

动态规划

动态规划

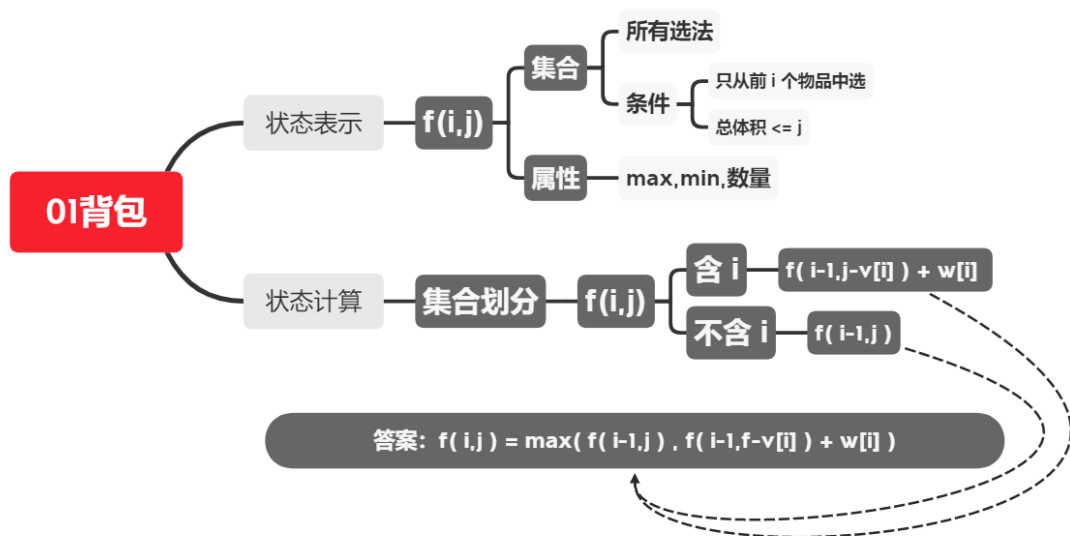
背包问题
线性DP
区间DP
计数类DP
数位统计DP
状态压缩DP
树形DP

背包问题

参考视频: <https://www.bilibili.com/video/BV1X741127ZM>

• 01背包

问题背景: 现有 n 件物品, 每件物品都有固定的体积 $v[i]$ 和价值 $w[i]$, 每件物品只能装一次, 在
规定容量的背包中装下最多的价值



模板题: [01背包 采药](#)

朴素代码:

```
#include<iostream>
using namespace std;

const int N = 1010;
int v[N], w[N], n, bag_v, f[N][N]; //f数组存的是考虑前i个物品,背包容量为j时能取到的最大价值

int main()
{
    cin>>n>>bag_v; //读入物品数量和背包容量
```

```

    for(int i=1;i<=n;i++)    cin>>v[i]>>w[i]; //依次读入物品体积和价值

    for(int i=1;i<=n;i++) //从1开始枚举，因为装前0个物品的价值都是0，即f[0]
    [1~bag_v] = 0
    {
        for(int j=0;j<=bag_v;j++) //枚举背包容量
        {
            f[i][j] = f[i-1][j]; //不装第i个物品的状态一定存在
            if(j<=v[i]) //只有当前背包容量大于第i个物品的体积时才可以装第i个物品
                f[i][j] = max(f[i-1][j], f[i-1][j-v[i]] + w[i]); //两种状态，哪
个大取哪个
        }
    }

    cout<<f[n][bag_v]; //考虑前n个物品，背包容量为bag_v的情况
}

```

可以对上面代码进行优化，压缩空间，压缩空间实际是等价变形那些式子

j 从大到小循环的原因是 $f[i, j]$ 要用 $f[i-1, j-v[i]] + w[i]$ 来更新，从大到小可以保证算 $f[j]$ 时用到的 $f[j-v[i]]$ 存储的是 $f[i-1, j-v[i]]$ ，而不是 $f[i, j-v[i]]$ ；如果从小到大循环，那么 $f[j-v[i]]$ 会在 $f[j]$ 前被计算出来，那么它就表示 $f[i, j-v[i]]$ 了

一维优化代码：

```

#include<iostream>
using namespace std;

const int N = 1010;
int v[N], w[N], n, bag_v, f[N];
int main()
{
    cin>>n>>bag_v;

    for(int i=1;i<=n;i++)    cin>>v[i]>>w[i];

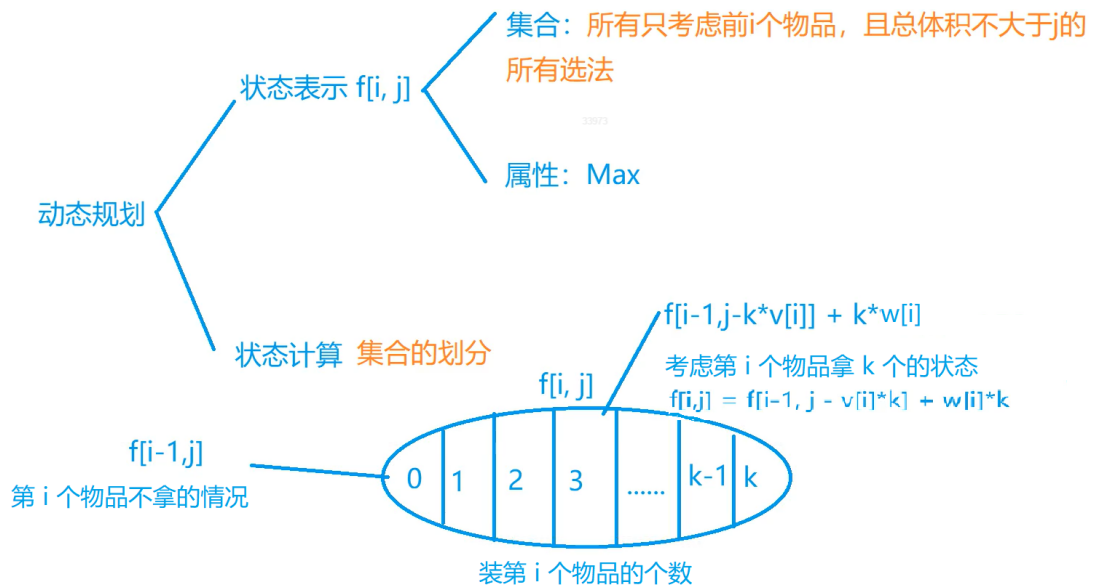
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        for(int j=bag_v;j>=0;j--)
        {
            //f[j] = f[j]; 在第i层计算的f[j]实际就是f[i][j]，第i-1层计算的就是f[i-1][j]
            //f[i][j] = f[i-1][j], f[i-1][j]先算出来，所以可以删掉变成f[j]=f[j]，
            恒等式直接删
            if(j<=v[i])
                f[j] = max(f[j], f[j-v[i]] + w[i]); //等价于f[i][j], f[i][j-v[i]]+w[i]
            //f[i][j] = max(f[i][j], f[i-1][j-v[i]] + w[i])
            //但第二个参数是要用到f[i-1][j-v[i]] + w[i]的，因为当前为第i层，所以f[i-1][j-v[i]]是还未计算出来的
            //f[j-v[i]]实际是f[i][j-v[i]]，所以要逆序枚举保证f[j-v[i]]是还未计算出来
        }
    }

    cout<<f[bag_v];
}

