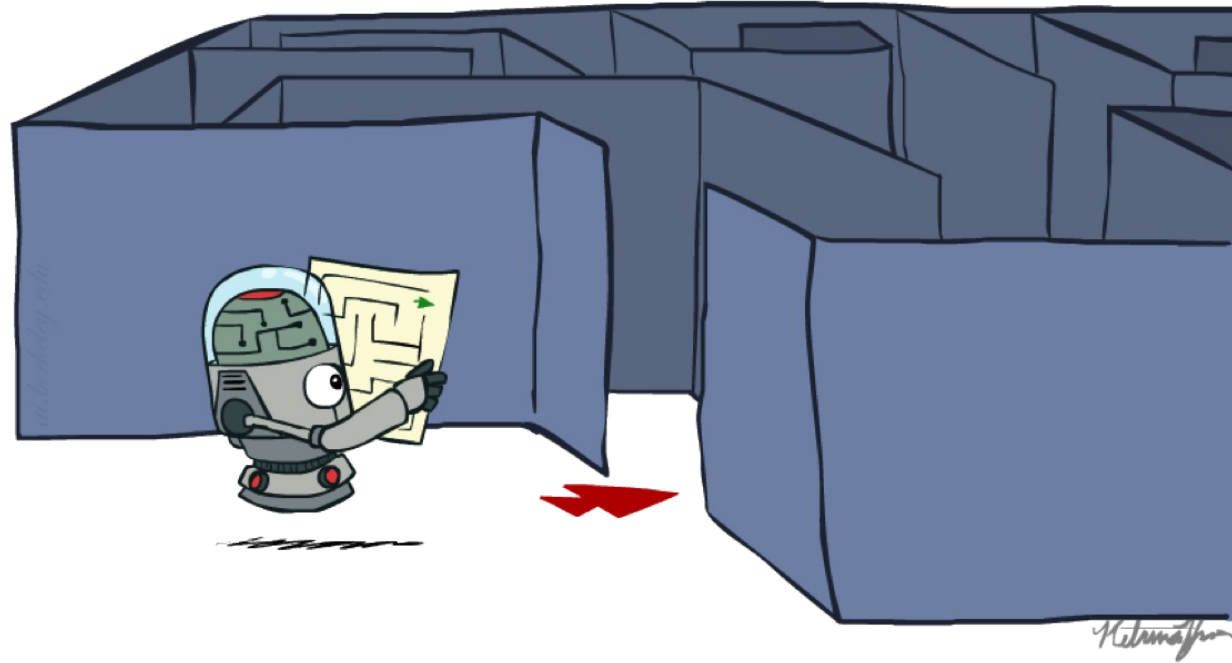


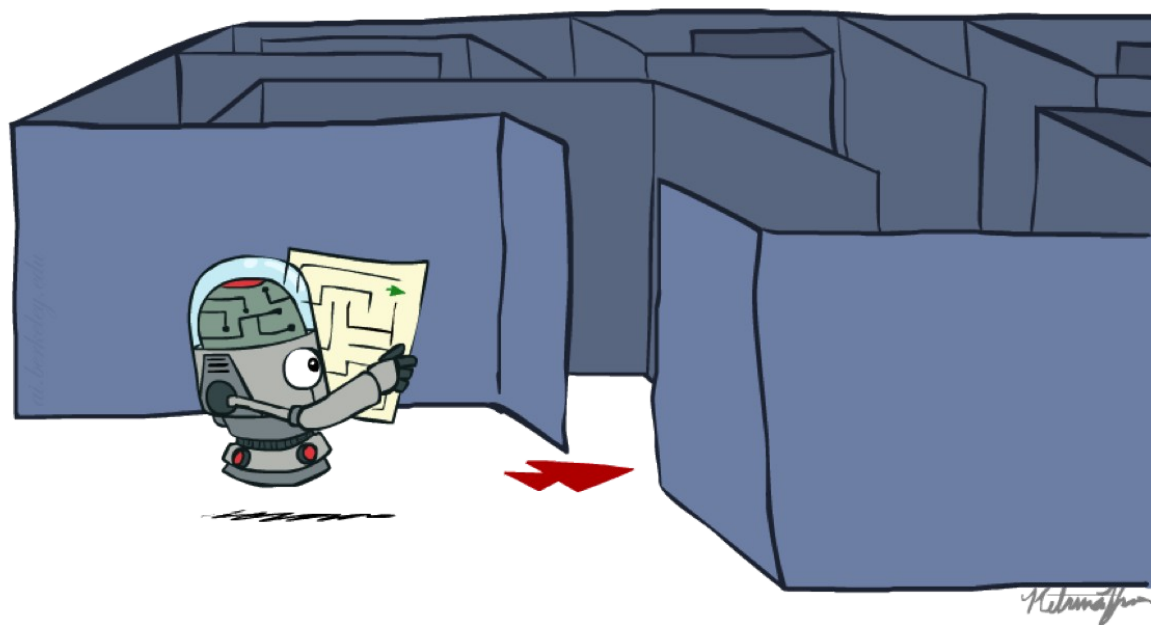
# Artificial Intelligence

## Search



# 目录

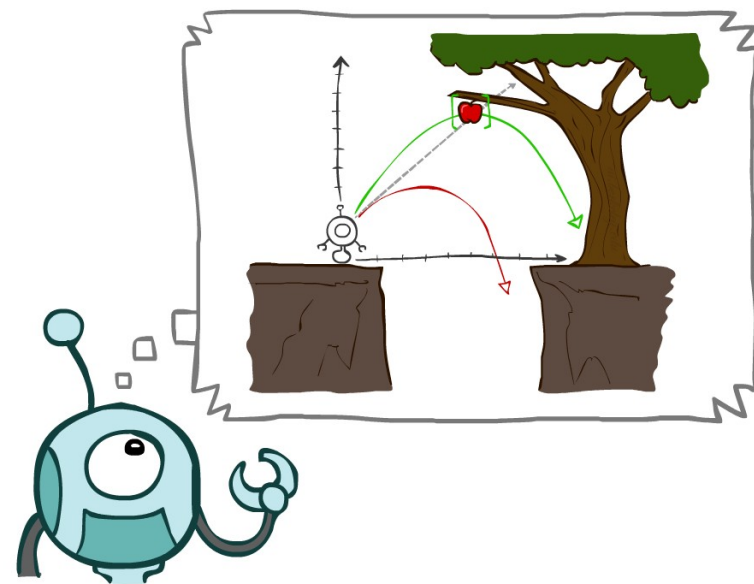
- 3.1 问题求解 Agent
- 3.2 问题形式化
- 3.3 搜索算法
- 3.4 无信息搜索策略



## 3.1 问题求解 Agent

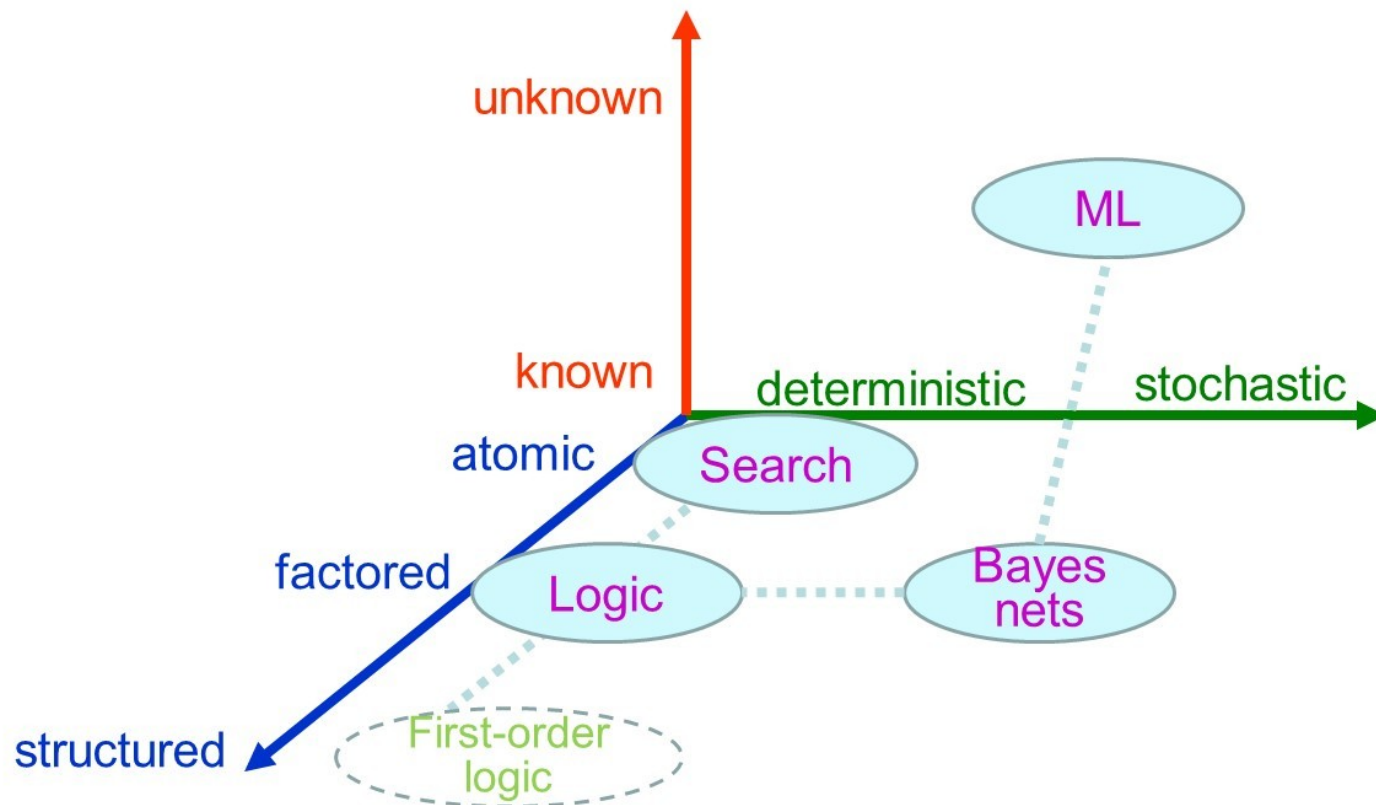
### 问题求解 Agent

- 为了达到目标，寻找一组行动序列的过程被称为**搜索**
- 搜索算法：问题 -> 问题的解（行动序列）



## 3.1 问题求解 Agent

- 搜索算法一般假定：
  - 已知的、确定性的
  - 状态和动作是离散的
  - 完全可观察的
  - 任务较简单
- 通常有一个明确的目标
- 以最小的代价找到目标



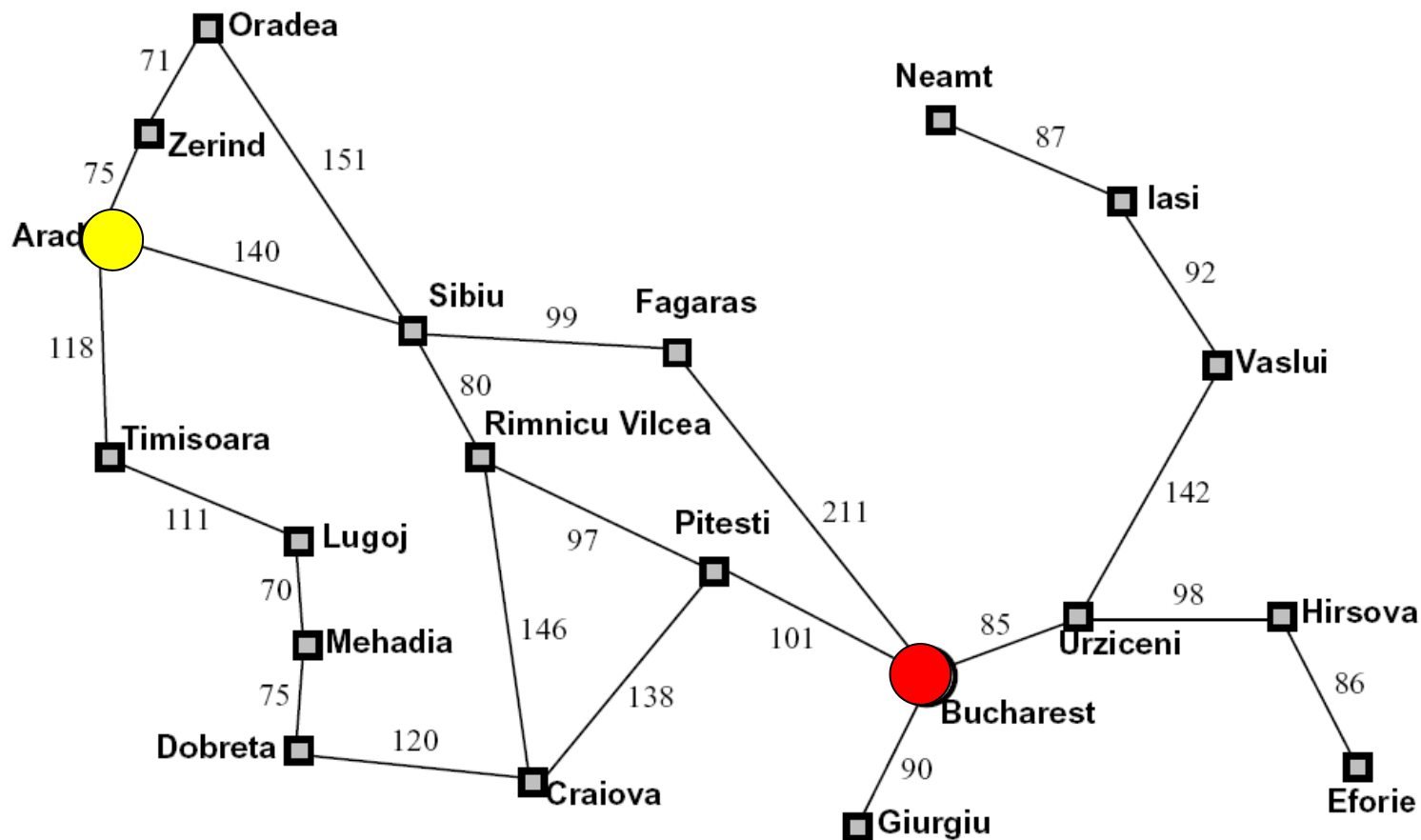


# Example: Traveling in Romania



# 问题导入

- 罗马尼亚问题：  
一个 Agent 如何从罗马尼亚的 Arad 走到 Bucharest ？



搜索进行问题求解的过程可分解为三个阶段：  
**形式化、搜索、执行**

搜索：问题 -> 解（行动序列）

# Problem-solving agents

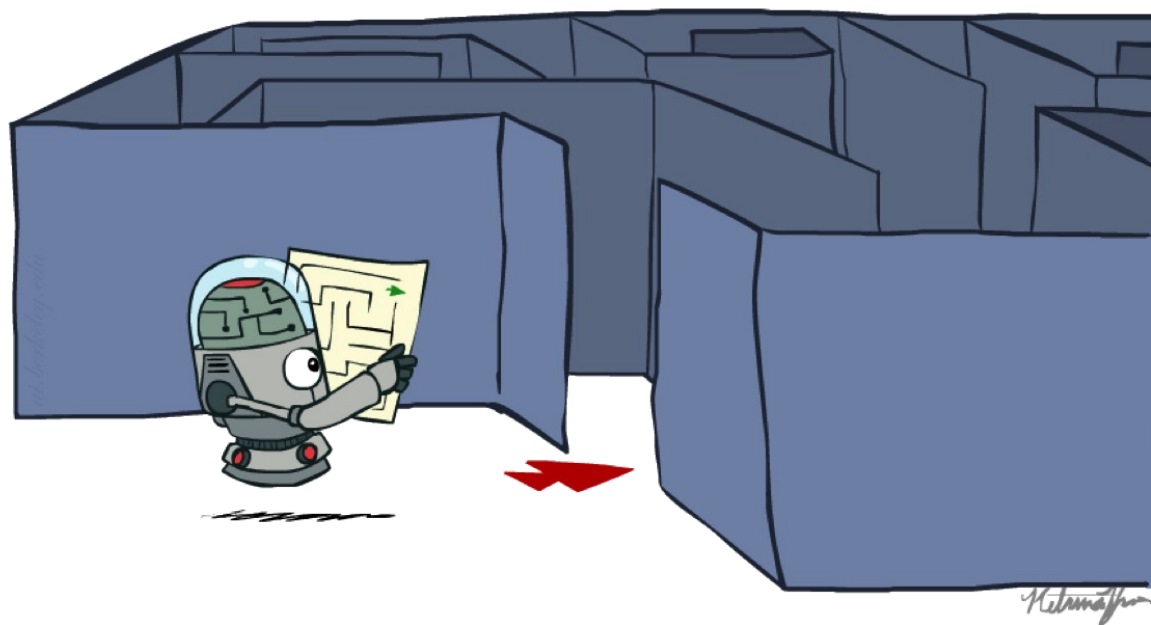
```
function SIMPLE-PROBLEM-SOLVING-AGENT(percept) returns an action
  static: seq, an action sequence, initially empty
           state, some description of the current world state
           goal, a goal, initially null
           problem, a problem formulation

  state ← UPDATE-STATE(state, percept) // What is the current state?
  if seq is empty then do
    goal ← FORMULATE-GOAL(state) // 目标形式化
    problem ← FORMULATE-PROBLEM(state, goal) // 问题形式化
    seq ← SEARCH(problem) // 搜索
  action ← FIRST(seq) // 执行
  seq ← REST(seq)
  return action
```



