Université de Tlemcen
Faculté des Sciences

Année Universitaire 2019/2020

Département de Mathématiques

1ère Année LMD-MI

Cours d'ELECTRICITE

Chapitre 03: Conducteurs et Condensateurs

- ***Préparé par Mme Nadia Bachir***

Chapitre 03: Conducteurs et Condensateurs

A. Conducteurs

1. Définition

Un conducteur est un milieu dans lequel, il y a des charges positives et négatives qui peuvent se déplacer sous l'action d'un champ électrique

2. Conducteur en équilibre:

Un conducteur en équilibre électrostatique si les charges sont immobiles

3. Propriétés d'un conducteur en équilibre électrostatique isolé:

Champ électrique $\vec{E} = \vec{0}$

Potentiel électrique V=Constante

Charge électrique totale il y a autant de charges positives que de charges négatives donc $Q_{Totale}=0$

$\vec{E} = \vec{0}$

V=Cste

$\boldsymbol{Q_{Totale}=0}$

Chapitre 03: Conducteurs et Condensateurs

A. Conducteurs

- Dans un système isolé, il y a une conservation des charges électriques
- Les charges libres dans un conducteur se trouvent en surface avec une distribution superficielle

4. Champ électrique immédiat d’un conducteur en équilibre électrostatique:

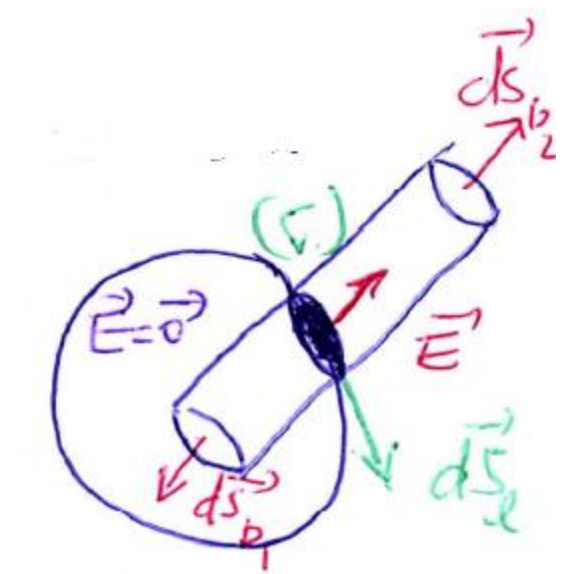
Soit un conducteur; on calcule le champ

au voisinage de la surface

On applique le Théorème de Gauss

La surface de Gauss est un cylindre coupant

La surface du conducteur



Chapitre 03: Conducteurs et Condensateurs

A. Conducteurs

$$\emptyset = \oiint \vec{E}.\overrightarrow{dS} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$\emptyset = \emptyset_{sbase1} + \emptyset_{Slat} + \emptyset_{sbase2} = \iint \vec{E}.\overrightarrow{dS_{B1}} + \iint \vec{E}.\overrightarrow{dS_{B2}} + \iint \vec{E}.\overrightarrow{dS_L}$$

$$\iint \vec{E}.\overrightarrow{dS_{B1}} = \vec{0}\ car\ \vec{E} = \vec{0}\ et\ \iint \vec{E}.\overrightarrow{dS_L} = \vec{0}\ car\ \vec{E} \perp \overrightarrow{dS_L}$$

$$\emptyset = \iint E.dS_{base} = E.S_{base} \qquad \Rightarrow \emptyset = E.S_{base} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$$dq = \sigma ds \Rightarrow Q_{int} = \sigma \iint ds = \sigma S_{base}$$

$$\Rightarrow E.S_{base} = \frac{\sigma S_{base}}{\varepsilon_0} \qquad \boldsymbol{E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}}$$

