

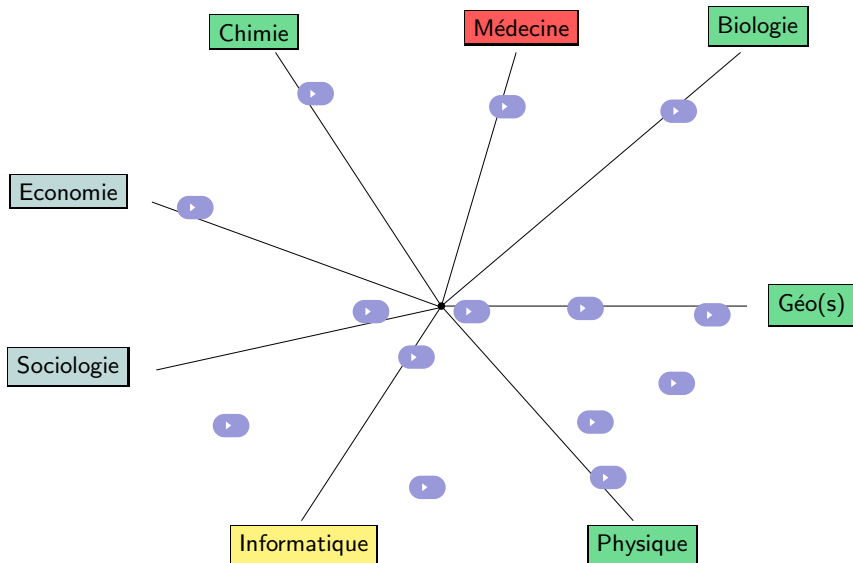
Les liens des mathématiques appliquées avec les sciences

Département de Mathématiques Appliquées¹

¹Université de Namur

Journée sur les activités de recherche, Mars 2007

La recherche au département de Mathématiques



Quelles interactions avec les autres sciences ?

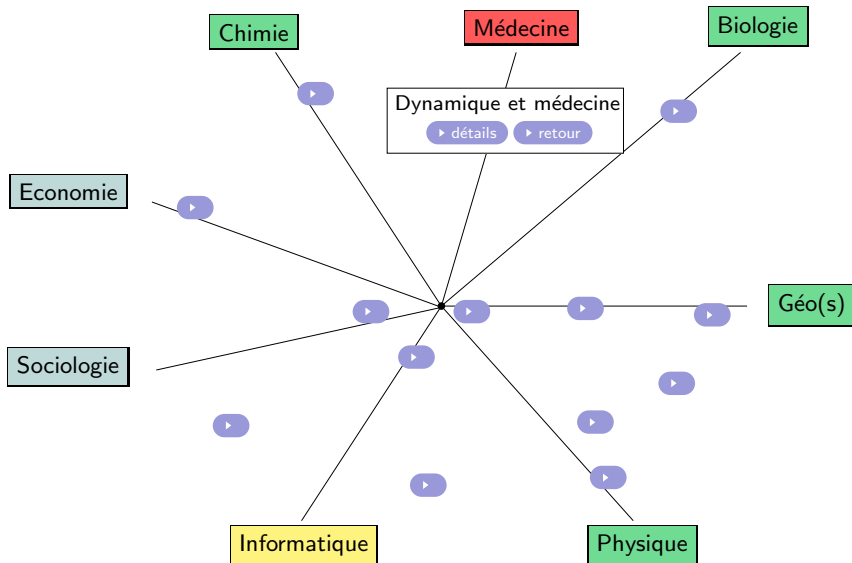
Dans les sujets présentés

Thèmes récurrents :

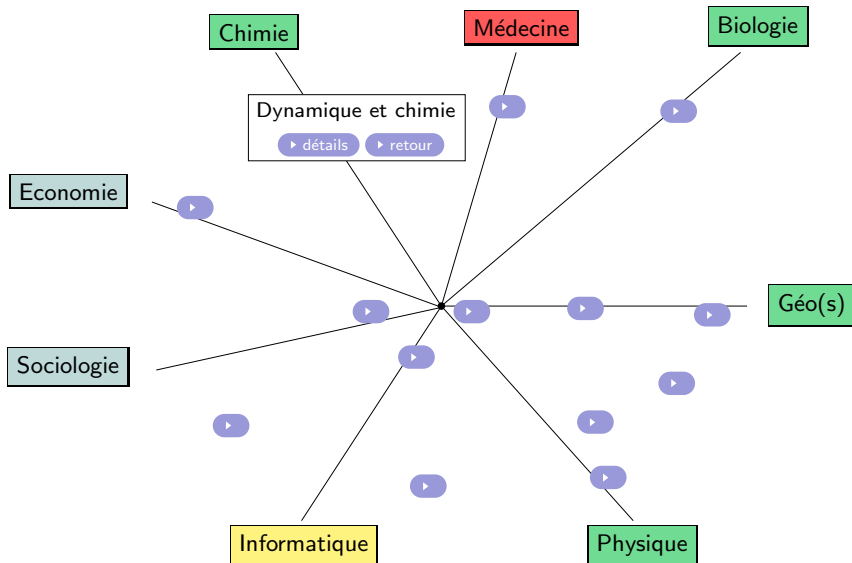
- populations
- hiérarchie et réseaux
- dynamique
- calcul/simulation

Vos suggestions ?