# 目录

- 3.1 问题求解 Agent
- 3.2 问题形式化
- 3.3 搜索算法
- 3.4 无信息搜索策略

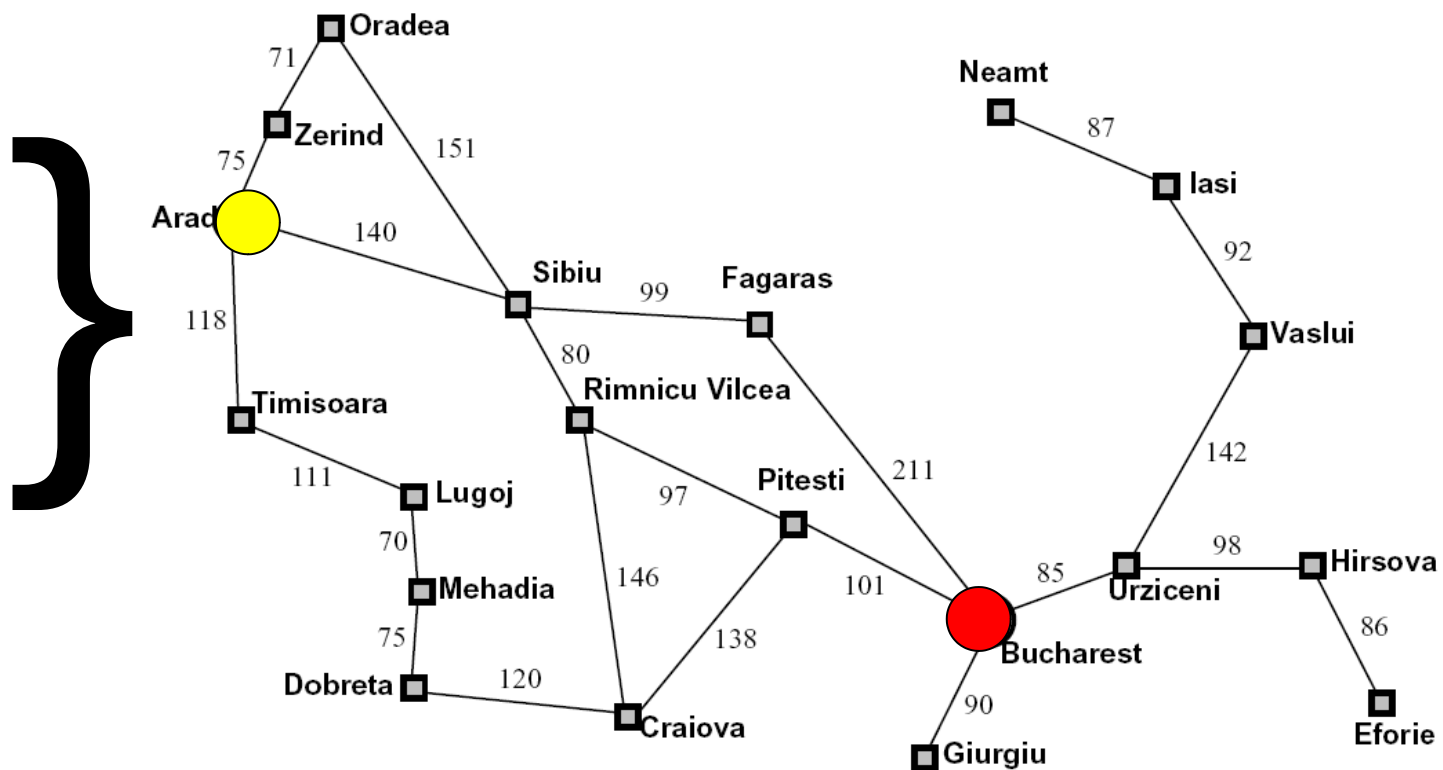




# 问题形式化描述

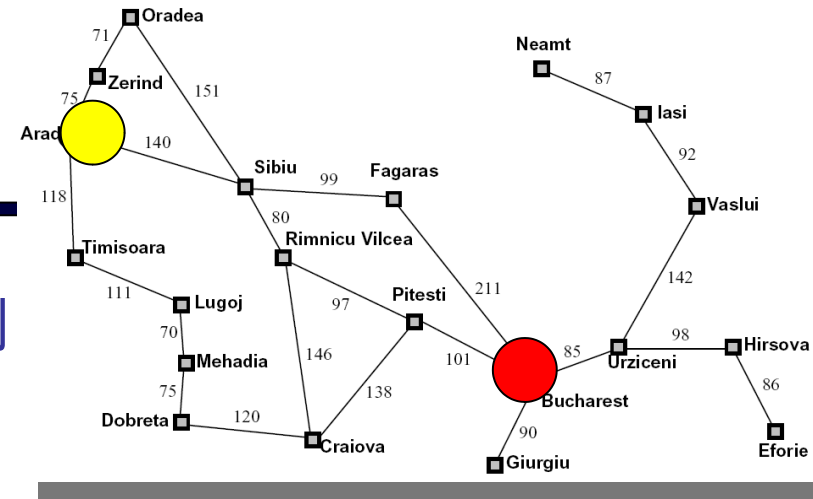
- 一个问题可以用 5 个组成部分形式化地描述：

- Agent 的初始状态  $s_0$
- Agent 的可能行动  $ACTION(s)$
- 转移模型  $RESULT(s,a)$
- 目标测试  $s=s_g$
- 路径耗散  $c(s,a,s')$



状态空间图：罗马尼亚地图

# 形式化描述



## ■ 一个问题用 5 个部分进行形式化描述（以罗马尼亚问题为例）

1 ) **初始状态** : In Arad

2 ) **行动** :  $ACTIONS(s)$  , 给定一个状态  $s$  ,  $ACTIONS(s)$  返回状态  $s$  下可以执行的动作的集合 , 例如状态  $s$  为“ In Arad” ,  $ACTIONS(s)$  返回的行动为 { Go (Sibiu), Go (Timisoara), Go (Zerind) }

3 ) **转移模型** :  $RESULT(s, a)$  , 在状态  $s$  下 , 执行  $a$  动作后 , 达到的状态。

$$RESULT( In (Arad) , Go (Sibiu) ) = In (Sibiu)$$

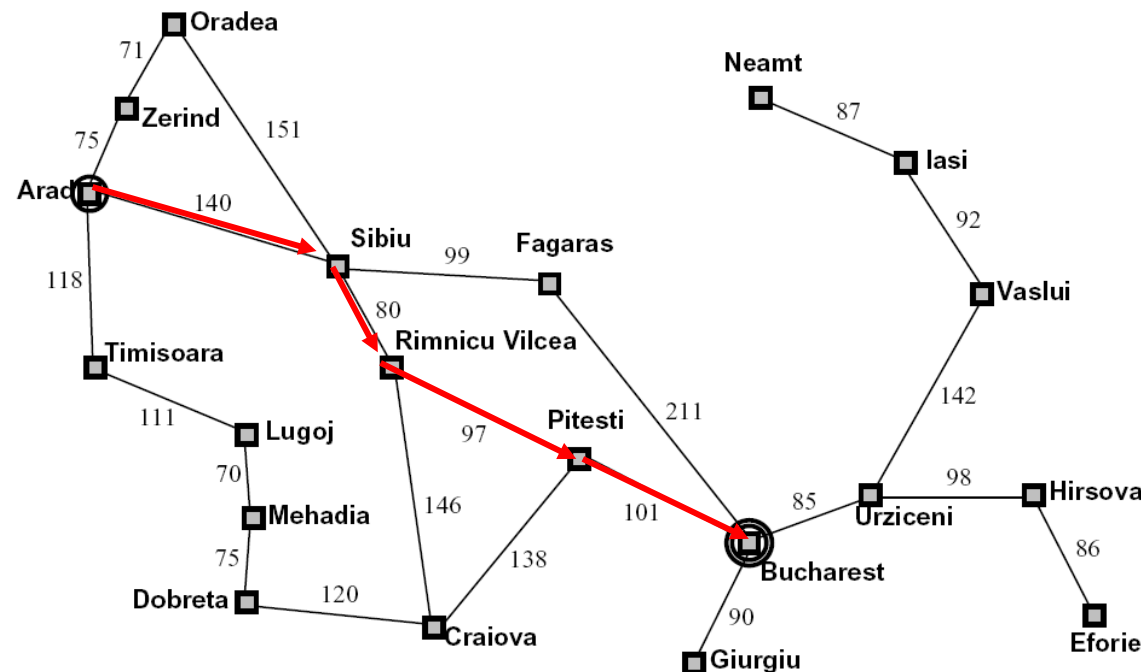
4 ) **目标测试** : 确定给定的状态是不是目标状态。目标状态集为 { In (Bucharest) }

5 ) **路径耗散** : 路径耗散函数为每条路径赋一个耗散值 , 即边权。

罗马尼亚案例中 , 路径耗散可用公里数表示的路径长度。从状态  $s$  采用行动  $a$  走到状态

# 形式化描述

- 问题的解：
  - 从初始状态到目标状态的一组行动序列
  - 解的质量由路径耗散函数度量
  - 路径耗散值最小的解为最优解



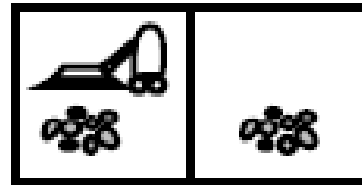
状态空间图：罗马尼亚地图

# 举例：真空吸尘器世界

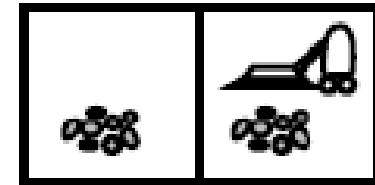
- Simple world

- 8 States ( 状态)