```

• 完全背包

完全背包问题和01背包问题很相似，不同点就是完全背包问题的物品个数是无限制的



把 $f[i-1, j-v[i]*k] + w[i]*k$ 展开下图橙色部分:

状态转移方程: $f[i, j] = \text{Max}(f[i-1, j], f[i-1, j-v]+w, f[i-1, j-2v]+2w, f[i-1, j-3v]+3w, \dots)$

$f[i, j-v] = \text{Max}(f[i, j-v], f[i-1, j-2v]+w, f[i-1, j-3v]+2w, \dots)$

惊奇的发现橙色框那一堆就等于 $f[i, j-v]+w$

所以: $f[i, j] = \text{Max}(f[i-1, j], f[i, j-v] + w)$

所以 完全背包的状态转移方程

完全背包: $f[i][j] = \text{max}(f[i-1][j], f[i][j-v[i]] + w[i]);$

于 0 1 背包的状态转移方程非常相似, 区别在于 0 1 背包是考虑不装 i , 而完全背包考虑

01背包: $f[i][j] = \text{max}(f[i-1][j], f[i-1][j-v[i]] + w[i]);$

完全背包朴素代码:

```
#include<iostream>
using namespace std;

const int N = 1010;
int v[N], w[N], f[N][N];

int main()
{
    int n, m;
    cin >> n >> m;

    for(int i=1; i<=n; i++)    cin >> v[i] >> w[i];

    for(int i=1; i<=n; i++)
        for(int j=0; j<=m; j++)
        {
```

```

        f[i][j] = f[i-1][j];
        if(j >= v[i])
            f[i][j] = max(f[i][j], f[i][j-v[i]] + w[i]);
    }

    cout<<f[n][m]<<endl;

    return 0;
}

```

模板题：[完全背包 疯狂采药](#)

一维空间优化：

```

#include<iostream>
using namespace std;

const int N = 1010;
int v[N],w[N],f[N];

int main()
{
    int n,m;
    cin>>n>>m;

    for(int i=1;i<=n;i++)    cin>>v[i]>>w[i];

    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=v[i];j<=m;j++) //因为 f[i][j] = f[i-1][j]; f[i-1][j]是先更新的，
            //所以这条语句执行后 f[i-1][j] 的值赋给f[i][j],删掉一维，将变成一个恒等式，所以可以直接删，后面
            //也只需删掉一维
            f[j] = max(f[j],f[j-v[i]] + w[i]);

    cout<<f[m]<<endl;

    return 0;
}

```

• 多重背包

有 N 种物品和一个容量是 V 的背包。

第 i 种物品最多有 S_i 件，每件体积是 V_i ，价值是 W_i 。

求解将哪些物品装入背包，可使物品体积总和不超过背包容量，且价值总和最大。

输出最大价值。

◦ 朴素做法

思路和完全背包一样，只不过物品的数量受到了限制，完全背包第 i 个物品的个数是无限个，而多重背包的第 i 个物品的个数是 $s[i]$ 个，是有限制的。

其状态转移方程，与最原始的完全背包一样

$$f[i][j] = \max(f[i-1][j], f[i-1][j-v[i]*k] + w[i]*k) // k = 0, 1, 2, 3, \dots, s[i]$$

其中 $f[i-1][j]$ 是不装第 i 个物品的所携带价值的最大值。

朴素版代码：

```

#include<iostream>
using namespace std;
const int N = 110;
int f[N][N];
int v[N],w[N],s[N];

int main()
{
    int n,m;
    cin>>n>>m;

    for(int i=1;i<=n;i++)    cin>>v[i]>>w[i]>>s[i];

    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        for(int j=0;j<=m;j++)
            for(int k=0;k<=s[i];k++)
                if(v[i]*k <= j)
                    f[i][j] = max(f[i][j],f[i-1][j-k*v[i]] + w[i]*k);

    }

    cout<<f[n][m];
    return 0;
}

```

○ 优化版做法

1,2,4,8,16...,512 这堆数中可以凑出每个数最多只能选一次能凑出 0~1023 (和为1023)范围内的任意一个数

假设第 i 组中的物品个数为 $s[i]$ ，价值和体积为 $v[k]$ $w[k]$ $k \leq s[i]$ 且 $2^k < s[i] < 2^{k+1}$ ，那么可以将拿去物品的个数的价值全部用 $1,2,4,8 \dots 2^{(k-1)}, s[i] - (1+2+4+8+\dots+2^{(k-1)})$ 表示出来