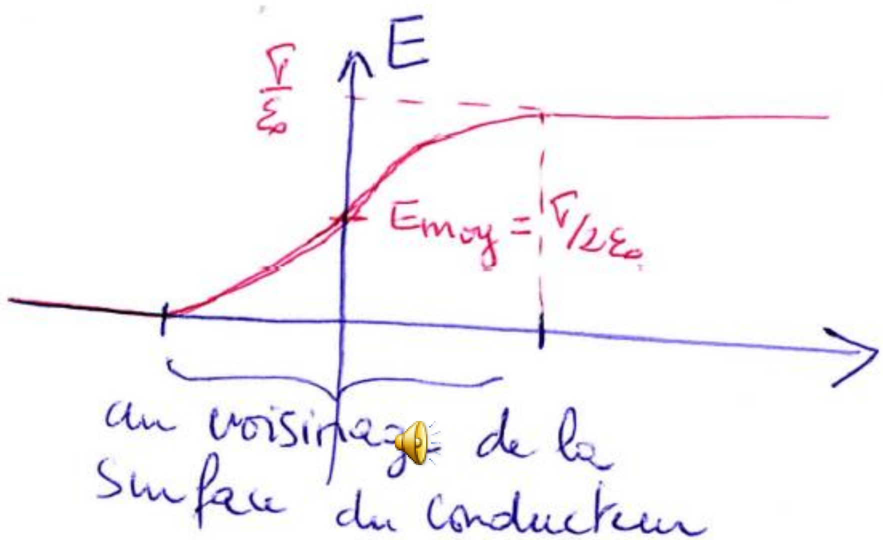
5. Enoncé du Théorème de Coulomb:

Le champ crée par les charges réparties en surface d'un conducteur en équilibre électrostatique

$\vec{E} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$ $\quad \vec{n}$:vecteur normal à la surface dirigé vers l'extèrieur

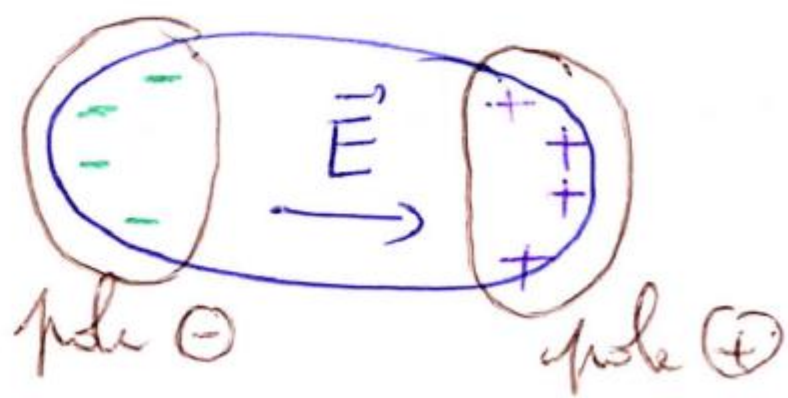
Chapitre 03: Conducteurs et Condensateurs

A. Conducteurs



6. Influence électrostatique et conducteurs:

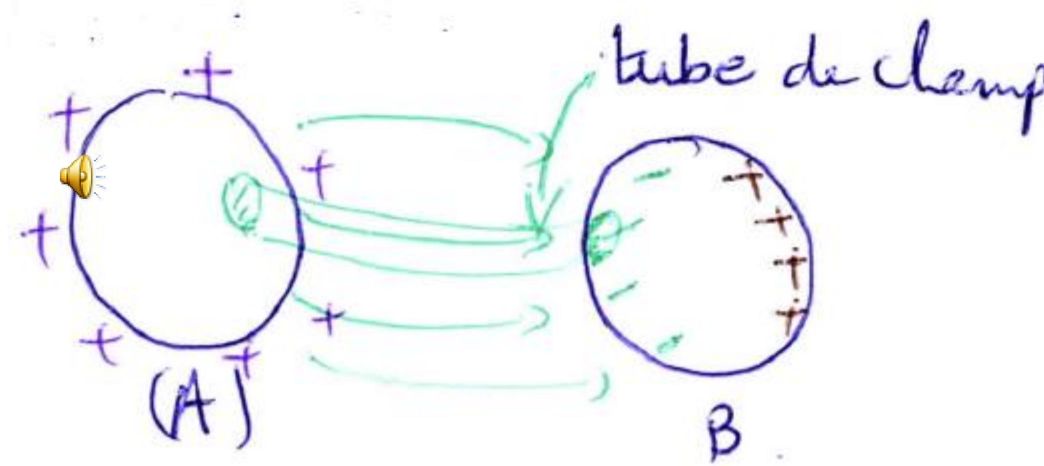
Si on place un conducteur dans un champ électrique, les charges positive vont dans le même sens du champ et les charges négatives vont dans le sens inverse et il y a la création de 2 pôles un positive et un autre négative



