

Nomenclatura

R [Ω]	Resistencia
C [F]	Capacitancia
L [H]	Inductancia
i [A]	Corriente
v [V]	Tensión o voltaje
w [J]	Energía almacenada
j	Unidad imaginaria
t [s]	Tiempo
LTk	Ley de Kirchhoff para la tensión
LCK	Ley de Kirchhoff para la corriente
P [W]	Potencia
Z [Ω]	Impedancia
X_C [Ω]	Reactancia capacitiva
X_L [Ω]	Reactancia inductiva
τ [s]	Constante de tiempo
α [$^\circ$ /s]	Factor de amortiguamiento
ω_0 [$^\circ$ /s]	Frecuencia natural no amortiguada
ω_d [$^\circ$ /s]	Frecuencia natural amortiguada

UNIDAD 1

TEORÍA ELEMENTAL DE LOS CIRCUITOS

Ley de Ohm $I = \frac{V}{R}$

Corriente en el capacitor $i_C = C \frac{dv}{dt}$

Voltaje en el inductor $v_L = L \frac{di}{dt}$

Potencia $P = VI$

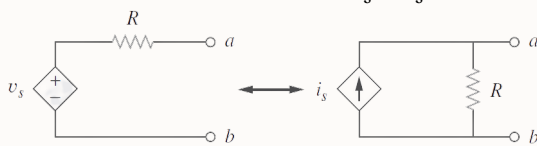
Circuito en serie

$$R_{eq} = \sum R_i \quad L_{eq} = \sum L_i \quad \frac{1}{C_{eq}} = \sum \frac{1}{C_i}$$

Circuito en paralelo

$$\frac{1}{R_{eq}} = \sum \frac{1}{R_i} \quad \frac{1}{L_{eq}} = \sum \frac{1}{L_i} \quad C_{eq} = \sum C_i$$

Transformación de fuente $V_s = I_s R$



Transformación Estrella-Delta

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_2 R_3 + R_1 R_3}{R_1}$$

Supernodo: Fuente de tensión conectada entre dos nodos de no referencia.

Superlazo: Dos lazos tienen una fuente de corriente en común.

Nomenclatura

f [1/s]	Frecuencia
ω [$^\circ$ /s]	Frecuencia angular
V [V]	Fasor de tensión
I [A]	Fasor de corriente
V_m [V]	Valor de tensión pico
I_m [A]	Valor de corriente pico
V_{rms} [V]	Valor de tensión eficaz
I_{rms} [A]	Valor de corriente eficaz
$p(t)$ [W]	Potencia instantánea
S [VA]	Potencia aparente
ϕ_z [$^\circ$]	Ángulo de impedancia
\mathcal{R}	Reluctancia

UNIDAD 1

FASORES

Nota: En general para fasores se aplican los métodos ya conocidos, a diferencia de que ahora se trabajan con números complejos.

Relación reactancias-fasores

Reactancia Dominio de frecuencia

$$R = R \quad V = RI$$

$$X_L = j\omega L \quad V = X_L I$$

$$X_C = \frac{-j}{\omega C} \quad V = -X_C I$$

Impedancia $Z = R + jX$

Admitancia $Y = \frac{1}{Z} = G + jB$

$$G = \frac{R}{R^2 + X^2} \quad B = \frac{-X}{R^2 + X^2} \quad X = X_L - X_C$$

Leyes en **dominio frecuencial** (fasorial)

Kirchhoff LTK $\sum V = 0$

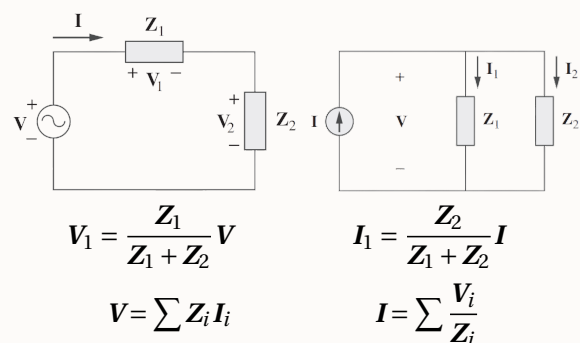
Kirchhoff LCK $\sum I = 0$

Ley de **Ohm** $V = IZ$

Circuitos en **serie** $Z_{eq} = \sum Z$

Circuitos en **paralelo** $Y_{eq} = \frac{1}{Z_{eq}} = \sum \frac{1}{Z}$

Divisores de **tensión y corriente**



UNIDAD 2
RESPUESTA NATURAL

ANÁLISIS CON CORRIENTE DIRECTA

Circuitos de **primer orden**

LTK en RL $i_n(t) = Ae^{\frac{-t}{\tau}}$ donde $\tau = \frac{L}{R}$

LCK en RC $v_n(t) = Ae^{\frac{-t}{\tau}}$ donde $\tau = RC$

Circuitos de **segundo orden**

Raíces $s_{1-2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$

Frecuencia angular $\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{1}{\tau}$

