



Ingeniería Electromecánica  
Cuarto año

Diseño Curricular: 2004 - Ordenanza N°1029

# MÁQUINAS ELÉCTRICAS

## Resumen para estudiantes

El presente documento fue elaborado por un grupo de estudiantes con el objetivo de crear un resumen completo y conciso de la materia *Máquinas Eléctricas*.

El documento abarca los puntos más destacados de la materia *Máquinas Eléctricas*, incluyendo sus conceptos principales, teorías, enfoques y aplicaciones prácticas. También hemos incorporado ejemplos ilustrativos y claros para ayudar a la comprensión de los temas abordados.

Esperamos que este resumen sea de gran utilidad para aquellos que buscan una visión general de la materia *Máquinas Eléctricas* o que necesitan una revisión rápida de los conceptos clave antes de un examen.

**Estudiantes:** *Faulkner, Melani;*  
*Franzoi, Valentín;*  
*Guardiani, Franco;*  
*Polo, Daiana.*

# Introducción a máquinas eléctricas

Unidad 1

*Visión General*

# Transformadores

## Unidad 2

### Visión General

<b>2.1 Transformadores Ideales . . . . .</b>	<b>3</b>	<b>2.2 Funcionamiento de un transformador real . . . . .</b>	<b>6</b>
2.1.1 Principio de funcionamiento . . . . .	3	<b>2.3 Circuito equivalente de un transformador . . . . .</b>	<b>7</b>
2.1.2 Transformador ideal sin carga . . . . .	3	<b>2.4 Ensayos del transformador . . . . .</b>	<b>9</b>
2.1.3 Transformador ideal con carga . . . . .	4		

## 2.1 TRANSFORMADORES IDEALES

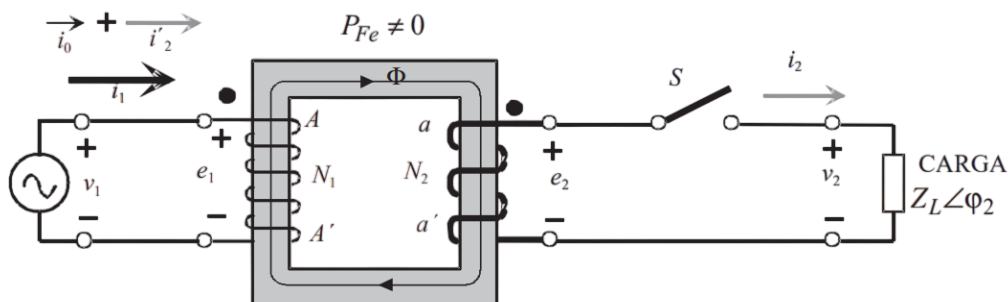
### 2.1.1 Principio de funcionamiento

Para el análisis se toma que el transformador está alimentado por el lado de alta (el de más espiras) y trabaja como un reductor. Es decir que:

1. El primario trabaja como un receptor respecto a la fuente (recibe corriente).
2. El secundario se comporta como un generador respecto a la carga conectada a sus bordes (entrega corriente).

Para un transformador ideal no existen pérdidas por histéresis y corrientes parásitas, y no existen flujos de dispersión (todo el flujo magnético enlaza al primario y secundario).

### 2.1.2 Transformador ideal sin carga



**Figura 2.1:** Esquema de un transformador ideal

Realmente  $e_1$  representa una f.c.e.m porque se opone a  $v_1$  y limita la corriente de primario. La polaridad  $e_2$  tiene en cuenta que, al cerrar el circuito,<sup>1</sup> la corriente  $i_2$  debe generar un flujo que se oponga el flujo primario que la originó. Es decir que, *la f.m.m del secundario actúa en contra de la f.m.m primaria produciendo un efecto desmagnetizante sobre ésta.*

Aplicando la 2° Ley de Kirchhoff al transformador ideal tenemos que:

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad ; \quad e_2 = v_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.1)$$

Si se parte de un flujo **senoidal** de la forma:

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t = \Phi_m \cos (\omega t - 90 \text{ deg}) \quad (2.2)$$

Haciendo la derivada del flujo y reemplazando en 2.1 tenemos:

$$\begin{aligned} v_1 = e_1 &= N_1 \omega \Phi_m \cos (\omega t) \\ e_2 = v_2 &= N_2 \omega \Phi_m \cos (\omega t) \end{aligned}$$

Comparando el flujo expresado en coseno y los voltajes podemos ver que en estos últimos van 90° adelantados respecto al flujo, se podría decir entonces que la corriente va en fase con el flujo magnético.