Chapitre 03: Conducteurs et Condensateurs
A. Conducteurs

6-1. Influence partielle:

Soit deux conducteurs: Un conducteur A chargé positivement et un conducteur B isolé et neutre. En approchant les deux conducteurs, les charges négatives dans le conducteur B se déplacent pour se rapprocher du conducteur A et les charges positives vont de l’autre coté.



Les charges portées par les deux conducteurs qui font face sont égales et de signes opposés

La charge du conducteur B reste la même; il y a juste une modification dans la répartition des charges

Chapitre 03: Conducteurs et Condensateurs

A. Conducteurs

Si le conducteur B est relié à la masse,
les charges positives s'écoulent vers
la masse, la charge dans le conducteur B
Q_1 est négative due à l'influence partielle.

6-2. Influence Totale:

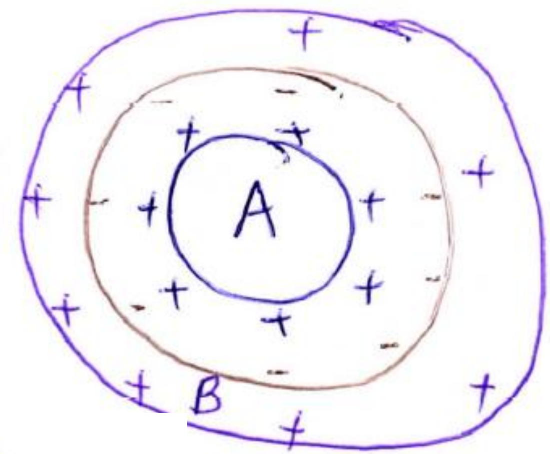
C'est le cas ou le conducteur A est complètement entouré par le conducteur B

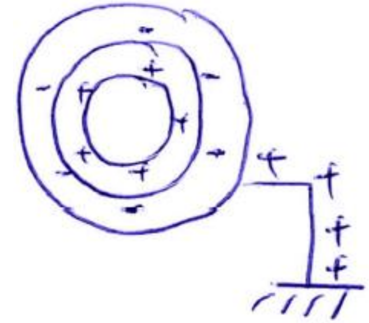
Pour la face externe de B nous avons 3 cas:

1- B isolé et neutre $Q_{B\ ext}=+Q_A$

2- B isolé et a une charge **Q' Alors** $Q_{B\ ext}=Q_A+Q'$

3- B relié au sol **V=0 et Q=0** car les charges positives s'écoulent vers la masse



