\text{éthanol}}^{\text{liq}} \cdot (T^{\text{alim}} - T^{\text{ref}})$$

$$\Delta H^{\text{mélange}} = 0$$

$$(h^{\text{alim}} - h^{\text{ref}}) = \Delta H^A + \Delta H^B + \Delta H^{\text{mélange}}$$

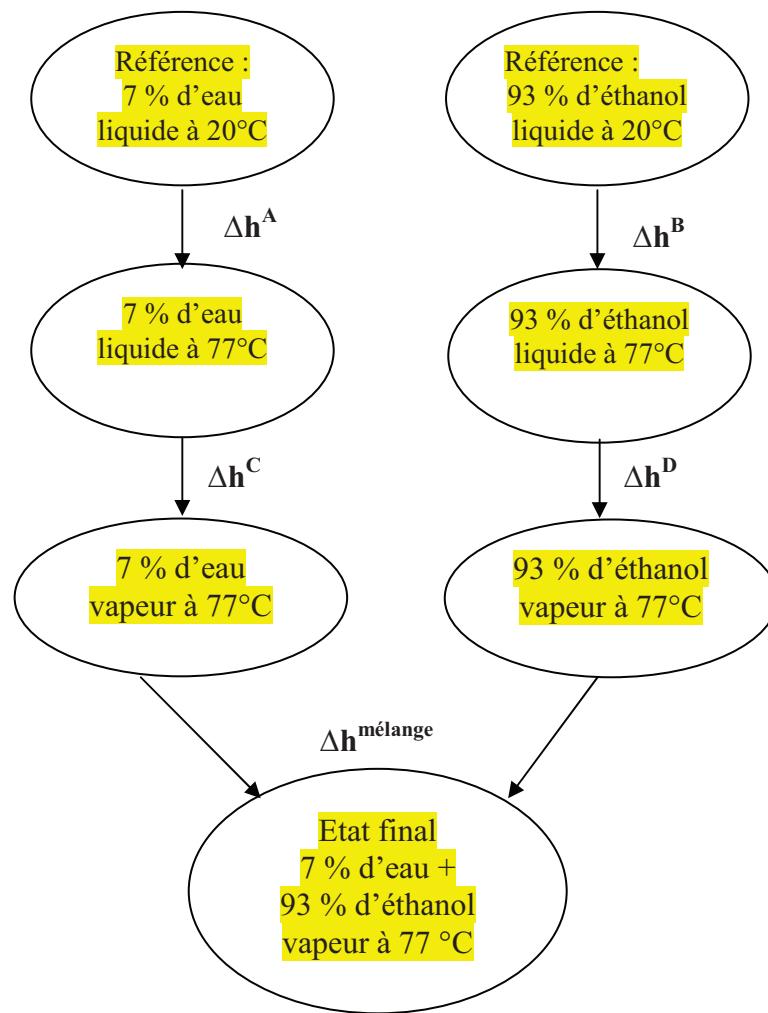
$$\Delta H^{\text{alim}} = F \cdot (h^{\text{alim}} - h^{\text{ref}}) = F \cdot (x_F \cdot Cp_{\text{éthanol}}^{\text{liq}} + (1 - x_F) \cdot Cp_{\text{eau}}^{\text{liq}}) \cdot (T^{\text{alim}} - T^{\text{ref}})$$

$$\Delta H_1 = 1,18 \cdot 10^3 \text{ kJ/h} = 328 \text{ W}$$

**Enthalpie du résidu :**

$$\Delta H^{\text{résidu}} = R \cdot (h^R - h^{\text{ref}}) = R \cdot (x_R \cdot Cp_{\text{éthanol}}^{\text{liq}} + (1 - x_R) \cdot Cp_{\text{eau}}^{\text{liq}}) \cdot (T^R - T^{\text{ref}})$$

$$\Delta H_1 = 1,12 \cdot 10^3 \text{ kJ/h} = 307 \text{ W}$$

Enthalpie du distillat :

$$\Delta H^A = D \cdot (1 - x_D) \cdot Cp_{\text{eau}}^{\text{liq}} \cdot (T^D - T^{\text{ref}})$$

$$\Delta H^B = D \cdot x_D \cdot Cp_{\text{éthanol}}^{\text{liq}} \cdot (T^D - T^{\text{ref}})$$