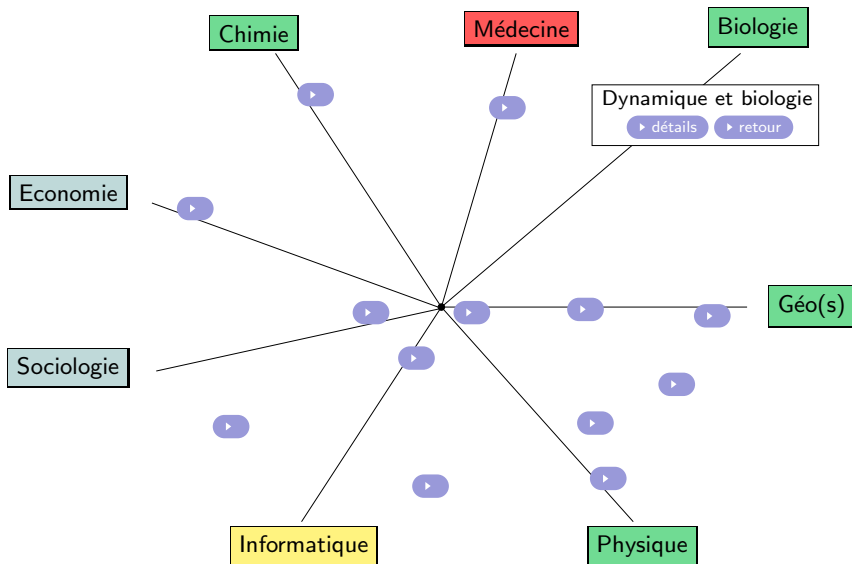
La recherche au département de Mathématique



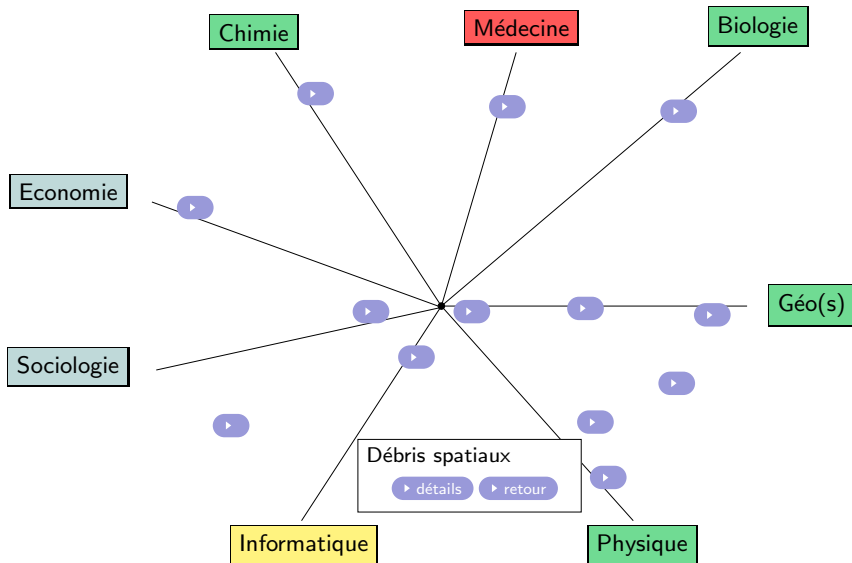
La recherche au département de Mathématique



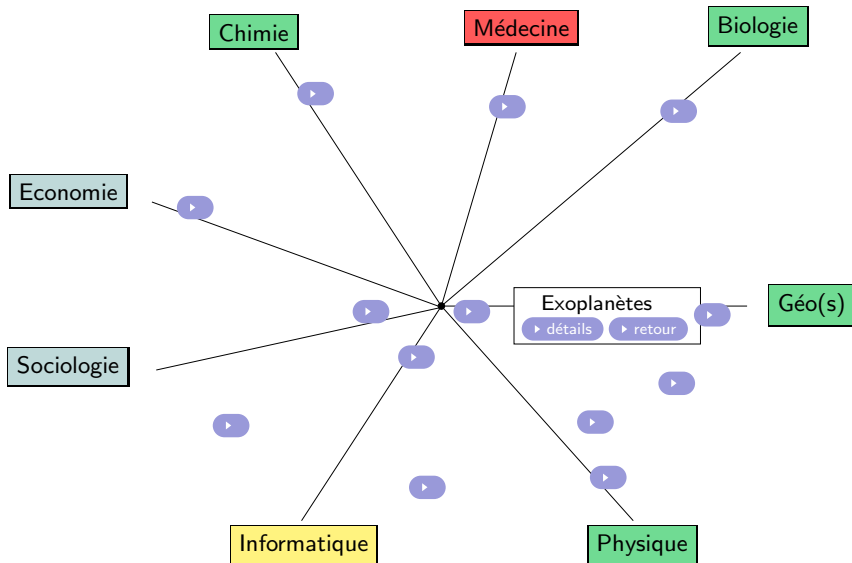
La recherche au département de Mathématique



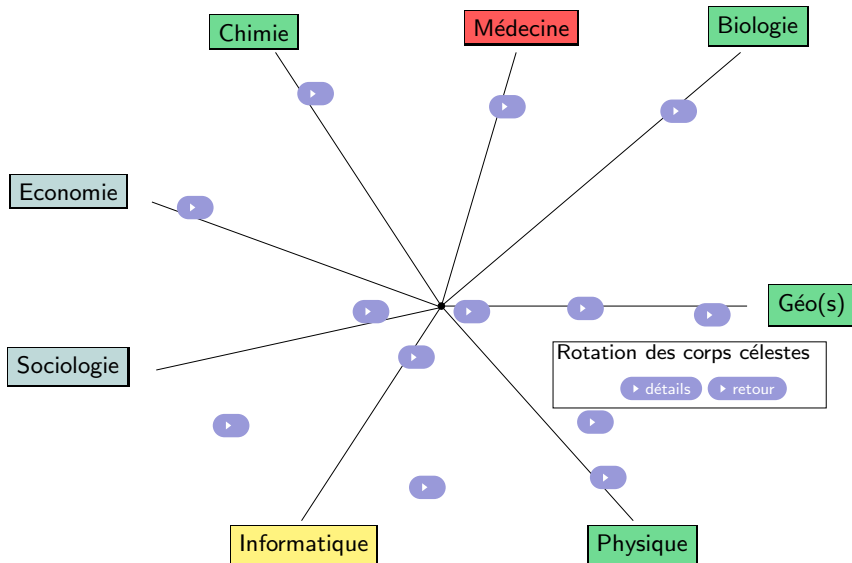
La recherche au département de Mathématique