用数组 $total_v[]$, $total_w[]$ 来表示拿取 1个物品 i ，2个物品 i ，4个物品 i ，..., $2^{(k-1)}$ 个物品 i , $s[i] - (1+2+4+\dots+2^{(k-1)})$ 个物品 i ，所具有的价值和体积

那么多重背包问题就可以转化成一个 **01背包问题** 了,此时物品就为 $total_v[]$, $total_w[]$ 的值的个数

代码：

```

#include<iostream>
#include<algorithm>
using namespace std;
const int N = 25000,M = 2010; //最多1000物品，每个物品最多2000个，所以
total_v,w[]
int f[M]; //最多有 1000*log 2000 + 1000种可能，N直接开25000
int v[N],w[N],cnt; //w, v => total_w[],total_v[]

int main()
{
    int n,m;
    cin>>n>>m;
}

```

```

for(int i=1;i<=n;i++)
{
    int a,b,s;
    cin>>a>>b>>s;
    int k=1;
    while(k <= s)
    {
        v[++cnt] = k*a; //存取1,2,4,8...2^k个的v, w
        w[cnt] = k*b;
        s -= k;
        k *= 2;
    }
    if(s > 0)
    {
        v[++cnt] = s*a; //存取s[i]-(1+2+4+8+...+2^k)个的v, w
        w[cnt] = s*b;
    }
}

for(int i=1;i<=cnt;i++) //转化为01背包
    for(int j=m;j>=v[i];j--)
        f[j] = max(f[j],f[j-v[i]] + w[i]);

cout<<f[m]<<endl;

return 0;
}

```

[多重背包 1](#) [多重背包 2](#)

• 分组背包问题

有 N 组物品和一个容量是 V 的背包。

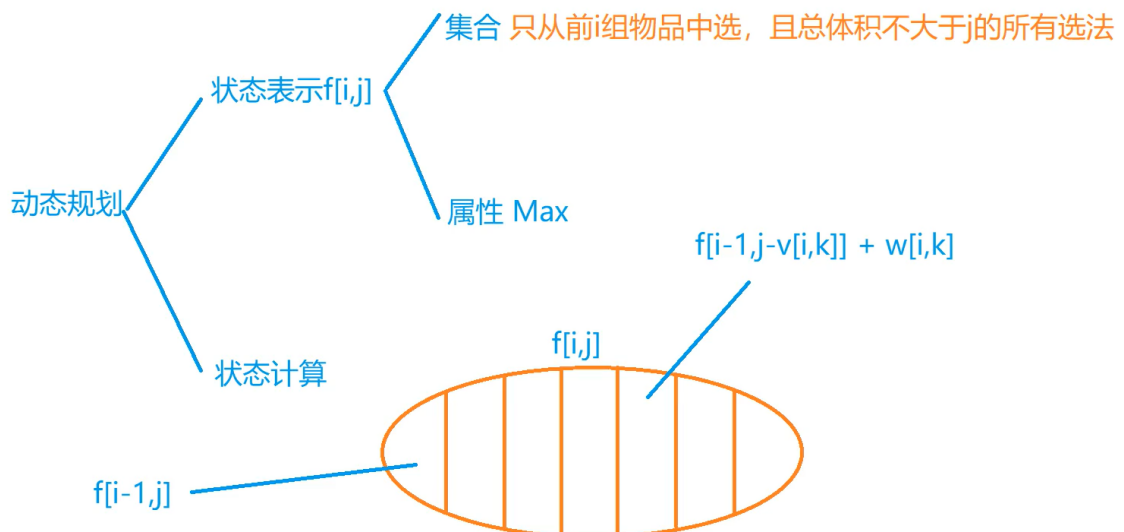
每组物品有若干个，同一组内的物品最多只能选一个。

每件物品的体积是 $v[i][k]$ ，价值是 $w[i][k]$ ，其中 i 是组号， k 是组内编号。

求解将哪些物品装入背包，可使物品总体积不超过背包容量，且总价值最大。

输出最大价值。

它和01背包也有些相似，只不过01背包枚举的是第 i 个物品选 or 不选，而分组背包问题枚举的是第 i 个物品选哪个，就是这个物品更多了。



朴素写法:

```
#include<iostream>
using namespace std;
const int N = 110;
int f[N][N];
int v[N][N],w[N][N],s[N];

int main()
{
    int n,m;
    cin>>n>>m;
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        cin>>s[i];
        for(int k=1;k<=s[i];k++)
        {
            cin>>v[i][k]>>w[i][k];
        }
    }

    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=0;j<=m;j++)
        {
            f[i][j] = f[i-1][j];
            for(int k=1;k<=s[i];k++) //转化成01背包
                if(j>=v[i][k])
                    f[i][j] = max(f[i][j],f[i-1][j-v[i][k]]+w[i][k]);
        }
    cout<<f[n][m]<<endl;

    return 0;
}
```

