Série de TD Nº 5
ELECTROCINETIQUE

Exercice 1

Soit le circuit suivant:

On a R_1=1KΩ, R_2= R_3=2KΩ, R_4=0.75KΩ, R_5=0.25KΩ et E=15v

1. Calculer la résistance totale R_T vue par la source E.
2. Calculer l'intensité du courant I fourni par la source E.
3. Calculer la tension U_3 aux bornes de R_3.
4. Calculer la tension U_4 aux bornes de R_4.
5. Calculer la tension U_5 aux bornes de R_5.
6. Calculer les courants qui circulent dans chaque branche.
7. Calculer la puissance dissipée par chaque résistance.
8. Calculer la puissance totale P_T dissipée par toutes les résistances et calculer la puissance P fournie par la source E. Conclure.

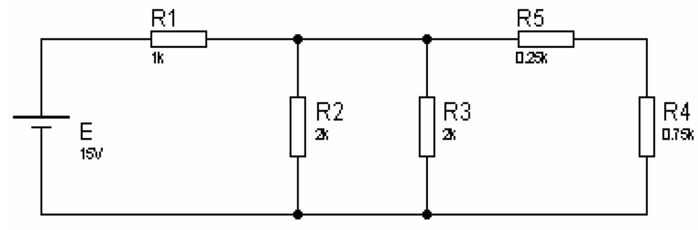


Figure 1

Exercice 2

On considère le circuit représenté par la figure suivante :

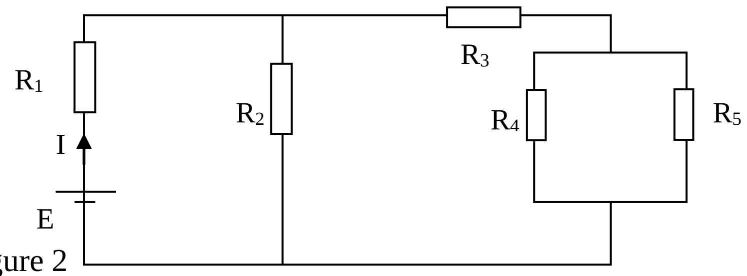


Figure 2

1- Calculer la valeur de l'intensité du courant I délivré par le générateur en utilisant les deux lois de Kirchhoff.
2- Retrouver la valeur du courant I, en utilisant la résistance équivalente du circuit.
3- Déterminer la différence de potentiel (d.d.p) aux bornes de R_2 et déduire la puissance dégagée par cette résistance (R_2)
4- Trouver les courants circulants dans les résistances R_4 et R_5.

On donne E=12V, R_1=2Ω, R_2=20Ω, R_3=16Ω, R_4=6Ω, R_5=12Ω

Exercice 3

Considérant le circuit représenté sur la figure 2.

-En appliquant les lois de Kirchoff, déterminez les valeurs du courant I_1, I_2 et I_3, Indiquez les sens corrects du courant

-Calculez la tension aux bornes de la résistance R_3

-Calculer la puissance dissipée dans la résistance R_3 par effet joule.

On donne : E_1=14 V, E_2=10 V, R_1=4Ω, R_2=6Ω et R_3=2Ω

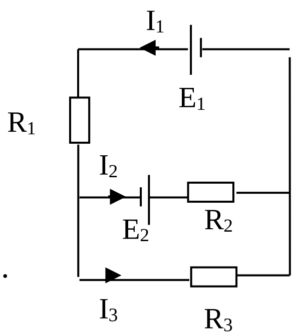


Figure 3

Exercice 4

Le circuit suivant comporte six résistances (R_1=10Ω, R_2=20Ω, R_3=20Ω, R_4=5Ω, R_5=6Ω, R_6=3Ω) et deux générateurs (E_1=20v, E_2=10v).

1- Simplifier le circuit électrique en calculant les résistances équivalentes.
2- Calculer les intensités des courants I_1, I_2 et I_3en utilisant les lois de Kirchoff.

