



Ingeniería Electromecánica
Cuarto año

Diseño Curricular: 2004 - Ordenanza N°1029

MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Resumen para estudiantes

El presente documento fue elaborado por un grupo de estudiantes con el objetivo de crear un resumen completo y conciso de la materia *Máquinas Eléctricas*.

El documento abarca los puntos más destacados de la materia *Máquinas Eléctricas*, incluyendo sus conceptos principales, teorías, enfoques y aplicaciones prácticas. También hemos incorporado ejemplos ilustrativos y claros para ayudar a la comprensión de los temas abordados.

Esperamos que este resumen sea de gran utilidad para aquellos que buscan una visión general de la materia *Máquinas Eléctricas* o que necesitan una revisión rápida de los conceptos clave antes de un examen.

Estudiantes: *Faulkner, Melani;*
Franzoi, Valentín;
Guardiani, Franco;
Polo, Daiana.

Introducción a máquinas eléctricas

Unidad 1

Visión General

Transformadores

Unidad 2

Visión General

2.1 Transformadores Ideales	2.3 Circuito equivalente de un transformador
2.1.1 Principio de funcionamiento	
2.1.2 Transformador ideal sin carga	2.4 Ensayos del transformador
2.1.3 Transformador ideal con carga	2.4.1 Método de los tres voltímetros
2.2 Funcionamiento de un transformador real	2.4.2 Ensayo de vacío
	2.4.3 Ensayo de cortocircuito

2.1 TRANSFORMADORES IDEALES

2.1.1 Principio de funcionamiento

Para el análisis se toma que el transformador está alimentado por el lado de alta (el de más espiras) y trabaja como un reductor. Es decir que:

1. El primario trabaja como un receptor respecto a la fuente (recibe corriente).
2. El secundario se comporta como un generador respecto a la carga conectada a sus bordes (entrega corriente).

Para un transformador ideal no existen pérdidas por histéresis y corrientes parásitas, y no existen flujos de dispersión (todo el flujo magnético enlaza al primario y secundario).

2.1.2 Transformador ideal sin carga

Realmente e_1 representa una f.c.e.m porque se opone a v_1 y limita la corriente de primario. La polaridad e_2 tiene en cuenta que, al cerrar el circuito,¹ la corriente i_2 debe generar un flujo que se oponga el flujo primario que la originó. Es decir que, *la f.m.m del secundario actúa en contra de la f.m.m primaria produciendo un efecto desmagnetizante sobre ésta.*

Aplicando la 2° Ley de Kirchhoff al transformador ideal tenemos que:

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad ; \quad e_2 = v_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt} \quad (2.1)$$

¹Porque si está abierto, sólo hay tensión y no corriente

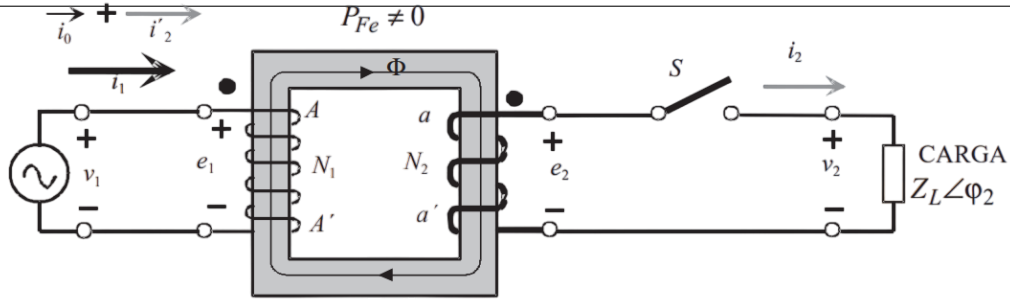


Figura 2.1: Esquema de un transformador ideal

Si se parte de un flujo **senoidal** de la forma:

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t = \Phi_m \cos (\omega t - 90 \text{ deg}) \quad (2.2)$$

Haciendo la derivada del flujo y reemplazando en 2.1 tenemos:

$$\begin{aligned} v_1 &= e_1 = N_1 \omega \Phi_m \cos (\omega t) \\ e_2 &= v_2 = N_2 \omega \Phi_m \cos (\omega t) \end{aligned}$$

Comparando el flujo expresado en coseno y los voltajes podemos ver que en estos últimos van 90° adelantados respecto al flujo, se podría decir entonces que la corriente va en fase con el flujo magnético.