优化版:

```
#include<iostream>
using namespace std;
const int N = 110;
int f[N];
int v[N][N],w[N][N],s[N];

int main()
{
    int n,m;
    cin>>n>>m;
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        cin>>s[i];
        for(int k=1;k<=s[i];k++)
        {
            cin>>v[i][k]>>w[i][k];
        }
    }
}
```

```

    }
}

for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=m;j>=0;j--)
        for(int k=1;k<=s[i];k++) //一维01背包
            if(j>=v[i][k])
                f[j] = max(f[j],f[j-v[i][k]]+w[i][k]);

cout<<f[m];

return 0;
}

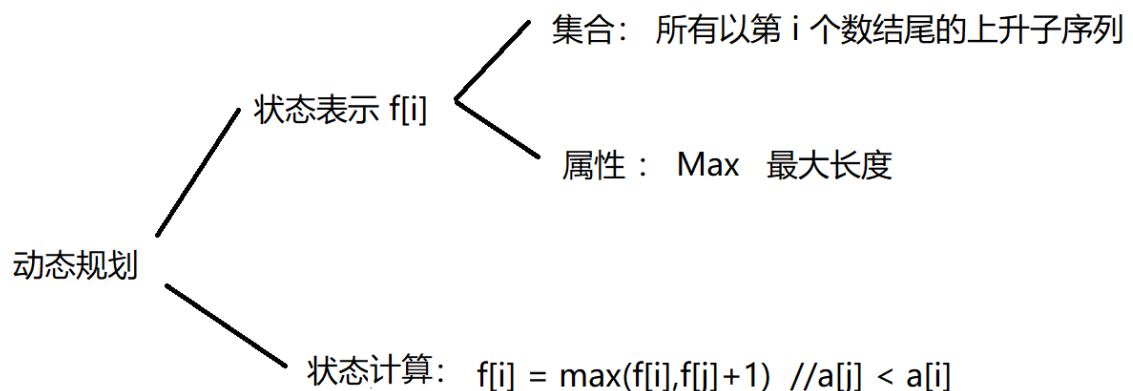
```

线性DP

- 最长上升子序列问题

给定一个长度为N的数列，求数值严格单调递增的子序列的长度最长是多少。

input:
7
3 1 2 1 8 5 6
output:
4



EX: 3 1 2 1 8 5 6
 f[j] f[j] f[j] f[j] 8 f[j] f[i]

首先定义 $f[i]$ 的集合，和属性，然后将其状态计算方程列出，这里的状态转移方程是 $f[i] = \max(f[j] + 1, f[i])$;

序列为第 i 个数 $a[i]$ 结尾，前面可以与它构成严格上升的序列的数 $a[j]$ ，如果能构成严格上升的单调序列，那么此时以 $a[i]$ 结尾的序列的长度 $f[i]$ 为以 $a[j]$ 结尾的长度 $f[j] + 1$ ，与所有符合的 $a[j]$ 作比较，找出 $f[i]$ 的最大值

朴素做法(n^2):

```

#include<iostream>
#include<algorithm>
using namespace std;

```



```

const int N = 1010;
int f[N], a[N];

int main()
{
    int n;
    cin >> n;
    for(int i = 1; i <= n; i++) cin >> a[i];

    for(int i = 1; i <= n; i++)
    { //f[i] 以a[i]结尾的所有的上升序列
        f[i] = 1; // a[i] 前面的数是 空集
        for(int j = 1; j < i; j++)
        {
            if(a[i] > a[j])
                f[i] = max(f[i], f[j] + 1); //a[i]前面的数是a[j]
        }
    }

    int res = 0;
    for(int i = 1; i <= n; i++) res = max(res, f[i]);

    cout << res << endl;

    return 0;
}

```

如果要输出序列，则记下转移路径

```

#include<iostream>
#include<algorithm>
using namespace std;

const int N = 1010;
int f[N], a[N], p[N];

void printpath(int k) //输出最长序列
{
    if(k != 0) printpath(p[k]); //p[]一开始全部初始化为0，且转移过去的j(下标)必定大于0
    if(k > 0)
        cout << a[k] << ' ';
}

int main()
{
    int n;
    cin >> n;
    for(int i = 1; i <= n; i++) cin >> a[i];

    for(int i = 1; i <= n; i++)
    {
        f[i] = 1;
        for(int j = 1; j < i; j++)
            if(a[j] < a[i])
                if(f[i] < f[j] + 1)

```

```

        {
            f[i] = f[j] + 1;
            p[i] = j; //记录f[i]状态是由哪个f[j]转移过来的
        }
    }
    int k = 0;
    for(int i=1;i<=n;i++)
        if(f[k] < f[i])
            k = i;    //找到最长的序列的结尾下标
    cout<<f[k]<<endl;

    printpath(k);    //输出序列

    return 0;
}

```

贪心做法

给定一个长度为N的数列，求数值严格单调递增的子序列的长度最长是多少。

输入格式

第一行包含整数N。

第二行包含N个整数，表示完整序列。

输出格式

输出一个整数，表示最大长度。

数据范围

$1 \leq N \leq 100000$,
 $-10^9 \leq \text{数列中的数} \leq 10^9$

输入样例：

```

7
3 1 2 1 8 5 6

```

输出样例：

```

4

```

```

#include <iostream>
#include <algorithm>
using namespace std;
const int N = 100010;

int n;
int a[N];
int q[N]; //q[] 存储 长度为i的结尾的数 ex: q[5] = 8 长度为5的上升序列，结尾数字为8
//q[i] 是单调递增的，因为序列是严格单调递增，由q[i]的性质，q[i]也是递增的
int main()

```

```

{
    scanf("%d", &n);
    for (int i = 0; i < n; i ++ ) scanf("%d", &a[i]);

    int len = 0;
    for (int i = 0; i < n; i ++ )
    {
        int l = 0, r = len;
        while (l < r) //二分找到 最后一个小于a[i]的下标
        {
            int mid = l + r + 1 >> 1;
            if (q[mid] < a[i]) l = mid;
            else r = mid - 1;
        }
        len = max(len, r + 1); //保持区间长度, 每次递增 1
        q[r + 1] = a[i]; //q[r+1]第一个比a[i]大的数
    }

    printf("%d\n", len);

    return 0;
}

//STL做法:

#include<iostream>
#include<algorithm>
#include<vector>
using namespace std;
int main(void) {
    int n; cin >> n;
    vector<int>arr(n);
    for (int i = 0; i < n; ++i)cin >> arr[i];

    vector<int>stk;//模拟堆栈
    stk.push_back(arr[0]);

    for (int i = 1; i < n; ++i) {
        if (arr[i] > stk.back())//如果该元素大于栈顶元素,将该元素入栈
            stk.push_back(arr[i]);
        else//替换掉第一个大于或者等于这个数字的那个数
            *lower_bound(stk.begin(), stk.end(), arr[i]) = arr[i];
    }
    cout << stk.size() << endl;
    return 0;
}