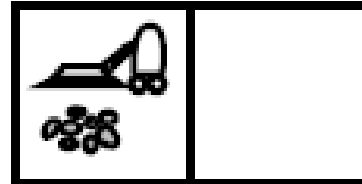
1



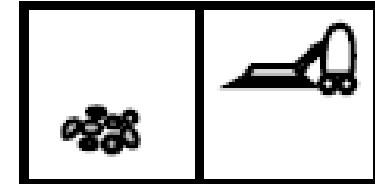
2



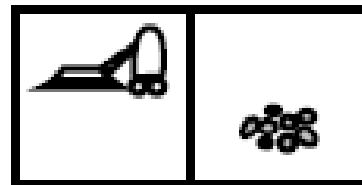
3



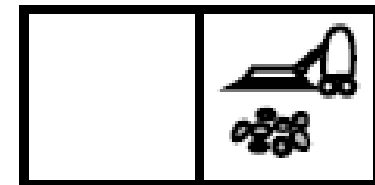
4



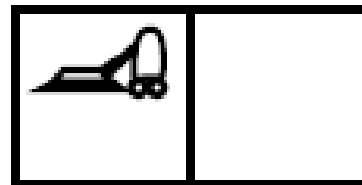
5



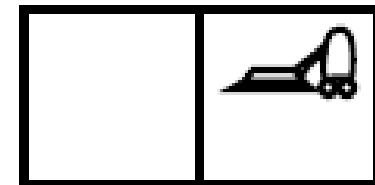
6



7

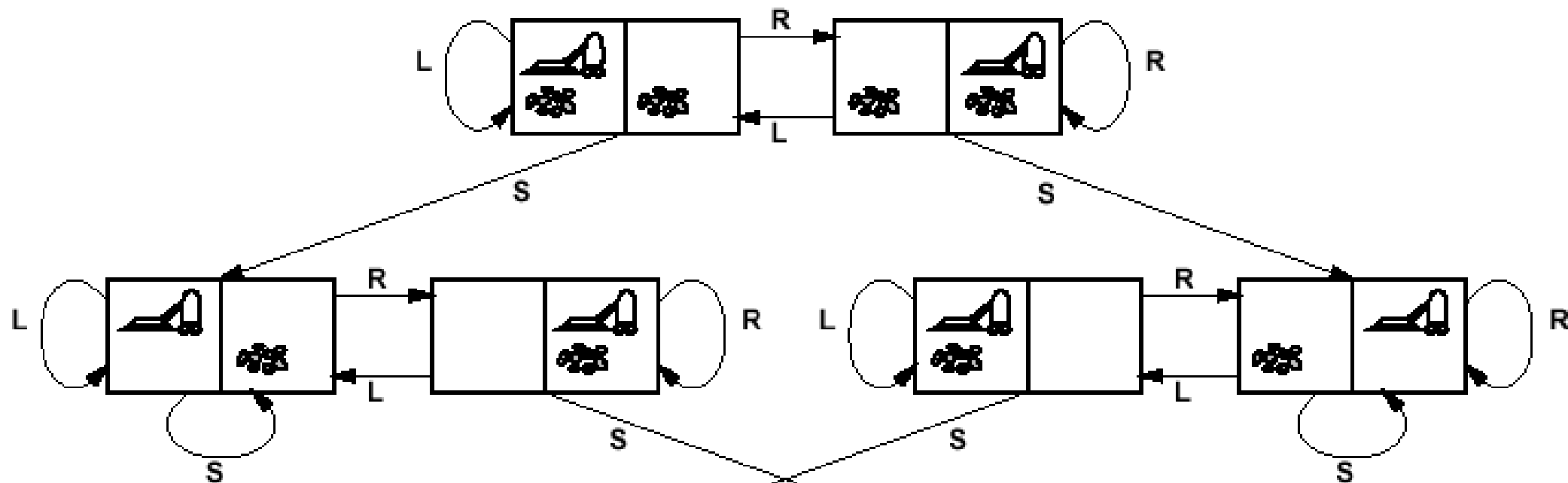


8

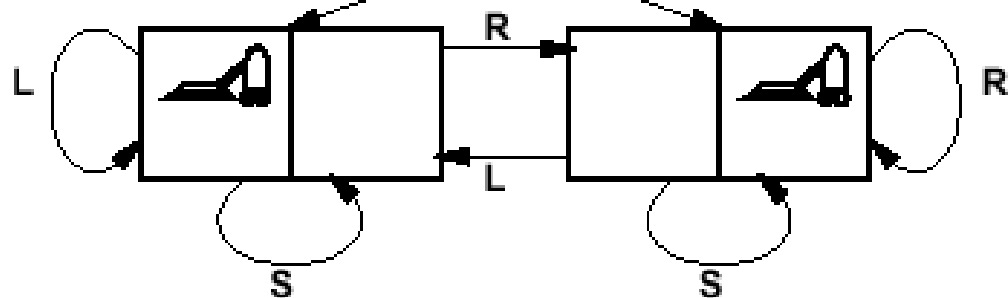


# 问题形式化— Vacuum World

问



解

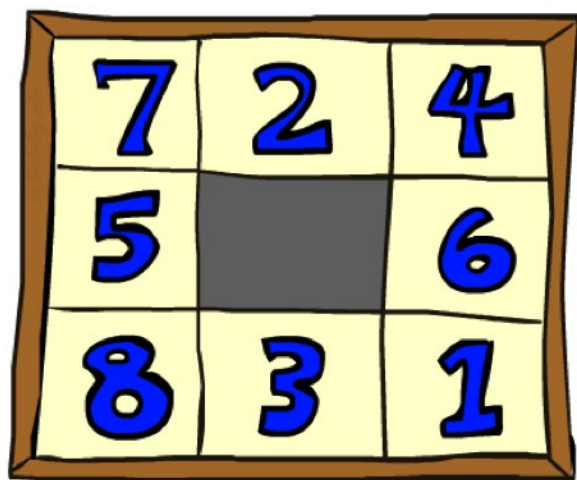




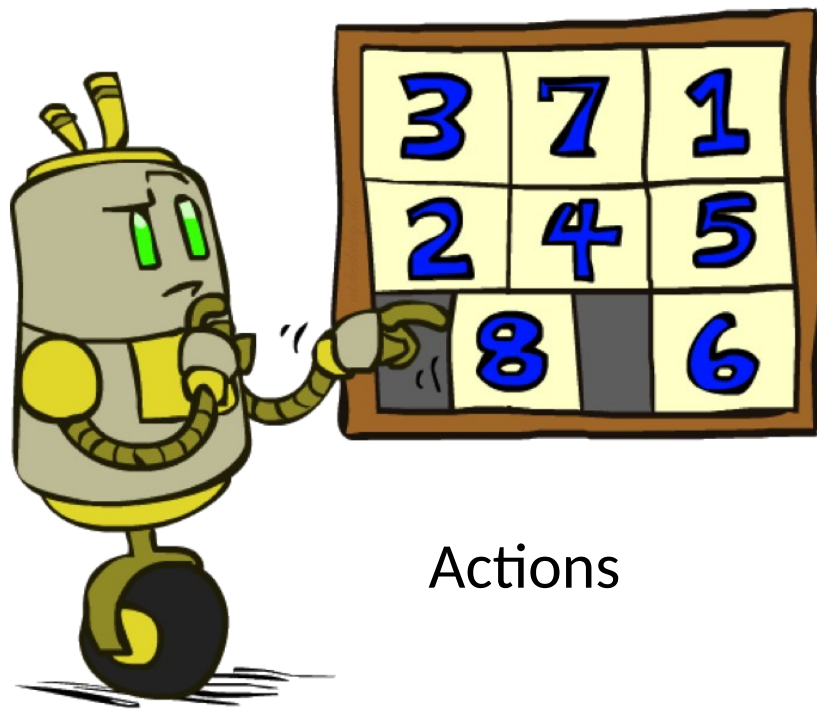
# 问题形式化—相关实例：8-puzzle

八数码问题游戏：

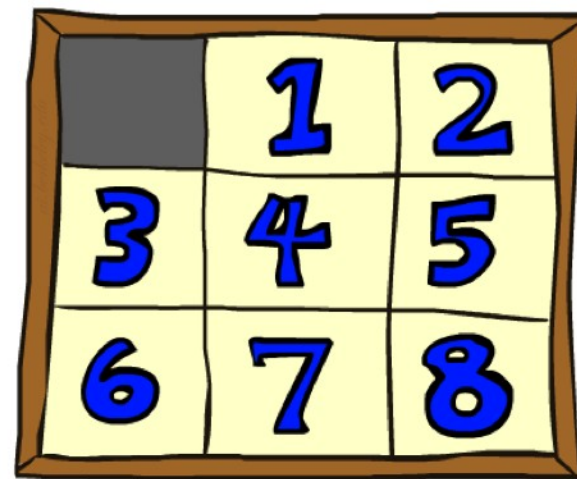
一个 **3x3** 的棋盘中有 **8** 个数字棋子和一个空格，与空格相邻棋子可滑动到空格中。游戏目标要达到右侧给出的指定状态。



Start State



Actions



Goal State

# 问题形式化—相关实例 : 8-puzzle

八数码问题游戏：

一个 **3x3** 的棋盘中有 **8** 个数字棋子和一个空格，与空格相邻棋子可滑动到空格中。游戏目标要达到右侧给出的指定状态。

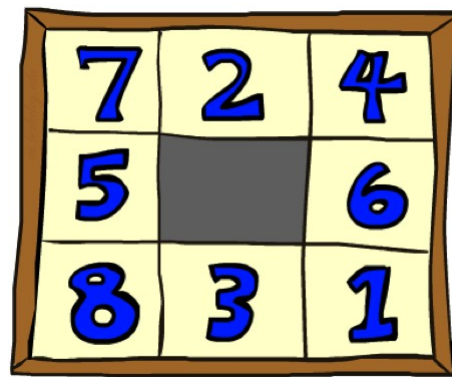
- Start state:

- Actions :

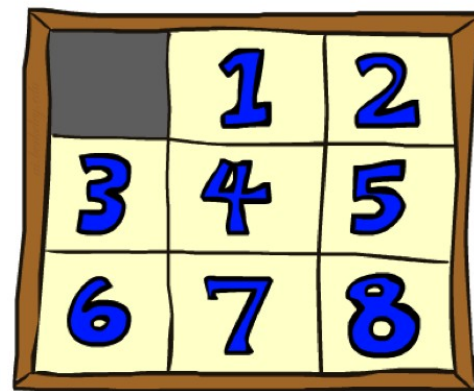
- Transform model:

- Goal test:

- Path cost:



start state



goal state

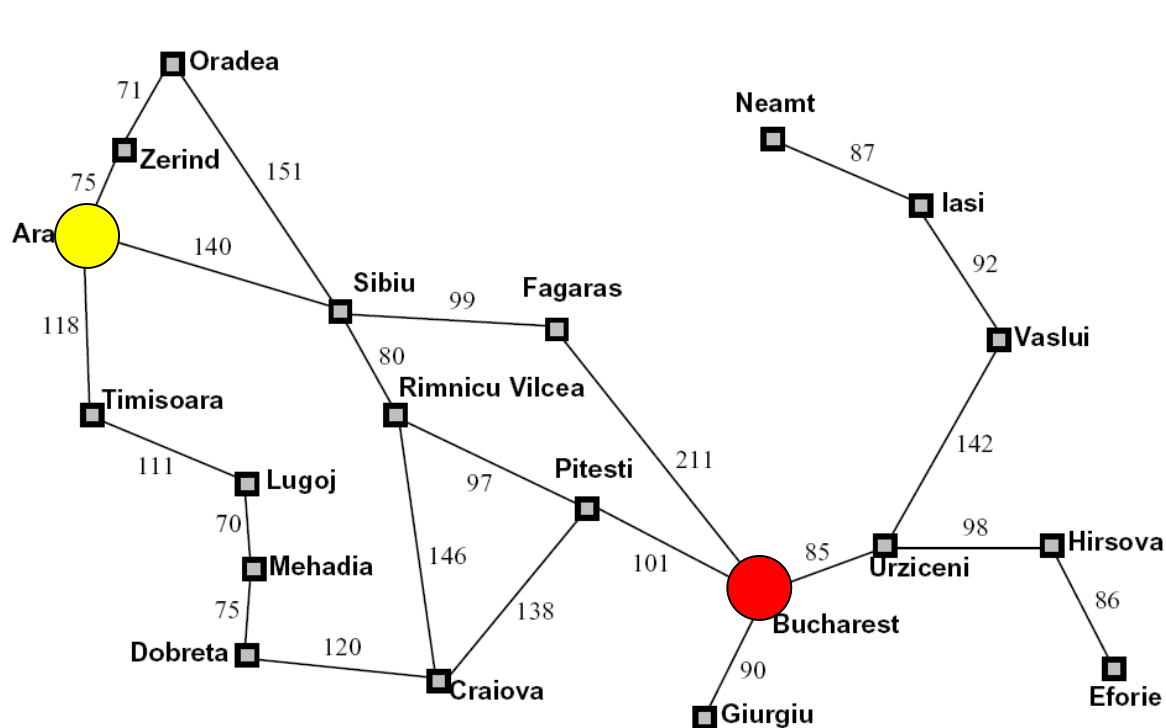
状态空间：9！

给定初始状态后，可能的状态共有  $9!/2=181440$  个

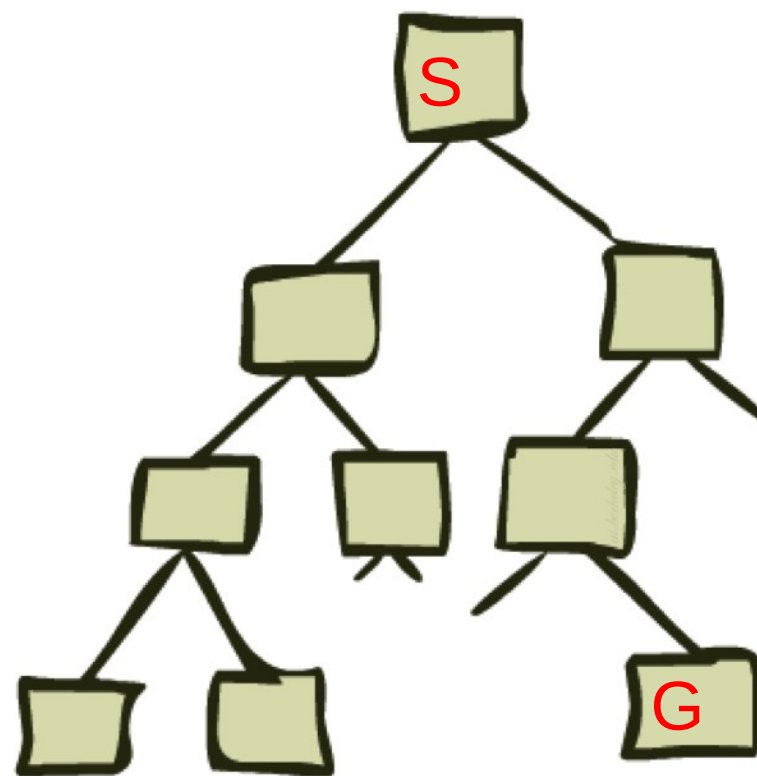
So, we need a principled way to look for a solution in these huge search spaces...

