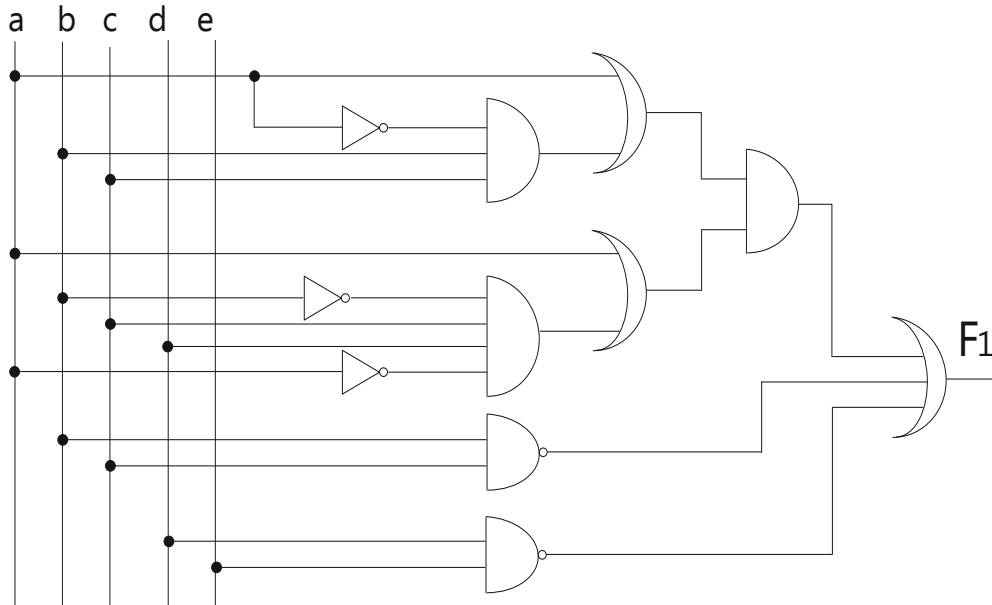


Exercice 1 :

On donne le schéma suivant de la fonction booléenne (F_1) exprimée en fonction des cinq variables booléennes (a, b, c, d, e):



Q1- Dédurre du schéma l'expression de la fonction (F_1) en fonction de (a, b, c, d, e). (2pts)

$$F_1 = (a + \bar{a}bc). (a + \bar{b}cd\bar{a}) + \bar{b}c + \bar{d}e \quad (*)$$

Q2- Donner l'expression simplifiée (F_{1s}) de la fonction (F_1) :

a/ par la méthode algébrique (donner les étapes de simplification). (2pts)

$$\begin{aligned} F_1 &= (a + \bar{a}bc). (a + \bar{b}cd\bar{a}) + \bar{b}c + \bar{d}e \\ F_1 &= (a + bc). (a + \bar{b}cd) + \bar{b}c + \bar{d}e \\ F_1 &= a + \bar{a}bcd + abc + 0 + \bar{b}c + \bar{d}e \quad (**) \\ F_1 &= a + \bar{b}c + \bar{d}e \end{aligned}$$

NB : on retrouve directement ce résultat en développant directement (*)

b/ par la table de Karnaugh (1.5pts)

Si on adopte (*), il n'y a rien à faire (forme déjà simplifiée), mais si on considère (**), on a :

\ a b c	0 0 0	0 0 1	0 1 1	0 1 0	1 1 0	1 1 1	1 0 1	1 0 0
d e								
0 0	1	1	1	1	1	1	1	1
0 1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 1	1	1	0	1	1	1	1	1
1 0	1	1	1	1	1	1	1	1

Donc (par Karnaugh) :: on considère l'état nul inverse :

$$\bar{F}_1 = \bar{a}bcde$$

D'où

$$F_1 = a + \bar{b} + \bar{c} + \bar{d} + \bar{e}$$

Q3- Donner l'expression de (F_{1s}) en **NAND(2)** , **PUIS** en **NOR(2)**. (2+2pts)

En 'NAND2' :

$$F_1 = \overline{\overline{a} \cdot \overline{b \cdot c} \cdot \overline{d \cdot e}}$$

En 'NOR2' :

$$F_1 = \overline{a + b + c} + \overline{d + e}$$

Q4- On compose une nouvelle fonction (G) à partir de la fonction (F_{1s}) comme suit :

$$G = F_{1s} \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e$$

En déduire l'expression de G en fonction des variables (a, b, c, d, e). (2pts)

$$G = a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e$$

Q5- Donner alors la forme simplifiée maximale de fonction $G_2 = G + \overline{a}\overline{b}\overline{c}\overline{d}\overline{e}$. (1.5pts)

(G₂) Reste inchangée (ne peut être simplifiée davantage) :

$$G_2 = a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} \cdot \overline{d} \cdot \overline{e}$$

Exercice 2 : (3pts)

Simplifier la fonction (F₂) définie par la table de Karnaugh suivante :

\ a b c	0 0 0	0 0 1	0 1 1	0 1 0	1 1 0	1 1 1	1 0 1	1 0 0
d e								
0 0	1							1
0 1		1		1	1		1	
1 1		1		1	1		1	
1 0	1							1

Regroupement selon les couleurs, donc :

$$F_2 = \overline{b} \cdot \overline{c} \cdot \overline{e} + \overline{b} \cdot c \cdot e + b \cdot \overline{c} \cdot e$$

Exercice 3 : Question d'excellence (4pts)

Simplifier la fonction (F₃) définie par la table de Karnaugh suivante :

\ a b c	0 0 0	0 0 1	0 1 1	0 1 0	1 1 0	1 1 1	1 0 1	1 0 0
d e								
0 0	1	1	1	1	1	1	1	1
0 1	1	1	1	1	1	1	1	1
1 1	1	1	1	1	1	0	1	1
1 0	1	1	1	1	1	1	1	1

Comme en exo1, on raisonne par contraposée (alors « 4pts », sinon « 2pts »):

$$\overline{F_3} = a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e$$

donc

$$F_3 = \overline{a} + \overline{b} + \overline{c} + \overline{d} + \overline{e}$$

Bon Courage