```

• 最长公共子序列

给定两个长度分别为N和M的字符串A和B, 求既是A的子序列又是B的子序列的字符串长度最长是多少。

输入格式

第一行包含两个整数N和M。

第二行包含一个长度为N的字符串, 表示字符串A。

第三行包含一个长度为M的字符串，表示字符串B。

字符串均由小写字母构成。

输出格式

输出一个整数，表示最大长度。

数据范围

$1 \leq N \leq 1000$,

输入样例：

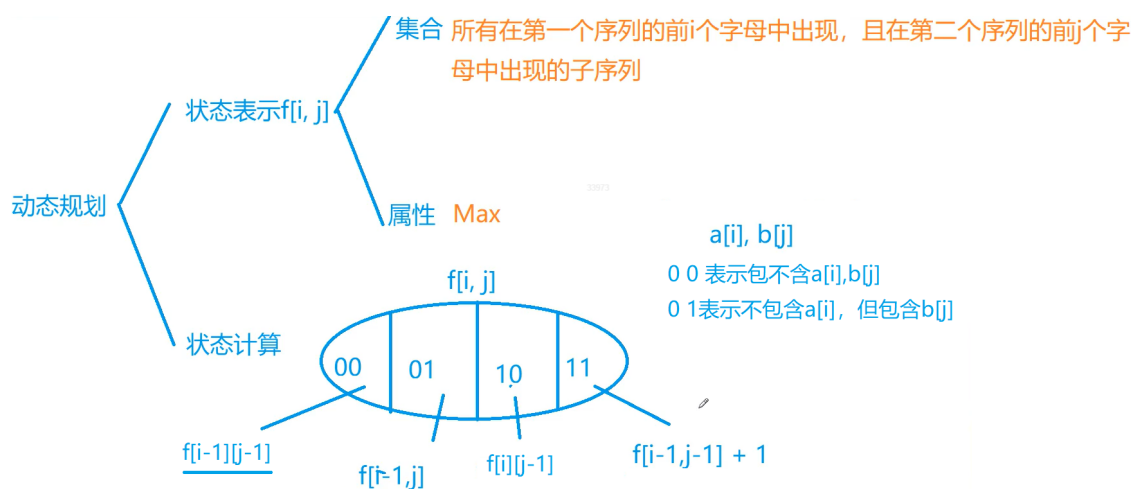
4 5

acbd

abedc

输出样例：

3



其中，0 1 和 1 0 的两种情况是 $f[i-1][j]$ 和 $f[i][j-1]$ 的子集，也就是说 $f[i-1][j]$ 和 $f[i][j-1]$ 包含这两情况，用这两种状态代替 0 1, 1 0 来计算，在 $\max()$ 计算时可以重叠，不影响 \max 的结果

与上述相同 $f[i-1][j-1]$ 也被包含在 $f[i-1][j]$ 和 $f[i][j-1]$ 中因此可以省略 $f[i-1][j-1]$ 的状态计算

```
#include<iostream>
#include<algorithm>
#include<string>
using namespace std;

const int N = 1010;
int f[N][N];
char a[N], b[N];

int main()
{
    int n, m;
    cin >> n >> m;

    cin >> a + 1;
    cin >> b + 1;

    for (int i = 1; i <= n; i++)
        for (int j = 1; j <= m; j++)
```

```

    {
        f[i][j] = max(f[i-1][j],f[i][j-1]); //包含了f[i-1][j-1]的情况
        if(a[i] == b[j])
            f[i][j] = max(f[i][j],f[i-1][j-1]+1); //在a[i]==b[j]成立的前提下，计算包含a[i],b[j]的情况 (f[i-1][j-1]+1)
    }

    cout<<f[n][m]<<endl;
    return 0;
}

```

区间DP

- 合并石子

设有N堆石子排成一排，其编号为1，2，3，...，N。

每堆石子有一定的质量，可以用一个整数来描述，现在要将这N堆石子合并成为一堆。

每次只能合并相邻的两堆，合并的代价为这两堆石子的质量之和，合并后与这两堆石子相邻的石子将和新堆相邻，合并时由于选择的顺序不同，合并的总代价也不相同。

例如有4堆石子分别为 1 3 5 2， 我们可以先合并1、2堆，代价为4，得到4 5 2， 又合并 1，2堆，代价为9，得到9 2， 再合并得到11，总代价为4+9+11=24；