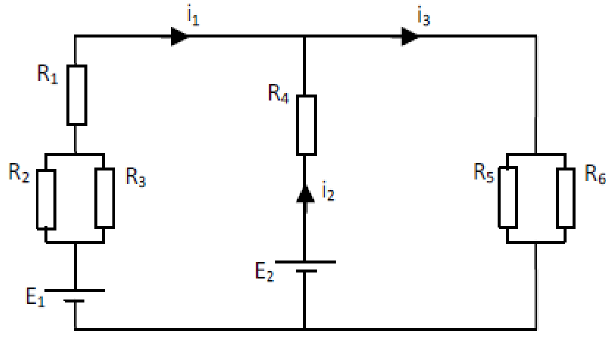


Figure 4

Exercice 5

Soit le circuit représenté sur la figure suivante :

On donne E_1=12V, E_2=8V, r_1= r_2=1Ω, R_1=4 Ω, R_2=3 Ω, R_3=5 Ω et C=2μF.

1- En supposant le condensateur complètement chargé, calculer les intensités des courants I_1, I_2 et I_3 en utilisant les lois de Kirchoff.
2- Calculer la différence de potentiel entre les points A et B.
3- Calculer la charge Q du condensateur. Quelle est l'énergie emmagasinée dans le condensateur ?
4- Quelle est la puissance dégagée par la résistance R_3.

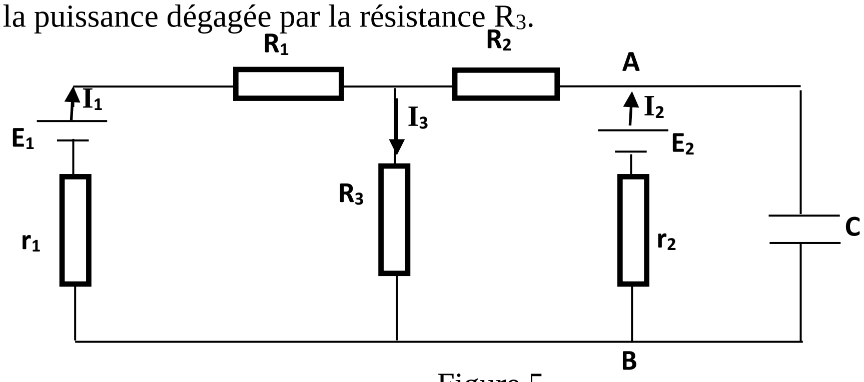


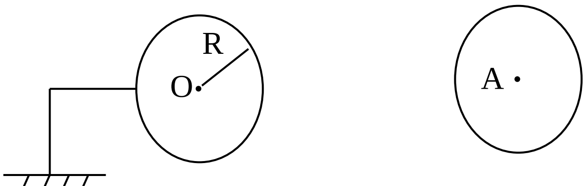
Figure 5

Université de Tlemcen
Département de mathématique
LMD MI
Année universitaire : 2019-2020

Série de TD Nº 4

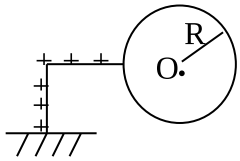
Conducteurs et Condensateurs

Exercice 1

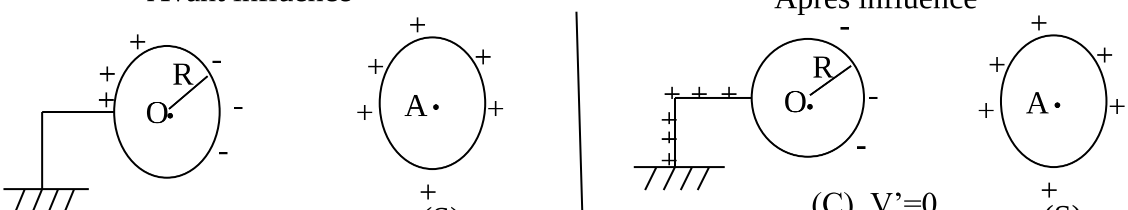


(C) (S), +Q

En négligeant l'influence de (S) sur (C), cherchons la charge q de (C)
Rappelons que lorsque le conducteur est lié au sol, les charges positives s'écoulent vers la masse et le potentiel V=0



Avant influence Après influence



(C) (S) (C), V'=0 (S)

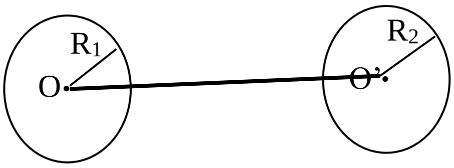
Après l'influence, les charges positives s'écoulent vers la masse et le conducteur (C) aura une charge négative et un potentiel nul V_C'=0