$$\Delta H^C = D \cdot (1 - x_D) \cdot Lv_{\text{eau}}$$

$$\Delta H^D = D \cdot x_D \cdot Lv_{\text{éthanol}}$$

$$\Delta H^{\text{mélange}} = 0$$

$$\Delta H^D = D \cdot (h^D - h^{\text{ref}}) = D \cdot [x_D \cdot Cp_{\text{éthanol}}^{\text{liq}} + (1 - x_D) \cdot Cp_{\text{eau}}^{\text{liq}}] \cdot (T^D - T^{\text{ref}}) + D \cdot [x_D \cdot Lv_{\text{éthanol}} + (1 - x_D) \cdot Lv_{\text{eau}}]$$

$$\Delta H_1 = 1,6 \cdot 10^3 \text{ kJ/h} = 444 \text{ W}$$

Puissance à fournir au bouilleur :

$$P = \Delta H^D + \Delta H^R - \Delta H^{\text{alim}}$$

$$P = 423 \text{ W}$$

### 3- Cas de la réaction chimique

Au cours d'une transformation, il n'y a pas uniquement des variations de température ou des changements d'état, il peut y avoir des réactions chimiques avec consommation et production d'espèces diverses. Le terme lié à la réaction chimique est nul, il est alors nécessaire de calculer l'enthalpie de la réaction dégagée ou absorbée au cours de la transformation. Le calcul devient un peu plus compliqué.

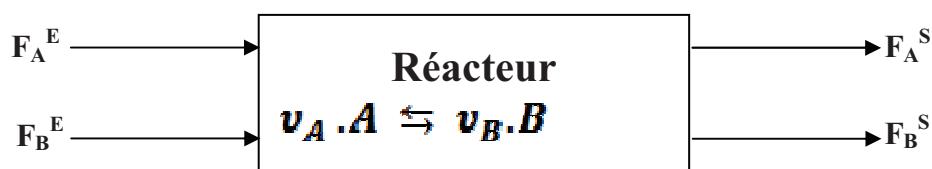
#### a- Variation d'enthalpie de réaction

**La variation d'enthalpie de réaction** ( $\Delta H_R$  en watt) est l'énergie libérée ou absorbée au cours d'une transformation.

Elle est calculable à partir de **l'enthalpie de réaction** (( $\Delta H_r$  en J/mol en J/Kg) :

$$P_v = \Delta H_R = \xi \cdot \Delta H_r^*$$

**Avancement de la réaction (mol/s ou Kg/s) :  $\xi > 0$**



Pour une réaction  $v_A \cdot A \rightleftharpoons v_B \cdot B$  ( $v$  : coefficient stœchiométrique), l'avancement de la réaction est défini par la relation suivante :

$$\xi = \frac{|F_A^E - F_A^S|}{v_A} = \frac{|F_B^E - F_B^S|}{v_B}$$

$\xi$  = débit de réactifs consommés dans le réacteur

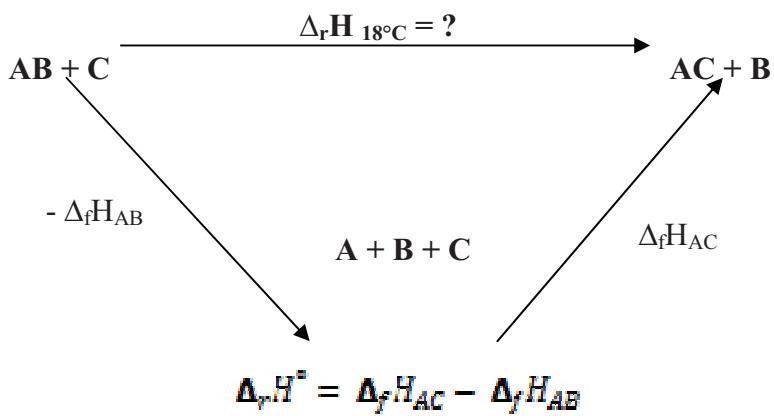
$\xi$  = débit de produits formés dans le réacteur

## b- Rappels de thermochimie

### *Calcul d'enthalpie de réaction*

L'enthalpie de réaction est calculable à partir de données thermodynamiques telles que les enthalpies d'autres réactions et/ou les enthalpies de formation des corps purs.

**Exemple 1 :** Calcul de la variation d'enthalpie molaire d'une réaction  $\Delta_rH$  à une température de référence (18 °C) en fonction des enthalpies molaires de formation des réactifs et des produits à 18°C.