如果第二步是先合并2，3堆，则代价为7，得到4 7，最后一次合并代价为11，总代价为4+7+11=22。

问题是：找出一种合理的方法，使总的代价最小，输出最小代价。

输入格式

第一行一个数N表示石子的堆数N。

第二行N个数，表示每堆石子的质量(均不超过1000)。

输出格式

输出一个整数，表示最小代价。

数据范围

$1 \leq N \leq 300$

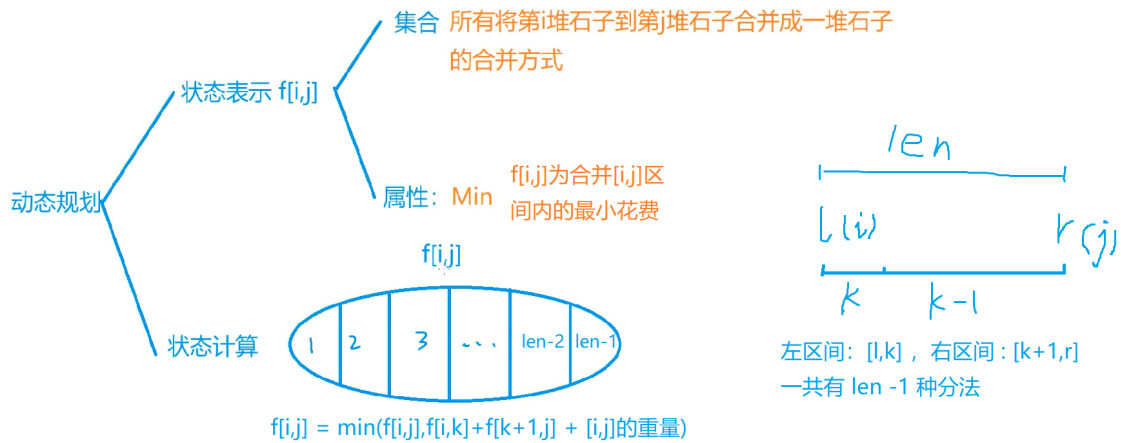
输入样例：

4

1 3 5 2

输出样例：

22



对于大部分区间DP问题，先枚举区间长度，再枚举左端点和右端点

枚举区间长度 len ，因为相邻两堆合成一堆，所以区间长度为 $[2,n]$ ，不能跳过枚举长度 len ，因为合并时，中间有可能会存在 $2, 3, len-1$ 堆合成一堆再参与合并，所以要知道那一部分小区间对应的最小代价 $f[i][j]$ ，假如，先将 $[3,5]$ 合并再于剩下的合并，那么必须得知道 $f[3][5]$

再枚举左端点，因为已知 len ，所以可以计算出右端点

枚举分界点，进行状态转移计算

代码 $O(n^3)$:

```
#include<iostream>
#include<algorithm>
#include<cstring>
using namespace std;

const int N = 310;
int a[N],s[N];
int f[N][N];

int main()
{
    int n;
    cin>>n;

    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        cin>>a[i];s[i] = s[i-1] + a[i]; //前缀和
    }

    for(int len = 2;len<=n;len++) //枚举长度
        for(int i = 1; i+len-1<=n ;i++) //枚举左端点
        {
            int l = i , r = i+len-1; //r 右端点
            f[l][r] = 1e9; //初始化，求最小，初始化大一些
            for(int k = l; k<r ;k++) //枚举分界点
                f[l][r] = min(f[l][r],f[l][k]+f[k+1][r] + s[r]-s[l-1]); //前缀和算a[l,r]的总值
        }
    cout<<f[1][n]; //输出区间[1,n]的最小代价

    return 0;
}
```

计数类DP

计数类DP，即属性为数量

- 整数划分

一个正整数 n 可以表示成若干个正整数之和，形如： $n=n_1+n_2+\dots+n_k$ ，其中 $n_1\geq n_2\geq\dots\geq n_k, k\geq 1$ 。

我们将这样的一种表示称为正整数 n 的一种划分。

现在给定一个正整数 n ，请你求出 n 共有多少种不同的划分方法。

输入格式

共一行，包含一个整数 n 。

输出格式

共一行，包含一个整数，表示总划分数量。

由于答案可能很大，输出结果请对 10^9+7 取模。

数据范围

$1\leq n\leq 1000$

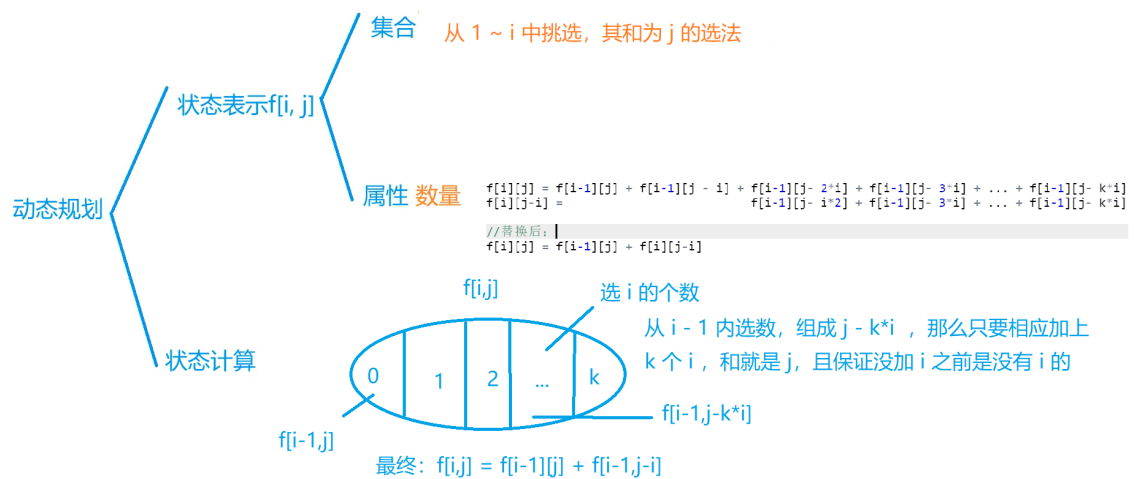
输入样例：

5

输出样例：

7

完全背包法：



朴素做法：

```
#include<iostream>
#include<algorithm>
using namespace std;
const int N = 1010, mod = 1e9 + 7;
int f[N][N];

int main()
{
    int n;
    cin>>n;
```

`f[0][0] = 1;` //也可以把`f[i][0]`全部初始化为1, 但是没必要, 因为`f[i][j] = f[i-1][j]` 并且 `j`从0开 会做这个操作

```
for(int i=1;i<=n;i++)
    for(int j=0;j<=n;j++)
    {
        f[i][j] = f[i-1][j];
        if(j>=i)
            f[i][j] = (f[i-1][j] + f[i][j-i])%mod;
    }

cout<<f[n][n];

return 0;
}
```