# 状态空间图和搜索树

## 罗马尼亚问题



状态空间图

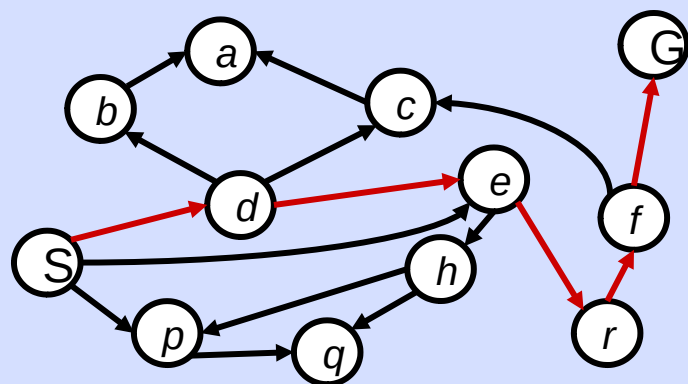


搜索树

**状态空间图**：对搜索问题的数学表达，每个状态只出现一次； **搜索树**：根结点是初始状态，状态可能会出现多

# 状态空间图和搜索树

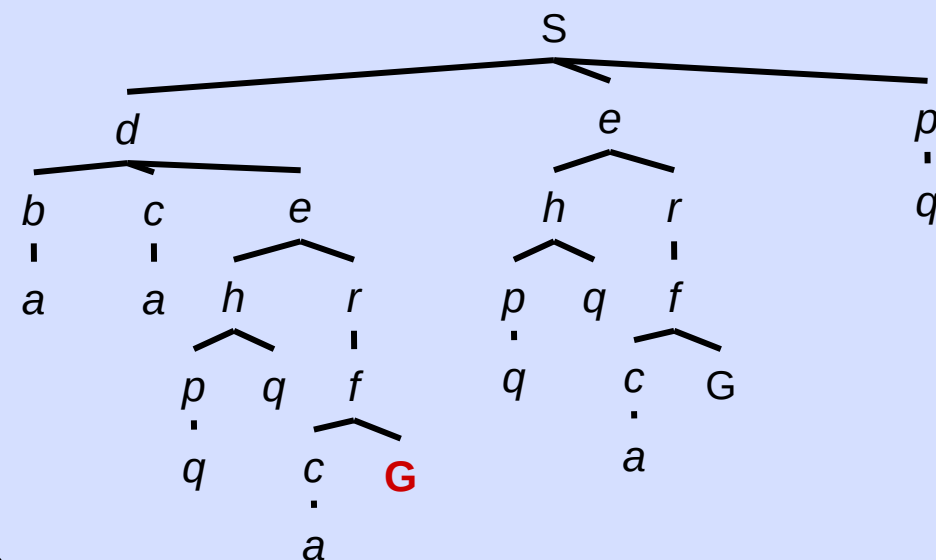
State Space Graph



结点 = 状态

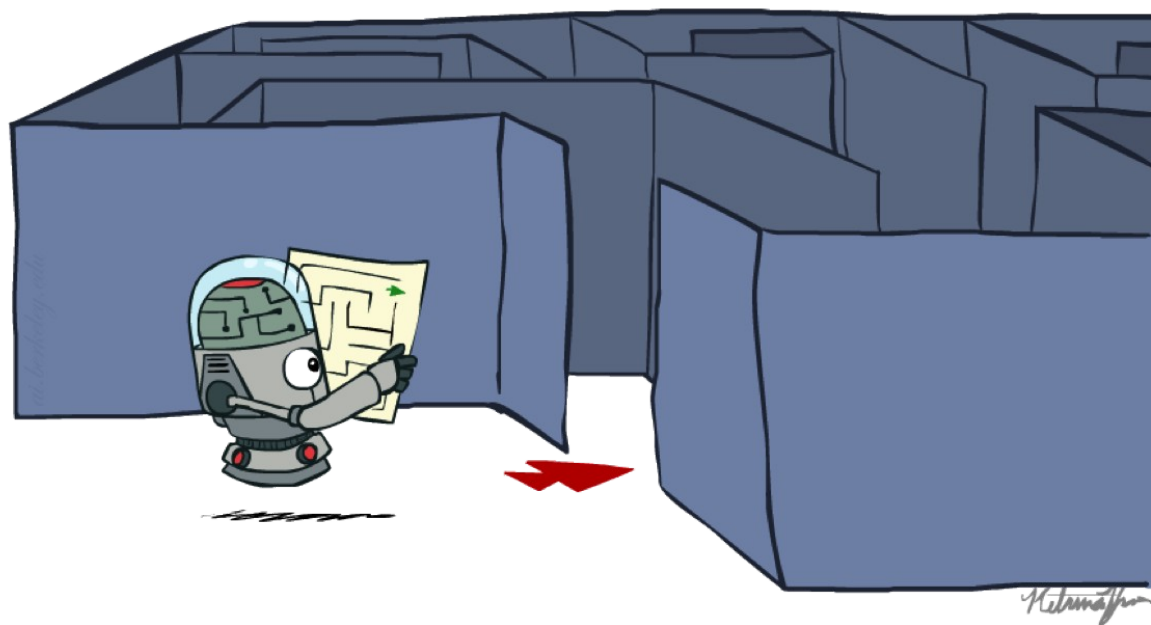
边 = 行动

Search Tree



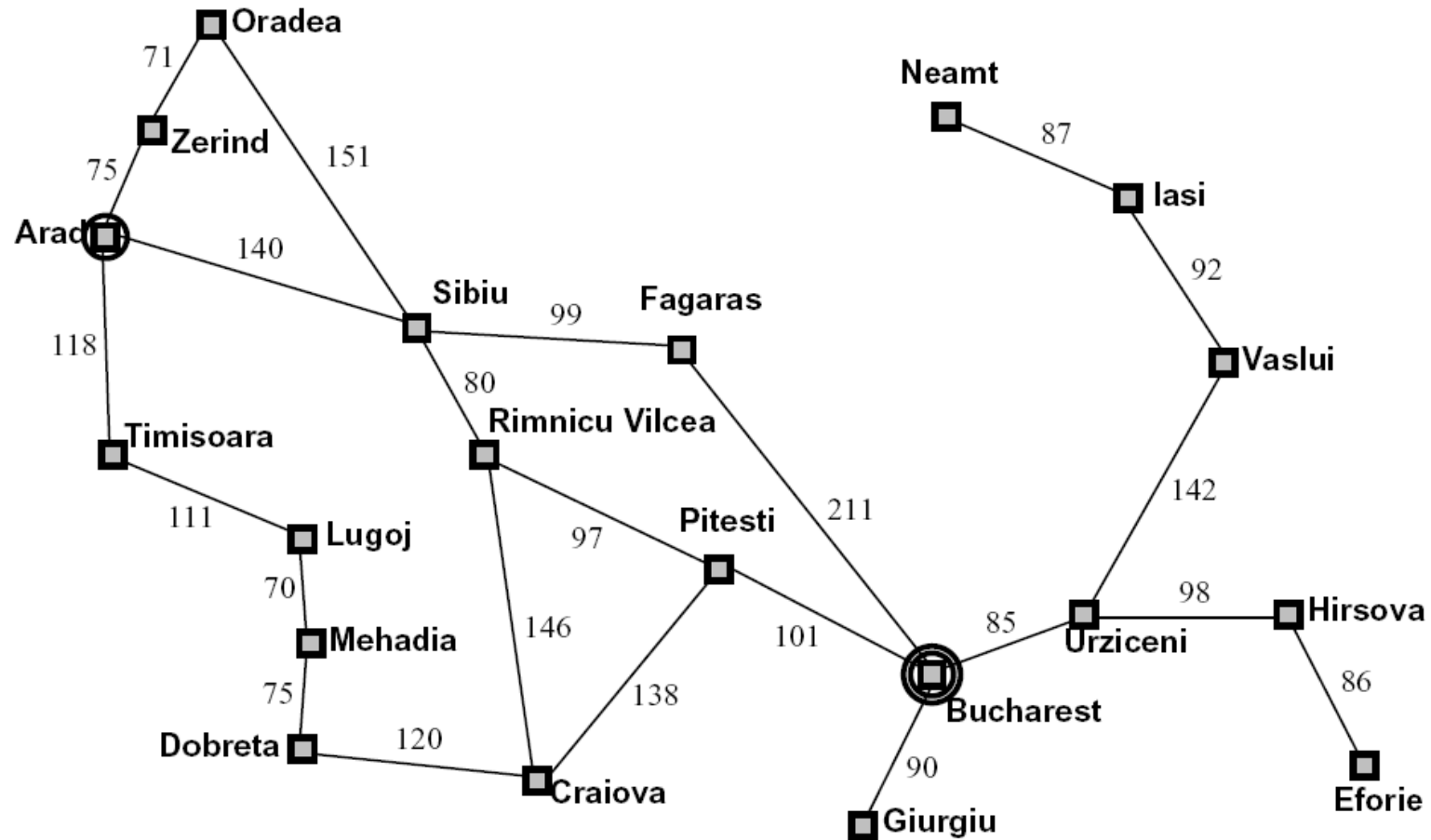
# 目录

- 3.1 问题求解 Agent
- 3.2 问题形式化
- 3.3 搜索算法
- 3.4 无信息搜索策略

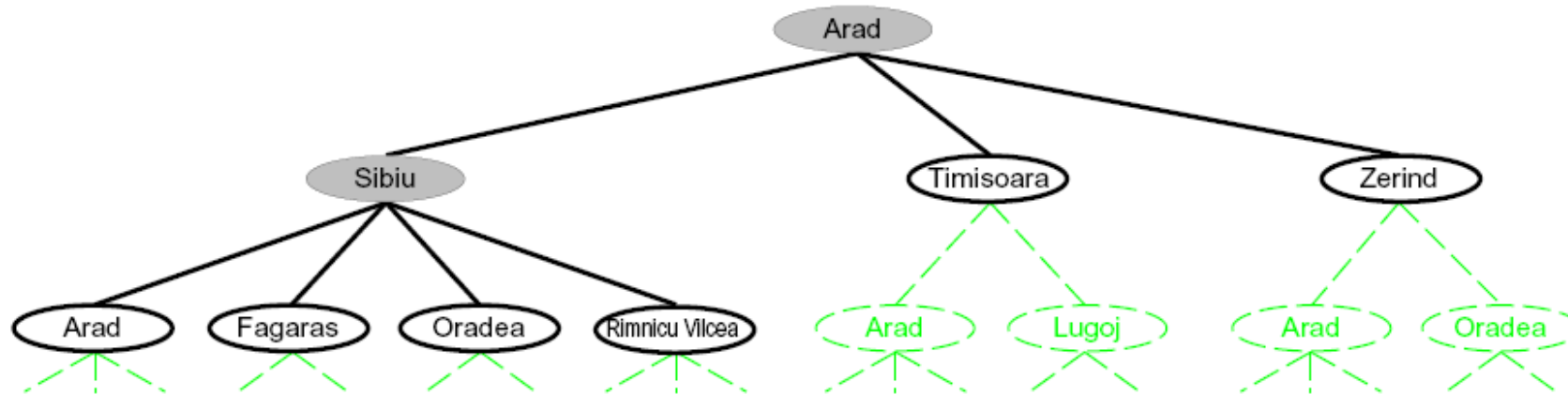




# Search Example: Romania



# Searching with a Search Tree



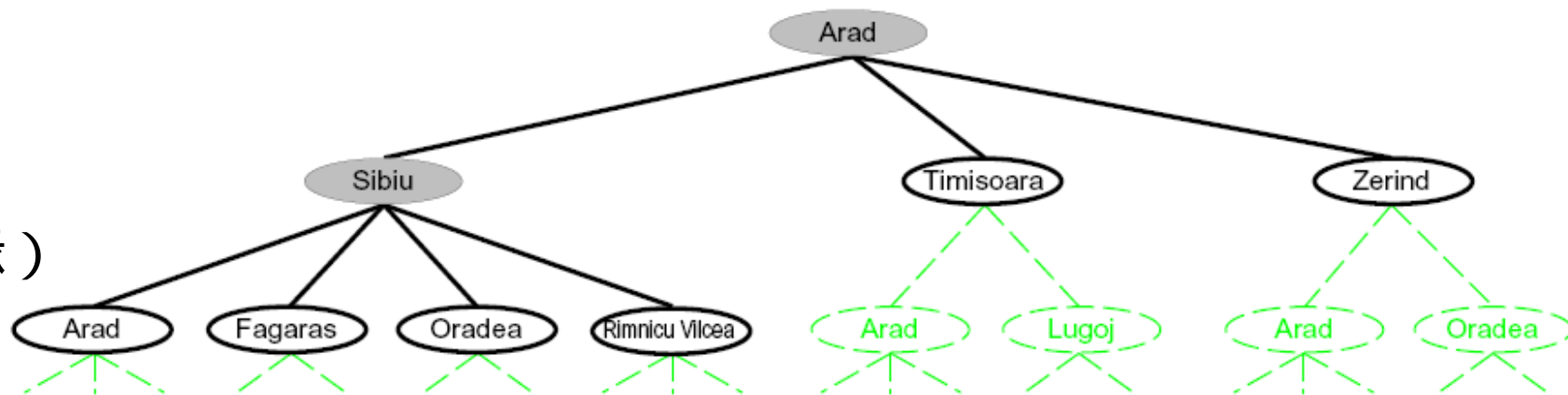
## ■ 搜索：

- 选择将要扩展的状态（树的结点）
- **边缘**：给定时间点，所有待扩展的叶结点的集合

# General Tree Search

- 结点类型：

- 已扩展过的
- 已生成但未被扩展（边缘）
- 未生成的



- 问题：如何选择将要扩展哪个状态？

搜索策略 (*strategy*): 确定结点扩展的顺序

# General Tree Search

- 结点类型：

- 已扩展过的
- 已生成但未被扩展（边缘）
- 未生成的

```
function TREE-SEARCH(problem, strategy) returns a solution, or failure
  initialize the search tree using the initial state of problem
  loop do
    if there are no candidates for expansion then return failure
    choose a leaf node for expansion according to strategy
    if the node contains a goal state then return the corresponding solution
    else expand the node and add the resulting nodes to the search tree
  end
```

- 问题：如何选择将要扩展哪个状态？

搜索策略 (*strategy*): 确定结点扩展的顺序

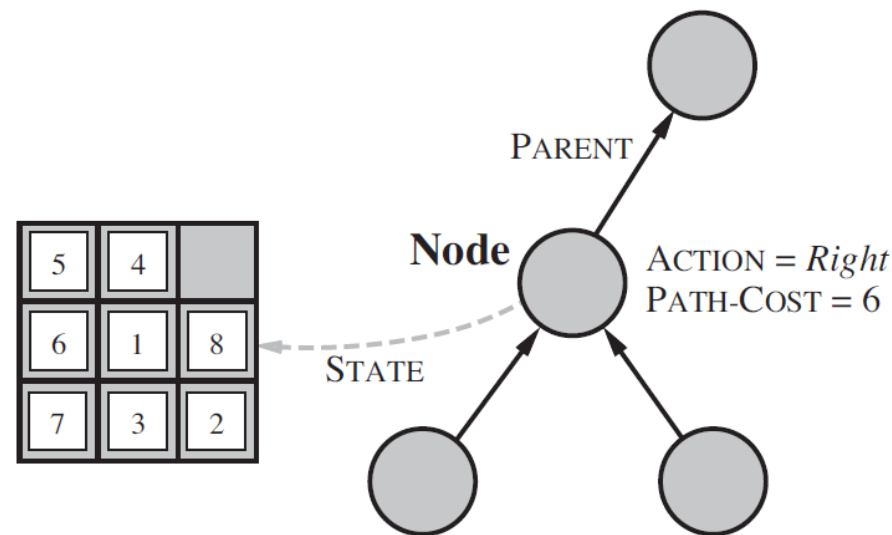
例如：随机选择结点扩展

# 如何找到解的路径（行动序列）？

- 搜索算法用一个数据结构来记录搜索树的构造过程。

- 对于树中的每个结点  $n$ ，定义四个元素：

- $n.State$ : 对应状态空间中的状态；
- $n.Parent$ : 搜索树中产生该结点的结点（父结点）
- $n.Action$ : 父结点生成该结点时所采取的行动
- $n.Path-cost$ : 从初始状态到该结点的路径耗散



- 搜索找到问题的目标状态时，借助 **Parent** 可以找到解的路径



# 问题求解算法的性能

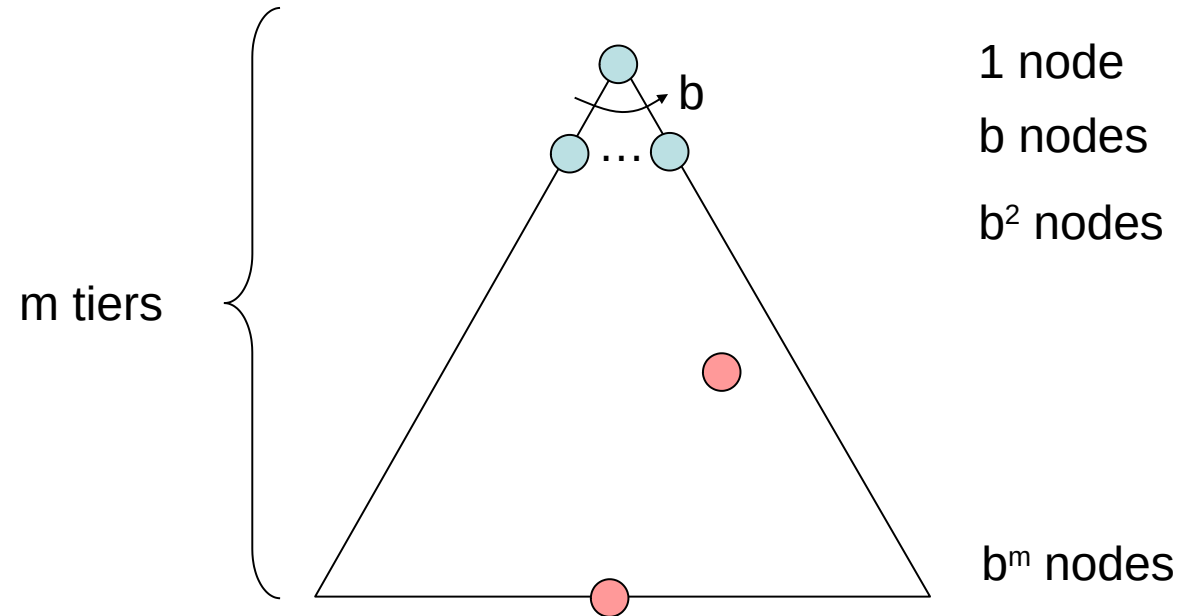
- **完备性**：算法是否能保证找到解？
- **最优性**：搜索策略能否找到最优解？
- **时间复杂度**：找到解需要花费多长时间？
- **空间复杂度**：执行搜索的过程中需要多少内存？

