



Ingeniería Electromecánica

Cuarto año

Diseño Curricular: 2004 - Ordenanza N°1029

MECÁNICA DE FLUIDOS Y MÁQUINAS FLUIDODINÁMICAS

Resumen para estudiantes

El presente documento fue elaborado por un grupo de estudiantes con el objetivo de crear un resumen completo y conciso de la materia *Mecánica de Fluidos y Máquinas Fluidodinámicas*.

El documento abarca los puntos más destacados de la materia *Mecánica de Fluidos y Máquinas Fluidodinámicas*, incluyendo sus conceptos principales, teorías, enfoques y aplicaciones prácticas. También hemos incorporado ejemplos ilustrativos y claros para ayudar a la comprensión de los temas abordados.

Esperamos que este resumen sea de gran utilidad para aquellos que buscan una visión general de la materia *Mecánica de Fluidos y Máquinas Fluidodinámicas* o que necesitan una revisión rápida de los conceptos clave antes de un examen.

Estudiantes: Faulkner, Melani;
Franzoi, Valentín;
Guardiani, Franco;
Polo, Daiana.

Estática de los fluidos

Unidad 1

Visión General

1.1 Presión en el seno de los fluidos .	1.3.1 Planas
1.1.1 Presión en un punto	1.3.2 Curvas
1.1.2 Variación de presión	
1.2 Manómetros	1.4 Cuerpos sumergidos
1.2.1 Manómetro de tubo U	1.4.1 Empuje de flotación
1.2.2 Micromanómetro	1.4.2 Estabilidad de flotación
1.2.3 Efecto de la fuerza superficial sobre un fluido confinado	1.5 Equilibrio relativo
1.3 Fuerzas sobre superficies	1.5.1 Aceleración lineal uniforme
	1.5.2 Rotación uniforme alrededor de un eje vertical

La **estática de fluidos** es el estudio de fluidos en los que no hay movimiento relativo entre sus partículas. Si no hay movimiento relativo, no existen gradientes de velocidad du/dy , por lo cual los esfuerzos cortantes serán nulos. El único esfuerzo que existe es un esfuerzo normal, la presión, de modo que ésta tiene la mayor importancia en este estudio.

1.1 PRESIÓN EN EL SENO DE LOS FLUIDOS

1.1.1 Presión en un punto

La presión en un punto de un fluido es constante, es decir, *la presión es una función escalar y no depende de la dirección normal del área*. Actúa igualmente en todas las direcciones.

$$p_x = p_y = p_z = p \quad (1.1)$$

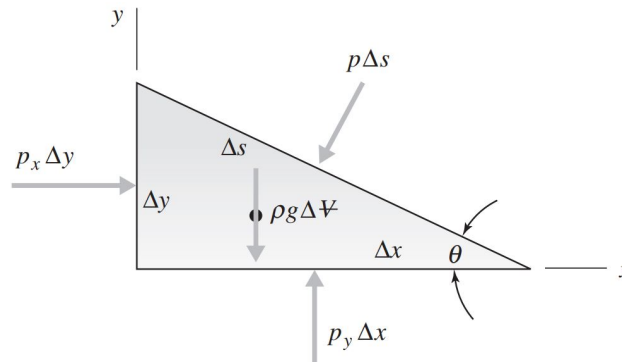


Figura 1.1: Presión en un punto en un fluido.

1.1.2 Variación de presión

Para determinar la variación de presión de fluidos se utiliza la ecuación 1.2 que representa el diferencial de presión en cualquier dirección.

$$dp = -\rho a_x dx - \rho a_y dy - \rho(a_z + g)dz \quad (1.2)$$

En la estática de fluidos se trabajan con fluidos en reposo, es decir, que no tienen aceleración además de la que experimentan con la aceleración de la gravedad ($a_x = a_y = a_z = 0$).

Entonces, para dichos fluidos se llega a la **ecuación fundamental de la hidrostática**, donde la presión varía en la dirección vertical:

$$\frac{dp}{dz} = -\gamma = -\rho g \quad (1.3)$$

También, tenemos que tener en cuenta que dp se incrementa cuando dz disminuye; esto es, la presión **aumenta** cuando nos movemos **hacia abajo** y disminuye cuando es hacia arriba.

Si se integra la ecuación 1.3 se llega a:

$$P_1 - P_2 = \gamma(z_2 - z_1) \quad (1.4)$$

Supongamos ahora que se tiene un fluido contenido en un vaso de precipitado como se ilustra en la figura 1.2.