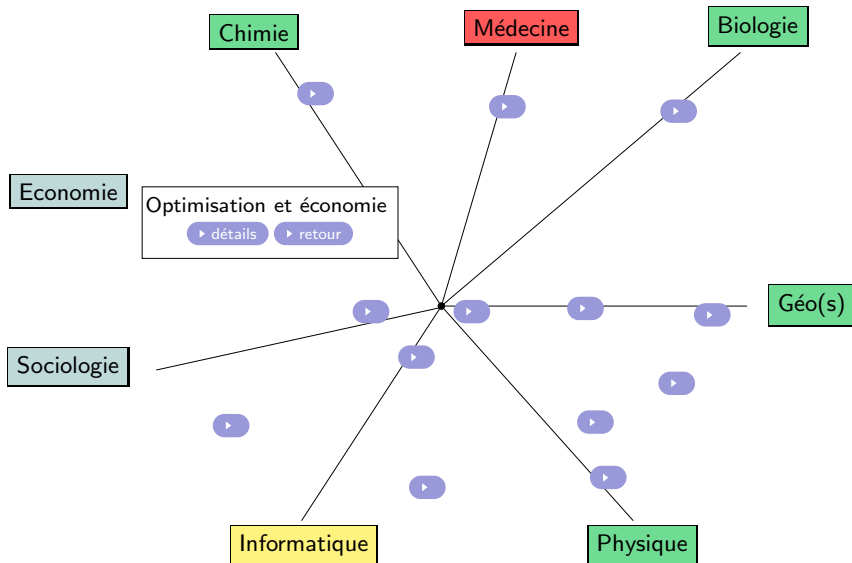
La recherche au département de Mathématique



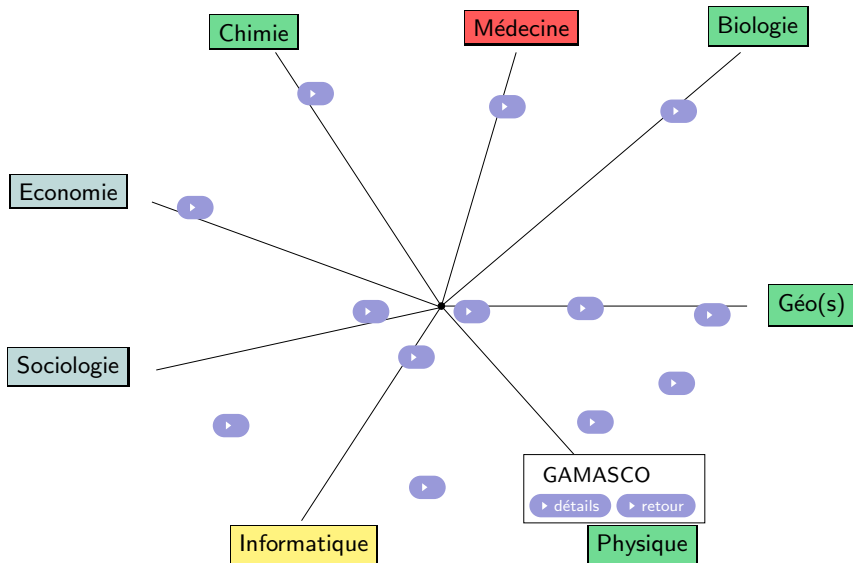
La recherche au département de Mathématiques



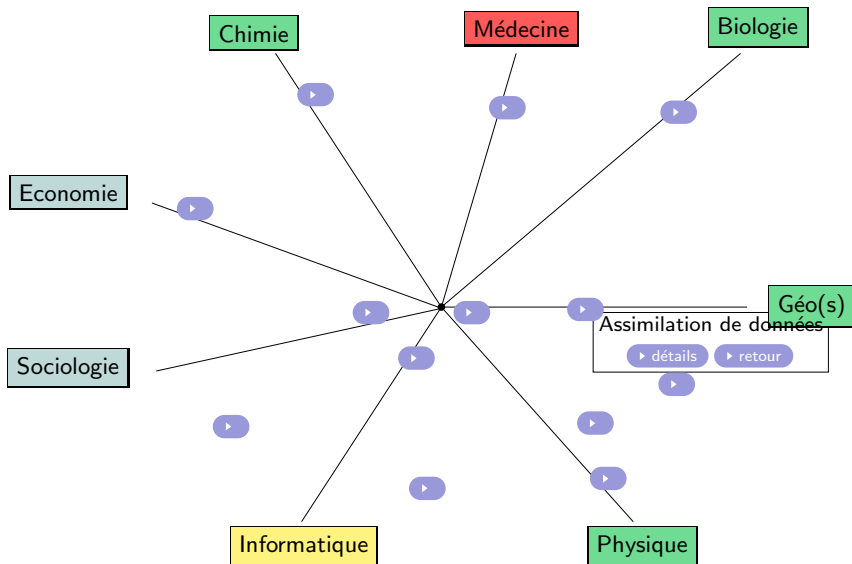
La recherche au département de Mathématique