Circuito RLC en serie (**LTK**)

$$iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t i dt = 0$$

$$\frac{di}{dt} R + L \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{i}{C} = 0$$

$$\forall t = 0 \rightarrow i(0)R + L \frac{di(0)}{dt} + V_0 = 0$$

$$\alpha = \frac{R}{2L} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

Circuito RLC en paralelo (**LCK**)

$$\frac{v}{R} + \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t v dt + C \frac{dv}{dt} = 0$$

$$\frac{1}{R} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{L} v + C \frac{d^2 v}{dt^2} = 0$$

$$\forall t = 0 \rightarrow \frac{v(0)}{R} + C \frac{dv(0)}{dt} + I_0 = 0$$

$$\alpha = \frac{1}{2RC} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}$$

Funciones para la ED

sobre. $\alpha > \omega_0$ $f(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

crit. $\alpha = \omega_0$ $f(t) = (A_1 + A_2 t) e^{-\alpha t}$

sub. $\alpha < \omega_0$ $f(t) = Ae^{-\alpha t} \sin(\omega_d t + \theta)$
 $s_{1-2} = -\alpha \pm j\omega_d$

Nota: En las ecuaciones se puede utilizar $f(t) \equiv i(t)$ ó $v(t)$ sin importar si el circuito paralelo o en serie.

UNIDAD 3
RESPUESTA FORZADA

La respuesta forzada o en *estado estable* es producida por una 'fuerza' externa, no se extingue con el tiempo.

En un capacitor $v_f = v(\infty)$

En un inductor $i_f = i(\infty)$

UNIDAD 3
RESPUESTA FORZADA

ANÁLISIS CON CORRIENTE ALTERNA

Circuitos de **primer orden**

Dominio temporal Dominio fasorial

$v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_v)$ $V = V_{rms} \angle \phi_v$

$i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$ $I = I_{rms} \angle \phi_i$

Circuito inductivo $I = I_{rms} \angle \phi_v - \theta$

Circuito capacitivo $I = I_{rms} \angle \phi_v + \theta$

$$V_{rms} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad I_{rms} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

UNIDAD 4
RESPUESTA COMPLETA

Circuitos de primer orden

$i(t) = i_f + i_n = i(\infty) + [i(\infty) - i(0)] e^{\frac{-t}{\tau}}$

$v(t) = v_f + v_n = v(\infty) + [v(\infty) - v(0)] e^{\frac{-t}{\tau}}$

Circuitos de segundo orden

Serie $i(t) = i_f + i_n = i(\infty) + i_n(t)$

Paralelo $v(t) = v_f + v_n = v(\infty) + v_n(t)$

Importante: Las constantes se determinan con los valores iniciales y se utiliza la función de respuesta completa.

$$i(0) \quad v(0) \quad \frac{di(0)}{dt} \quad \frac{dv(0)}{dt}$$

UNIDAD 5
POTENCIA Y ENERGÍA EN CIRCUITOS MONOFÁSICOS

Potencia instantánea $p(t) = v(t) i(t)$

Potencia promedio $P = \int_0^T p(t) dt$

Factor de potencia $f_p = \cos(\phi_z)$
 $Z = \frac{V_m}{I_m} \angle \phi_z$

Potencia aparente $S = V_{rms} I_{rms}$

Potencia compleja $S = V \times I$

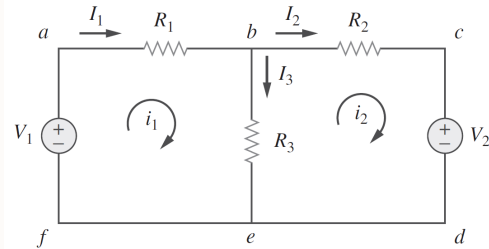
Potencia real $P = \text{Re}(S)$

Potencia reactiva $Q = \text{Im}(S)$

UNIDAD 6
REDES ELÉCTRICAS

Método de mallas

Se asigna un sentido a la corriente y se escriben las ecuaciones



$$\begin{pmatrix} R_1 + R_3 & -R_3 \\ -R_3 & R_2 + R_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_1 \\ -V_2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Método de nodos