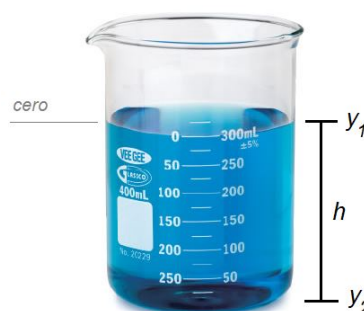
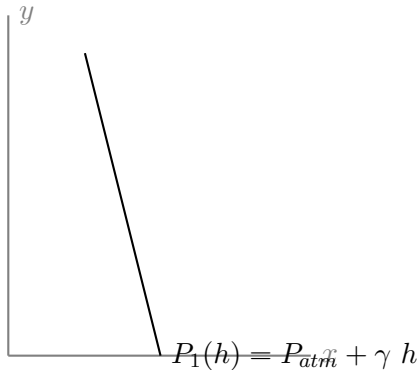


Figura 1.2: Presión en un fluido en reposo

Al estar en contacto con el aire, la presión en el punto 2 será la atmosférica P_{atm} , y la ecuación 1.4 quedará de la siguiente manera:



$$P_1 - P_{atm} = \gamma(z_2 - z_1) \quad (1.5)$$

A la diferencia $P_1 - P_{atm}$ se la denomina como **presión hidrostática** o manométrica.

Si se despeja la presión P_1 se llega a la expresión para el **Segundo Principio de Pascal**:

$$P_1 = P_{atm} + \gamma h \quad (1.6)$$

1.2 MANÓMETROS

Los manómetros son instrumentos que usan columnas de líquidos para medir presiones. Estudiaremos tres tipos, pero todos se basan en la ecuación fundamental de la hidrostática:

1.2.1 Manómetro de tubo U

Para medir presiones relativamente pequeñas, usamos un manómetro como se ve en la figura 1.3a. Si trazamos una línea horizontal imaginaria que pase por 1, la presión en ambos lados del manómetro será igual. Entonces

$$P_1 = P_{1'} \quad (1.7)$$

$$P_1 = P_2 + \gamma h = P_{atm} + \gamma h \quad (1.8)$$

$$(1.9)$$

Donde γ es el peso específico del fluido que se utilice

Cuando necesitemos medir presiones relativamente grandes usamos un manómetro como se ve en la figura 1.3b. Siguiendo la misma metodología que el caso anterior, pero ahora existen dos fluidos no miscibles dentro del tubo.

$$P_2 = P_{2'} \quad (1.10)$$

$$P_1 + \gamma_1 h = P_{atm} + \gamma_2 H \quad (1.11)$$

**Figura 1.3:** Manómetros de tubo en U

1.2.2 Micromanómetro

Lo usamos para medir cambios de presión muy pequeños. Seguimos con el mismo principio que usamos anteriormente.

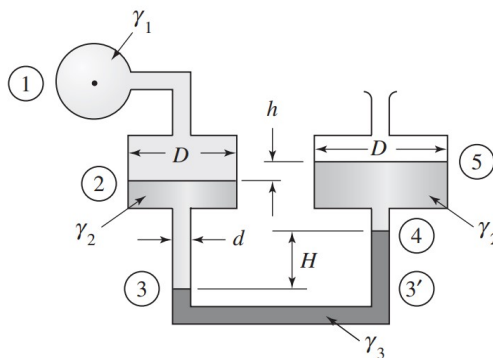
$$P_3 = P_{3'} \quad (1.12)$$

$$P_1 + \gamma_1(z_1 - z_2) + \gamma_2(z_2 - z_3) = P_5 + \gamma_2(z_5 - z_4) + \gamma_3(z_4 - z_{3'}) \quad (1.13)$$

Observando que $z_2 - z_3 + h = z_5 - z_4 + H$

$$P_1 = \gamma_1(z_2 - z_1) + \gamma_2(h - H) + \gamma_3 \quad (1.14)$$

$$P_1 = \gamma_1(z_2 - z_1) + \gamma_2 h + (\gamma_3 - \gamma_2)H \quad (1.15)$$

**Figura 1.4:** Micromanómetro

1.2.3 Efecto de la fuerza superficial sobre un fluido confinado

Si se ejerce una presión externa sobre una parte de la frontera de un fluido confinado, esta presión se transmite uniformemente a través de todo el fluido.