- **搜索树**：

- $b$ ：分支因子
- $m$ ：最大深度
- solutions at various depths

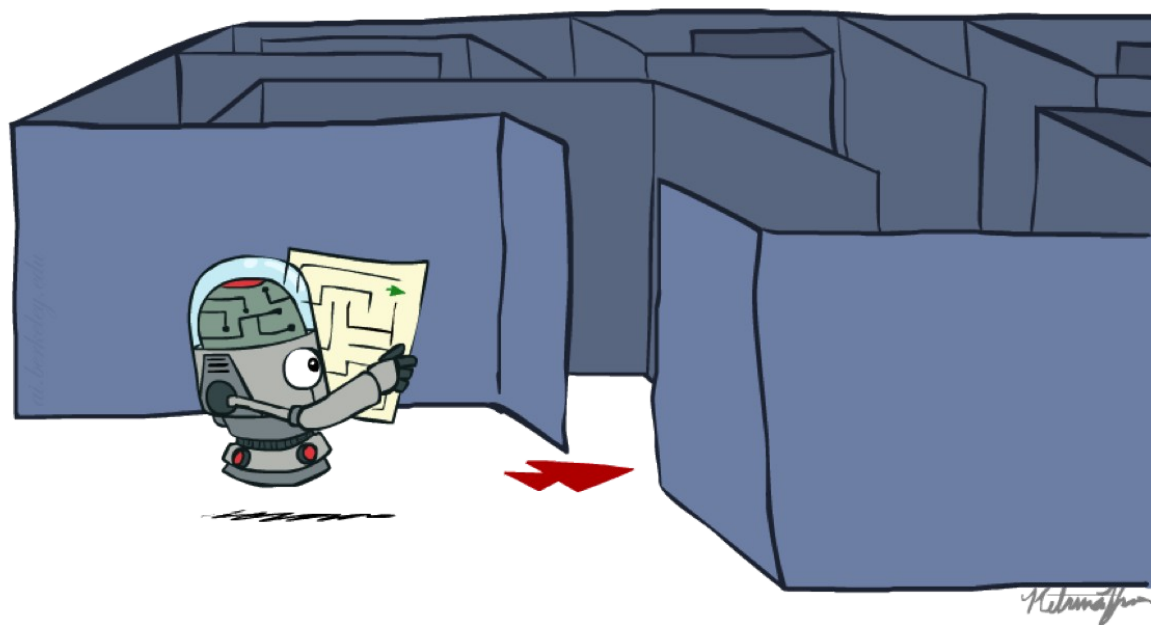
- **整个树中结点个数**：

- $1 + b + b^2 + \dots + b^m = O(b^m)$



# 目录

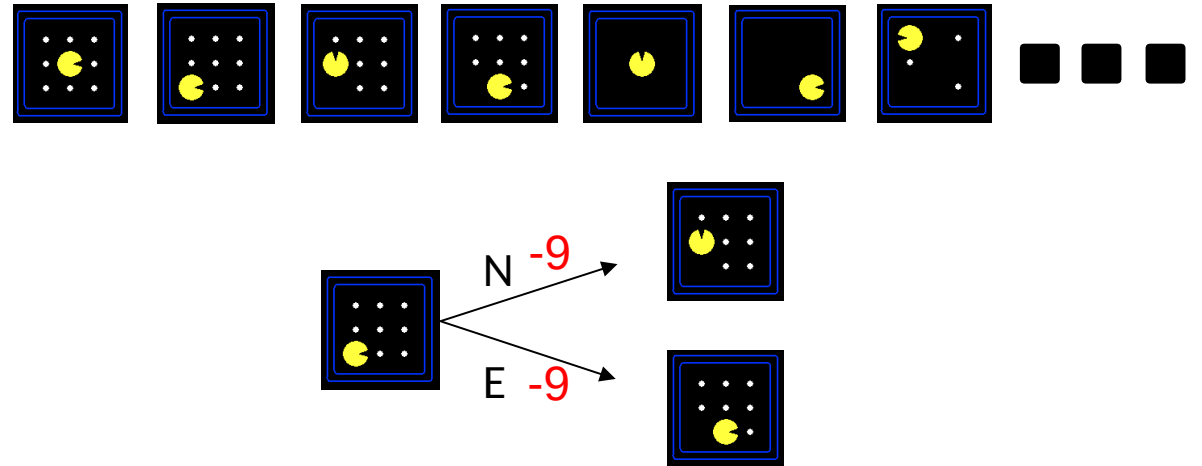
- 3.1 问题求解 Agent
- 3.2 问题形式化
- 3.3 搜索算法
- 3.4 无信息搜索策略



# Search Problems

- A **search problem** consists of:

- A **state space**  $S$
- An **initial state**  $s_0$
- **Actions**  $A(s)$  in each state
- **Transition model**  $Result(s,a)$
- A **goal test**  $G(s)$ 
  - $s$  has no dots left
- **Action cost**  $c(s,a,s')$ 
  - +1 per step; -10 food; -500 win; +500 die; -200 eat ghost



- A **solution** is an action sequence that reaches a goal state
- An **optimal solution** has least cost among all solutions

## 3.4 无信息搜索策略

- 5 种无信息搜索（盲目搜索）：

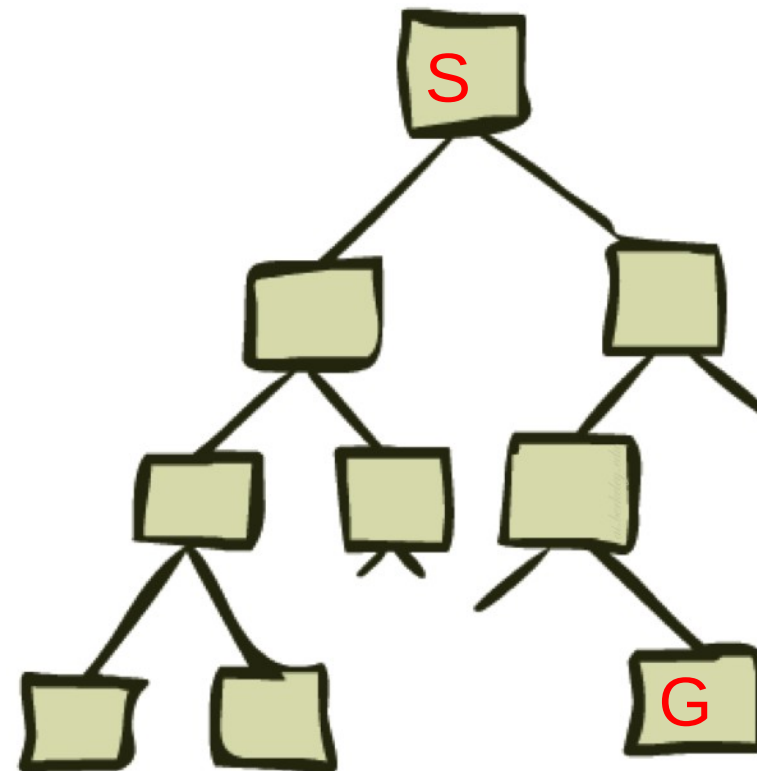
- 宽度优先搜索 Breadth-first

- 一致代价搜索 Uniform-cost

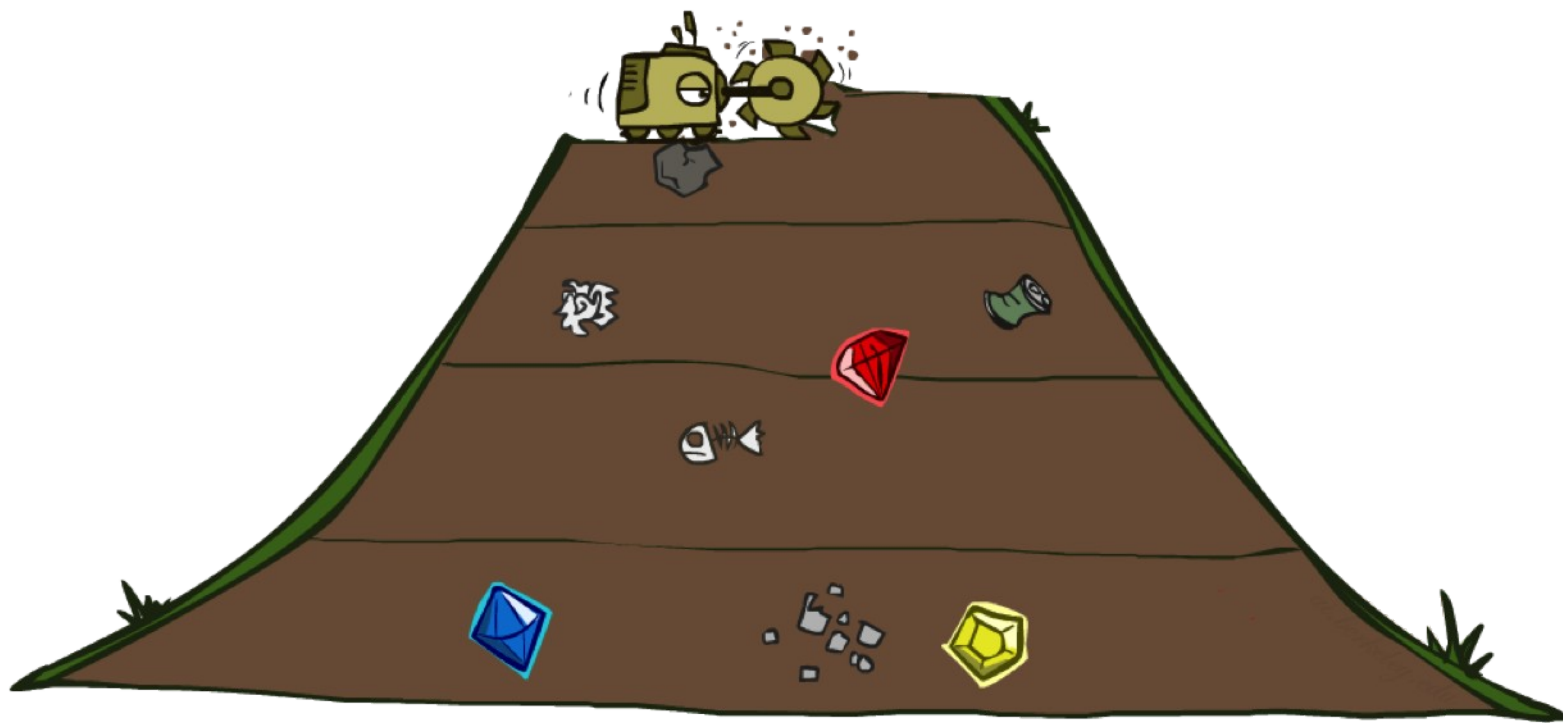
- 深度优先搜索 Depth-first

- 深度受限搜索 Depth-limited

- 迭代加深的深度优先搜索 Iterative-deepening



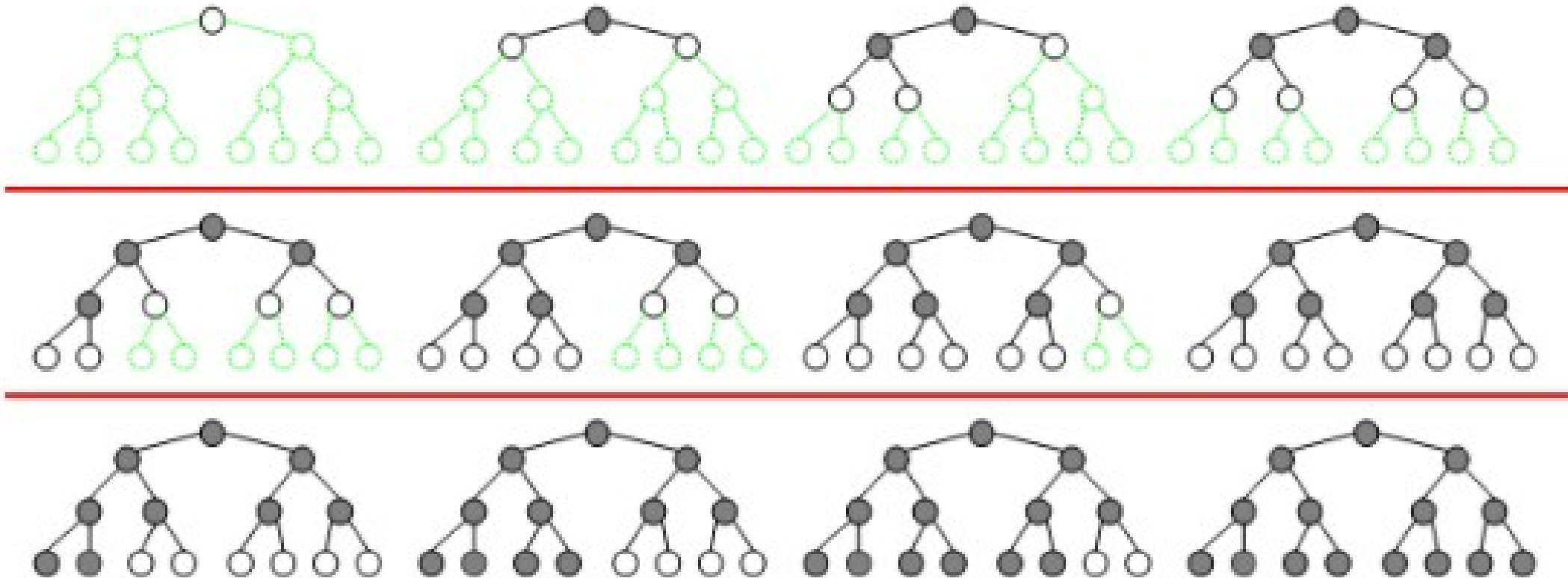
## 3.4.1 宽度优先搜索 ( BFS)





## 3.4.1 宽度优先搜索 ( BFS)

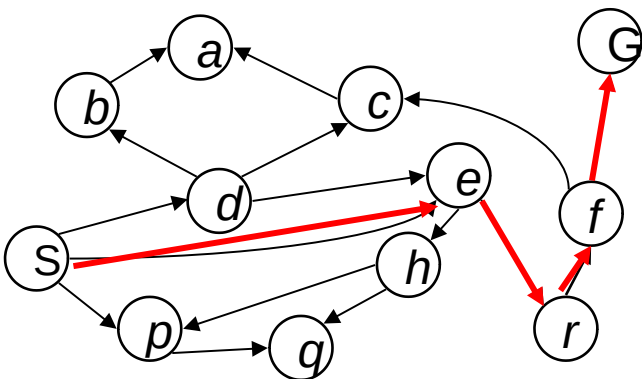
BFS 是一种简单的搜索策略。它从根节点开始，按搜索深度逐层扩展结点，直到找到目标结点为止，其搜索顺序如下图所示：



# 宽度优先搜索 ( BFS)

搜索策略：先扩展深度最浅的结点

实现：边缘是 FIFO 队列



FIFO 队列：

先进先出队列；

新结点加入到队尾，浅层的老结点会在深层的新结点之前被扩展

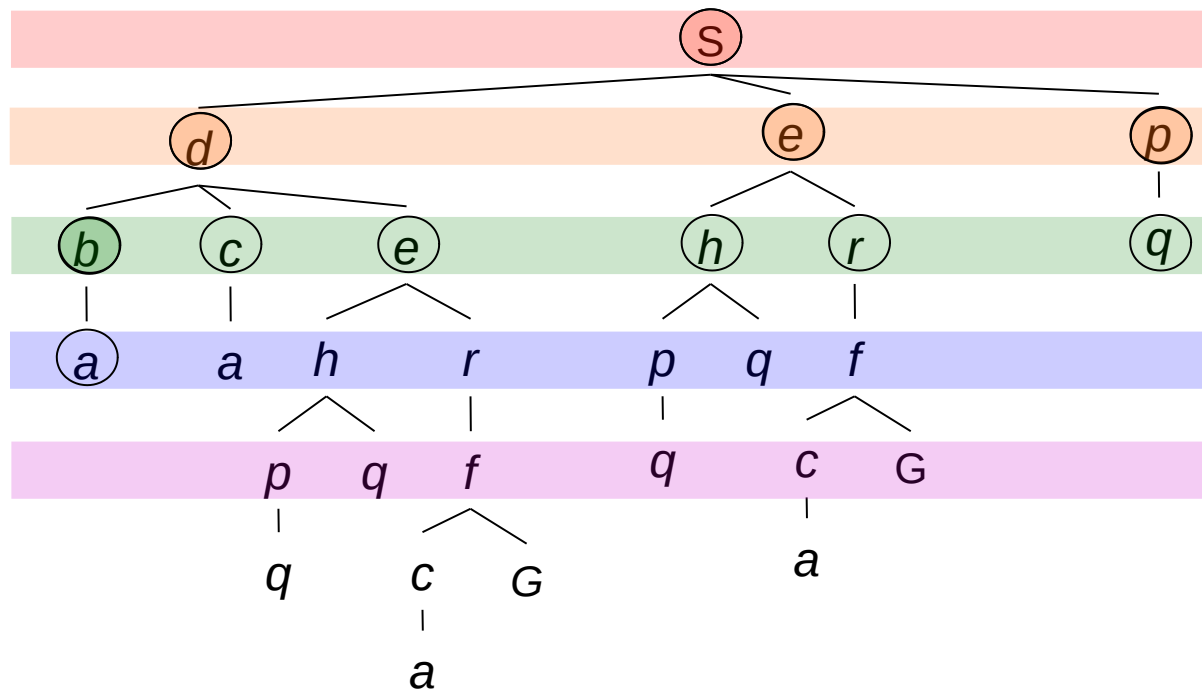
边缘队列：

S  
dep  
epbce  
pbcehr  
bcehrq  
cehrqa  
...

