

Exercice 1on pose $T = 25 \times 10^{-3}$

1) Dualité $x(t) \leftrightarrow X(f)$
 $X(t) \leftrightarrow x(-f)$

On sait que $\Pi_T(t) = T \operatorname{sinc}(\pi f T)$

d'où $T \operatorname{sinc}(\pi f T) = \Pi_T(-f) = \Pi_T(f)$

$\operatorname{sinc}(\pi f T) = \frac{1}{T} \Pi_T(f)$

TF de $\operatorname{sinc}(\pi t \cdot 25 \cdot 10^3)$ $\} = \frac{1}{25 \times 10^{-3}} \Pi_{25 \times 10^{-3}}(f)$

2) $x(t) = 4 \cdot \operatorname{sinc}(\pi t \cdot 25 \cdot 10^3)^2 \cos(2\pi f_0 t)$

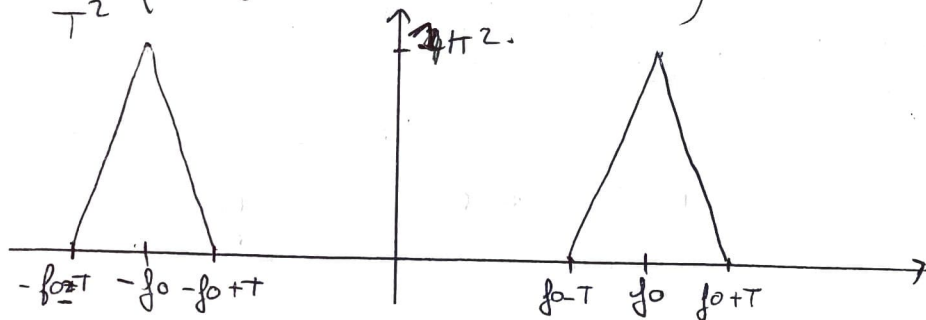
$X(f) = \text{TF}(x(t))$

$X(f) = 4 \cdot \text{TF}(\operatorname{sinc}(25 \times 10^3 \pi t)) * \text{TF}(\operatorname{sinc}(25 \times 10^3 \pi t))$
 $* \text{TF}(\cos(2\pi f_0 t))$

$X(f) = \frac{4}{T^2} * \Pi_T(f) * \Pi_T(f) * \frac{1}{2}(\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0))$

$= \frac{2}{T^2} * \underbrace{\text{TRI}(f)}_{\substack{\text{largeur } T \\ \text{de } -T \text{ à } T, \text{ amplitude } 2.}} * (\delta(f - f_0) + \delta(f + f_0))$

$= \frac{2}{T^2} (\text{TRI}(f - f_0) + \text{TRI}(f + f_0))$



3. ~~W(x) ≠~~

$$x(t) \times \cos(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_1 t) = y(t)$$