Si calculamos sus **valores eficaces**:

$$\begin{aligned} V_1 &= E_1 = \frac{N_1 \omega \phi_m}{\sqrt{2}} = 4,44 f N_1 \Phi_m \\ V_2 &= E_2 = \frac{N_2 \omega \phi_m}{\sqrt{2}} = 4,44 f N_2 \Phi_m \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dividiendo entre sí las ecuaciones y simplificando resulta:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = m \quad (2.4)$$

donde el factor m se denomina **relación de transformación**.

Si el transformador está en **vacío** o **sin carga**, las pérdidas en el hierro P_{Fe} en el núcleo del transformador será:

$$P_{Fe} = V_1 I_0 \cos (\phi_0) \quad (2.5)$$

donde V_1 y I_0 representan los valores eficaces de la tensión y la corriente.

La corriente de vacío I_0 tiene dos componentes: una activa I_{Fe} y una reactiva I_μ .

2.1.3 Transformador ideal con carga

En la figura 2.1 si cerramos el interruptor S, el transformador funciona **en carga** y aparece una corriente i_2 que circula por el secundario.

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{Z}_L} = \frac{E_2 \angle 0}{Z_L \angle \phi_2} = \frac{E_2}{Z_L} \angle -\phi_2$$

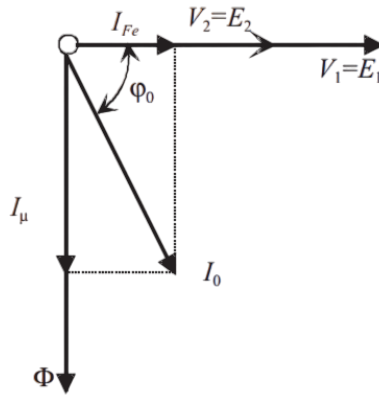


Figura 2.2: Diagrama fasorial de tensiones y corrientes en vacío.

La corriente \mathbf{I}_2 se retrasa ϕ_2 de la f.m.m \mathbf{E}_2 .

La corriente i_2 en el secundario produce una f.m.m. desmagnetizante $N_2 i_2$ que se opone a la f.m.m primaria $N_1 i_0$. Para que el flujo no se vea reducido por este efecto, en el primario se genera una corriente adicional primaria i'_2 con una f.m.m equivalente:

$$N_1 i'_2 = N_2 i_2$$

de donde se deduce el valor de la corriente i'_2 adicional primaria:

$$i'_2 = \frac{N_2}{N_1} i_2 = \frac{i_2}{m} \quad (2.6)$$

La corriente total necesaria en el primario i_1 será igual a:

$$i_1 = i_0 + i'_2 = i_0 + \frac{i_2}{m}$$

Y en forma fasorial:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_0 + \mathbf{I}'_2 = \mathbf{I}_0 + \frac{\mathbf{I}_2}{m} \quad (2.7)$$

La ecuación 2.7 nos indica que la corriente primaria \mathbf{I}_1 tiene dos componentes:

- **Una corriente de excitación o de vacío \mathbf{I}_0** que produce el flujo en el núcleo magnético y vence las pérdidas en el hierro a través de sus componentes \mathbf{I}_μ y \mathbf{I}_{Fe} ;
- **Y una componente de carga \mathbf{I}'_2** que equilibra o contrarresta la acción desmagnetizante de la f.m.m secundaria para que el flujo en el núcleo permanezca constante e independiente de la carga. Esta se denomina **corriente secundaria reducida**.

A plena carga la corriente \mathbf{I}'_2 es 20 veces por lo menos mayor que \mathbf{I}_0 por lo que puede despreciarse y la ecuación queda:

$$\mathbf{I}_1 \approx \mathbf{I}'_2 = \frac{\mathbf{I}_2}{m}$$

2.2 FUNCIONAMIENTO DE UN TRANSFORMADOR REAL

En el análisis de un trafo real se tiene en cuenta las resistencias R_1 y R_2 de los arrollamientos y los flujos de dispersión Φ_{d1} y Φ_{d2} que se cierran en el aire.