Teorema de Thevenin

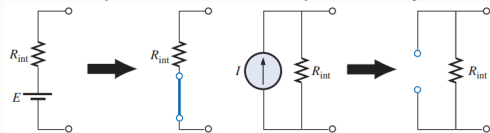
“Cualquier red de corriente directa lineal bilateral de dos terminales puede ser reemplazada por un circuito equivalente que conste de una fuente de voltaje y un resistor en serie”

Teorema de Norton

“Cualquier red de cd lineal bilateral de dos terminales puede ser reemplazada por un circuito equivalente que consista de una fuente de corriente y un resistor en paralelo”

Teorema de superposición

“La corriente o el voltaje de un elemento en una red lineal bilateral es igual a la suma algebraica de las corrientes o voltajes producidos independientemente por cada fuente.”



Teorema de máxima transferencia de potencia

UNIDAD 7
POTENCIA POLIFÁSICA

Diferencia de potencial entregada por el generador

Sistema ABC

$$\begin{aligned} V_{AB} &= V_L / 120^\circ & V_{AN} &= V_F / 90^\circ \\ V_{BC} &= V_L / 0^\circ & V_{BN} &= V_F / -30^\circ \\ V_{CA} &= V_L / -120^\circ & V_{CN} &= V_F / -150^\circ \end{aligned}$$

Sistema CBA

$$\begin{aligned} V_{AB} &= V_L / -120^\circ & V_{AN} &= V_F / -90^\circ \\ V_{BC} &= V_L / 0^\circ & V_{BN} &= V_F / 30^\circ \\ V_{CA} &= V_L / 120^\circ & V_{CN} &= V_F / 150^\circ \end{aligned}$$

Relación de impedancias. CARGAS EQUILIBRADAS

$$Z_\Delta = 3 \cdot Z_Y$$

Relación conexión estrella-triángulo. CARGAS EQUILIBRADAS

Conexión **estrella** Conexión **triángulo**

$$V_L = \sqrt{3} V_F \quad I_L = I_F \quad \parallel \quad V_L = V_F \quad I_L = \sqrt{3} I_F$$

$$P_T = 3 P_F = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos \phi$$

Equivalente monofásico. CARGAS EQUILIBRADAS en estrella.

$$I_L = \frac{V_F / 0^\circ}{Z_Y / \phi} = I_L / -\phi$$

$$V_{fase} = V_F / \theta_F \quad I_{linea} = I_L / \theta_F - \phi$$

Desplazamiento del punto neutro.

CARGAS DESEQUILIBRADAS.

$$V_{ON} = \frac{V_{AN} Y_A + V_{BN} Y_B + V_{CN} Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C}$$

UNIDAD 8

CIRCUITO MAGNÉTICO

Fuerza Magnetomotriz $F_m = N \cdot I$
 $F_m = H_i \cdot l_i$

Flujo magnético $\phi = B \cdot S$

Ley de Hopkinson $F_m = \phi \cdot \mathcal{R}$

Densidad de flujo magnético $B = \mu H$
 $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$

$$\Phi = \frac{N \cdot I}{\frac{l_m}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S}} = \frac{F_m}{\mathcal{R}}$$

En CA:

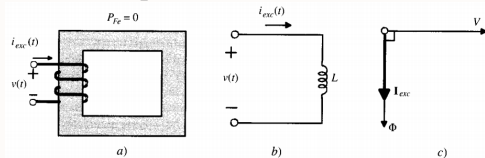
$$\Phi(t) = \Phi_{max} \cos(\omega t - 90)$$

$$\Phi_{max} = \frac{\sqrt{2} V_{ef}}{N \omega}$$

De aca podemos obtener la tension eficaz.

Circuito equivalente de una bobina con nucleo de hierro

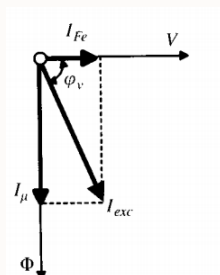
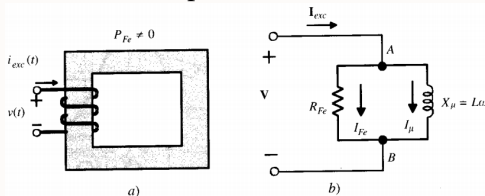
Nucleo sin perdidas



$$\Phi = \frac{F_m}{\mathcal{R}} = \frac{N \cdot I_{ex}}{\frac{l_m}{\mu \cdot S}} = \mu \frac{N I_{ex}}{l_m} S$$

$$v = N \frac{d\Phi}{dt} = \frac{N^2 S \mu}{l_m} \frac{dI_{ex}}{dt} = L \frac{dI_{ex}}{dt}$$