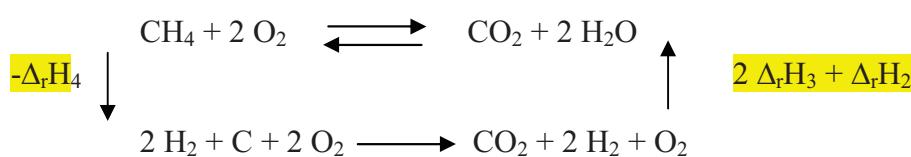


En général :

$$\Delta_rH^{\circ} = \sum_{\text{produit } i} v_i \Delta_f H_i^{\circ} - \sum_{\text{réactif } j} v_j \Delta_f H_j^{\circ}$$

**Exemple 2 :** Evaluer l'enthalpie de la réaction (1) à partir des enthalpies de formation de CH<sub>4</sub>, H<sub>2</sub>O et CO<sub>2</sub>.

- |     |  |   |
|-----|--|---|
| (1) | $CH_4(g) + 2 O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + 2 H_2O(l)$ | $\Delta_rH_1 = ?$                           |
| (2) | $C(s) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g)$                  | $\Delta_rH_2 = -94,05 \text{ cal.mol}^{-1}$ |
| (3) | $H_2 + \frac{1}{2} O_2(g) \rightarrow H_2O(l)$       | $\Delta_rH_3 = -68,3 \text{ cal.mol}^{-1}$  |
| (4) | $2 H_2(g) + C(s) \rightarrow CH_4(g)$                | $\Delta_rH_4 = -17,89 \text{ cal.mol}^{-1}$ |



$$\Delta_rH_1 = -\Delta_rH_4 + \Delta_rH_2 + 2 \cdot \Delta_rH_3 = -212,76 \text{ cal.mol}^{-1}$$

### Variation de l'enthalpie de réaction avec la température

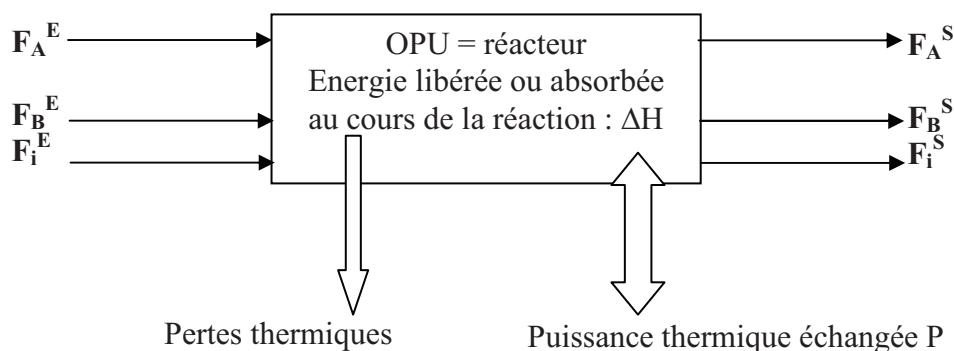
- Si les réactifs et produits sont à la même température.

$$\Delta H_R(T) = \Delta H_R(T_0) + \sum_{\text{produits}} F_j^S \cdot C p_j (T - T_0) - \sum_{\text{réactifs}} F_i^E \cdot C p_i (T - T_0)$$

- Si les réactifs sont à  $T_1$  et les produits à  $T_2$  :

$$\Delta H_R(T_1 T_2) = \Delta H_R(T_0) + \sum_{\text{produits}} F_j^S \cdot C p_j (T_2 - T_0) - \sum_{\text{réactifs}} F_i^E \cdot C p_i (T_1 - T_0)$$

### c- Bilan enthalpique avec réaction chimique



#### Bilan général :

$$\text{ENTREE} + \text{SOURCE} = \text{SORTIE} + \text{ACCUMULATION} + \text{PERTES THERMIQUES}$$

#### *Entrée :*

- Chaleur apportée par le flux du mélange à la température  $T^E$
- Puissance échangée ( $P >$  : puissance apportée ;  $P <$  : puissance évacuée)

#### *Sortie :*

- Chaleur évacuée par le flux du mélange à la température  $T^S$
- Pertes thermiques (en Watt) sur l'OPU

