水箱建模问题

机理建模是通过常见的物理学定律来建立方程的一种建模方法，常见的有基于牛顿第二定律建立动力学方程（2022A）、基于质量守恒定律建立流量方程（2019A），力学平衡方程（2016A）等等，简单来说，就是需要自行建模，不同于热传导方程这样在现成的模型基础上进行建模。



水箱模型

微分方程的建模一般是：变化量=增加量-减少量

水箱液位高度的变化

其中为水箱底面积，为流入水箱的体积流量，为流出水箱的体积流量。

小孔喷出液体流量计算公式为

其中为阻力系数，为液体密度，小孔两边的压力差

对于流入水箱的体积流量，压力差主要由管道内液体的动能提供，即



所以

对于流出水箱的体积流量，压力差主要由水箱内液体的重力势能提供，即



所以

因此水箱液位高度变化的微分方程为



令



过程控制中，水箱模型一般会近似成一阶线性微分方程，即



我们以第一个方程为例，当时，，即



也就是说，当水箱足够高（不考虑水溢出的情况），当模型参数给定时，无论初始水位在何处，最终都会稳定在同一个位置。

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

2019A高压油管的压力控制就是根据这个模型进行改编的，在该题中高压油管内的压力（压强）相当于水箱的液位，其实两者是等价的，水箱液位是因为压力（压强）产生的，即。在2019A中，真正复杂的是油管的进出油阀门是周期性开启的，而不是一个确定是定值，包括其中压力和燃油密度之间也是存在转换关系的。



水箱模型

水箱模型是实际意义就是家中的水龙头，处的阀门就是水龙头，处的阀门则是供水管道。

现实中，大多数时候水龙头是关闭的，即，这时方程变为



如果进水阀不关闭的话（），会导致进水量直线增加，最终会溢出。

为了防止水箱里的水位溢出，会加装一个液位传感器，当液位高于某个阈值的时候，会强行关闭进水阀，即



已知

用水期分4个过程

开始段：进水阀管壁，打开出水阀，只出水不进水

方程

中间段：当输出超过水位下限时，进水阀打开，即出水又进水

方程

即将结束段：当进水阀管壁时，只进水不出水

方程

结束：当进水超过阈值的时候，结束进水，即

|  |  |
| --- | --- |
| 居民用水情况 | 水箱液位变化情况 |