Si consideramos los flujos de dispersión desaparece la idea del flujo común único que existía en el transformador ideal. Si tomamos que Φ_1 y Φ_2 son los flujos totales que atraviesan los devanados primario y secundario y Φ es el flujo común a ambos se cumplirá:

$$\Phi_1 = \Phi + \Phi_{d1}$$

$$\Phi_2 = \Phi + \Phi_{d2}$$

Para representar estas pérdidas agregamos las resistencias R_1 y R_2 y dos bobinas adicionales con núcleo de aire que representan los flujos de dispersión Φ_{d1} y Φ_{d2} donde se han indicado con L_{d1} y L_{d2} a los coeficientes de autoinducción, cuyos valores serán:

$$L_{d1} = N_1 \frac{d\Phi_{d1}}{di_1}$$

$$L_{d2} = N_2 \frac{d\Phi_{d2}}{di_2}$$

y que dan lugar a las reactancias de dispersión X_1 y X_2 de ambos devanados:

$$X_1 = L_{d1}\omega$$

$$X_2 = L_{d2}\omega$$

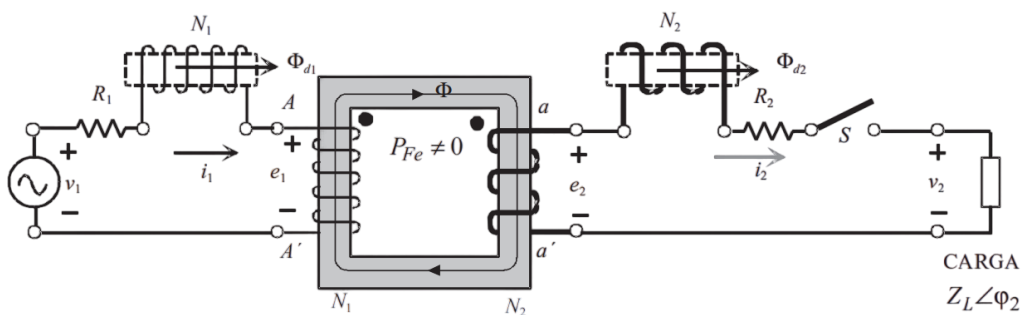


Figura 2.3: Transformador real con bobinas ideales en el núcleo.

La aplicación del 2° Ley de Kirchhoff a los circuitos primario y secundario nos da:

$$v_1 = e_1 + R_1 i_1 + L_{d1} \frac{di_1}{dt}$$

$$e_2 = v_2 + R_2 i_2 + L_{d2} \frac{di_2}{dt}$$

Y expresado en forma fasorial, las tensiones \mathbf{V}_1 y \mathbf{V}_2 se pueden calcular como:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{E}_1 + R_1 \mathbf{I}_1 + jX_2 \mathbf{I}_2$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{E}_2 - R_2 \mathbf{I}_2 - jX_2 \mathbf{I}_2$$

Como se puede apreciar, las caídas de tensión V_1 y V_2 no son iguales a E_1 y E_2 por lo tanto la relación de transformación para trafos reales queda:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = m \quad (2.8)$$

En los transformadores industriales las caídas de tensión provocadas por el cobre son muy pequeñas por lo que podemos decir que:

$$V_1 \approx E_1 \quad V_2 \approx E_2 \quad \therefore \quad \frac{V_1}{V_2} \approx m \quad (2.9)$$

Si el transformador trabaja **en vacío**, $I_2 = 0$ por lo tanto las ecuaciones quedan:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{E}_1 + R_1 \mathbf{I}_0 + jX_1 \mathbf{I}_0 \quad ; \quad \mathbf{V}_2 = \mathbf{E}_2$$

Las caídas de tensiones por pérdidas son muy pequeñas en vacío por lo tanto:

$$V_1 = E_1 \quad ; \quad V_{20} = E_2 \quad \therefore \quad m = \frac{V_1}{V_{20}} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad (2.10)$$

Este cociente con la tensión secundaria en vacío V_0 es el que incluye el fabricante en la placa características de la máquina. La ecuación 2.7 es válida a todos los efectos.