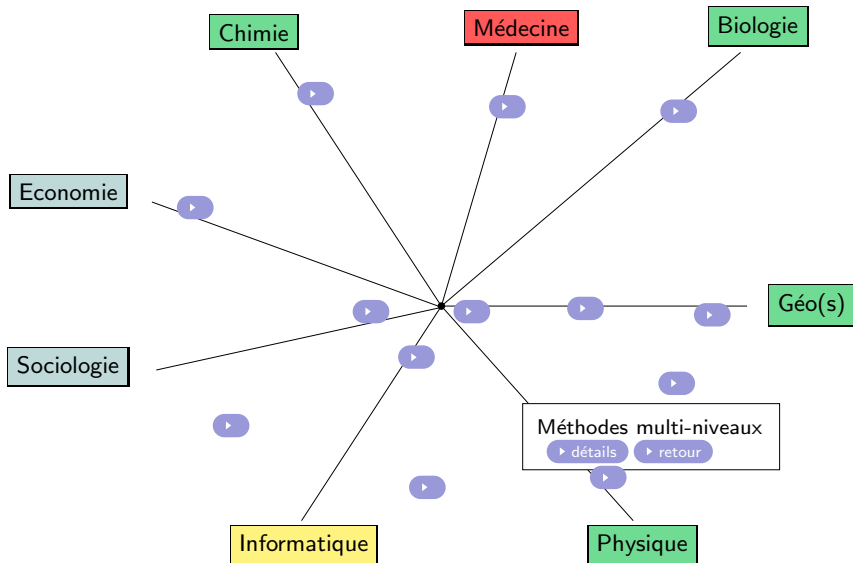
La recherche au département de Mathématique



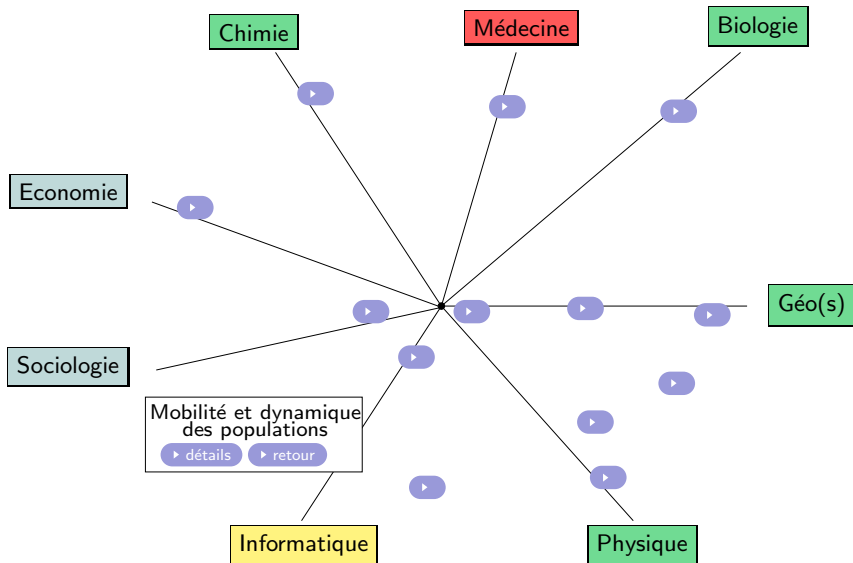
La recherche au département de Mathématique



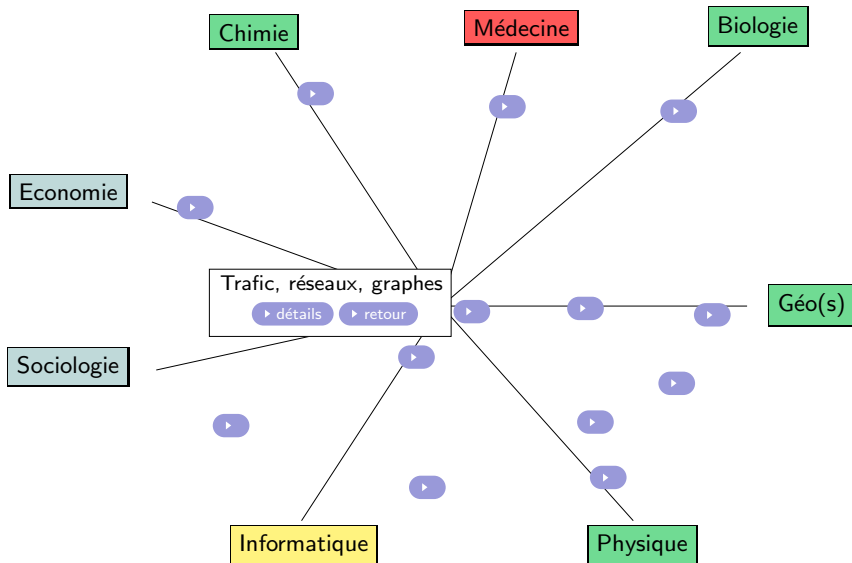
La recherche au département de Mathématique