优化一维:

```
#include<iostream>
#include<algorithm>
using namespace std;
const int N = 1010,mod = 1e9 + 7;
int f[N];

int main()
{
    int n;
    cin>>n;

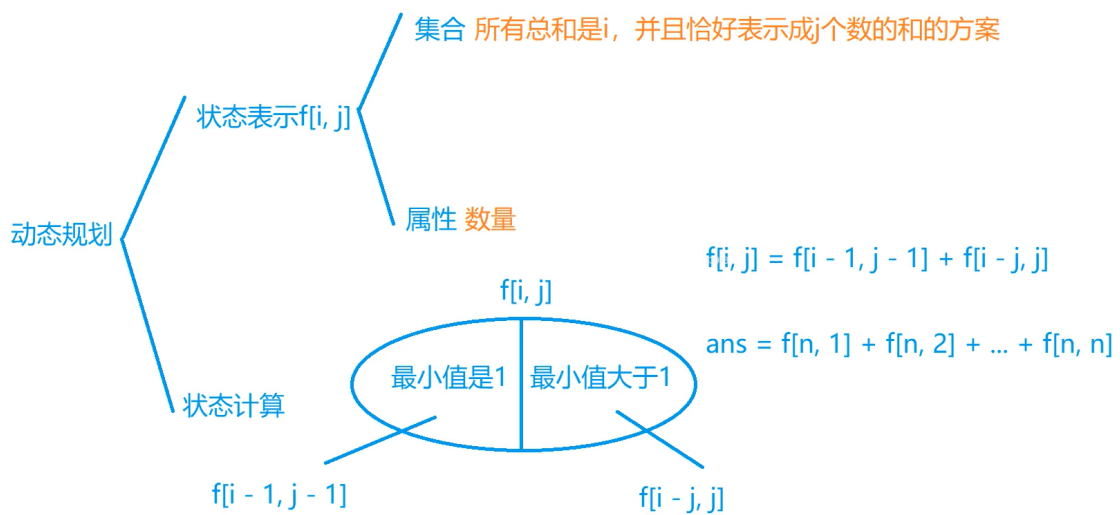
    f[0] = 1;

    for(int i=1;i<=n;i++)
        for(int j=i;j<=n;j++) //完全背包从小到大循环, 但状态方程有f[j-i], 所以必须j>=i
            f[j] = (f[j] + f[j-i])%mod;

    cout<<f[n];

    return 0;
}
```

其他算法



```
#include <iostream>
#include <algorithm>

using namespace std;

const int N = 1010, mod = 1e9 + 7;

int n;
int f[N][N];

int main()
{
    cin >> n;

    f[0][1] = f[1][1] = 1;
    for (int i = 1; i <= n; i++)
        for (int j = 1; j <= i; j++)
            f[i][j] = (f[i-1][j-1] + f[i-j][j]) % mod;

    int res = 0;
    for (int i = 1; i <= n; i++) res = (res + f[n][i]) % mod;

    cout << res << endl;

    return 0;
}
```

数位统计DP

状态压缩DP

状态压缩主要是用二进制 01 来表示状态

#最短Hamilton路径#

给定一张 n 个点的带权无向图，点从 $0 \sim n-1$ 标号，求起点 0 到终点 $n-1$ 的最短Hamilton路径。Hamilton路径的定义是从 0 到 $n-1$ 不重不漏地经过每个点恰好一次。