2.3 CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN TRANSFORMADOR

Para el desarrollo de un circuito equivalente de un transformador se inicia **reduciendo** un devanado al mismo número de espiras que el otro. Si reducimos el secundario al primario, entonces $N_1 = N'_2$. Para que este nuevo transformador sea equivalente al original *deben conservarse las potencias activa y reactiva*, y su distribución en los distintos elementos del circuito secundario.

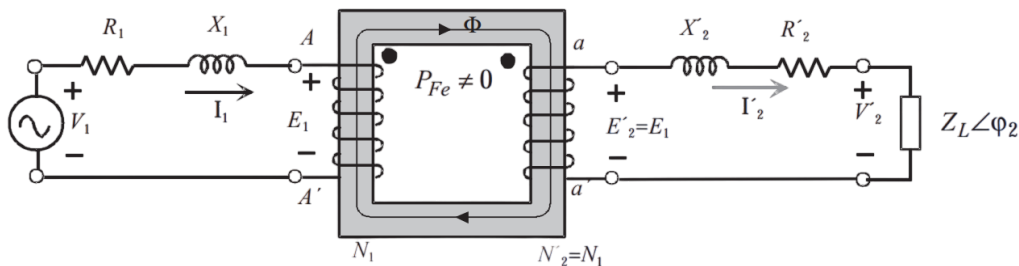


Figura 2.4: Circuito equivalente de un transformador real reducido al primario

a) F.m.m.s. y Tensiones

Si el número de espiras en el primer devanado y el segundo devanado reducido son iguales, y considerando la relación de transformación de la ecuación 2.8, entonces se tiene que:

$$\frac{E_1}{E'_2} = \frac{N_1}{N'_2} = 1$$

Entonces, las tensiones reducidas se calculan como sigue:

$$\begin{aligned} E'_2 &= mE_2 \\ V'_2 &= mV_2 \end{aligned} \quad (2.11)$$

b) Corrientes

Como la potencia aparente en ambos secundarios se conserva $S_2 = V_2 I_2 = V'_2 I'_2$ reemplazando V'_2 de la ecuación 2.11 queda:

$$I'_2 = \frac{I_2}{m} \quad (2.12)$$

c) Impedancias

Como la potencia activa se conserva $P = R_2 I_2^2 = R'_2 I'^2_2$ reemplazando I'_2 de la ecuación 2.12 se tiene que:

$$R'_2 = m^2 R_2 \quad (2.13)$$

Lo mismo sucede con la potencia reactiva por lo tanto:

$$X'_2 = m^2 X_2 \quad (2.14)$$

Entonces para una impedancia $Z'_L = m^2 Z_L$.

La importancia fundamental de la reducción de los devanados es obtener una representación del transformador donde no exista una relación de transformación porque los devanados son iguales, es decir, $N_1 = N'_2$. Además, se pudo sustituir los devanados acoplados magnéticamente por otros **acoplados sólo eléctricamente**.

Teniendo en cuenta que los devanados idénticos tienen la misma polaridad, se puede sustituir a los mismos por un solo devanado como se muestra en la figura 2.5. Por dicho devanado circulará una corriente $\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}'_2$, lo cual, según las ecuaciones 2.7 y 2.12, \mathbf{I}_0 circulará por el devanado.

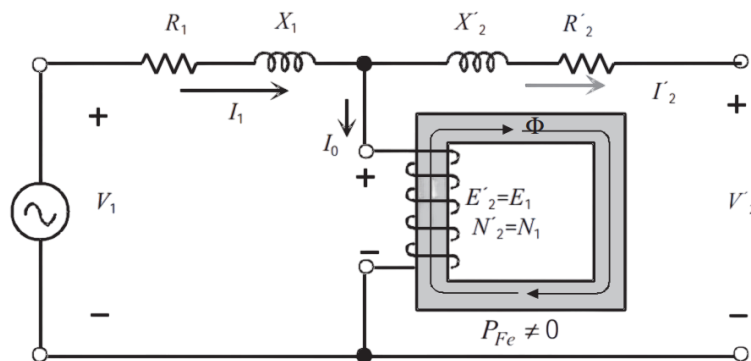


Figura 2.5: Circuito equivalente de un transformador real reducido al primario.

