Introducción a máquinas eléctricas

Unidad 1

Transformadores

Unidad 2

2.1 TRANSFORMADORES IDEALES

2.1.1 Principio de funcionamiento

Para el análisis se toma que el transformador está alimentado por el lado de alta (el de más espiras) y trabaja como un reductor. Es decir que:

1. El primario trabaja como un recepto respecto a la fuente (recibe corriente).
2. El secundario se comporta como un generador respecto a la carga conectada a sus bordes (entrega coriente).

Para un transformador ideal no existen pérdidas por histéresis y corrientes parásitas, y no existen flujos de dispersión (todo el flujo magnético enlaza al primario y secundario).

2.1.2 Transformador ideal sin carga

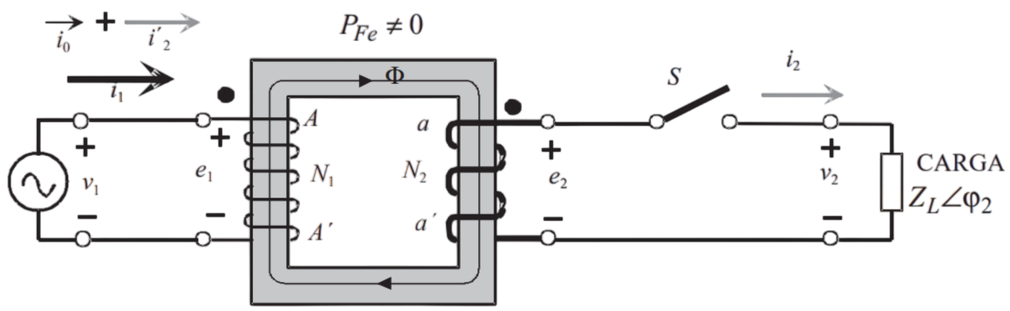

Figura 2.1: Esquema de un transformador ideal

Realmente e_1 representa una f.c.e.m porque se opone a v_1 y limita la corriente de primario. La polaridad e_2 tiene en cuenta que, al cerrar el circuito,[1] la corriente i_2 debe generar un flujo que se oponga el flujo primario que la originó. Es decir que, *la f.m.m del secundario actúa en contra de la f.m.m primaria produciendo un efecto desmagnetizante sobre ésta.*

Aplicando la 2° Ley de Kirchhoff al transformador ideal tenemos que:

$$v_1 = e_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad ; \quad e_2 = v_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt} \tag{2.1}$$

[1]Porque si está abierto, sólo hay tensión y no corriente

Si se parte de un flujo **senoidal** de la forma:

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t = \Phi_m \cos(\omega t - 90\,\text{deg}) \tag{2.2}$$

Haciendo la derivada del flujo y reemplazando en 2.1 tenemos:

$$v_1 = e_1 = N_1 \omega \Phi_m \cos(\omega t)$$
$$e_2 = v_2 = N_2 \omega \Phi_m \cos(\omega t)$$

Comparando el flujo expresado en coseno y los voltajes podemos ver que en estos últimos van 90° adelantados respecto al flujo, se podría decir entonces que la corriente va en fase con el flujo magnético.

Si calculamos sus **valores eficaces**:

$$\begin{aligned} V_1 = E_1 = \frac{N_1 \omega \phi_m}{\sqrt{2}} = 4,44 f N_1 \Phi_m \\ V_2 = E_2 = \frac{N_2 \omega \phi_m}{\sqrt{2}} = 4,44 f N_2 \Phi_m \end{aligned} \tag{2.3}$$

Dividiendo entre sí las ecuaciones y simplificando resulta:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = m \tag{2.4}$$

donde el factor m se denomina **relación de transformación**.

Si el transformador está en **vacío** o **sin carga**, las pérdidas en el hierro P_{Fe} en el núcleo del transformador será:

$$P_{Fe} = V_1 I_0 \cos(\phi_0) \tag{2.5}$$

donde V_1 y I_0 representan los valores eficaces de la tensión y la corriente.