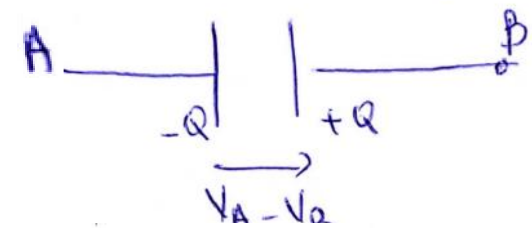


Chapitre 03: Conducteurs et Condensateurs
B. Condensateurs

1. Définition

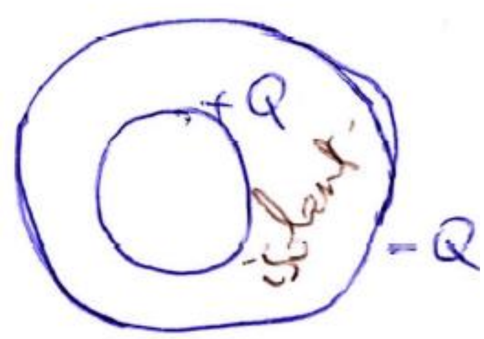
Un condensateur est un ensemble de deux conducteurs sous influence totale, les deux conducteurs sont appelés les armatures du condensateur, *la charge du condensateur est celle de son armature interne*. $\mathbf{V_1}$ le potentiel de l'armature interne; et $\mathbf{V_2}$ le potentiel de l'armature externe, $\mathbf{U = V_1 - V_2}$

son symbole



Q= C U avec C est la capacité

du condensateur son symbole est C et son unité est *Farad* et dépend de la géométrie du condensateur et de l'isolant se trouvant entre les deux armatures



Chapitre 03: Conducteurs et Condensateurs
B. Condensateurs

2. Méthodes de calcul de la capacité d'un condensateur

A. Capacité d'un condensateur sphérique

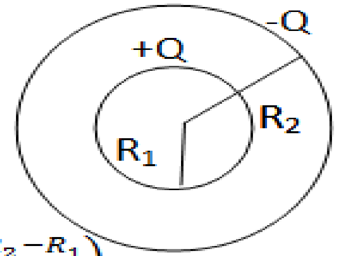
On considère deux sphères conductrices concentriques sous influence total l'une de charge +Q et l'autre de charge –Q.

Pour chercher la capacité de ce condensateur ainsi formé, on cherche d'abord le champ électrique en utilisant le Théorème de Gauss :

La surface de Gauss dans ce cas est une sphère de centre O et de rayon r; Par raison de symétrie le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss.

$$\emptyset = \oiint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$$

$\overrightarrow{E} \,//\, \overrightarrow{ds}$ Donc : $\oiint \vec{E}.\overrightarrow{ds} = \iint E.ds = E\iint ds = E.S = E4\pi r^2 \Rightarrow \boldsymbol{E4\pi r^2} = \frac{\sum Q_{int}}{\varepsilon_0}$



Pour $R_1<r<R_2$ $Q_{int}=Q$ donc $E = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}$

Le potentiel: $\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}\,V$ et $E = E(r) \Longrightarrow E = -\frac{dV}{dr} \Longrightarrow dV = -E.dr$

Pour $R_1<r<R_2$ $\int_{V_1}^{V_2} dV = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2} \Rightarrow V_2 - V_1 = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{R_2-R_1}{R_2.R_1}\right)$

La capacité: $Q = C.U$ avec $U = V_1 - V_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{R_2-R_1}{R_2.R_1}\right)$ donc $C = \frac{4\pi\varepsilon_0(R_2.R_1)}{R_2-R_1}$

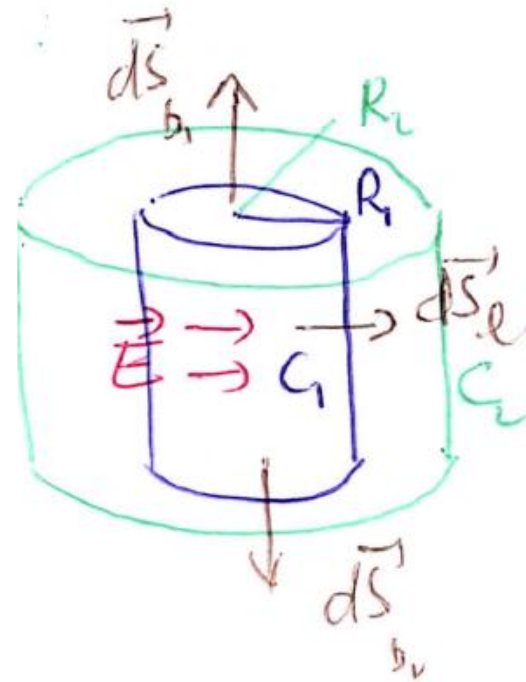
Chapitre 03: Conducteurs et Condensateurs
B. Condensateurs