Si calculamos sus **valores eficaces**:

$$\begin{aligned} V_1 = E_1 &= \frac{N_1 \omega \phi_m}{\sqrt{2}} = 4,44 f N_1 \Phi_m \\ V_2 = E_2 &= \frac{N_2 \omega \phi_m}{\sqrt{2}} = 4,44 f N_2 \Phi_m \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dividiendo entre sí las ecuaciones y simplificando resulta:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = m \quad (2.4)$$

donde el factor  $m$  se denomina **relación de transformación**.

Si el transformador está en **vacío** o **sin carga**, las pérdidas en el hierro  $P_{Fe}$  en el núcleo del transformador será:

$$P_{Fe} = V_1 I_0 \cos (\phi_0) \quad (2.5)$$

donde  $V_1$  y  $I_0$  representan los valores eficaces de la tensión y la corriente.

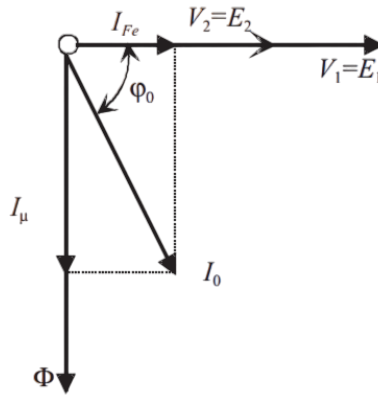
La corriente de vacío  $I_0$  tiene dos componentes: una activa  $I_{Fe}$  y una reactiva  $I_\mu$ .

### 2.1.3 Transformador ideal con carga

En la figura 2.1 si cerramos el interruptor S, el transformador funciona **en carga** y aparece una corriente  $i_2$  que circula por el secundario.

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{Z}_L} = \frac{E_2 \angle 0}{Z_L \angle \phi_2} = \frac{E_2}{Z_L} \angle -\phi_2$$

<sup>1</sup>Porque si está abierto, sólo hay tensión y no corriente



**Figura 2.2:** Diagrama fasorial de tensiones y corrientes en vacío.

La corriente  $\mathbf{I}_2$  se retrasa  $\phi_2$  de la f.m.m  $\mathbf{E}_2$ .

La corriente  $i_2$  en el secundario produce una f.m.m. desmagnetizante  $N_2 i_2$  que se opone a la f.m.m primaria  $N_1 i_0$ . Para que el flujo no se vea reducido por este efecto, en el primario se genera una corriente adicional primaria  $i'_2$  con una f.m.m equivalente:

$$N_1 i'_2 = N_2 i_2$$

de donde se deduce el valor de la corriente  $i'_2$  adicional primaria:

$$i'_2 = \frac{N_2}{N_1} i_2 = \frac{i_2}{m} \quad (2.6)$$

La corriente total necesaria en el primario  $i_1$  será igual a:

$$i_1 = i_0 + i'_2 = i_0 + \frac{i_2}{m}$$

Y en forma fasorial:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_0 + \mathbf{I}'_2 = \mathbf{I}_0 + \frac{\mathbf{I}_2}{m} \quad (2.7)$$

La ecuación 2.7 nos indica que la corriente primaria  $\mathbf{I}_1$  tiene dos componentes:

- **Una corriente de excitación o de vacío  $\mathbf{I}_0$**  que produce el flujo en el núcleo magnético y vence las pérdidas en el hierro a través de sus componentes  $\mathbf{I}_\mu$  y  $\mathbf{I}_{Fe}$ ;
- **Y una componente de carga  $\mathbf{I}'_2$**  que equilibra o contrarresta la acción desmagnetizante de la f.m.m secundaria para que el flujo en el núcleo permanezca constante e independiente de la carga. Esta se denomina **corriente secundaria reducida**.