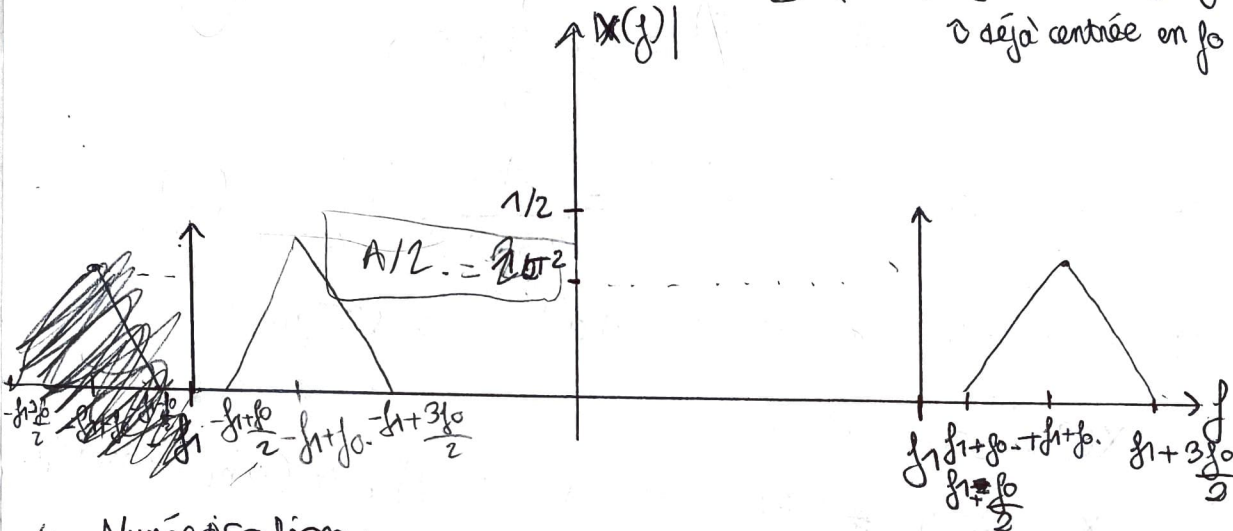
$$y(t) = \cos(2\pi f_1 t) (1 + x(t))$$

$$Y(f) = +f(\cos(2\pi f_1 t) * TF(1 + x(t)))$$

$$Y(f) = \frac{1}{2} (\delta(f - f_1) + \delta(f + f_1)) * (\delta(f) + X(f))$$

$$Y(f) = \frac{1}{2} (\delta(f - f_1) + \delta(f + f_1)) + \frac{1}{2} (X(f - f_1) + X(f + f_1))$$

→ déjà centrée en f_0



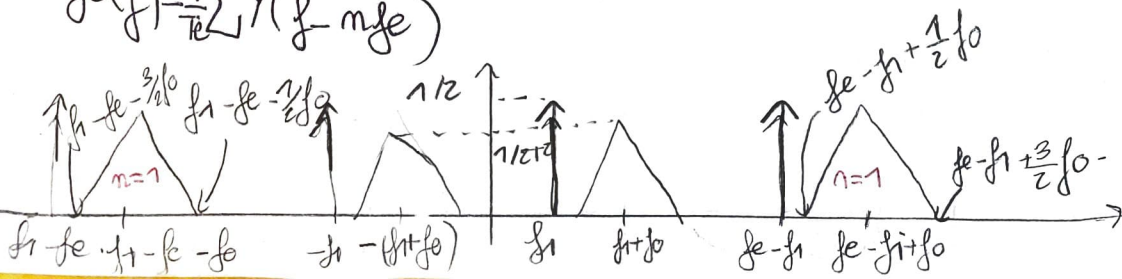
4. Numérisation:

- a) - Échantillonnage: Shannon ($f_e > 2f_{max}$) $f_e = 2(f_1 + \frac{3}{2}f_0)$
- Quantification: $q = \frac{6}{24}$ d'où $q = 0,25$ $f_e = 2 \times (10^6 + \frac{3}{2} \times 10^6)$
 $f_e = 2,5 \times 10^6 \text{ Hz}$
- meilleure précision: Arrondi ou troncature?
 car alors c'est plus shannon la question.
 sinon meilleure précision → Arrondi

$$y_e(t) = y(t) \cdot \sum \delta(t - nT_e)$$

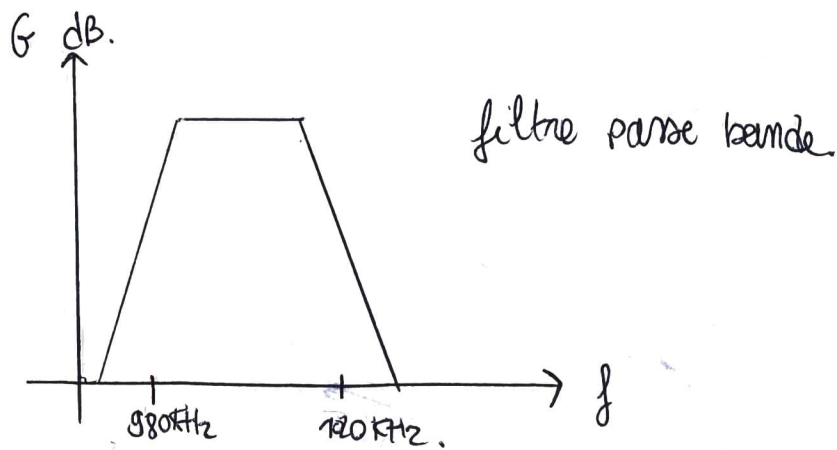
$$Y_e(f) = Y(f) * \sum \frac{1}{T_e} \delta(f - n f_e)$$

$$Y_e(f) = \frac{1}{T_e} \sum Y(f - n f_e)$$



Exercice 1

5. a.



b. Mathématiquement on ne garde que les signaux ayant des fréquences entre $[980 \text{ kHz}, 1020 \text{ kHz}]$.