$V_C' = V_{C\,av} + V_{S/C}$

avec $V_{C\,av}$:est le potentiel de (C) avant l'influence et $V_{S/C}$:est le potentiel de (C) due à l'influence de (S) sur (C)

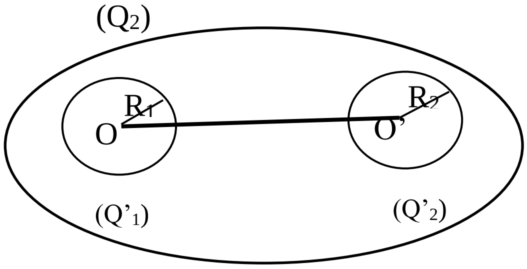
$V_{C\,av} = \frac{kq_C}{R}$ et $V_{S/C} = \frac{kQ_S}{d}$ (Q_S=+Q) donc $V_C' = \frac{kq_C}{R} + \frac{kQ}{d} = 0 \Rightarrow q_C = -\frac{QR}{d}$ avec d= OA

Exercice 2



(Q_1) (Q_2)

Cherchons Q_1'et Q_2' après influence
En liant les deux conducteurs par un fil conducteur ;
on aura la création d'un seul conducteur avec
Q'_1 et Q'_2 sont les charges deux conducteurs
après influence



Lorsque ce conducteur est en équilibre électrostatique

- Le potentiel est constant : $V_1' = V_2' \Rightarrow \frac{kQ_1'}{R_1} = \frac{kQ_2'}{R_2} \quad donc \ \frac{Q_1'}{R_1} = \frac{Q_2'}{R_2}$

- La charge totale dans le conducteur formé est la somme des charges des deux conducteurs car on néglige la charge portée par le fil

Q'₁+Q'₂=Q₁+Q₂

$$\begin{cases} \frac{Q'_1}{R_1} = \frac{Q'_2}{R_2} \\ Q'_1 + Q'_2 = Q_1 + Q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{Q'_1}{2} = \frac{Q'_2}{3} \\ Q'_1 + Q'_2 = 25 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} Q'_1 = 2\frac{Q'_2}{3} \\ 2\frac{Q'_2}{3} + Q'_2 = 25 \end{cases} \text{donc } Q'_2 = 15\mu C = Q_2 \text{ et } Q'_1 = 10\mu C = Q_1$$

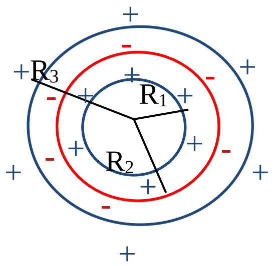
Les charges des deux conducteurs n'ont pas changé donc il n' y a pas eu de déplacement des charges car les deux conducteurs sont très éloignés.

Exercice 03

1- Le potentiel V_0 du conducteur S_1 de rayon R_1 $\quad V_0 = \frac{kQ_0}{R_1}$

L'énergie $E = \frac{1}{2C}Q^2 = \frac{1}{2}Q\,U = \frac{1}{2}C\,U^2$ donc $E = \frac{1}{2}Q\,U = \frac{1}{2}Q_0\,V_0$

2- On entoure S_1 de deux hémisphères métalliques (conductrices) donc on aura une - influence totale



a- Répartition des charges

Pour r<R₁ Q=0

Pour R₁ ≤r<R₂ Q=+Q₀

Pour R₂ ≤r<R₃ Q=+Q₀-Q₀=0

Pour r≥R₃ Q=+Q₀-Q₀+Q₀=+Q₀

b- Champ et potentiel électrique

Champ électrique

On prend comme surface de Gauss, une sphère de centre O et de rayon r. Par raison de symétrie le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss.

$$\emptyset = \oiint \vec{E}.\vec{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$\vec{E} \,//\, \vec{ds}$ Donc : $\oiint \vec{E}.\vec{ds} = \iint E.ds = E\iint ds = E.S = E4\pi r^2 \Rightarrow \boldsymbol{E4\pi r^2} = \frac{\sum \boldsymbol{Q_{int}}}{\boldsymbol{\varepsilon_0}}$

Donc $\Rightarrow \boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{Q_{int}}}{\boldsymbol{4\pi r^2 \varepsilon_0}}$

Pour r<R₁ Q=0 $\Rightarrow E_1 = 0$

Pour R₁ ≤r<R₂ Q=+Q₀ $\Rightarrow E_2 = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi r^2 \varepsilon_0}}$

Pour R₂ ≤r<R₃ Q=+Q₀-Q₀=0 $\Rightarrow E_3 = 0$

Pour r≥R₃ Q=+Q₀-Q₀+Q₀=+Q₀ $\Rightarrow E_4 = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi r^2 \varepsilon_0}}$

Potentiel électrique

Le potentiel électrostatique V(r) en tout point de l'espace.

