الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

Département de Mathématiques
Faculté des Sciences
Université Sétif 1

Algèbre 1

2016/2017 (Semestre 1)
1ère Année L.M.D – Maths-Info.
Matière : Algèbre 1

Examen d'Algèbre I

Le 07/01/2017
Durée: 1h30

Exercice n° 01: [05 pts]

On considère l'application $f : IR - \{3\} \rightarrow IR$ définie par $f(x) = \dfrac{2+x}{3-x}$.

1) f est-elle injective ? surjective ? bijective ? (Justifier).

2) Si $f : IR - \{3\} \rightarrow X$ (où $X \subset IR$), déterminer X pour que f soit bijective; puis donner f^{-1}.

Exercice n° 02: [05 pts]

On considère les deux polynômes $A = X^5 - 4X^3 - 2X^2 + 3X + 2$ et $B = X^4 - 4X^2 + 3$.

1) Déterminer un p.g.c.d. D de A et B.

2) Trouver deux polynômes u et v dans $IR[X]$ vérifiant l'identité $Au + Bv = D$.

Exercice n° 03: [10 pts]

Soit E un ensemble non vide; et soient A, B et C trois parties de E.

1) Rappeler la définition de la partie $A\Delta B$ (c'est la différence symétrique de A et B).

2) Vérifier que $A\Delta B = B\Delta A$, $A\Delta\phi = A$ et $A\Delta A = \phi$.

3) Rappeler la deuxième formule de $A\Delta B$.

4) Déduire de (3) que : $x \notin A\Delta B \Leftrightarrow (x \notin A$ et $x \notin B)$ ou $(x \in A$ et $x \in B)$.

5) Montrer que $(A\Delta B)\Delta C \subset A\Delta(B\Delta C)$.

6) Déduire de (5) et de la commutativité de Δ que $A\Delta(B\Delta C) \subset (A\Delta B)\Delta C$.

7) Déduire que $(\mathscr{P}(E), \Delta)$ est un **groupe commutatif**.

8) Montrer que si $A = B\Delta C$, alors $B = A\Delta C$.

9) Soit la relation $\Re$ définie sur $\mathscr{P}(E)$ par : $\forall A, B \in \mathscr{P}(E)$: $A \Re B \Leftrightarrow \exists D \in \mathscr{P}(E)$: $A = B\Delta D$.

Montrer que $\Re$ est une **relation d'équivalence** sur $\mathscr{P}(E)$.