输入格式

第一行输入整数 n 。

接下来 n 行每行 n 个整数，其中第 i 行第 j 个整数表示点 i 到 j 的距离（记为 $a[i,j]$ ）。

对于任意的 x,y,z ，数据保证 $a[x,x]=0$, $a[x,y]=a[y,x]$ 并且 $a[x,y]+a[y,z]\geq a[x,z]$ 。

输出格式

输出一个整数，表示最短Hamilton路径的长度。

数据范围

$1\leq n\leq 20$

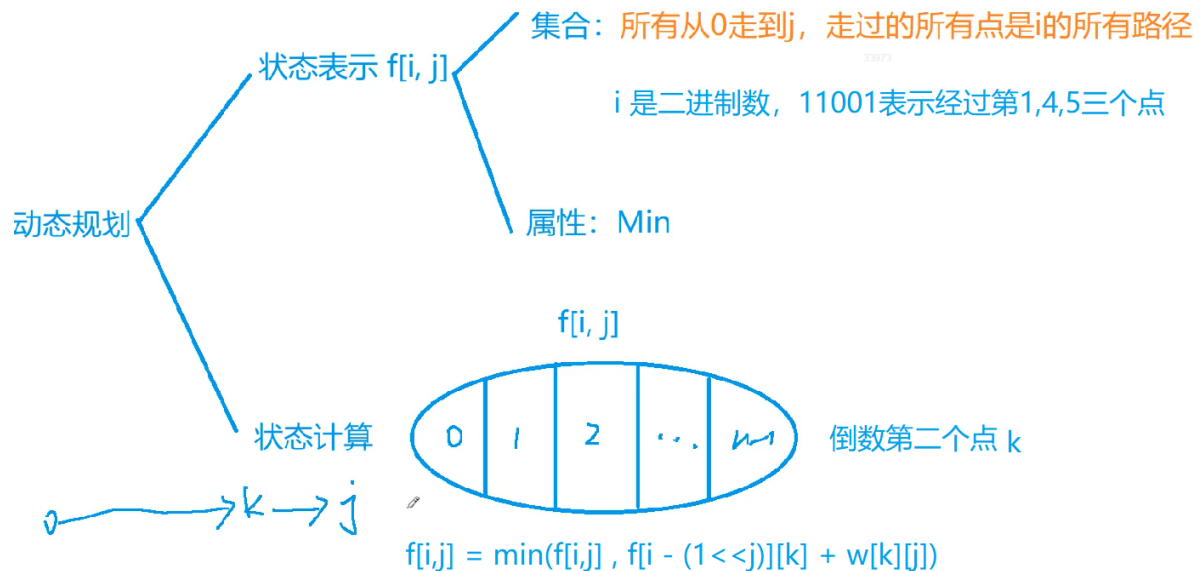
$0\leq a[i,j]\leq 107$

输入样例：

```
5
0 2 4 5 1
2 0 6 5 3
4 6 0 8 3
5 5 8 0 5
1 3 3 5 0
```

输出样例：

```
18
```



```
#include<iostream>
#include<cstring>
#include<algorithm>
using namespace std;

const int N = 20,M = 1<<N;
int w[N][N],f[M][N];

int main()
{
    int n;
    cin>>n;
    for(int i=0;i<n;i++)
        for(int j=0;j<n;j++)
            cin>>w[i][j];

    memset(f,0x3f,sizeof f); //初始化成无穷大
```

```

f[1][0] = 0; //0走到0

for(int i=0;i < 1<<n ;i++) //枚举所有的路径
    for(int j=0;j<n;j++) //枚举所有的的终点
        if(i>>j & 1) //j这个点必须要在走过的路径中
            for(int k=0;k<n;k++)
                if((i - (1<<j)) >> k & 1) //除去j点后, k点要在路径 i 中
                    f[i][j] = min(f[i][j],f[i-(1<<j)][k] + w[k][j]);
                    //比较当前路径 i 中走到j点,和当前路径 i剔除j点后,走到k点在走到j点
的花费

cout<<f[(1<<n)-1][n-1]; //f[111...11][n-1]

return 0;
}

```

树形DP

#没有上司的舞会

Ural大学有N名职员，编号为1~N。

他们的关系就像一棵以校长为根的树，父节点就是子节点的直接上司。

每个职员有一个快乐指数，用整数 H_i 给出，其中 $1 \leq i \leq N$ 。

现在要召开一场周年庆宴会，不过，没有职员愿意和直接上司一起参会。

在满足这个条件的前提下，主办方希望邀请一部分职员参会，使得所有参会职员的快乐指数总和最大，求这个最大值。

输入格式

第一行一个整数N。

接下来N行，第 i 行表示 i 号职员的快乐指数 H_i 。

接下来N-1行，每行输入一对整数L, K,表示K是L的直接上司。

输出格式

输出最大的快乐指数。

数据范围

$1 \leq N \leq 6000$,
 $-128 \leq H_i \leq 127$

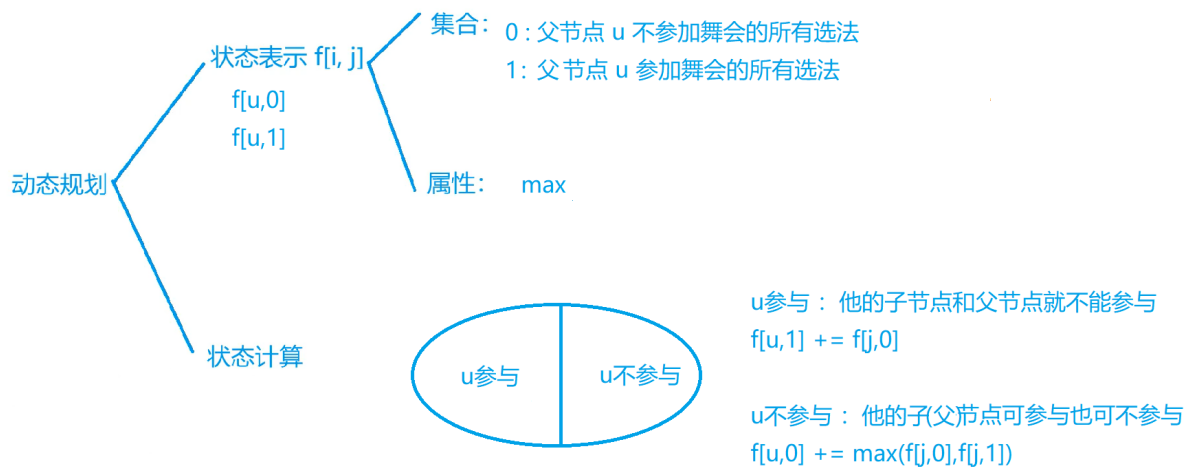
输入样例：

```

7
1
1
1
1
1
1
1
1 3
2 3

```

6 4
7 4
4 5
3 5
输出样例:
5



```
#include<iostream>
#include<cstring>
#include<algorithm>
using namespace std;

const int N = 6010;

int h[N], e[N], ne[N], idx;
int happy[N], f[N][2];
bool has_father[N];

void add(int a, int b) //邻接表插入
{
    e[idx] = b, ne[idx] = h[a], h[a] = idx++;
}

void dfs(int u)
{
    f[u][1] = happy[u];
    f[u][0] = 0; //单看u 参与 和 不参与 的情况

    for(int i = h[u]; i != -1; i = ne[i])
    {
        int j = e[i];

        dfs(j);

        f[u][0] += max(f[j][1], f[j][0]); //父节点u 不参与
        f[u][1] += f[j][0]; //父节点 u 参与
    }
}

int main()
{
    int n;
    cin >> n;
```

```

for(int i=1;i<=n;i++)    cin>>happy[i];

memset(h,-1,sizeof h);

for(int i=1;i<=n-1;i++)
{
    int a,b;
    cin>>a>>b;
    add(b,a); //b是a的父节点  b->a  a-/->b
    has_father[a] = true;
}

int root;

for(int i=1;i<=n;i++)
    if(!has_father[i]) {root = i;break;}//找根节点

dfs(root);

cout<<max(f[root][0],f[root][1]);
//比较父节点参与 和 不参与两种情况哪个更大

return 0;
}

```