La corriente de vacío I_0 tiene dos componentes: una activa I_{Fe} y una reactiva I_μ.

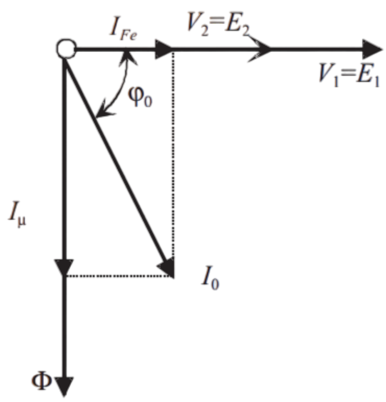

Figura 2.2: Diagrama fasorial de tensiones y corrientes en vacío.

2.1.3 Transformador ideal con carga

En la figura 2.1 si cerramos el interruptor S, el transformador funciona **en carga** y aparece una corriente i_2 que circula por el secundario.

$$\mathbf{I}_2 = \frac{\mathbf{E}_2}{\mathbf{Z}_L} = \frac{E_2\angle 0}{Z_L\angle\phi_2} = \frac{E_2}{Z_L}\angle-\phi_2$$

La corriente $\mathbf{I}_2$ se retrasa ϕ_2 de la f.m.m $\mathbf{E}_2$.

La corriente i_2 en el secundario produce una f.m.m. desmagnetizante $N_2 i_2$ que se opone a la f.m.m primaria $N_1 i_0$. Para que el flujo no se vea reducido por este efecto, en el primario se genera una corriente adicional primaria i_2' con una f.m.m equivalente:

$$N_1 i_2' = N_2 i_2$$

de donde se deduce el valor de la corriente i_2' adicional primaria:

$$i_2' = \frac{N_2}{N_1} i_2 = \frac{i_2}{m} \tag{2.6}$$

La corriente total necesaria en el primario i_1 será igual a:

$$i_1 = i_0 + i_2' = i_0 + \frac{i_2}{m}$$

Y en forma fasorial:

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{I}_0 + \mathbf{I}_2' = \mathbf{I}_0 + \frac{\mathbf{I}_2}{m} \tag{2.7}$$

La ecuación 2.7 nos indica que la corriente primaria $\mathbf{I}_1$ tiene dos componentes:

- **Una corriente de excitación o de vacío** $\mathbf{I}_0$ que produce el flujo en el núcleo magnético y vence las pérdidas en el hierro a través de sus componentes $\mathbf{I}_\mu$ y $\mathbf{I}_{Fe}$;
- Y **una componente de carga** $\mathbf{I}_2'$ que equilibra o contrarresta la acción desmagnetizante de la f.m.m secundaria para que el flujo en el núcleo permanezca constante e independiente de la carga. Esta se denomina **corriente secundaria reducida**.

A plena carga la corriente $\mathbf{I}_2'$ es 20 veces por lo menos mayor que $\mathbf{I}_0$ por lo que puede despreciarse y la ecuación queda:

$$\mathbf{I}_1 \approx \mathbf{I}_2' = \frac{\mathbf{I}_2}{m}$$

2.2 Funcionamiento de un transformador real

En el análisis de un trafo real se tiene en cuenta la resistencias R_1 y R_2 de los arrollamientos y los flujos de dispersión Φ_{d1} y Φ_{d2} que se cierran en el aire.