- Dans le cas d'un condensateur sphérique ou les armatures sont très proches $R_1 \simeq R_2$ donc

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 R^2}{e} \Rightarrow C = \frac{4\pi R^2 \varepsilon_0}{e} \quad \text{donc} \quad C = \frac{\varepsilon_0 S}{e}$$

B. Capacité d'un condensateur cylindrique

On considère deux cylindres conducteurs coaxiaux sous influence total l'un de charge +Q et l'autre de charge –Q.



$$C = \frac{Q}{U} = \frac{Q}{(V_1 - V_2)}$$

Théorème de Gauss : $\emptyset = \oiint \vec{E}.\vec{dS} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

La surface de Gauss dans ce cas est un cylindre de rayon r et de hauteur h. Par raison de symétrie le champ est radial et constant en tout point de la surface de Gauss.

$$\emptyset = \emptyset_{sbase1} + \emptyset_{Slat} + \emptyset_{sbase2} = \iint \vec{E}.\overrightarrow{dS_{B1}} + \iint \vec{E}.\overrightarrow{dS_{B2}} + \iint \vec{E}.\overrightarrow{dS_L} =$$

$$\iint E.dS_{lat} = E.S_{lat}$$

Pour $R_1 < r < R_2$ $Q_{int} = Q$ donc $E\,2\pi r h \varepsilon_0 = Q \Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi r h \varepsilon_0}$

Chapitre 03: Conducteurs et Condensateurs
B. Condensateurs

Le potentiel: $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$ et $E = E(r) \Rightarrow E = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -E.dr$

Pour $R_1<r<R_2$ $\int_{V_1}^{V_2} dV = -\frac{Q}{2\pi h\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} \Rightarrow V_2 - V_1 = -\frac{Q}{2\pi h\varepsilon_0}(\ln R_2 - \ln R_1) = -\frac{Q}{2\pi h\varepsilon_0} ln\frac{R_2}{R_1}$

$$\text{Donc } U = V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi h\varepsilon_0} ln\frac{R_2}{R_1}$$

C étant la capacité du condensateur considéré, définie par Q=C U , on a : $C = \frac{2\pi h\varepsilon_0}{ln\frac{R_1}{R_2}}$

C. Capacité d'un condensateur plan

Ce condensateur est composé de deux plans chargés disposée parallèlement espacés d'un épaisseur e, la distribution de charge dans les deux armatures est surfacique.

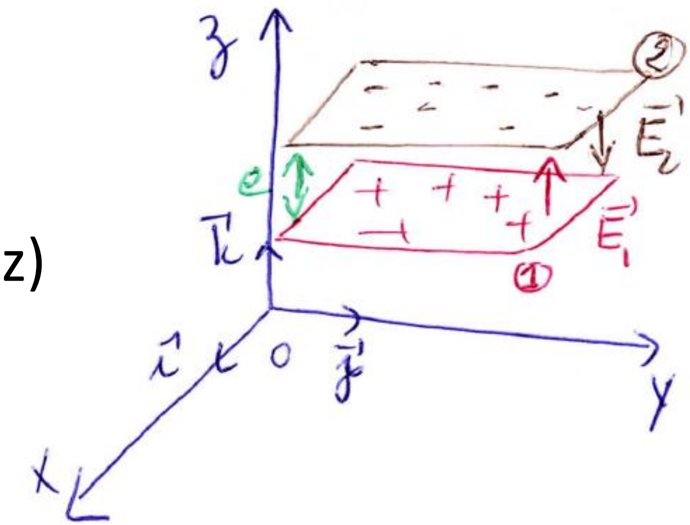
Supposons que C_1 a une Charge +Q et C_2 a une Charge –Q

Dans la première armature: $\vec{E_1} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{k}$

Dans la deuxième armature: $\vec{E_2} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(-\vec{k}) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{k}$