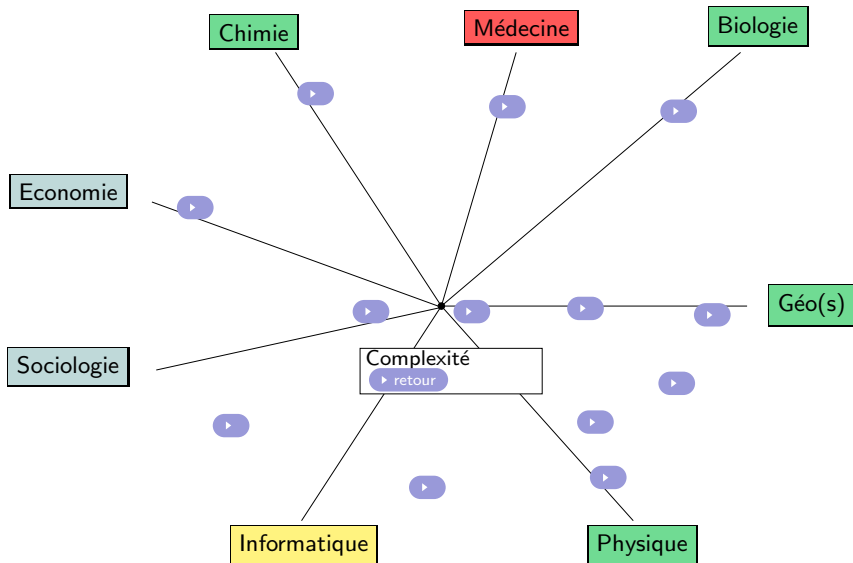
La recherche au département de Mathématique



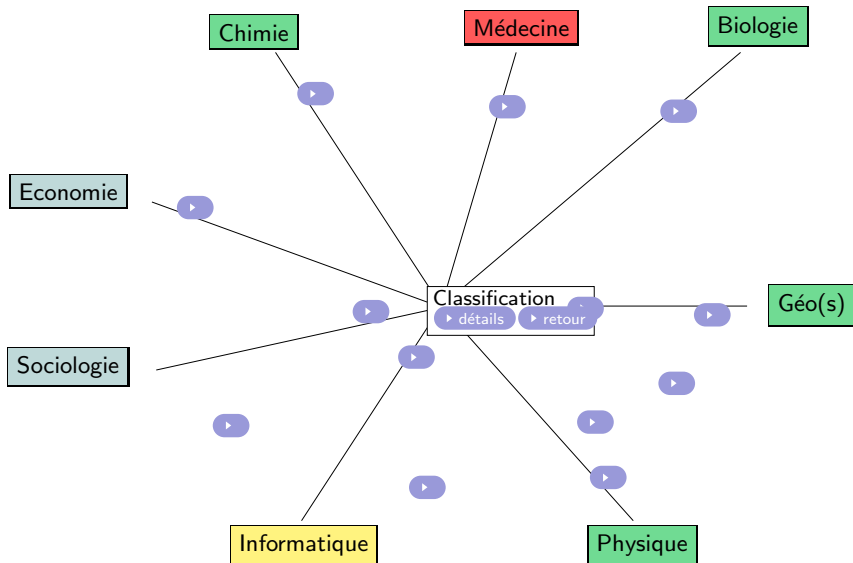
La recherche au département de Mathématique



La recherche au département de Mathématique



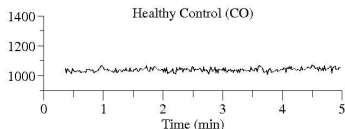
La recherche au département de Mathématique



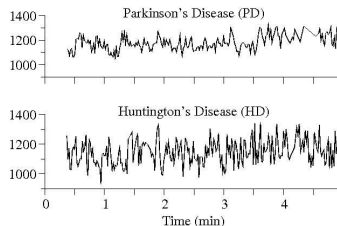
- la **marche** est le résultat d'une interaction complexe, en partie involontaire, entre plusieurs parties du corps;
- nous pouvons la considérer comme une “**boîte noire**”;
- des mesures peuvent nous aider à mieux la comprendre: par exemple on utilise le “temps entre deux pas” (**stride interval**)



A. Giacometti



- certaines **maladies neurodégénératives** (Parkinson, Huntington) peuvent altérer ce mécanisme



Ces maladies induisent une “signature” dans la marche

Dynamique et médecine (2)

- un (simple) modèle mathématique de la marche:

$$stride_{n+1} = stride_n + k(mean_{stride} - stride_n) + \sigma(noise)$$

- deux paramètres:

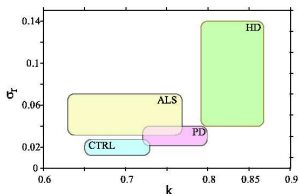
- k tendance à atteindre le pas moyen
- σ mesure de l'intensité du "bruit"

► retour schema

chaque maladie
est caractérisée par un
couple de paramètres

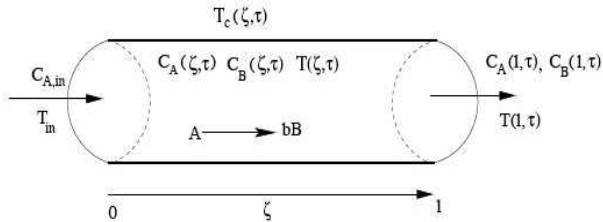
⇒

mesurer les paramètres
pour détecter la maladie



- Pouvoir accéder à beaucoup plus de données pour mieux calibrer le modèle.
- D'autres mesures sont possibles: par exemple: évaluer le tremblement des mains avec un joystick.

REACTEUR CHIMIQUE: Modélisation, analyse, conception



MODELISATION dynamique par équations de BILAN:

Transport + Dispersion (axiale) + cinétique

Arrhénius (réacteur non isotherme),
Haldane (bioréacteur: saturation en substrat)

Objectif : Stabilisation robuste et optimale autour d'un équilibre

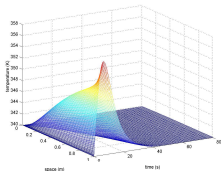
Dynamique et (bio)chimie: Contrôle – Optimisation (2)

Caractéristiques : Système à paramètres répartis \longrightarrow EDP non linéaires

Equation différentielle sur espace fonctionnel

Concepts et méthodes de l'**analyse fonctionnelle** et de l'**automatique**:
OPERATEURS (p. ex. Laplacien) — **SYSTEMES COMMANDES**

Commande par **FEEDBACK OPTIMAL**
du système linéarisé autour d'un équilibre



Questions ouvertes:

Réacteur "dispersion", Bioréacteur "Haldane"

[► retour schema](#)

Applications potentielles: contrôle de tout processus dynamique commandé (p. ex. modèle de dynamique de populations)

Dynamique et biologie

Questions:

- Qu'est-ce que **la vie**?
- Y a-t-il d'**autres formes** de vie "plus simples" que celle que nous connaissons? A-t-elle été **toujours aussi complexe**, même il y a 4 milliards d'années quand la vie est apparue sur Terre?