Según lo visto en la sección x de la Unidad 1, la corriente de vacío que circula por el devanado de $N_1 = N'_2$ espiras, se puede descomponer en una parte activa \mathbf{I}_{Fe} y otra reactiva \mathbf{I}_μ , y se representa con un circuito en paralelo formado por una resistencia R_{Fe} , cuyas pérdidas por calor indican las *pérdidas en el hierro*; y por una reactancia X_μ , por la que se deriva la corriente de magnetización de la máquina.

Conforme a lo mencionado, el circuito de la figura 2.6 representa al **circuito equivalente exacto del transformador** reducido al primario.

*“Este circuito responde fielmente al comportamiento del transformador real y por ello se denomina circuito equivalente **exacto**.” ? .*

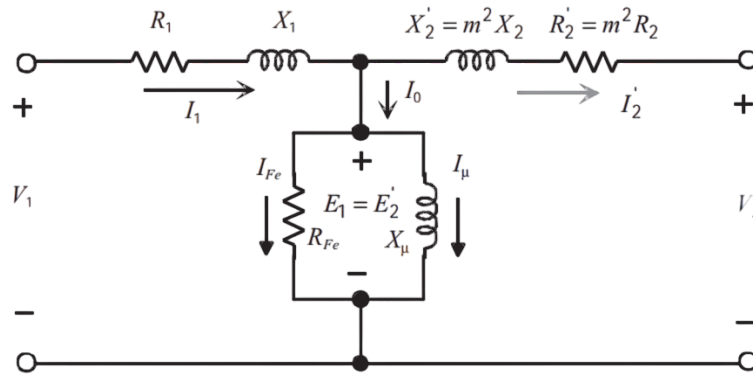


Figura 2.6: Circuito equivalente exacto de un transformador real reducido al primario.

El esquema puede simplificarse aún más observando la conexión en serie constituida por las ramas primaria y secundaria (reducida), obteniendo una impedancia compuesta por una *resistencia de cortocircuito* R_{cc} y una *reactancia de cortocircuito* X_{cc} :

$$\begin{aligned} R_{cc} &= R_1 + R'_2 \\ X_{cc} &= X_1 + X'_2 \end{aligned} \quad (2.15)$$

Entonces, el circuito de la figura 2.6 se convierte en el de la figura 2.7b

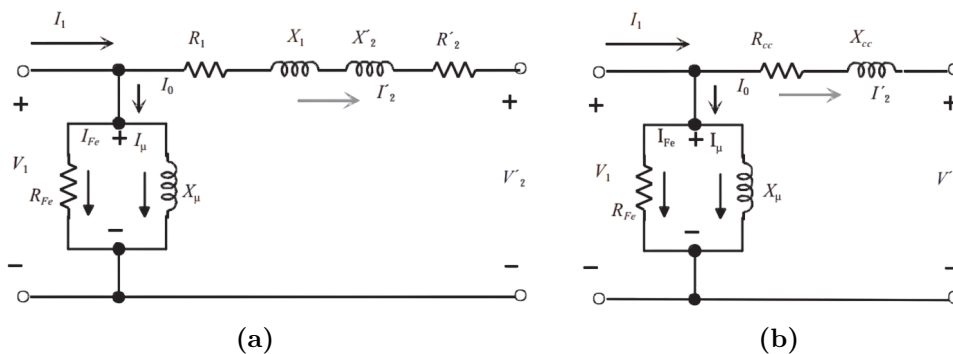


Figura 2.7: Circuito equivalente aproximado de un transformador reducido al primario.

Con este último circuito equivalente simplificado se pueden resolver una variedad de problemas prácticos que afectan la utilización del transformador; en particular para el cálculo de la *caída de tensión* y el *rendimiento*. Inclusive, si solo se trata de la determinación de la caída de tensión del transformador, se puede despreciar la rama paralelo, ya que no afecta al cálculo.