*Source :* flux de chaleur dégagée ou consommée par la réaction

$$\text{Source} = -\Delta H_R$$

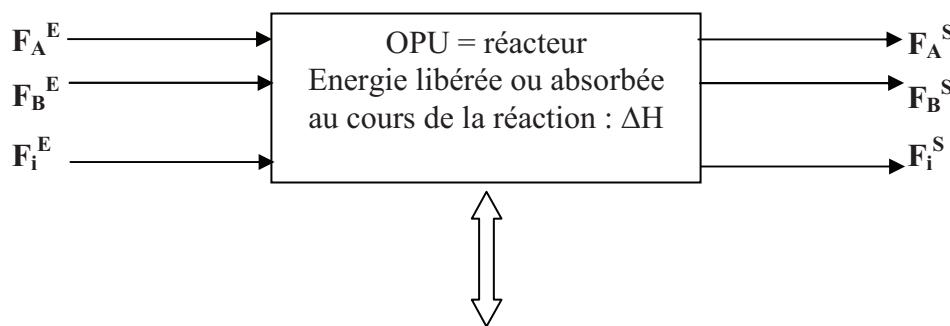
- $\Delta H_R > 0$  donc source  $< 0$  : réaction endothermique
- $\Delta H_R < 0$  donc source  $> 0$  : réaction exothermique

Rappel : si la réaction n'est pas totale :  $\Delta H_R = \xi \cdot \Delta H_R^\circ$  (enthalpie de la réaction)

**Exemple :**

On considère un réacteur adiabatique où a lieu la réaction chimique :  $i \rightleftharpoons j$

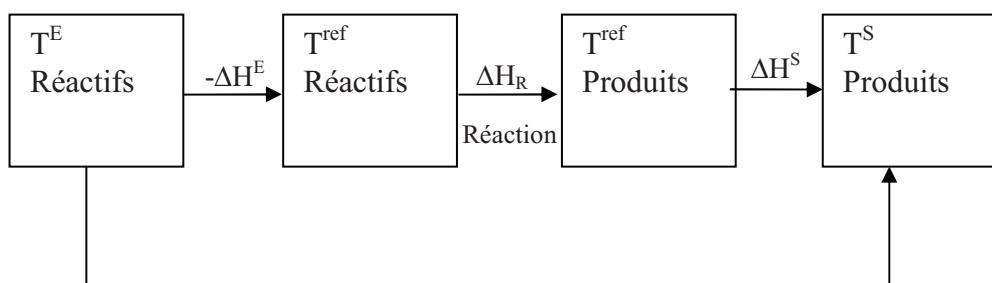
Le flux d'entrée est composée de n constituants liquides à la température  $T^E$ , le flux de sortie de m constituants. Les données du problème sont les chaleurs spécifiques molaires de tous les constituants  $Cp_k$  et l'enthalpie molaire de la réaction  $\Delta H_r$  à la température  $T^{ref}$ . Quelle puissance faut-il apporter au réacteur pour obtenir une température de sortie  $T^S$  ?



Puissance thermique échangée  $P$  ??

**Bilan enthalpique :**

$$\Delta H^E + P - \Delta H_r = \Delta H^S + Pertes$$



$$P = \Delta H_r + \Delta H^S - \Delta H^E + Pertes \quad (\text{avec pertes} = 0)$$

Si le réacteur est adiabatique ou centrifugé :  $P = 0$ , donc le bilan enthalpique s'écrit :

$$\Delta H^E + P - \Delta H_R(T_{ref}) = \Delta H^S$$

Donc

$$P = \Delta H_R(T_{ref}) + \sum_k F_i^S \cdot \int_{T_{ref}}^{T_S} C p_i \, dT - \sum_i F_i^E \cdot \int_{T_{ref}}^{T_E} C p_i \, dT$$

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

1. Cabassud, M. et Mazoin JF. (2013) ; Introduction au génie des procédés : applications et développements. Tec & Doc, Lavoisier, Paris.
2. Fauduet, H. (2012) ; Principes fondamentaux du génie des procédés et de la technologie chimique : aspects théoriques et pratiques. Tec & Doc, Lavoisier, Paris.
3. Ghasem, N., Henda, R. et Lafond, V. (2012). Bilans matières et énergétique pour l'ingénierie chimique : principes et applications pratiques. DeBoeck, Bruxelles - Belgique.
4. Morvan, D. (2009) ; Les opérations unitaires : procédés industriels, cours et exercices corrigés. Ellipses, Paris-France.
5. Ronze, D. (2008) ; Introduction au génie des procédés. Tec & Doc, Lavoisier, Paris.