搜索序列：Sdepbc...pqfqcG

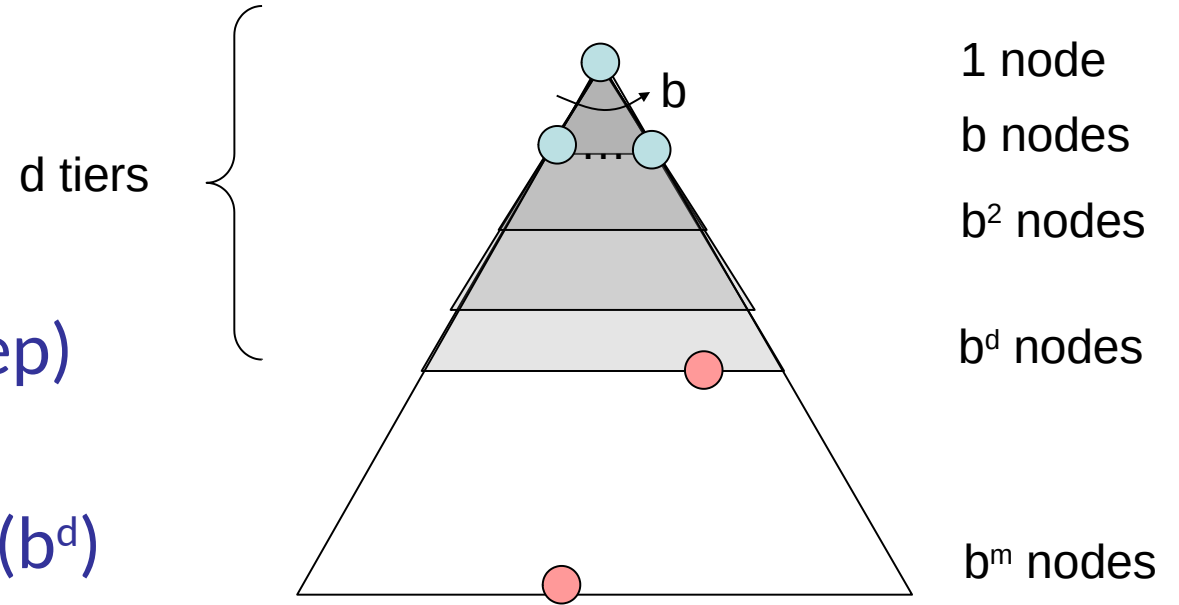
解序列：SerfG

Search  
Tiers

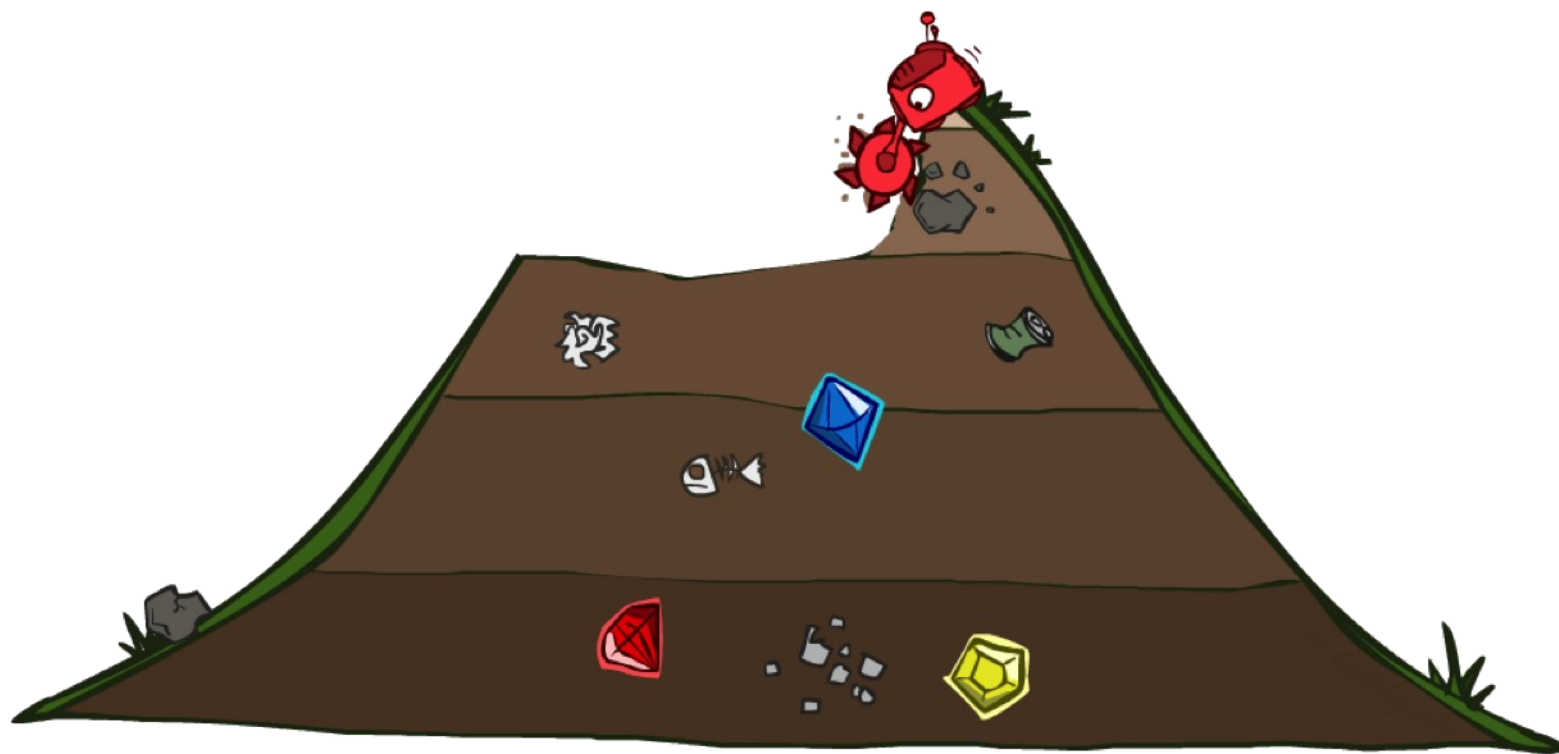


# 宽度优先搜索 ( BFS ) 的性能

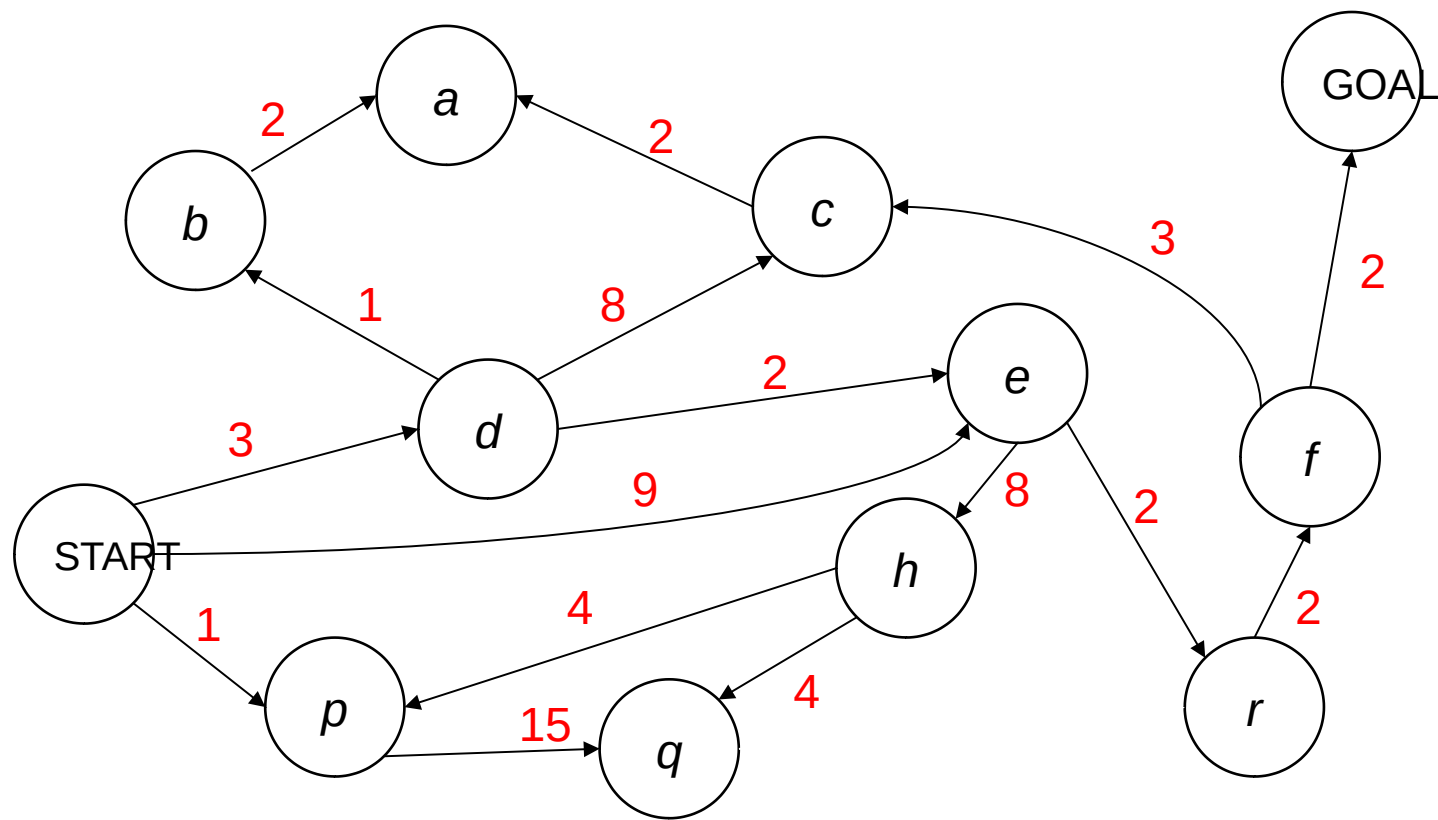
- 完备性 ? Yes (if  $b$  &  $d$  are finite)
- 最优性 ? Yes (only if cost = 1 per step)
- 时间复杂度 ?  $1+b+b^2+b^3+\dots+b^d = O(b^d)$
- 空间复杂度 ?  $O(b^d)$  (keeps every node in memory)



## 3.4.2 一致代价搜索



## 3.4.2 一致代价搜索



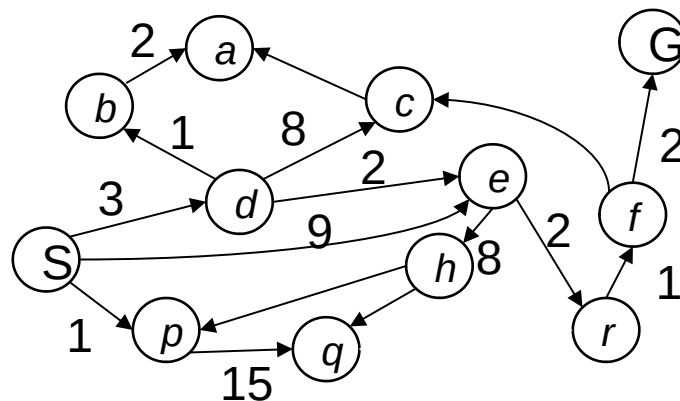
状态空间图（边上有代价值）

# 一致代价搜索

代价函数： $g(n) = \text{cost from root to state } n$

搜索策略：先扩展  $g(n)$  最小的结点

实现：边缘是优先队列（按照  $g(n)$  从小到大排序）



## 边缘队列

$S(0)$

$p(1) d(3) e(9)$

$d(3) e(9) q(16)$

$b(4) e(5) e(9) c(11) q(16)$

$e(5) a(6) e(9) c(11) q(16)$

$a(6) r(7) e(9) c(11) h(13) q(16)$

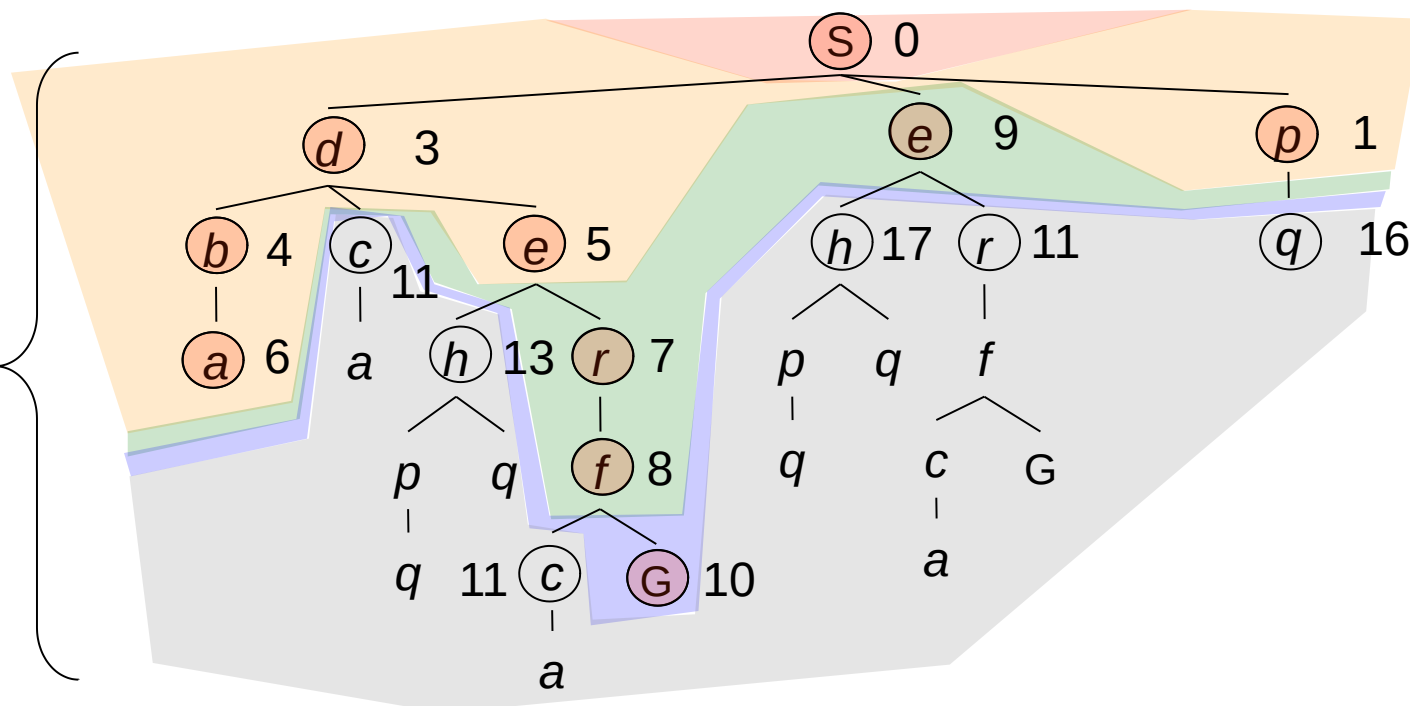
$r(7) e(9) c(11) h(13) q(16)$

$f(8) e(9) c(11) h(13) q(16)$

$e(9) G(10) c(11) h(13) q(16)$

$G(10) c(11) r(11) h(13) q(16) h(17)$

Cost  
contours



# 一致代价搜索 (UCS) 的性能

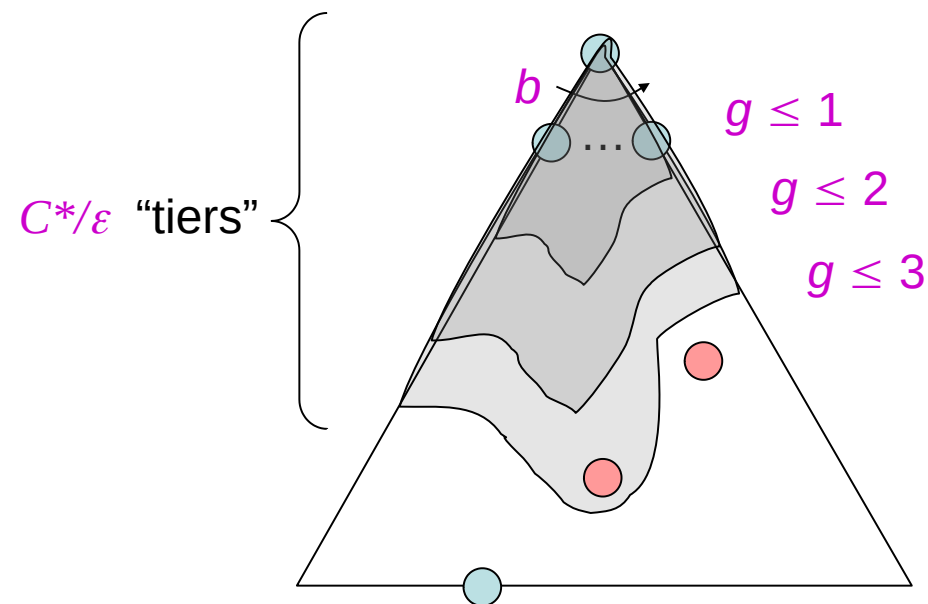
- UCS 扩展了哪些结点？

- 假定最优解的代价是  $C^*$ ，每一步的代价至少是  $\epsilon$
- “effective depth” is roughly  $C^*/\epsilon$
- 扩展了  $\text{cost} < C^*$  的所有结点！
- 时间复杂度？  $O(b^{C^*/\epsilon})$