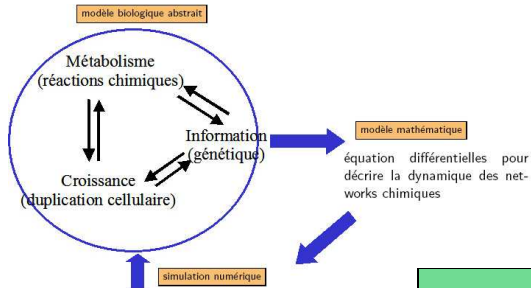
Problèmes:

- pas de fossiles des origines de la vie
- même les organismes unicellulaires les plus simples sont trop complexes pour être décrits dans tous les détails

- cherchons des modèles simplifiés pour décrire une (proto)cellule: unité fondamentale de vie

- Ces modèles abstraits visent à comprendre certaines fonctionnalités universelles: évolution et spéciation

Dynamique et biologie (2)



speciation



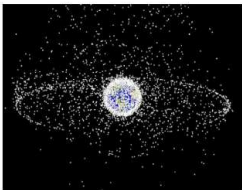
- Pouvoir interagir avec les biologistes pour construire des “bons modèles”
- Poser des questions “pertinentes”
- Tester certaines fonctionnalités de ces modèles
- **Ambition:** pouvoir construire en labo une forme de vie basée sur ces modèles

► retour schema

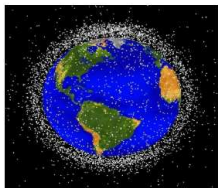
Débris spatiaux

Definition

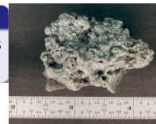
Orbital Earth's debris generally refers to material that is on orbit as the result of space missions, but is no longer serving any function.



Geostationary Earth's Orbit (GEO)



Low Earth's Orbits (LEO)



- There are about 15,000 objects larger than 10 cm

TLE Catalogue

- About 350,000 objects larger than 1 cm
- More than 3×10^8 "objects" larger than 1 mm

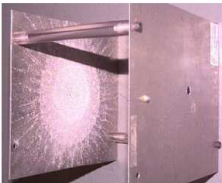
Les orbites géostationnaires sont encombrées de débris, représentant des risques d'endommagement pour les satellites présents et futurs.

Débris spatiaux (2)

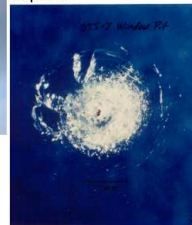
High relative velocity

$\Delta V \simeq 10 \text{ km/s}$ for LEO (< 2000 km)
→ **High kinetic energy**

$\Delta V \simeq 0.2 \text{ km/s}$ for GEO (42,000 km)
→ **moderate kinetic energy**



Paint flakes (1 mm)
impacts



Window (Space Shuttle)

- Huge computing needs for numerical propagations (Computer Sciences)
- Highly accurate geopotential modeling (Geophysics - Geology)
- Better understanding of the Space debris problematic (Politics, Ecology)

Les financements européens exigent des composantes environnementales, politiques, scientifiques et informatiques, des entités multidisciplinaires auraient bien davantage leur chance d'être sélectionnées et obtenir des contrats de recherche intéressants et à long terme: le spatial étant identifié dans le priorités de plusieurs organismes nationaux et internationaux.

► retour schema

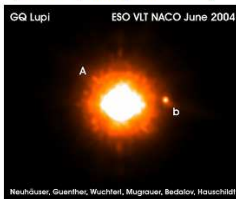


Exoplanètes, recherche de vie sur ces nouveaux mondes

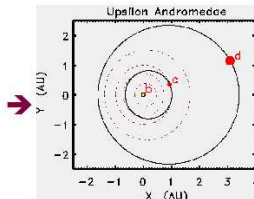
Contact : Anne-Sophie Libert

Astronomie

- Difficultés de la détection directe
(une planète ne produit pas de lumière)



- Détection par des méthodes indirectes où l'on étudie les perturbations exercées par la planète sur son étoile
(ex: méthode des vitesses radiales et méthode des transits)



- Informations sur l'orbite de la planète (avec certaines inconnues)
- Premières surprises

Nouvelles questions:

Définition de "vie"??

Définition de "zone d'habitabilité"??

Définition de la zone d'habitabilité

Mécanique céleste

Département de Mathématique

Etude de la dynamique, des stabilités, des résonances des systèmes extrasolaires.



- Contraintes sur les régions à observer
- Aide dans la détermination des paramètres inconnus
- Connaissance de la trajectoire des planètes à tout moment et donc de la distance Planète-Soleil

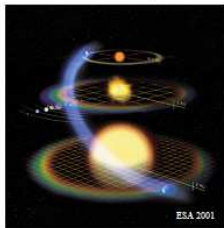


Biologie, Chimie,

Physique, Géologie...

Conditions d'habitabilité d'une forme de vie choisie + signaux de détection de cette forme de vie

Exemple : zone d'habitabilité = région dans laquelle de l'eau liquide peut persister à la surface d'une planète pendant une durée compatible avec l'apparition de la vie?