Este principio explica el funcionamiento de gatos hidráulicos, prensas, frenos, y diversos mecanismos que transmiten fuerzas a través de un fluido.

$$\frac{F_B}{F_C} = \frac{\Delta P A_B}{\Delta P A_C} = \frac{A_B}{A_C} \quad (1.16)$$

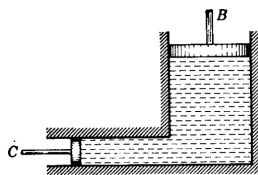


Figura 1.5: Gato hidráulico

1.3 FUERZAS SOBRE SUPERFICIES

1.3.1 Planas

Si sumergimos una placa plana, sobre ésta actuara una presión constante (sobre la superficie libre) y una presión causada por la gravedad que se incrementa uniformemente. Debido a que no puede existir

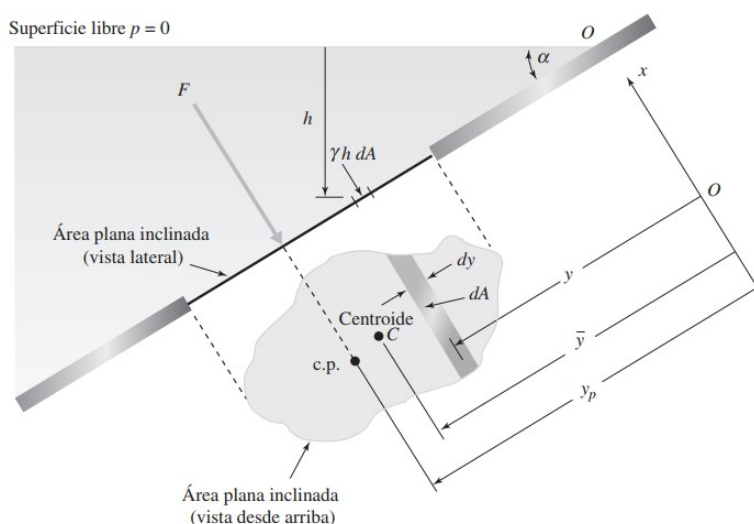


Figura 1.6: Fuerza sobre área plana

esfuerzo cortante, esta fuerza debe ser perpendicular a la superficie sumergida. Observando la figura 1.6, sobre el elemento dA actúa una presión constante. La magnitud de la fuerza sobre este elemento será $\gamma h dA$. Si integramos sobre el área completa de la placa

$$F = \int_A \gamma h dA = \int_A \gamma y \sin \theta dA = \gamma \sin \theta \int_A y dA$$

La integral que queda es el primer momento de *área* de la placa con respecto al eje x ; esto es equivalente a usar $A \bar{y}$, donde \bar{y} es la distancia al centroide de la superficie. Entonces la magnitud de la fuerza, teniendo en cuenta la presión en la superficie libre será:

$$F = (P_s + \bar{y} \sin \theta \gamma) A \quad (1.17)$$

Como la fuerza resultante no actúa en el centroide de la placa, para hallar la ubicación de esta igualamos la suma de los momentos de todas las fuerzas de presión que actúan sobre el área con el momento generado por la fuerza misma. Si la fuerza F actúa en el punto (x_p, y_p) :

$$y_p F = \int_A y (P_s \bar{y} \sin \theta \gamma) dA$$

Desarrollando llegamos a la siguiente ecuación:

$$y_p = \bar{y} + \frac{\bar{I}_x}{A\bar{y}} \quad (1.18)$$

Donde \bar{I}_x es el momento de inercia centroidal de la placa respecto de x .

De igual manera para hallar la coordenada x_p

$$x_p F = \int_A x (P_s \bar{y} \sin \theta \gamma) dA$$

$$x_p = \bar{x} + \frac{\bar{I}_{xy}}{A\bar{y}} \quad (1.19)$$

Donde \bar{I}_{xy} es el producto de inercia centroidal y \bar{x} la distancia al eje y centroidal.