- 空间复杂度？  $O(b^{C^*/\epsilon})$

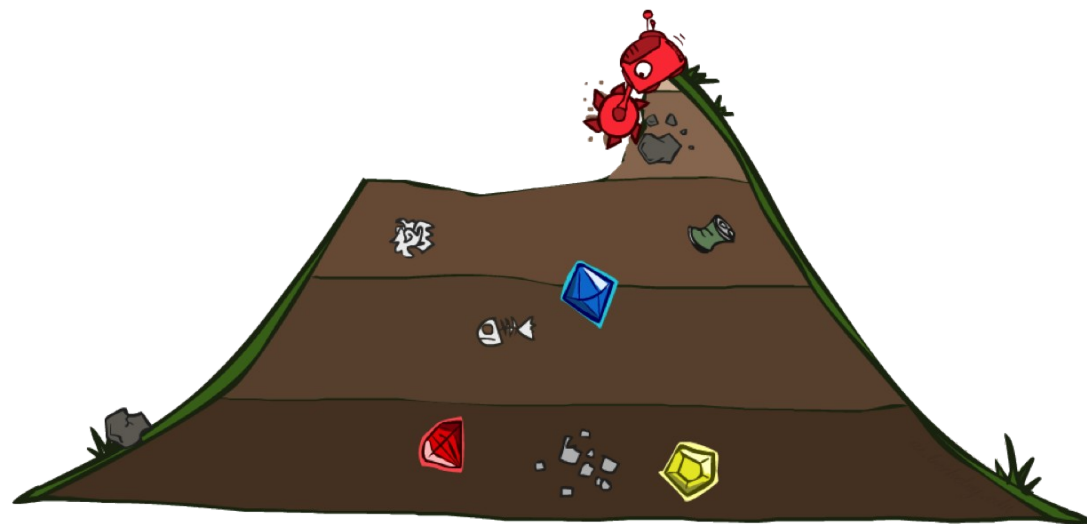
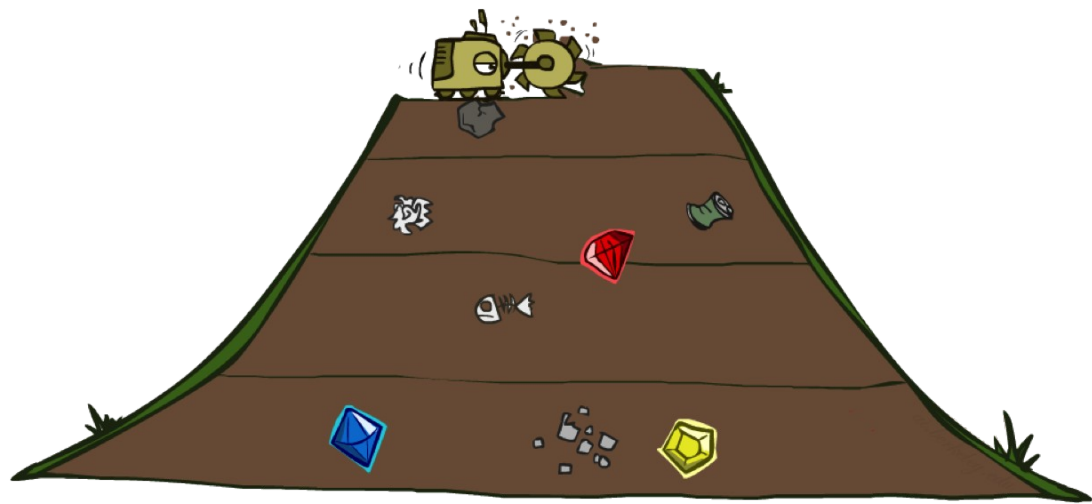
- 完备性？ Yes, Assuming  $C^*$  is finite and  $\epsilon > 0$

- 最优性？ Yes



# 宽度优先搜索 vs. 一致代价搜索

	宽度优先搜索	一致代价搜索
边缘队列	FIFO	优先队列（路径耗散）
最优性	所有边耗散相同时	最优解

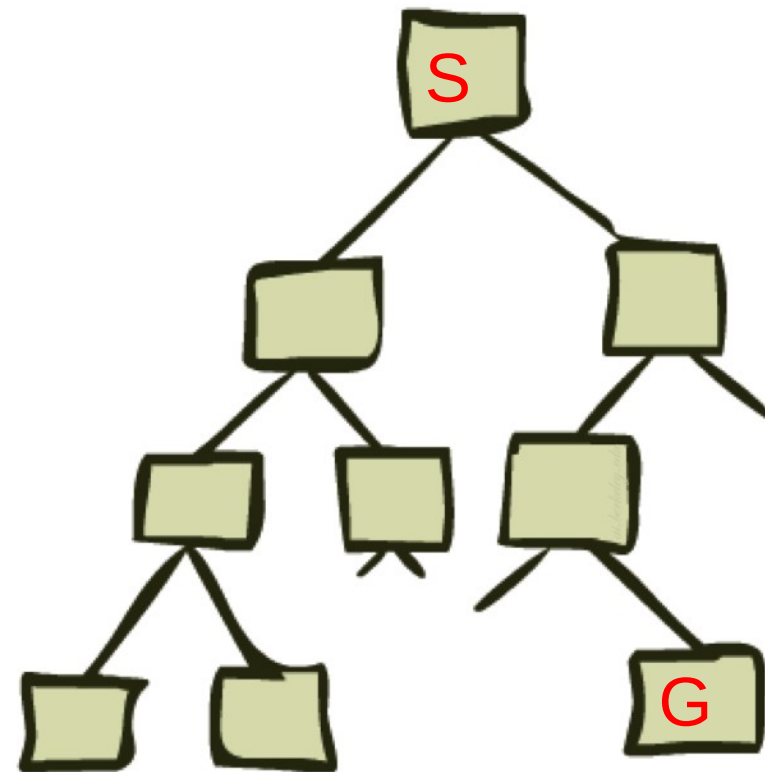




## 3.4 无信息搜索策略

- 5 种无信息搜索（盲目搜索）：

- 宽度优先搜索 Breadth-first
- 一致代价搜索 Uniform-cost
- 深度优先搜索 Depth-first
- 深度受限搜索 Depth-limited
- 迭代加深的深度优先搜索 Iterative-deepening

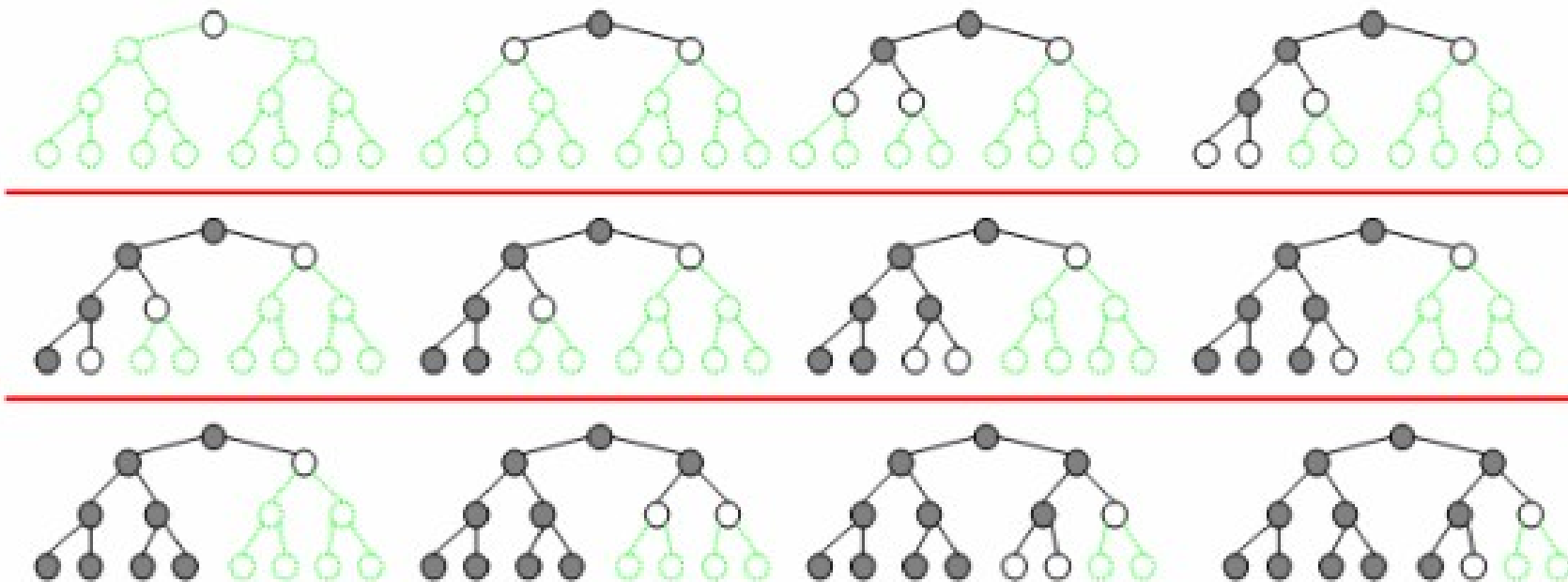


### 3.4.3 深度优先搜索 (DFS)



# 深度优先搜索 ( DFS )

DFS 总是优先扩展当前搜索树中最深的结点。当到达搜索树中边缘无后继的结点时，该算法回溯到次深未扩展的结点继续搜索，直到搜索到目标状态为止。



# 深度优先搜索 (DFS)

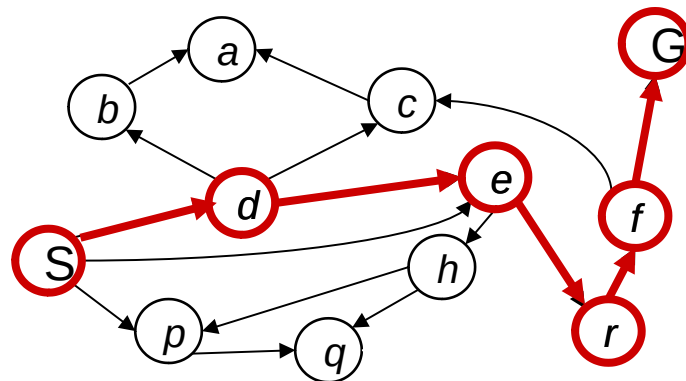
搜索策略：先扩展深度最深的结点

实现：边缘是 LIFO 栈

边缘队列

S  
dep  
bc eep  
aceep  
ceep  
a eep  
eep  
hrep  
pqrep  
.....

