

TC5 - Parte IV - final

1. A equação diferencial

$$R \frac{dQ}{dt} + \frac{Q}{C} = V$$

descreve a carga Q sobre um capacitor com capacitância C durante um processo de carregamento envolvendo uma resistência R e uma tensão V . Se a carga é nula quando $t=0$, aproxime Q no intervalo $[0,4]$, com $R=2$, $C=3$ e $V=4$ usando Runge-Kutta de 4a ordem.

2. A população em uma cidade muda na seguinte taxa:

$$\frac{dp}{dt} = (k_0 + k_1 p)p$$

Onde $p(t)$ denota o número de pessoas na população no tempo t (em anos) e k_0 , k_1 são constantes específicas. Dado que a população inicial é igual a 1000 e $k_0=0.02$, $k_1=0.4$, aproxime o tamanho da população após 10 anos usando o método de Runge-Kutta de 4a ordem com $N=10$.

3. Se T_c é a temperatura corporal de um paciente (em graus absolutos), um termômetro é capaz de revelar essa temperatura segundo

$$\frac{dT}{dt} = \beta(T_c - T)$$

onde $\beta = 10^{-3}/seg$ e t (medido em *seg*) é o tempo transcorrido na medição. Usando o método de Euler, responda: Assumindo $T(0) = 293$ (temperatura ambiente), e uma temperatura febril ($T_c = 313$), qual o tempo mínimo (em minutos) necessário para uma aferição com 95 % de exatidão ? Você pode comprovar isso usando a solução exata ?

4. Em um processo de decaimento da massa m (Kg) de uma certa amostra radioativa, a análise de dados obtidos por experimentação sugere

$$\frac{dm}{dt} = -\rho m^{2/3},$$

onde $\rho = 5 \times 10^{-2}$ e t é o tempo medido em minutos. Usando o método de Euler, responda: Se isso for verdade, em quanto tempo uma amostra de 2Kg é reduzida pela metade ? Você poderia validar o resultado numérico usando a solução exata ?

5. A população de uma micro-cultura de bactérias evolui conforme equação

$$\frac{dy}{dt} = \alpha \sqrt{y} \frac{L - y}{\sqrt{|L - y|}}$$

onde $\alpha = 10^{-1}$ e $L = 10^3$ são parâmetros intrínsecos desse processo, $y(0) = 10^2$, e t é o tempo em minutos. Usando o método de Euler, e $\Delta t = 0.05$, responda: Existe uma saturação para essa população ? Em que instante 90 % dessa quantidade é alcançada ?