1.3.2 Curvas

En este tipo de casos, no se utiliza un método directo para llegar al resultado, sino que se realiza un diagrama de cuerpo libre en el cual mediante integración se van determinando las fuerzas actuantes y ellas nos permitirán plantear las ecuaciones para los resultados. Dicho DCL muestra las fuerzas

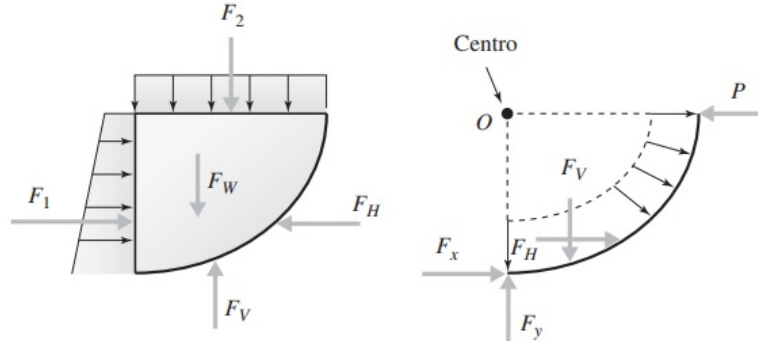


Figura 1.7: Fuerza sobre superficies curvas

debidas: al agua sobre la curva, F_1 y F_2 resultantes ubicadas debido a la distribución de las mismas y F_w que es el agua del cuerpo inscripto en la figura. F_h y F_v son fuerzas que componen las reacciones y que mantienen el equilibrio en el sistema.

En este tipo de problemas la llave de la cuestión está en hallar correctamente donde se encuentra esa fuerza F_w , conociendo ello solo basta plantear sumatoria de momentos respecto al vínculo de grado 2 de la compuerta.

1.4 CUERPOS SUMERGIDOS

1.4.1 Empuje de flotación

El **Principio de Arquímedes** establece que la fuerza de flotación que aparece en un cuerpo sumergido es igual al peso del volumen de líquido desplazado.

También conocida como fuerza de boyamiento, resultante ejercida sobre un cuerpo por un fluido estático que se encuentra sumergido o flotando, esta fuerza siempre actúa verticalmente.

$$F_B = \gamma V_{\text{líquido desplazado}} \quad (1.20)$$

Donde esta fuerza de boyamiento actuará en el centroide del volumen desplazado. En líquidos compresibles no será así ya que γ depende de z .

1.4.2 Estabilidad de flotación

La **estabilidad vertical** la vemos cuando un objeto encuentra equilibrio entre el peso y la fuerza de boyamiento, cuando se lo quita del equilibrio (hundiéndolo/removiéndolo) aparecen fuerzas restauradoras que contribuyen a reponer el cuerpo nuevamente al equilibrio.

La **estabilidad rotacional** de un cuerpo sumergido.

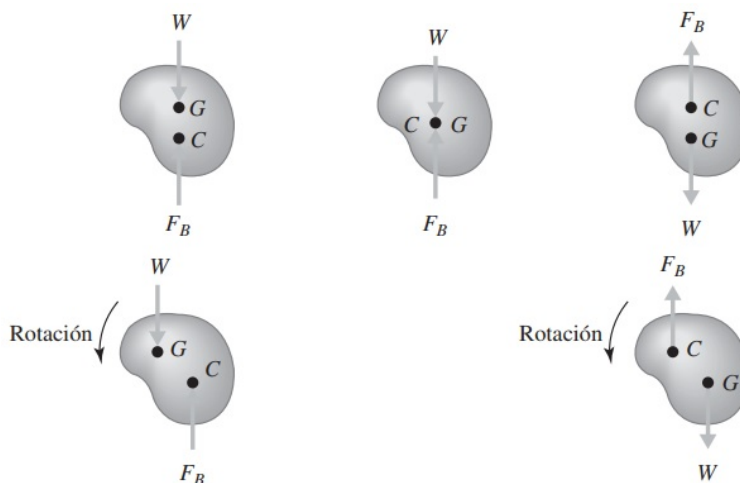


Figura 1.8: Estabilidad cuerpo sumergido

Para esto precisamos conocer el concepto de centro de flotabilidad **C**, que no es más que el punto por el cual pasa la resultante de la fuerza de boyamiento.

Un análisis rápido nos dará criterio para estabilidad depende de las posiciones relativas (*cuál se encuentra arriba*):

- **G** arriba de **C** una pequeña rotación angular resulta en un momento que continuará aumentando la rotación, **No estable**
- **G** sobre **C** neutral
- **G** abajo de **C** una pequeña rotación angular resulta en un momento restaurador, **Estable**

Sin embargo un cuerpo puede ser estable aun si **G** está por encima de **C** en el caso de cuerpos en flotación. Observando la figura 1.9 cuando el cuerpo gira el centroide **C** se mueve a **C'**, y si **C'** se

traslada lo suficientemente lejos puede desarrollar un momento restaurador y el cuerpo es estable. En este tipo de situaciones lo que hay que analizar es el valor de la **altura metacéntrica** \widehat{GM} , definida como la distancia de G al punto de intersección de la fuerza de flotación antes de la rotación con la fuerza de flotación después de la rotación:

- $\widehat{GM} > 0$ cuerpo estable.
- $\widehat{GM} < 0$ cuerpo inestable.