Chapitre 03: Conducteurs et Condensateurs
B. Condensateurs

Entre les deux armatures $\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2}$



$$\vec{E} = \left(\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\vec{k} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{k}$$

Potentiel $\vec{E} = -\overrightarrow{grad\, v}$ avec E est suivant (Oz)

Donc $E = -\frac{dv}{dz} \Rightarrow dv = -Edz$

$$\int_{v_1}^{v_2} dv = -\int_{z_1}^{z_2} Edz \Rightarrow v_2 - v_1 = -E(z_2 - z_1) = -E.e$$

$$U = v_1 - v_2 = E.e = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.e$$

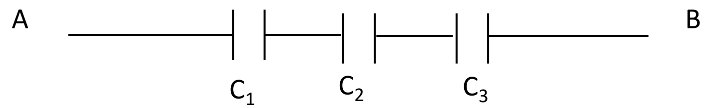
Il y a une distribution surfacique des charges

$$Q = \sigma.s \Rightarrow \sigma = \frac{Q}{s} \quad donc\ U = \frac{e.\,^{Q}/_{s}}{\varepsilon_0}$$

$$U = \frac{e.Q}{s.\varepsilon_0} avec\ Q = C.U\ donc\ C = \frac{s.\varepsilon_0}{e}$$

Chapitre 03: Conducteurs et Condensateurs
B. Condensateurs

3. Association des condensateurs:



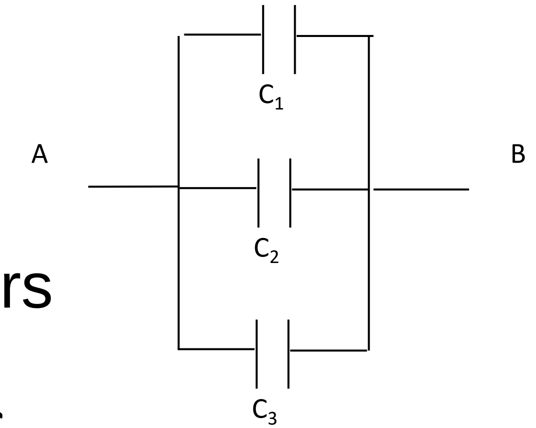
En série

$Q=C.\ U$ et $U_{AB}=U_1+U_2+U_3$ et $Q_{AB}=Q_{C1}=Q_{C2}=Q_{C3}$

Dans un branchement en série, la même charge circule dans les condensateurs

$$U_{AB}=\frac{Q_{AB}}{C_{eq}}=\frac{Q_{C1}}{C_1}+\frac{Q_{C2}}{C_2}+\frac{Q_{C3}}{C_3}\Rightarrow\frac{1}{C_{eq}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}$$

En parallèle



$U_{AB}=U_1=U_2=U_3$ et $Q_{AB}=Q_{C1}+Q_{C2}+Q_{C3}$

Dans un branchement en parallèle,

la différence de potentiel reste la même par

Contre la charge se divise sur les condensateurs

$Q_{AB}=C_{eq}.\ U_{AB}=C_1.U_1+C_2.U_2+C_3.U_3$ donc $C_{eq}=C_1+C_2+C_3$

Chapitre 03: Conducteurs et Condensateurs
B. Condensateurs

4. Energie d'un condensateur

$$dw = \vec{F}.\overrightarrow{dl};\ \vec{F} = q\vec{E}\ \ donc\ \ dw = q\vec{E}.\overrightarrow{dl}$$

- $$w = q\int \vec{E}.\overrightarrow{dl} = q(V_A - V_B) = qU\ \ donc\ \ w = q.U$$

L'énergie potentielle d'une charge ponctuelle $E_P = \frac{1}{2}Q.U$

Pour un condensateur de capacité C soumis a une différence de potentiel U portant une charge Q

$$E_P = \frac{1}{2}Q.U \Rightarrow E_P = \frac{1}{2}C.U^2\ et\ E_P = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$