2.4 ENSAYOS DEL TRANSFORMADOR

Los ensayos representan pruebas para verificar el comportamiento de la máquina. No se puede realizar ensayos reales directos porque 1) se disipa gran cantidad de energía y 2) es imposible tener cargas lo suficientemente grandes.

Para predecir el comportamiento del transformador correctamente se necesitan los *parámetros del circuito equivalente* que se obtienen con ensayos que requieren muy poco consumo de energía porque son pruebas sin carga real. Estos se denominan: a) **Ensayo de vacío** y b) **Ensayo de cortocircuito**.

Para exponer el tema, en los siguientes párrafos los ensayos serán aplicados al lado de mayor tensión del transformador, sin embargo, también se puede aplicar al lado de baja tensión.

2.4.1 Método de los tres voltímetros

Es importante conocer la polaridad de un transformador porque si se conecta incorrectamente, puede provocar una inversión en la dirección del flujo de corriente en el circuito en el que se encuentra el transformador, lo que podría causar problemas de operación y posibles daños en los equipos.

En general, se puede determinar la polaridad de un transformador mediante la observación directa de los devanados, pero esto no siempre es posible o fácil de hacer en la práctica. También, la polaridad puede ser fácilmente identificada mediante una marca o etiqueta en el transformador que indique a la misma, o mediante la documentación técnica. Sin embargo, en algunos casos, puede no haber una marca clara o dicha documentación disponible, y se necesita realizar el **ensayo de los tres voltímetros** para confirmar la polaridad.

El ensayo de los tres voltímetros consiste en conectar tres voltímetros de la forma que se muestra en el esquema de la figura 2.8.

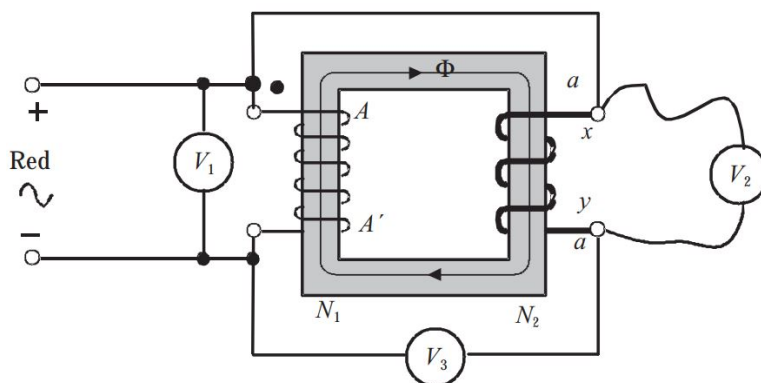


Figura 2.8: Disposición de los aparatos de medida para determinar la polaridad

Se señalan los terminales primario con las letras A y A'. Se unen a continuación dos terminales cualesquiera de primario y secundario, por ejemplo A con x. Se conectan tres voltímetros de c.a. como se muestra en la 2.8.

Al alimentar el primario con tensión alterna, si:

- $V_3 = V_1 - V_2$ significa que x es homólogo de A y se identifica con la letra «a» e y es «a'».
- $V_3 = V_1 + V_2$ significa que x es homólogo de A' y se identifica con «a'» e y es «a»

2.4.2 Ensayo de vacío

Los parámetros que se obtendrán en este ensayo son R_{Fe} y X_μ correspondientes a la rama paralelo del transformador.

Esta prueba consiste en aplicar al primario del transformador la tensión asignada mientras que el secundario se encuentra como circuito abierto. En este ensayo se mide la potencia absorbida P_0 , la corriente de vacío I_0 y la tensión secundaria en vacío V_{20} .

En la figura 2.10a se muestra el circuito eléctrico equivalente del presente ensayo.