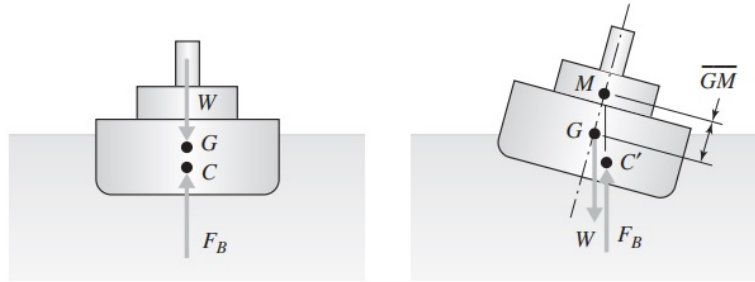


Figura 1.9: Sección transversal cuerpo en flotación

El valor de \widehat{GM} se puede calcular como

$$\widehat{GM} = \frac{I_o}{V_{desplazado}} - \widehat{CG}$$

El valor del momento restaurador:

$$C = \gamma \Delta\theta I_{yy}$$

1.5 EQUILIBRIO RELATIVO

1.5.1 Aceleración lineal uniforme

El fluido se encuentra en reposo con relación a un marco de referencia acelerado en x e y . Recordando la ecuación 1.2, esta se simplifica a:

$$dp = -\rho a_x dx - \rho(g + a_z) dz \quad (1.21)$$

Integrando entre los puntos 1 y 2 tenemos:

$$p_2 - p_1 = -\rho a_x (x_2 - x_1) - \rho(g + a_z)(z_2 - z_1) \quad (1.22)$$

Si los puntos 1 y 2 se encuentran a la misma presión entonces:

$$\frac{z_1 - z_2}{x_2 - x_1} = \tan \alpha = \frac{a_x}{g - a_z} \quad (1.23)$$

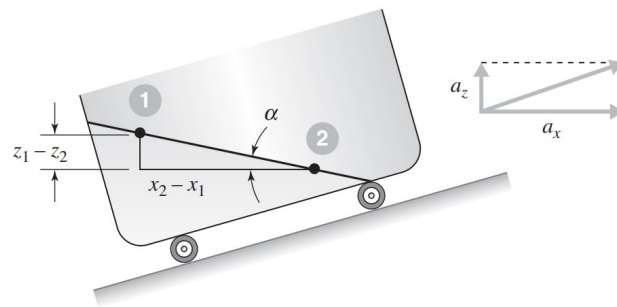


Figura 1.10: Depósito linealmente acelerado

1.5.2 Rotación uniforme alrededor de un eje vertical

La ecuación diferencial de presión:

$$dp = \rho r \omega^2 dr - \rho g dz \quad (1.24)$$

Si elegimos el centro de coordenadas en el vértice del paraboloide e integramos la ecuación.

$$p - p_0 = \frac{\rho \omega^2}{2} r^2 - \rho g z \quad (1.25)$$

Si los dos puntos considerados se encuentran a la misma presión como la superficie libre entonces

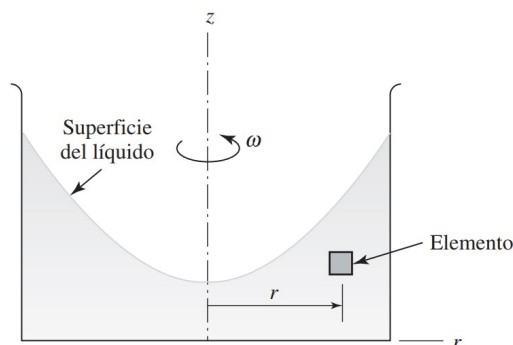


Figura 1.11: Depósito sometido a rotación

$p - p_0 = 0$ y nos queda una ecuación de una parábola que corta el origen:

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \quad (1.26)$$

El origen de coordenadas se puede encontrar igualando el volumen del fluido en reposo y cuando se encuentra en rotación uniforme.