A plena carga la corriente  $\mathbf{I}'_2$  es 20 veces por lo menos mayor que  $\mathbf{I}_0$  por lo que puede despreciarse y la ecuación queda:

$$\mathbf{I}_1 \approx \mathbf{I}'_2 = \frac{\mathbf{I}_2}{m}$$

## 2.2 FUNCIONAMIENTO DE UN TRANSFORMADOR REAL

En el análisis de un trafo real se tiene en cuenta la resistencias  $R_1$  y  $R_2$  de los arrollamientos y los flujos de dispersión  $\Phi_{d1}$  y  $\Phi_{d2}$  que se cierran en el aire.

Si consideramos los flujos de dispersión desaparece la idea del flujo común único que existía en el transformador ideal. Si tomamos que  $\Phi_1$  y  $\Phi_2$  son los flujos totales que atraviesan los devanados primario y secundario y  $\Phi$  es el flujo común a ambos se cumplirá:

$$\Phi_1 = \Phi + \Phi_{d1}$$

$$\Phi_2 = \Phi + \Phi_{d2}$$

Para representar estas pérdidas agregamos las resistencias  $R_1$  y  $R_2$  y dos bobinas adicionales con núcleo de aire que representan los flujos de dispersión  $\Phi_{d1}$  y  $\Phi_{d2}$  donde se han indicado con  $L_{d1}$  y  $L_{d2}$  a los coeficientes de autoinducción, cuyos valores serán:

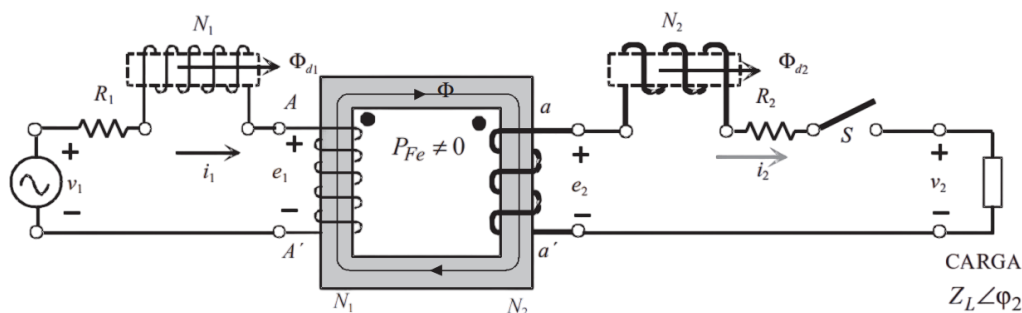
$$L_{d1} = N_1 \frac{d\Phi_{d1}}{di_1}$$

$$L_{d2} = N_2 \frac{d\Phi_{d2}}{di_2}$$

y que dan lugar a las reactancias de dispersión  $X_1$  y  $X_2$  de ambos devanados:

$$X_1 = L_{d1}\omega$$

$$X_2 = L_d 2\omega$$



**Figura 2.3:** Transformador real con bobinas ideales en el núcleo.

La aplicación del 2° Ley de Kirchhoff a los circuitos primario y secundario nos da:

$$v_1 = e_1 + R_1 i_1 + L_{d1} \frac{di_1}{dt}$$

$$e_2 = v_2 + R_2 i_2 + L_{d2} \frac{di_2}{dt}$$

Y expresado en forma fasorial, las tensiones  $\mathbf{V}_1$  y  $\mathbf{V}_2$  se pueden calcular como:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{E}_1 + R_1 \mathbf{I}_1 + jX_2 \mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{E}_2 - R_2 \mathbf{I}_2 - jX_2 \mathbf{I}_2$$

Como se puede apreciar, las caídas de tensión  $V_1$  y  $V_2$  no son iguales a  $E_1$  y  $E_2$  por lo tanto la relación de transformación para trafos reales queda:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = m \quad (2.8)$$

En los transformadores industriales las caídas de tensión provocadas por el cobre son muy pequeñas por lo que podemos decir que:

$$V_1 \approx E_1 \quad V_2 \approx E_2 \quad \therefore \quad \frac{V_1}{V_2} \approx m \quad (2.9)$$

Si el transformador trabaja **en vacío**,  $I_2 = 0$  por lo tanto las ecuaciones quedan:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{E}_1 + R_1 \mathbf{I}_0 + jX_1 \mathbf{I}_0 \quad ; \quad \mathbf{V}_2 = \mathbf{E}_2$$