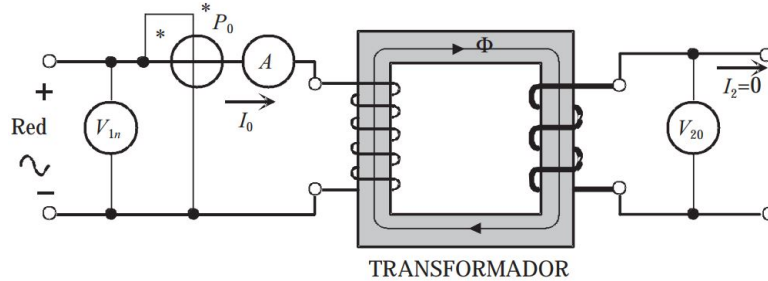


Figura 2.9: Esquema del ensayo de vacío

Las pérdidas de cobre $R_1 I_0^2$ en vacío son despreciables debido al pequeño valor de I_0 , por lo que **la potencia absorbida en vacío coincide prácticamente con las pérdidas en el hierro** que se calcula como:

$$P_0 = V_{1n} I_0 \cos \phi_0 = P_{Fe}$$

Debido al pequeño valor de caída de tensión en el cobre del primario se considera que $V_{1n} = E_1$, resultando el diagrama 2.10b donde toma V_{1n} como referencia de fase.

Las dos componentes de I_0 valen:

$$I_{Fe} = I_0 \cos \phi_0 \quad ; \quad I_\mu = I_0 \sin \phi_0$$

Donde se pueden obtener los valores de R_{Fe} y X_μ :

$$R_{Fe} = \frac{V_1}{I_{Fe}} \quad ; \quad X_\mu = \frac{V_1}{I_\mu}$$

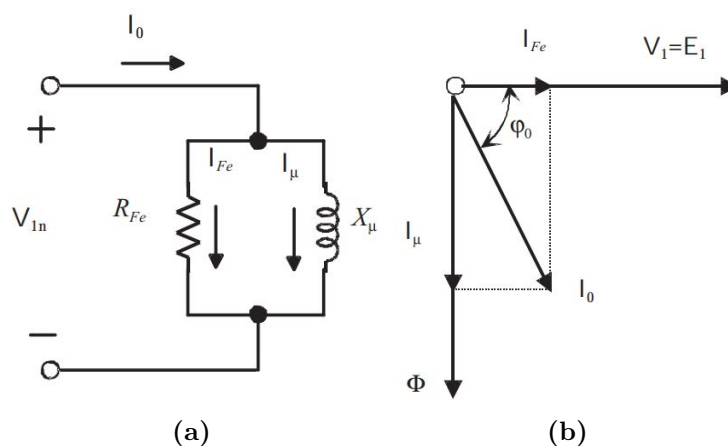


Figura 2.10: Circuito eléctrico equivalente del ensayo de vacío y diagrama fasorial

Como $V_{1n} \approx E_1$ y $E_2 = V_{20}$, la relación de transformación queda:

$$m = \frac{N_1}{N_2} = \frac{E_1}{E_2} \approx \frac{V_{1n}}{V_{20}}$$

2.4.3 Ensayo de cortocircuito

Este ensayo es utilizado para determinar los parámetros R_{cc} y X_{cc} de la rama de cortocircuito del transformador.

Consiste en cortocircuitar el secundario y se aplica en el primario una tensión que se va elevando gradualmente desde cero hasta que en el secundario circule la **corriente asignada de plena carga**. El esquema y los instrumentos necesarios están en la figura 2.11.

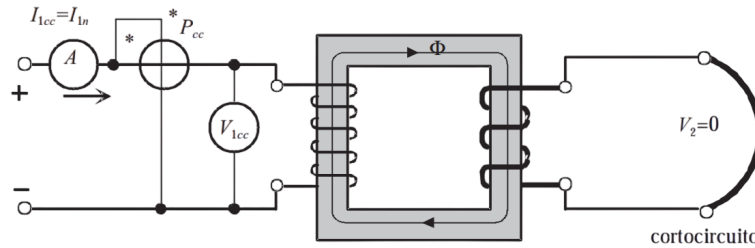


Figura 2.11: Esquema del ensayo de cortocircuito.