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}v \Rightarrow E = -\frac{dv}{dr}$ donc $v = -\int E dr$

Pour r<R₁ $E_1 = 0 \Rightarrow v_1 = C_1$

Pour R₁ ≤r<R₂ $E_2 = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi r^2 \varepsilon_0}} \Rightarrow v_2 = -\frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi \varepsilon_0}}\int \frac{\boldsymbol{dr}}{\boldsymbol{r^2}} dr$ donc $v_2 = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi r \varepsilon_0}} + \boldsymbol{c_2}$

Pour R₂ ≤r<R₃ $E_3 = 0 \Rightarrow v_3 = C_3$

Pour r≥R$_3$ $E_4 = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi r^2 \varepsilon_0}} \Rightarrow v_4 = -\frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi\varepsilon_0}} \int \frac{dr}{\boldsymbol{r^2}} dr$ donc $v_4 = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi r\varepsilon_0}} + \boldsymbol{c_4}$

Le potentiel à l'infini (r $\to\infty$) v=0 donc $\lim_{r\to\infty} v_4 = 0$ donc C$_4$=0 Alors $\boldsymbol{v_4} = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi r\varepsilon_0}}$

Le potentiel est une fonction continue :

- en R$_3$ donc $v_4(R_3) = v_3(R_3)$ alors $v_3 = C_3 = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi R_3\varepsilon_0}}$ donc $\boldsymbol{v_3} = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi R_3\varepsilon_0}}$

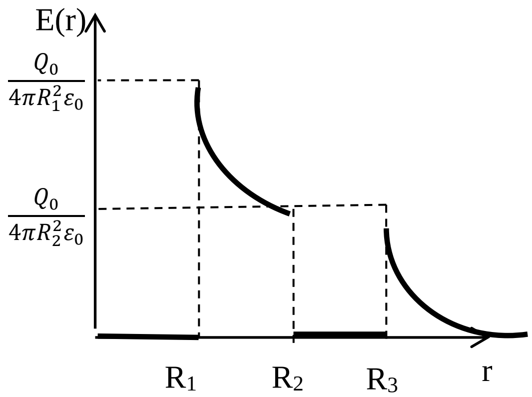
- en R$_2$ donc $v_3(R_2) = v_2(R_2)$ alors $\frac{Q_0}{4\pi R_3\varepsilon_0} = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi R_2\varepsilon_0}} + \boldsymbol{c_2}$ donc $c_2 = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2}\right)$

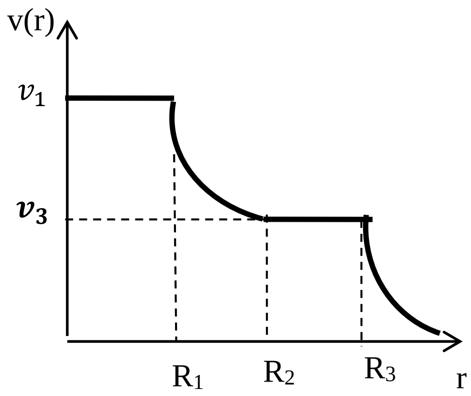
Et $\boldsymbol{v_2} = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi\varepsilon_0}}\left(\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{r}} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{R_3}} - \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{R_2}}\right)$

- en R$_1$ donc $v_1(R_1) = v_2(R_1)$ alors $v_1 = C_1 = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} - \frac{1}{R_2}\right)$

donc $\boldsymbol{v_1} = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi\varepsilon_0}}\left(\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{R_1}} + \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{R_3}} - \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{R_2}}\right)$

L'allure du champ électrique et du potentiel électrique en fonction de r :





c- En liant (S$_1$) et (S$_2$) par un fil conducteur, on aura un seul conducteur de rayon R$_3$ et de charge +Q$_0$ donc le champ $E = \frac{kQ_0}{R_3^2} = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi R_3^2 \varepsilon_0}}$ et le potentiel $E = \frac{kQ_0}{R_3} = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi_{\varepsilon_0} R_3}}$

d- En mettant S$_2$ en communication avec le sol, les charges se trouvant sur la surface extérieure du conducteur S$_2$ (de rayon R$_3$) s'écoulent vers la masse et v$_{ext}$=0
En revenant aux résultats de question b