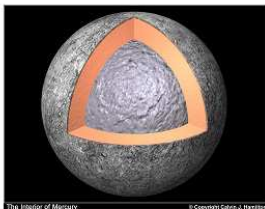


[▶ retour schema](#)

Un nouveau **groupe de contact FNRS**, intitulé **Astrobiologie**, vient d'être créé, dans lequel nous sommes les seuls représentants des FUNDP; ne serait-ce pas l'occasion de travailler ensemble, sur les questions d'habitabilité des mondes lointains, par exemple, en confrontant les critères des différentes disciplines et en les intégrant davantage dans nos modèles dynamiques ?

Rotation des corps célestes

La rotation comme source de connaissance de l'intérieur des planètes



Donne des informations sur la structure interne des planètes

Rotations différentes si l'intérieur du corps est liquide ou solide



Œuf cru

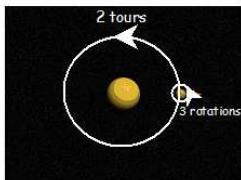
Œuf cuit

Rotation des corps célestes (2)

Mercure: Planète spéciale...

Résonance spin-orbite 3 : 2

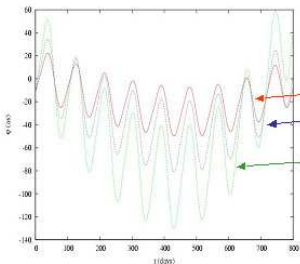
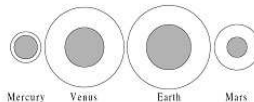
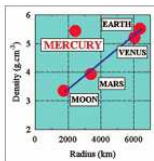
Réalise 3 tours sur elle-même pendant qu'elle tourne 2 fois autour du soleil



Intérieur connu

Grande densité par rapport à son rayon

Taille du noyau très élevée



- Petites variations dans la rotation => noyau plutôt solide
- Grandes variations dans la rotation => noyau plutôt liquide

⇒ Permet une meilleure connaissance de la formation des planètes

Domaine: Problèmes d'équilibres.

Exemple: Equilibre de Nash

Concepts et méthodes:

Analyse fonctionnelle (p. ex. opérateurs maximaux monotones),
Inéquations variationnelles

Autre domaine d'application: Mécanique unilatérale

► retour schema

GAMASCO
Groupe d'Application des
MATHématiques aux
Sciences du COsmos

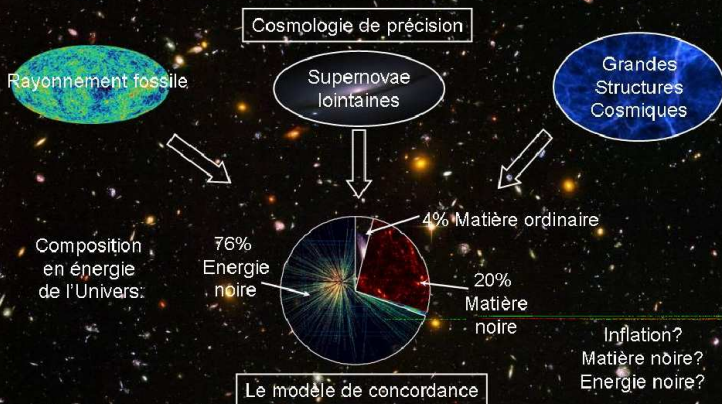


FNRS



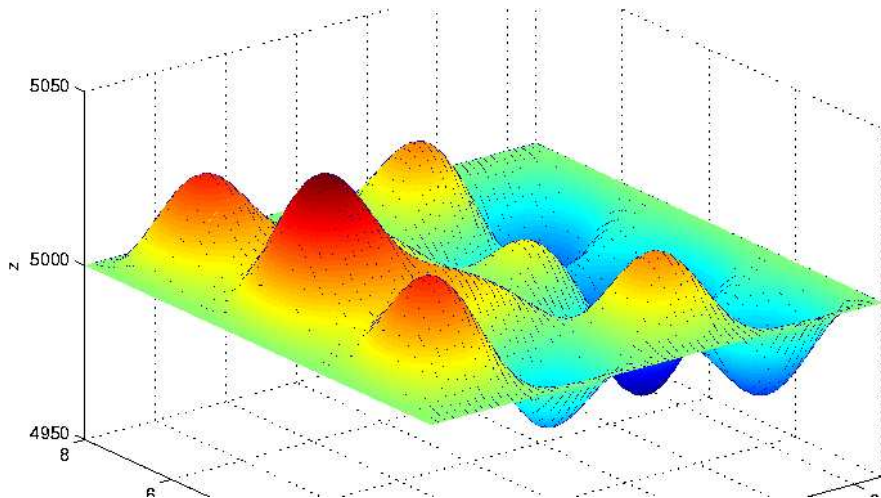
l'Observatoire
de Paris

Vision moderne de l'Univers: concordance cosmique!



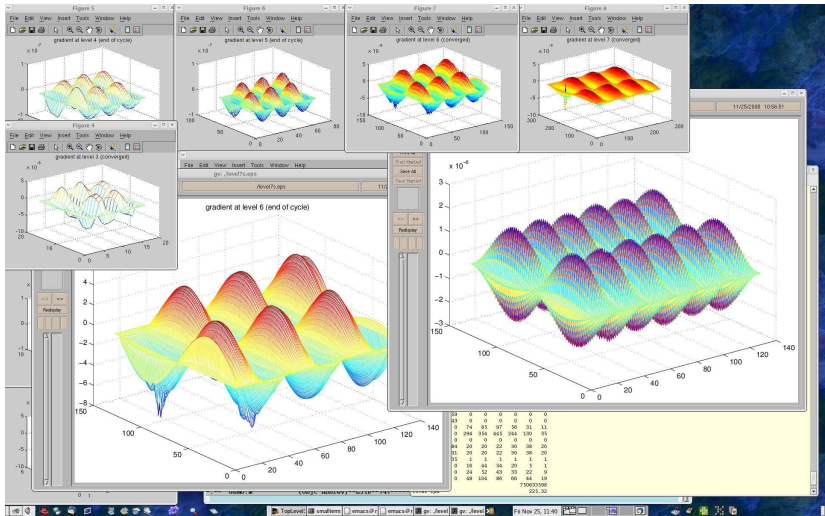
Enjeux pluridisciplinaires de la cosmologie moderne