Si consideramos los flujos de dispersión desaparece la idea del flujo común único que existía en el transformador ideal. Si tomamos que Φ_1 y Φ_2 son los flujos totales que atraviesan los devanados primario y secundario y Φ es el flujo común a ambos se cumplirá:

$$\Phi_1 = \Phi + \Phi_{d1}$$
$$\Phi_2 = \Phi + \Phi_{d2}$$

Para representar estas pérdidas agregamos las resistencias R_1 y R_2 y dos bobinas adicionales con núcleo de aire que representan los flujos de dispersión Φ_{d1} y Φ_{d2} donde se han indicado con L_{d1} y L_{d2} a los coeficientes de autoinducción, cuyos valores serán:

$$L_{d1} = N_1 \frac{d\Phi_{d1}}{di_1}$$
$$L_{d2} = N_2 \frac{d\Phi_{d2}}{di_2}$$

y que dan lugar a las reactancias de dispersión X_1 y X_2 de ambos devanados:

$$X_1 = L_{d1}\omega$$
$$X_2 = L_{d2}\omega$$

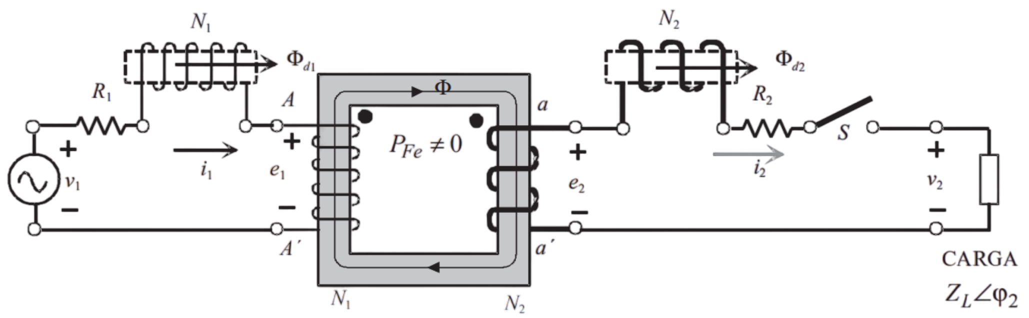

Figura 2.3: Transformador real con bobinas ideales en el núcleo.

La aplicación del 2° Ley de Kirchhoff a los circuitos primario y secundario nos da:

$$v_1 = e_1 + R_1 i_1 + L_{d1}\frac{di_1}{dt}$$
$$e_2 = v_2 + R_2 i_2 + L_{d2}\frac{di_2}{dt}$$

Y expresado en forma fasorial, las tensiones $\mathbf{V}_1$ y $\mathbf{V}_2$ se pueden calcular como:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{E}_1 + R_1\mathbf{I}_1 + jX_2\mathbf{I}_2$$
$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{E}_2 - R_2\mathbf{I}_2 - jX_2\mathbf{I}_2$$

Como se puede apreciar, las caídas de tensión V_1 y V_2 no son iguales a E_1 y E_2 por lo tanto la relación de transformación para trafos reales queda:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = m \tag{2.8}$$

En los transformadores industriales las caídas de tensión provocadas por el cobre son muy pequeñas por lo que podemos decir que:

$$V_1 \approx E_1 \quad V_2 \approx E_2 \quad \therefore \quad \frac{V_1}{V_2} \approx m \tag{2.9}$$

Si el transformador trabaja **en vacío**, $I_2 = 0$ por lo tanto las ecuaciones quedan:

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{E}_1 + R_1\mathbf{I}_0 + jX_1\mathbf{I}_0 \quad ; \quad \mathbf{V}_2 = \mathbf{E}_2$$

Las caídas de tensiones por pérdidas son muy pequeñas en vacío por lo tanto:

$$V_1 = E_1 \quad ; \quad V_{20} = E_2 \quad \therefore \quad m = \frac{V_1}{V_{20}} = \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \tag{2.10}$$

Este cociente con la tensión secundaria en vacío V_0 es el que incluye el fabricante en la placa características de la máquina. La ecuación 2.7 es válida a todos los efectos.

2.3 Circuito equivalente de un transformador

Para el desarrollo de un circuito equivalente de un transformador se inicia **reduciendo** un devanado al mismo número de espiras que el otro. Si reducimos el secundario al primario, entonces $N_1 = N_2'$. Para que este nuevo transformador sea equivalente al original *deben conservarse las potencias activa y reactiva*, y su distribución en los distintos elementos del circuito secundario.