La tensión necesaria representa un pequeño porcentaje con respecto a la asignada (del 3 al 5 %) por lo que I_0 es muy pequeña siendo *despreciable la potencia de pérdidas en el hierro*. **La potencia absorbida en cortocircuito coincide con las pérdidas en el cobre.**

Las ecuaciones para este ensayo quedan:

$$P_{cc} = V_{1cc} I_{1n} \cos \phi_{cc} \quad (2.16)$$

$$V_{Rcc} = R_{cc} I_{1n} = V_{1cc} \cos \phi_{cc} \quad ; \quad V_{Xcc} = X_{cc} I_{1n} = V_{1cc} \sin \phi_{cc} \quad (2.17)$$

$$R_{cc} = \frac{V_{1cc}}{I_{1n}} \cos \phi_{cc} \quad ; \quad X_{cc} = \frac{V_{1cc}}{I_{1n}} \sin \phi_{cc} \quad (2.18)$$

El circuito eléctrico equivalente de cortocircuito y el diagrama fasorial se muestran en las figuras 2.12a y 2.12b.

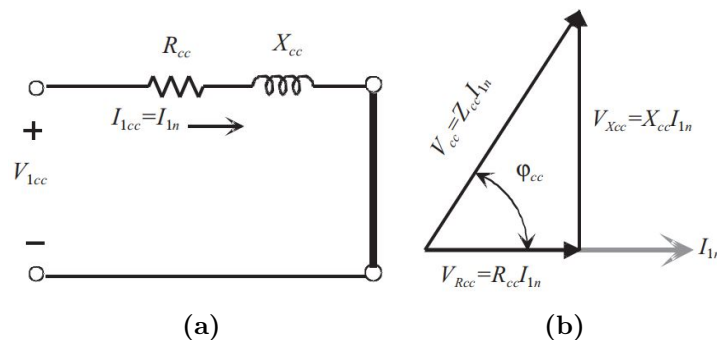


Figura 2.12: Circuito eléctrico equivalente del ensayo de cortocircuito y diagrama fasorial

Si bien obtenemos los valores de R_{cc} y X_{cc} con este ensayo, no conocemos los valores de totales del primario y secundario. Generalmente en la práctica se utiliza la solución aproximada:

$$R_1 = R'_2 = \frac{R_{cc}}{2} \quad ; \quad X_1 = X'_2 = \frac{X_{cc}}{2}$$

Porcentaje de las caídas de tensión

En algunos casos, las caídas de tensión en (2.17) se expresan como **tanto por ciento** respecto a la tensión asignada de cortocircuito, resultando:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{V_{1cc}}{V_{1n}} \cdot 100 \quad ; \quad \varepsilon_{R_{cc}} = \frac{V_{R_{cc}}}{V_{1n}} \cdot 100 \quad ; \quad \varepsilon_{X_{cc}} = \frac{V_{X_{cc}}}{V_{1n}} \cdot 100 \quad (2.19)$$

Ensayo de cortocircuito sin utilizar la corriente asignada

Para este caso las pérdidas en el cobre (que ya no serán las nominales) y la tensión de cortocircuito estarán en función de la corriente utilizada para el ensayo. Para diferenciar:

$$\underbrace{V_{1cc} ; I_{1cc} = I_{1n} ; P_{cc}}_{\text{Valores para corriente asignada}}$$

$$\underbrace{V_{1corto} ; I_{1corto} ; P_{corto}}_{\text{Valores para otra corriente}}$$

Como consideramos que los valores de R_{cc} y X_{cc} son lineales y no dependen de la corriente que circula, el proceso a seguir para calcularlos sería el mismo que el que se ha empleado para la (2.18). Entonces teniendo en cuenta las corrientes $I_{1cc} = I_{1n}$ e I_{1corto} , y el circuito equivalente de la figura 2.12a, las ecuaciones serán:

$$Z_{cc} = \frac{V_{1cc}}{I_{1n}} = \frac{V_{1corto}}{I_{1corto}} \quad ; \quad P_{cc} = R_{cc} I_{1n}^2 \quad ; \quad P_{corto} = R_{cc} I_{1corto}^2$$

$$V_{1cc} = V_{1corto} \frac{I_{1n}}{I_{1corto}} \quad ; \quad P_{cc} = P_{corto} \frac{I_{1n}^2}{I_{1corto}^2}$$