- ★ **Physique fondamentale:**
 - gravitation et physique des hautes énergies, nouvelle physique
- ★ **Astrophysique:**
 - Impact de l'énergie noire sur la formation des galaxies
- ★ **Mathématique:**
 - Nouvelles approches théoriques
 - Outils pour étudier la concordance
- ★ **Philosophie:**
 - épistémologie de la concordance
 - origine et fin de l'univers
 - validité des approches anthropiques en cosmologie
 - articulation cosmologie-foi
- ★ **Histoire des sciences**
 - Georges Lemaître et l'hypothèse de l'atome primitif
 - L'histoire tumultueuse de la constante cosmologique



Les conditions initiales d'un tsunami complexe

Algorithmes multi-niveaux



Optimisation multi-niveaux d'une surface

Algorithmes multi-niveaux (2)

Objectif : Exploiter des hiérarchies de modèles de précision différente

- problème continu (surface) → discrétisation
(grands problèmes: ex 10^7 variables...)
- versions “grossières” plus économiques en calcul
- exploitation de la hiérarchie des problèmes

effort de calcul proportionnel à la taille du problème

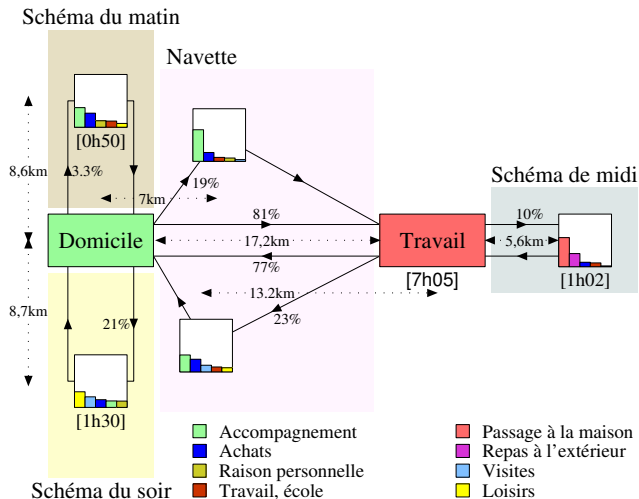
⇒ gain en vitesse de 1000 fois!

Multi-physiques, multi-échelles, multi-???

► retour schema



Mobilité et dynamique des populations



Chaîne des activités et déplacements quotidiens pour les travailleurs
(un tiers des individus qui se déplacent)

Mobilité et dynamique des populations (2)

- Approche **désagrégée** au niveau des individus

⇒

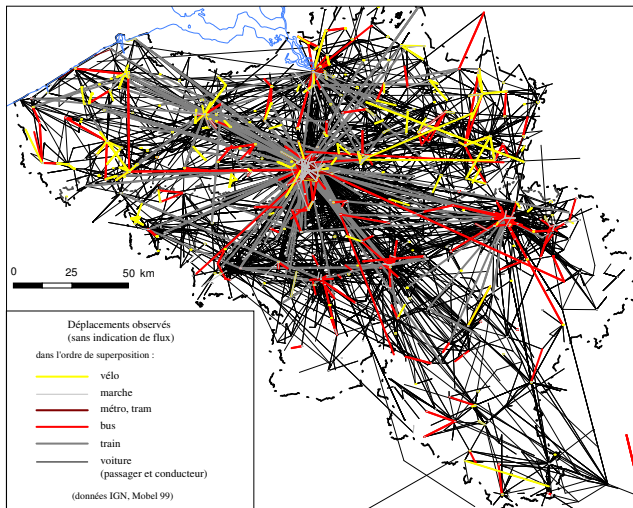
Population synthétique

- Techniques statistiques de **construction/évolution de la population**
(+ choix discrets, démographie)

Populations synthétiques et comportements
dans d'autres domaines scientifiques ?

► retour schema





Carte des déplacements observés dans l'enquête MOBEL selon le mode principal

- importante **hiérarchisation** des graphes
- analyse des **flots** sur les arcs
 - statiques \leftrightarrow dynamiques
 - déterministes \leftrightarrow stochastiques
- exploitation d'**algorithmes avancés** pour grands graphes
- **apprentissage** des graphes par leurs utilisateurs
(plus courts chemins inverses)
- collecte de **données** et **typologie** des arcs/noeuds

Complexité (2)

▸ retour schema

Unité de Statistique

OUTILS STATISTIQUES



Analyse des données

- Processus de Poisson homogène
- Processus de Poisson non homogène
- Estimation par maximum de vraisemblance
- Tests du quotient de vraisemblance

THEMES DE RECHERCHE

- Classification automatique
- Analyse discriminante
- Validation
- Réseaux de Neurones
- Cartes de Kohonen
- Analyse de formules mathématiques

TYPES DE DONNEES

Données classiques

- Quantitatives, qualitatives

Données symboliques

- Intervalles
- Multivaluées
- Modales

Applications

- Classement des entreprises sur base de leur bilan
- Prédiction des faillites des entreprises
- Analyse d'images satellites
- Reconnaissance automatique de caractères
- Classification des gènes
- Etc.