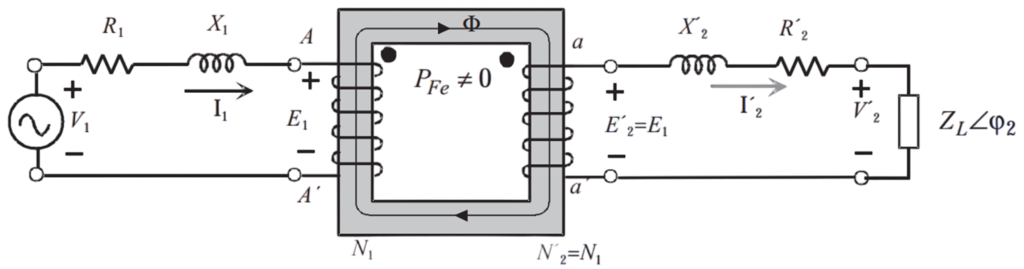

Figura 2.4: Circuito equivalente de un transformador real reducido al primario

a) F.m.m.s. y Tensiones

Si el número de espiras en el primer devanado y el segundo devanado reducido son iguales, y considerando la relación de transformación de la ecuación 2.8, entonces se tiene que:

$$\frac{E_1}{E_2'} = \frac{N_1}{N_2'} = 1$$

Entonces, las tensiones reducidas se calculan como sigue:

$$\begin{aligned} E_2' &= mE_2 \\ V_2' &= mV_2 \end{aligned} \tag{2.11}$$

b) Corrientes

Como la potencia aparente en ambos secundarios se conserva $S_2 = V_2\,I_2 = V_2'\,I_2'$ reemplazando V_2' de la ecuación 2.11 queda:

$$I_2' = \frac{I_2}{m} \tag{2.12}$$

c) Impedancias

Como la potencia activa se conserva $P = R_2\,{I_2}^2 = R_2'\,{I_2'}^2$ reemplazando I_2' de la ecuación 2.12 se tiene que:

$$R_2' = m^2\,R_2 \tag{2.13}$$

Lo mismo sucede con la potencia reactiva por lo tanto:

$$X'_2 = m^2\, X_2 \tag{2.14}$$

Entonces para una impedancia $Z'_L = m^2\, Z_L$.

La importancia fundamental de la reducción de los devanados es obtener una representación del transformador donde no exista una relación de transformación porque los devanados son iguales, es decir, $N_1 = N'_2$. Además, se pudo sustituir los devanados acoplados magnéticamente por otros **acoplados sólo eléctricamente**.

Teniendo en cuenta que los devanados idénticos tienen la misma polaridad, se puede sustituir a los mismos por un solo devanado como se muestra en la figura 2.5. Por dicho devanado circulará una corriente $\mathbf{I}_1 - \mathbf{I}'_2$, lo cual, según las ecuaciones 2.7 y 2.12, $\mathbf{I}_0$ circulará por el devanado.

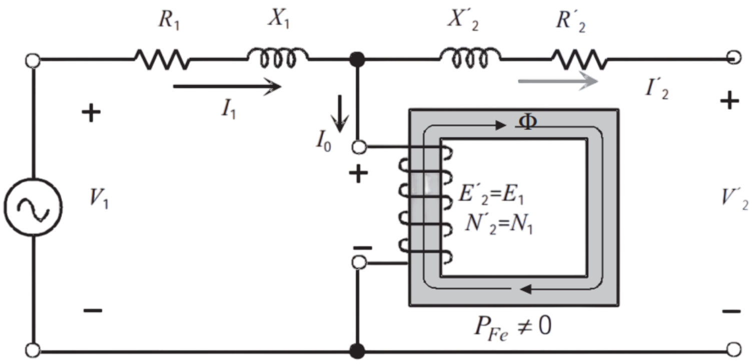

Figura 2.5: Circuito equivalente de un transformador real reducido al primario.