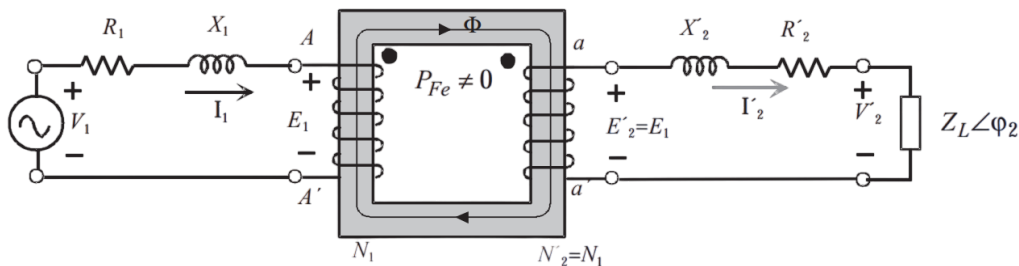
Las caídas de tensiones por pérdidas son muy pequeñas en vacío por lo tanto:

$$V_1 = E_1 \quad ; \quad V_{20} = E_2 \quad \therefore \quad m = \frac{V_1}{V_{20}} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (2.10)$$

Este cociente con la tensión secundaria en vacío  $V_0$  es el que incluye el fabricante en la placa características de la máquina. La ecuación 2.7 es válida a todos los efectos.

## 2.3 CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN TRANSFORMADOR

Para el desarrollo de un circuito equivalente de un transformador se inicia **reduciendo** un devanado al mismo número de espiras que el otro. Si reducimos el secundario al primario, entonces  $N_1 = N'_2$ . Para que este nuevo transformador sea equivalente al original *deben conservarse las potencias activa y reactiva*, y su distribución en los distintos elementos del circuito secundario.



**Figura 2.4:** Circuito equivalente de un transformador real reducido al primario

### a) F.m.m.s. y Tensiones

Si el número de espiras en el primer devanado y el segundo devanado reducido son iguales, y considerando la relación de transformación de la ecuación 2.8, entonces se tiene que:

$$\frac{E_1}{E'_2} = \frac{N_1}{N'_2} = 1$$

Entonces, las tensiones reducidas se calculan como sigue:

$$\begin{aligned} E'_2 &= mE_2 \\ V'_2 &= mV_2 \end{aligned} \quad (2.11)$$

**b) Corrientes**

Como la potencia aparente en ambos secundarios se conserva  $S_2 = V_2 I_2 = V'_2 I'_2$  reemplazando  $V'_2$  de la ecuación 2.11 queda:

$$I'_2 = \frac{I_2}{m} \quad (2.12)$$

**c) Impedancias**

Como la potencia activa se conserva  $P = R_2 I_2^2 = R'_2 I'^2_2$  reemplazando  $I'_2$  de la ecuación 2.12 se tiene que:

$$R'_2 = m^2 R_2 \quad (2.13)$$

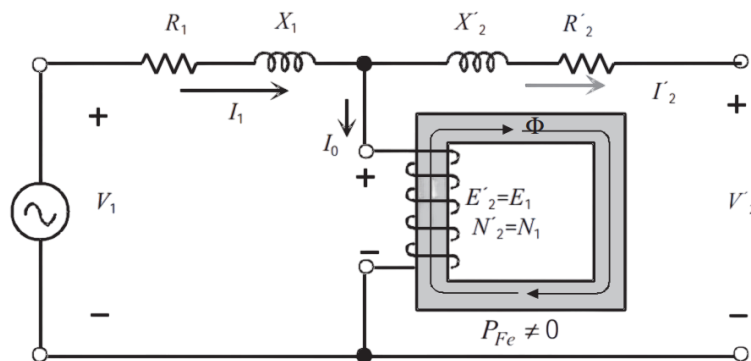
Lo mismo sucede con la potencia reactiva por lo tanto:

$$X'_2 = m^2 X_2 \quad (2.14)$$

Entonces para una impedancia  $Z'_L = m^2 Z_L$ .

La importancia fundamental de la reducción de los devanados es obtener una representación del transformador donde no exista una relación de transformación porque los devanados son iguales, es decir,  $N_1 = N'_2$ . Además, se pudo sustituir los devanados acoplados magnéticamente por otros **acoplados sólo eléctricamente**.