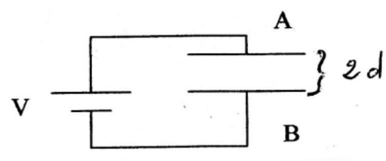
$$v_3 = C_3 = \boldsymbol{0}$$

- en R$_2$ donc $v_3(R_2) = v_2(R_2)$ alors $0 = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi R_2\varepsilon_0}} + \boldsymbol{c_2}$ donc $c_2 = -\frac{Q_0}{4\pi R_2\varepsilon_0}$

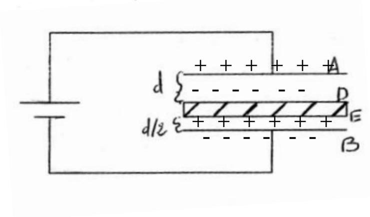
Et $\boldsymbol{v_2} = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi\varepsilon_0}}\left(\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{r}} - \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{R_2}}\right)$

- en R$_1$ donc $v_1(R_1) = v_2(R_1)$ alors $v_1 = C_1 = \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ donc $\boldsymbol{v_1} = \frac{\boldsymbol{Q_0}}{\boldsymbol{4\pi\varepsilon_0}}\left(\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{R_1}} - \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{R_2}}\right)$

Exercice 04:



1. Q=C U avec $C = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$ et U=V ; S=L. X donc $C = \frac{\varepsilon_0 L\, X}{2d}$ et $Q = \frac{\varepsilon_0 S}{e} V$
2. En plaçant une plaque métallique entre les armatures A et B, on aura la création de deux condensateurs liés en série. La charge dans les deux condensateurs est la même Q$_{AD}$=Q$_{EB}$=Q$_{AB}$ avec Q$_A$=-Q$_D$ et Q$_D$=-Q$_B$.



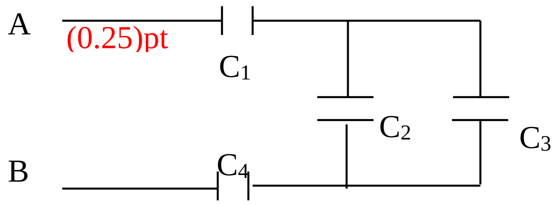
On calcule C$_{eq}$ des deux condensateurs formés

$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$avec $C_1 = \frac{\varepsilon_0 L\, X}{d}$ et $C_2 = \frac{\varepsilon_0 L\, X}{d/2} = \frac{2\varepsilon_0 L\, X}{d}$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{\frac{\varepsilon_0 L\,X}{d}} + \frac{1}{\frac{2\varepsilon_0 L\,X}{d}} = \frac{d}{\varepsilon_0 L\,X} + \frac{d}{2\varepsilon_0 L\,X} = \frac{3}{2}\frac{d}{\varepsilon_0 L\,X}$$

$\Rightarrow C_{eq} = \frac{2}{3}\frac{\varepsilon_0 L\,X}{d}$ avec $Q_{AB}= Q_{AD}=Q_{EB} =C_{eq}\, U=\frac{2}{3}\frac{\varepsilon_0 L\,X}{d}V$

Donc $Q_A=Q_E= \frac{2}{3}\frac{\varepsilon_0 L\,X}{d}V$ et $Q_D=Q_B=-\frac{2}{3}\frac{\varepsilon_0 L\,X}{d}V$



Exercice 5

A 1- La capacité équivalente

$C_{23} = C_2 + C_3 = 10 + 4 = 14\ \mu F$

$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{14} + \frac{1}{7} = \frac{10}{14} \Rightarrow C_{eq} = 1{,}4\mu F$

2-Les charges portées par les condensateurs

$Q_{eq} = C_{eq}U \Rightarrow Q_{eq} = 1{,}4x12 = 16{,}8\mu C$ U=U_{AB}=12 volt

$Q_{eq} = Q_{C_1} = Q_{C_2} = Q_{C_{23}} = 16{,}8\mu C$ et $U_{23} = U_2 = U_3 \Rightarrow \frac{Q_{C_{23}}}{C_{23}} = \frac{Q_{C_2}}{C_2} = \frac{Q_{C_3}}{C_3}$