Según lo visto en la sección x de la Unidad 1, la corriente de vacío que circula por el devanado de $N_1 = N'_2$ espiras, se puede descomponer en una parte activa $\mathbf{I}_{Fe}$ y otra reactiva $\mathbf{I}_\mu$, y se representa con un circuito en paralelo formado por una resistencia R_{Fe}, cuyas pérdidas por calor indican las *pérdidas en el hierro*; y por una reactancia X_μ, por la que se deriva la corriente de magnetización de la máquina.

Conforme a lo mencionado, el circuito de la figura 2.6 representa al **circuito equivalente exacto del transformador** reducido al primario.

“Este circuito responde fielmente al comportamiento del transformador real y por ello se denomina circuito equivalente ***exacto****.”* **?** .

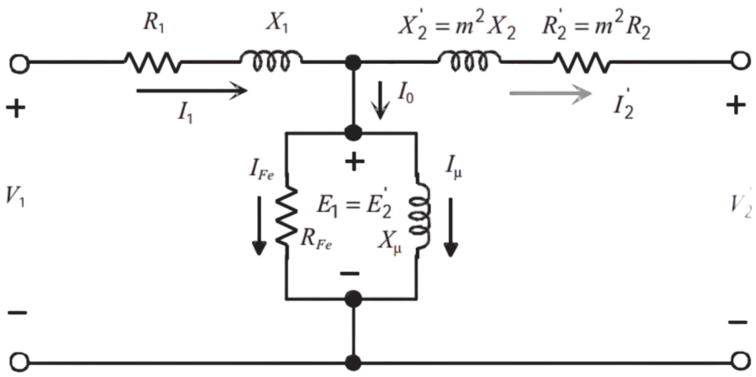

Figura 2.6: Circuito equivalente exacto de un transformador real reducido al primario.

El esquema puede simplificarse aún más observando la conexión en serie constituida por las ramas primaria y secundaria (reducida), obteniendo una impedancia compuesta por una *resistencia de cortocircuito* R_{cc} y una *reactancia de cortocircuito* X_{cc}:

$$\begin{aligned} R_{cc} &= R_1 + R_2' \\ X_{cc} &= X_1 + X_2' \end{aligned} \tag{2.15}$$

Entonces, el circuito de la figura 2.6 se convierte en el de la figura 2.7b

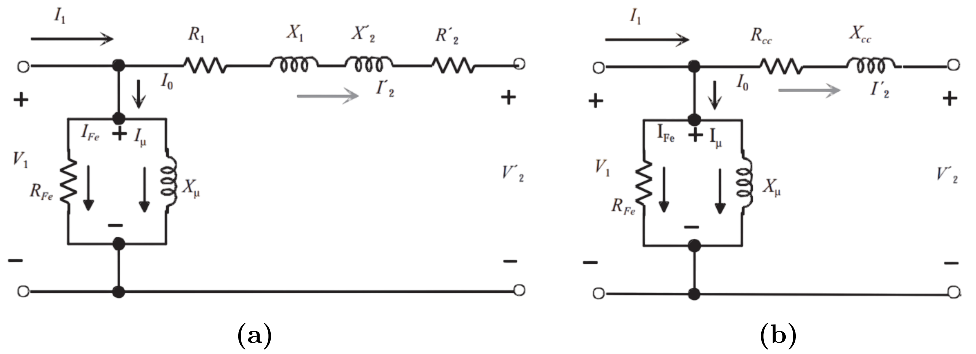

Figura 2.7: Circuito equivalente aproximado de un transformador reducido al primario.

Con este último circuito equivalente simplificado se pueden resolver una variedad de problemas prácticos que afectan la utilización del transformador; en particular para el cálculo de la *caída de tensión* y el *rendimiento*. Inclusive, si solo se trata de la determinación de la caída de tensión del transformador, se puede despreciar la rama paralelo, ya que no afecta al cálculo.

2.4 ENSAYOS DEL TRANSFORMADOR