Nucleo con perdidas



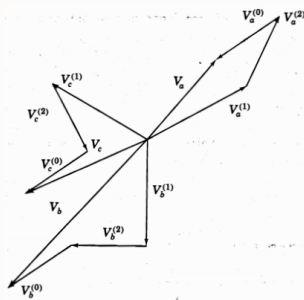
Mutua inductancia $M = k \sqrt{L_1 L_2}$
 $k = \frac{\phi_{12}}{\phi_1} = \frac{\phi_{21}}{\phi_2}$
 $L_1 = \frac{\phi_1}{i_1}$
 $L_2 = \frac{\phi_2}{i_2}$

Regla de los puntos para M:

“Si las dos corrientes entran o salen de las bobinas por los terminales con punto, los signos de los términos en M son los mismos que los de los términos en L. Si una entra por un terminal con punto y la otra sale por el otro terminal con punto, los signos de los términos en M son opuestos a los de L”.

Análogamente: “Si la corriente en la bobina inductora entra por el extremo punteado la tensión inducida será positiva en el extremo punteado de la bobina inducida”

UNIDAD NRO
COMPONENTES SIMÉTRICOS



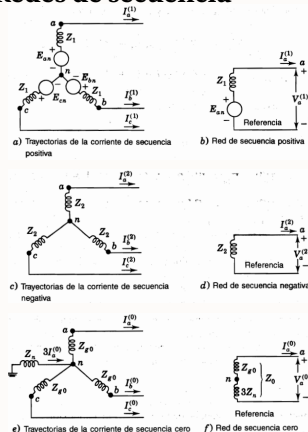
$$\begin{aligned} V_a &= V_a^0 + V_a^1 + V_a^2 & I_a &= I_a^0 + I_a^1 + I_a^2 \\ V_b &= V_a^0 + \alpha^2 V_a^1 + \alpha V_a^2 & I_b &= I_a^0 + \alpha^2 I_a^1 + \alpha I_a^2 \\ V_c &= V_a^0 + \alpha V_a^1 + \alpha^2 V_a^2 & I_c &= I_a^0 + \alpha I_a^1 + \alpha^2 I_a^2 \end{aligned}$$

Expreso en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a^{(0)} \\ X_a^{(1)} \\ X_a^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} X_a^{(0)} \\ X_a^{(1)} \\ X_a^{(2)} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix}$$

Redes de secuencia



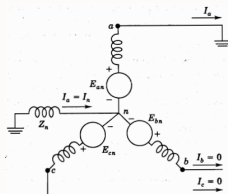
$$V_a^{(1)} = E_{an} - I_a^1 \cdot Z_1$$

$$V_a^{(2)} = 0 - I_a^2 \cdot Z_2$$

$$V_a^{(0)} = 0 - I_a^0 \cdot Z_0$$

Fallo de 1 línea a tierra

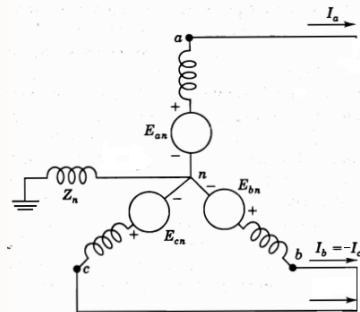
Condiciones : $I_b = I_c = 0$, $V_a = 0$



$$I_a^0 = I_a^1 = I_a^2 = \frac{Ea}{Z_1 + Z_2 + Z_0}$$

Fallo de línea a línea punto

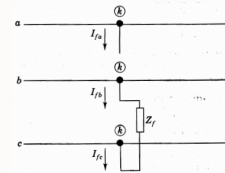
Condiciones : $I_a = 0$, $I_b = -I_c$, $V_b = V_c = 0$



$$I_a^1 = -I_a^2 = \frac{Ea}{Z_1 + Z_2}$$

Fallo de línea a línea punto

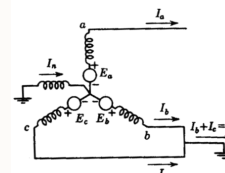
Condiciones : $I_a = 0$, $I_b = -I_c$, $V_{kb} - V_{kc} = I_{fb} Z_f$



$$I_a^1 = -I_a^2 = \frac{Ea}{Z_1 + Z_2 + Z_f}$$

Fallo de doble línea a tierra punto

Condiciones : $I_a = 0$, $V_b = V_c = 0$



$$I_a^1 = \frac{Ea}{Z_1 + Z_2 || Z_0}$$