$\Rightarrow Q_{C_2} = \frac{Q_{C_{23}} x\, C_2}{C_{23}} = \frac{16{,}8x10}{14} = 12\mu C$ et $Q_{C_3} = \frac{Q_{C_{23}} x\, C_3}{C_{23}} = \frac{16{,}8x4}{14} = 4{,}8\mu C$

3- Les ddp des condensateurs

$U_1 = \frac{Q_{C_1}}{C_1} = \frac{16{,}8}{2} = 8{,}4Volt$ et $U_4 = \frac{Q_{C_4}}{C_4} = \frac{16{,}8}{7} = 2{,}4Volt$ et $U_3 = U_2 = 12 - 8{,}4 - 2{,}4 = 1{,}2Volt$

B. La capacité du condensateur

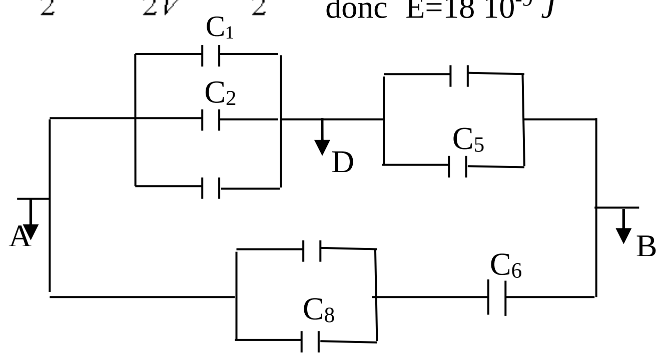
$V = \int Edl = E\int_A^B dl = Ed$

$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{Ed}$ donc $C = \frac{30x10^{-3}}{100x0{,}015}$ =20. $10^{-3}\ F$

C. L'énergie est:

$U = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}\frac{Q}{V}V^2 = \frac{1}{2}QV$ donc E=18 $10^{-9}\ J$

<u>Exercice 6 :</u>



1. $Q_{C1} = C_1 U_{AD} \Rightarrow U_{AD} = \frac{Q_{C1}}{C_1} = \frac{10}{4}$

$\Rightarrow U_{AD} = 2.5\ Volt$

2. $Q_{C2} = C_2 U_{AD} = 3.5x2.5 = 8.75\mu c$

$Q_{C3} = C_3 U_{AD} = 2.5x2.5 = 6.25\mu c$

3. $U_{BD} = 2\ Volt$

$Q_{C4} = C_4 U_{BD} = 5x2 = 10\mu C$

et $Q_{C5} = C_5 U_{BD} = 5x2 = 10\mu C$

4. Calculons C_{eq}

$C_{123}=C_1+C_2+C_3=4+3,5+2,5=10\mu F$

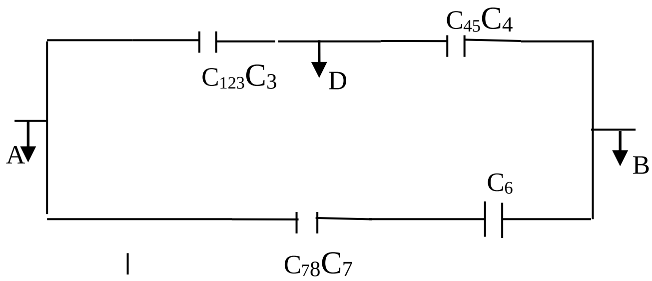
$C_{45}=C_4+C_5=5+5=10\mu F$

$C_{78}=C_7+C_8=5+5=10\mu F$

$$\frac{1}{C_{eq1}}=\frac{1}{C_{123}}+\frac{1}{C_{45}}=\frac{1}{10}+\frac{1}{10}=\frac{2}{10}\Rightarrow C_{eq1}=5\mu F$$

$$\frac{1}{C_{eq2}}=\frac{1}{C_{78}}+\frac{1}{C_6}=\frac{1}{10}+\frac{1}{10}=\frac{2}{10}\Rightarrow C_{eq2}=5\mu F$$

$C_{eq}=C_{eq1}+C_{eq2}=5+5=10\ \mu F$



5. L'énergie stoquée dans le condensateur C_1

$$E_{C1}=\frac{1}{2}C_1U_{AD}^2=\frac{1}{2}4\ (2,5)^2=12,5\mu j$$