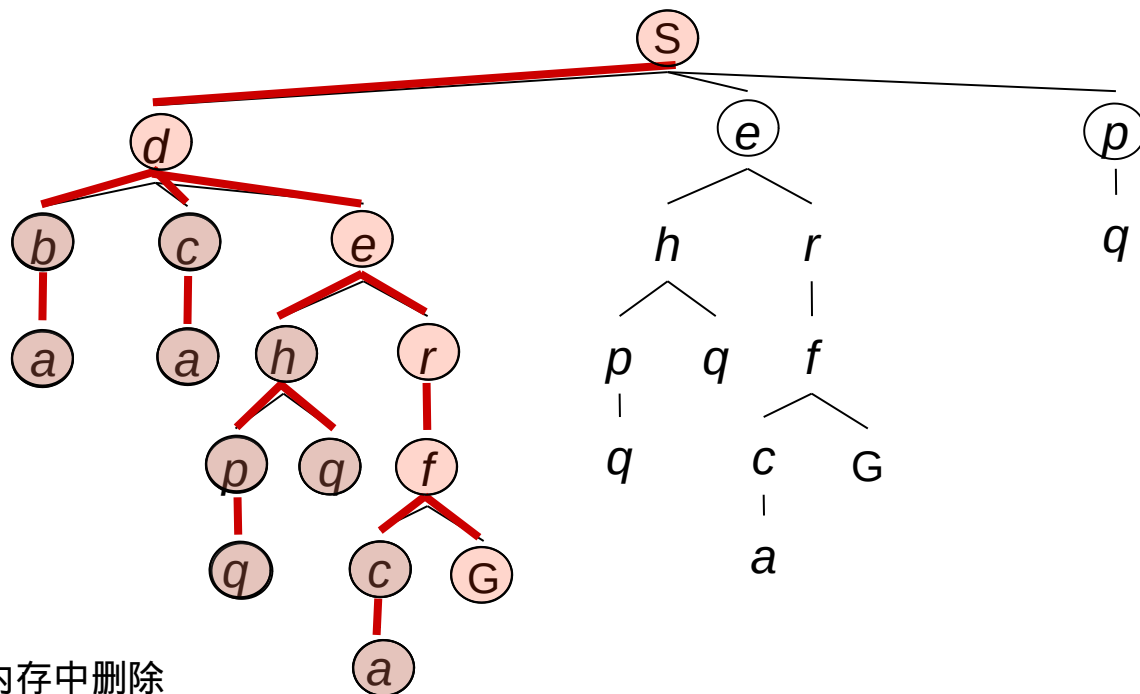
已扩展且在边缘中没有后代的结点可以从内存中删除



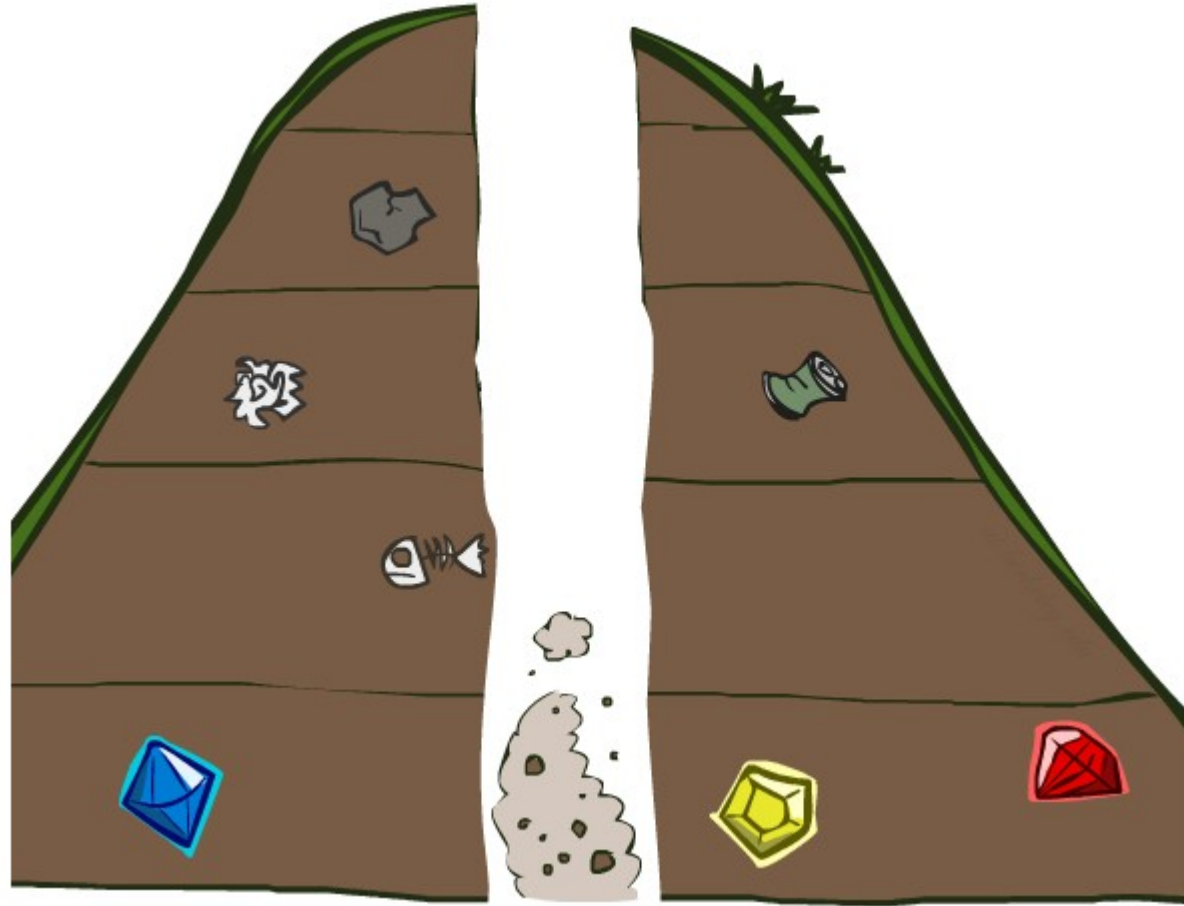
LIFO 栈：

后进先出队列；

最新生成的结点最早被选择被扩展

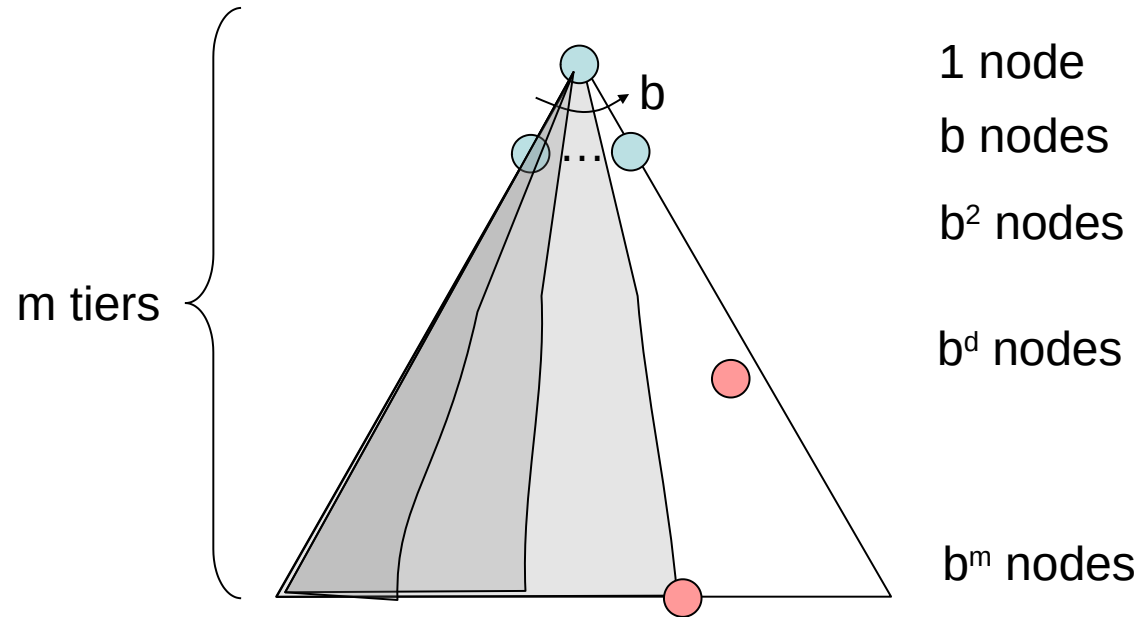


# Search Algorithm Properties



# 深度优先搜索 (DFS) 的性能

- 完备性 ? No    □ complete in finite spaces
- 最优性 ? No
- 时间复杂度 ?  $O(b^m)$
- 空间复杂度 ?  $O(bm)$     linear space!



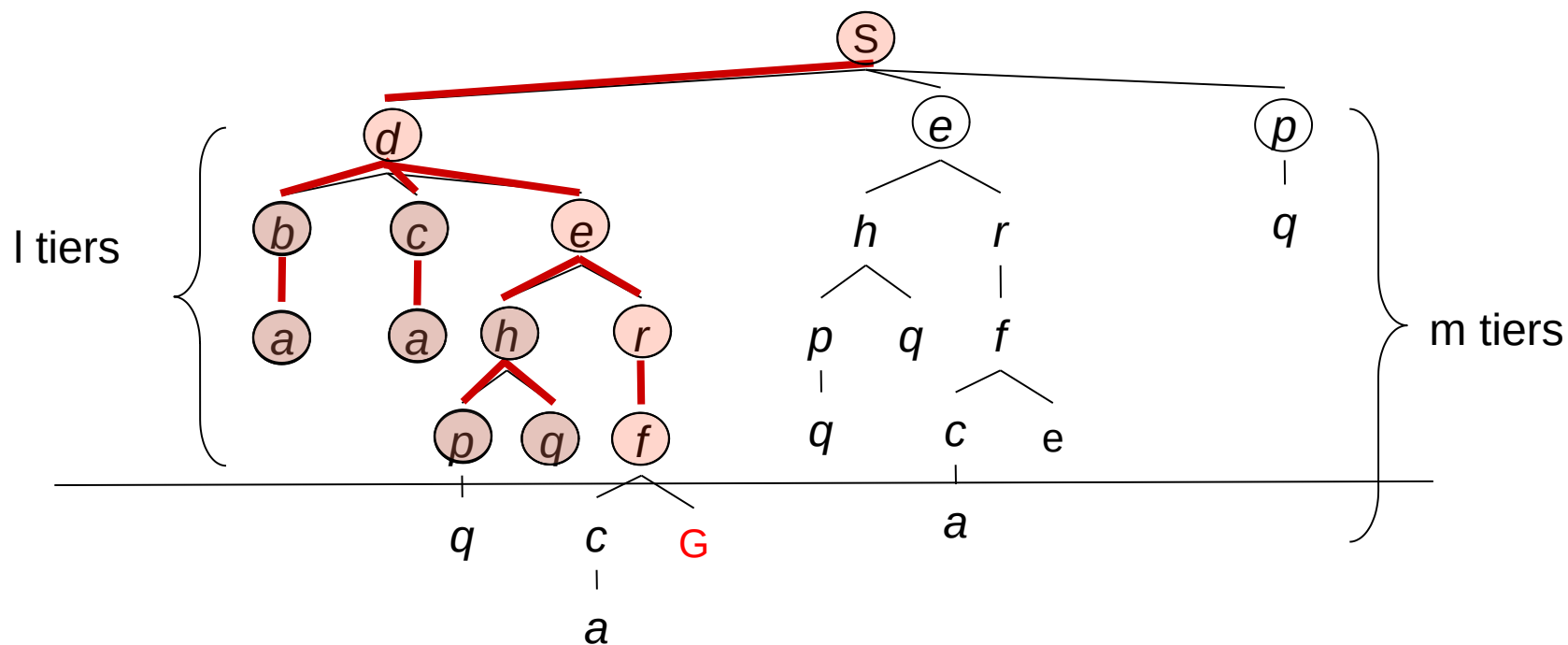
深度优先搜索只要存储一条从根结点到叶子结点的路径，以及该路径上每个结点所有未被扩展的兄弟结点即可。

已扩展并且在边缘中没有后代的结点可以从内存中删除

### 3.4.4 深度受限搜索

= DFS with depth limit  $l$

- 深度为  $l$  的结点被当做最深层结点（没有后继结点）来对待。
  - 避免 DFS 在无限状态空间下搜索失败，解决了无穷路径问题
  - 算法的性能：
    - 时间复杂度  $O(b^l)$
    - 空间复杂度  $O(bl)$
    - $l < m$ : 不是完备的
    - 不是最优的
- 
- The diagram shows a search tree starting from root 'S'. A path 'S' → 'd' → 'b' → 'a' is highlighted in red. A bracket labeled 'l tiers' indicates the depth limit. Other branches include 'S' → 'h' → 'p' → 'q', and 'S' → 'e' → 'h' → 'p' to 'q'. The tree is cut off at depth 'l'.



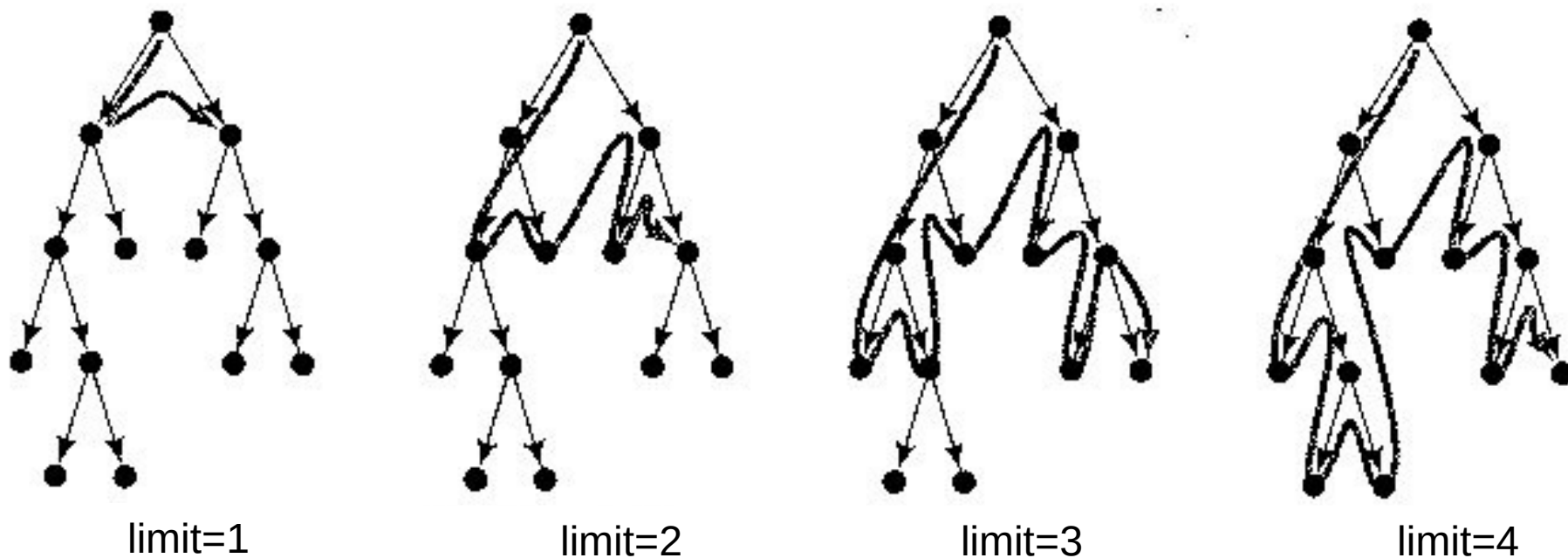
### 3.4.5 迭代加深的深度优先搜索（IDS）

---

- 在深度受限搜索的基础上，逐步增加深度限制。该算法结合了深度优先和广度优先的优点。
- 算法原理：设最大深度  $limit$ ，开始  $limit$  设为 1，深度优先搜索，如果没有找到目标，则  $limit$  加一，再次深度优先搜索，以此类推直到找到目标。



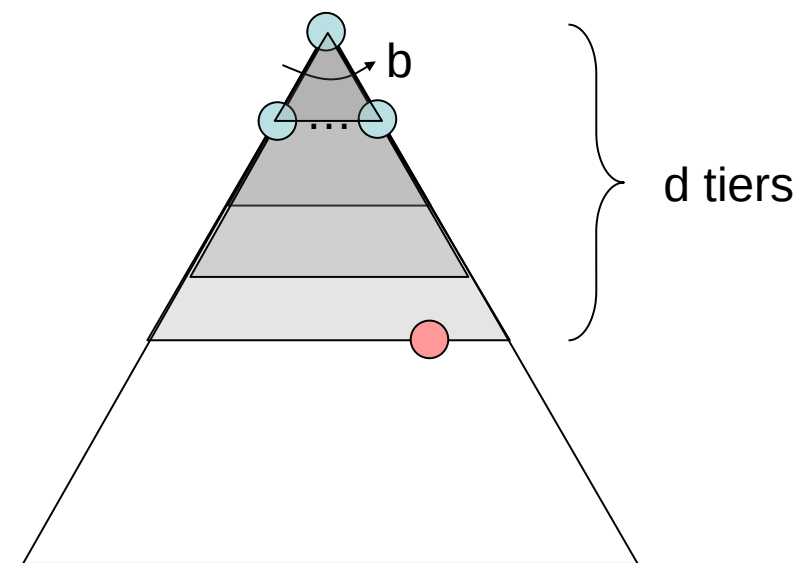
### 3.4.5 迭代加深的深度优先搜索 ( IDS )



**优势：**既可以避免陷入深度无限的分支，同时还可以找到深度最浅的目标解，从而在每一步代价一致的时候找到最优解，再加上其优越的空间复杂度，**常常作为首选的无信息搜索策略。**

# 迭代加深的深度优先搜索 ( IDS )

- $IDS = DFS + BFS$
- 完备性 ? Yes ( 分支因子  $b$  有限时 )
- 最优性 ? Yes, if step cost = 1
- 时间复杂度 ?  $O(b^d)$
- 空间复杂度 ?  $O(bd)$



# Summary of algorithms

Criterion	Breadth-First	Uniform-Cost	Depth-First	Depth-Limited	Iterative Deepening
Complete?	Yes <sup>a</sup>	Yes <sup>a,b</sup>	No	No	Yes <sup>a</sup>
Time	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lceil C^*/\epsilon \rceil})$	$O(b^m)$	$O(b^l)$	$O(b^d)$
Space	$O(b^d)$	$O(b^{1+\lceil C^*/\epsilon \rceil})$	$O(bm)$	$O(bl)$	$O(bd)$
Optimal?	Yes <sup>c</sup>	Yes	No	No	Yes <sup>c</sup>

搜索策略比较：

$b$  指分支因子， $d$  指最浅解的深度， $m$  指搜索树的最大深度， $l$  是深度界限。

右上角标的含义：a 指当  $b$  有限时算法是完备的，b 指若对正数  $\epsilon$  有单步代价  $\leq \epsilon$ ，则是完备的。c 单步代价相同时算法最优。