Teniendo en cuenta que los devanados idénticos tienen la misma polaridad, se puede sustituir a los mismos por un solo devanado como se muestra en la figura 2.5. Por dicho devanado circulará una corriente  $\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}'_2$ , lo cual, según las ecuaciones 2.7 y 2.12,  $\mathbf{I}_0$  circulará por el devanado.



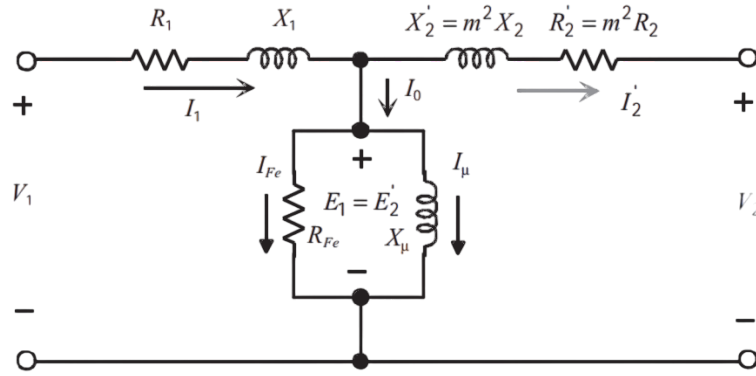
**Figura 2.5:** Circuito equivalente de un transformador real reducido al primario.

Según lo visto en la sección x de la Unidad 1, la corriente de vacío que circula por el devanado de  $N_1 = N'_2$  espiras, se puede descomponer en una parte activa  $\mathbf{I}_{Fe}$  y otra reactiva  $\mathbf{I}_\mu$ , y se representa con un circuito en paralelo formado por una resistencia  $R_{Fe}$ , cuyas pérdidas por calor indican las *pérdidas en el hierro*; y por una reactancia  $X_\mu$ , por la que se deriva la corriente de magnetización de la máquina.

Conforme a lo mencionado, el circuito de la figura 2.6 representa al **circuito equivalente exacto del transformador** reducido al primario.

*“Este circuito responde fielmente al comportamiento del transformador real y por ello se denomina circuito equivalente **exacto**.” ? .*



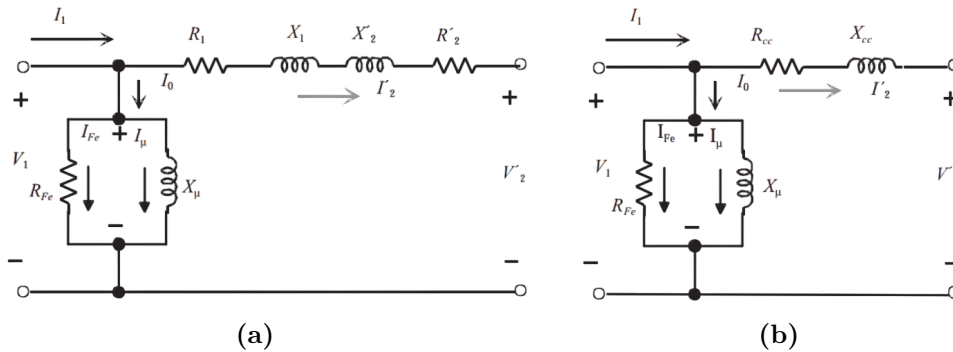


**Figura 2.6:** Circuito equivalente exacto de un transformador real reducido al primario.

El esquema puede simplificarse aún más observando la conexión en serie constituida por las ramas primaria y secundaria (reducida), obteniendo una impedancia compuesta por una *resistencia de cortocircuito*  $R_{cc}$  y una *reactancia de cortocircuito*  $X_{cc}$ :

$$\begin{aligned} R_{cc} &= R_1 + R'_2 \\ X_{cc} &= X_1 + X'_2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Entonces, el circuito de la figura 2.6 se convierte en el de la figura 2.7b



**Figura 2.7:** Circuito equivalente aproximado de un transformador reducido al primario.

Con este último circuito equivalente simplificado se pueden resolver una variedad de problemas prácticos que afectan la utilización del transformador; en particular para el cálculo de la *caída de tensión* y el *rendimiento*. Inclusive, si solo se trata de la determinación de la caída de tensión del transformador, se puede despreciar la rama paralelo, ya que no afecta al cálculo.

## 2.4 ENSAYOS DEL TRANSFORMADOR