Lista 1 de exercícios

Daiana Kathrin Santana Santos 120.357

1) $x[n] = \sum_{K=-\infty}^{\infty} \{ \delta[n-2-2K] - \delta[n-2K]$

- Analisando o 1º impulso: $\delta[n-2-2K]$
  O resultado é sempre zero, menos quando
  $n-2-2K=0 \Rightarrow 2K = n-2 \Rightarrow K = \frac{n-2}{2}$

  quando $K=(n-2)/2$:
  $x[n] = \delta[0] - \delta[2] = 1 - 0 = 1$

- Analisando o 2º impulso: $\delta[n-2K]$
  O resultado é sempre zero, menos quando
  $n-2K=0 \Rightarrow K = \frac{n}{2}$

  quando $K=n/2$
  $x[n] = \delta[-2] - \delta[0] = 0 - 1 = -1$

- K e n só pode assumir valores inteiros, para saber se tem algum caso onde $K=n/2$ ou $K=(n-2)/2$ vamos considerar os 2 conjuntos de n:
  - Quando n é par: $n=2p$
    - $K = (n-2)/2 = (2p-2)/2 = \cancel{2}(p-1)/\cancel{2} = p-1$
    - $K = n/2 = \cancel{2}p/\cancel{2} = p$

  Os 2 casos dão numeros inteiros e dentro do intervalo de K $\rightarrow (-\infty, \infty)$
  Portanto, quando n é par
  $x[n] = 1 - 1 = 0$

- Quando n é ímpar: $2p+1$
  - $K = (n-2)/2 = (2p+1-2)/2 = (2p-1)/2 = p - 0{,}5$
  - $K = n/2 = (2p+1)/2 = p + 0{,}5$

Como nesses 2 casos não dão números inteiros, não existirá esses K's

- Portanto, quando n é ímpar:

$x[n] = 0$

- Somando o conjunto de n par e ímpar:

$x[n] = 0 + 0 \Rightarrow \boxed{x[n] = 0}$

- Para saber se ele é periódico $x[n] = x[n+N]$ para todo valor de n, onde N é inteiro positivo

$x[n] = 0$

$x[n+N] = 0 \Rightarrow N = 0 \therefore$ **O sinal <u>não</u> é periódico**

2) $x[n] = 1 - \sum_{K=10}^{\infty} \delta[n+3-K]$

a) $x[n] = u[Mn - n_0]$. $M = ?$, $n_0 = ?$

$x[n] = 1 - \sum_{K=10}^{\infty} \delta[n+3-K]$

$\sum_{K=10}^{\infty} \delta[n+3-K]$, $n+3-K=0 \Rightarrow K = n+3$, como o somatório começa em 10

$K = n+3-10 = n-7$

$\Rightarrow \sum_{K=10}^{\infty} \delta[n+3-K] = u[n-7]$

$x[n] = 1 - u[n-7] = u[1] - u[n-7] = u[1-n+7] = u[-n+6]$

$\Rightarrow x[n] = u[-n+6]$

$\therefore$ $\boxed{M = -1}$ $\boxed{n_0 = -6}$

2) b) Energia Total de $x[n]$

$$x[n] = 1 - \sum_{k=10}^{\infty} \delta[n+3-k] = u[-n+6]$$

$$E_\infty = \lim_{N \to \infty} \sum_{n=-N}^{N} |x[n]|^2$$

$$u[-n+6] = \begin{cases} 0, & n > 6 \\ 1, & n \leq 6 \end{cases}$$

$$E_\infty = \lim_{N \to \infty} \left(\sum_{n=-N}^{6} |u[-n+6]|^2 + \sum_{n=7}^{N} |u[-n+6]|^2 \right) =$$

$$= \lim_{N \to \infty} \left(\sum_{n=-N}^{6} |1|^2 + \sum_{n=7}^{N} |0|^2 \right) =$$

$$= \lim_{N \to \infty} \left(\sum_{n=-N}^{6} 1 + \sum_{n=7}^{N} 0 \right) = \lim_{N \to \infty} (6+N) \cdot 1 + \cancel{(6+N)} \cdot 0 =$$

$$= \lim_{N \to \infty} 6 + N = 6 + \infty = +\infty \Rightarrow \boxed{E_\infty = +\infty}$$

2) c) Potencia média de $x[n]$

utilizando o valor do questão anterior $\sum_{n=-N}^{N} |x[n]|^2 = 6 + N$

ficando:

$$\bar{P}_\infty = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{2N+1} \sum_{n=-N}^{N} |x[n]|^2 = \lim_{N \to \infty} \frac{6+N}{2N+1} =$$

$$\frac{\lim_{N \to \infty} \left(\frac{6}{N} + 1\right)}{\lim_{N \to \infty} \left(2 + \frac{1}{N}\right)} = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\bar{P}_\infty = \frac{1}{2}}$$

3) $y[n] = \sum_{K=n-3}^{n+3} x[K]$

a) Considerando duas entradas arbitrárias $x_1[n]$ e $x_2[n]$

$x_1[n] \rightarrow y_1[n] = \sum_{K=n-3}^{n+3} x_1[K]$

$x_2[n] \rightarrow y_2[n] = \sum_{K=n-3}^{n+3} x_2[K]$

Supondo $x_3[n]$ uma combinação linear de $x_1[n]$ e $x_2[n]$

$x_3[n] = ax_1[n] + bx_2[n]$

em que a e b são arbitrarios. Se $x_3[n]$ é a entrada daí ~~ex~~ saida.

$y_3[n] = \sum_{K=n-3}^{n+3} x_3[K] = \sum_{K=n-3}^{n+3} (ax_1[n] + bx_2[n]) =$

$= a\sum_{K=n-3}^{n+3} x_1[K] + b\sum_{K=n-3}^{n+3} x_2[K] = ay_1[n] + by_2[n]$

$\therefore$ o sistema é linear

b) Para ser invariante no tempo
$S(x[n-a]) = y[n-a]$

então considerando $x_1[n]$ uma entrada arbitrária
$y_1[n] = \sum_{K=n-3}^{n+3} x_1[K]$ (1)

e uma entrada $x_2[n] = x_1[n-a]$
com a saída correspondente $y_2[n] = \sum_{K=n-3}^{n+3} x_2[K] = \sum_{K=n-3}^{n+3} x_1[n-a]$

Considerando a eq. (1):
$y_1[n-a] = \sum_{K=n-3}^{n+3} x_1[n-a]$

Como $y_2[n] = y_1[n-a]$, **esse sistema é invariante no tempo.**

3)c) O sistema não é causal, pois a saida depende do futuro em

$$y[n] = \sum_{k=n-3}^{n+3} x[k] = x[n-3] + x[n-2] + \dots + x[n+2] + x[n+3]$$

nesses casos $x[n+1]$, $x[n+2]$, $x[n+3]$ a saida depende do futuro, portanto o sistema **não é causal**

3)d) O sistema tem memória, pois ele depende do passado e do futuro em casos como $x[n-3]$, $x[n-2]$, $x[n-1]$, $x[n+1]$, $x[n+2]$, $x[n+3]$, portanto **tem memória**