$$\text{or } y(t) = \cos(2\pi f_1 t) (1 + x(t))$$

$$y(t) = \cos(2\pi f_1 t) (1 + 4(\text{sinc}(25 \times 10^3 \pi t))^2 \cdot \cos(2\pi f_0 t))$$

$$f_1 \in [980 \text{ kHz}, 1020 \text{ kHz}]$$

Mais $f_0 \ll \text{intervalle}$

Donc $x(t)$ est atténuée et disparaît mathématiquement

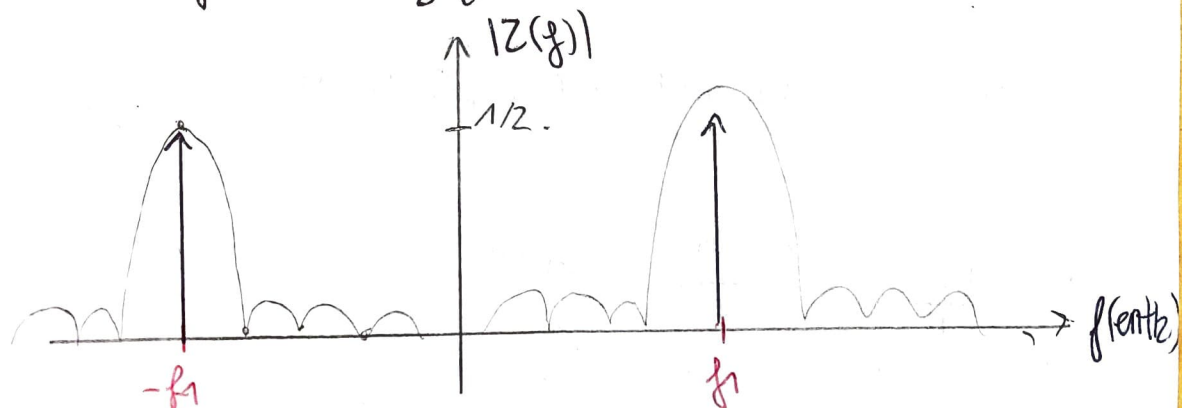
c. $z(t)$ est le signal situé derrière le canal = signal filtré (indépendamment de nous)

Donc il ne reste que les termes en f_1 qui restent.

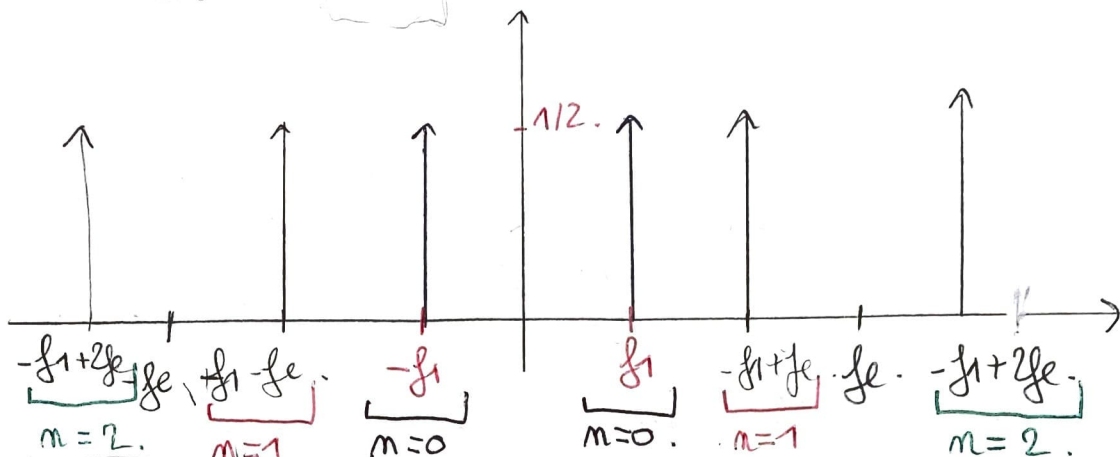
$$\text{D'où } z(t) = \cos(2\pi f_1 t)$$

d. spectre d'un cos

$$\text{TF}(\cos(2\pi f_1 t)) = \frac{1}{2} (\delta(f - f_1) + \delta(f + f_1))$$



6.a. Numérisation: \rightarrow Échantillonnage: $f_e = f_1 + \frac{2}{2} f_0$.
 Multiplication \rightarrow Peigne de Dirac
 $* f_e \sum \delta(f - m f_e)$
 $f_e = 215 \text{ MHz}$.



$$\left(\begin{array}{l} \underline{m=2}: \quad +f_1 - 2f_e \quad -f_1 + 2f_e \\ \underline{m=-1}: \quad f_1 + f_e \quad -f_1 - f_e \end{array} \right)$$

6.b. TFD

i) $N T_e = T_1 \times L$

$\hookrightarrow \cos(2\pi f_1 t) \Rightarrow$ période du signal

$$T_e = \frac{1}{2,15 \times 10^6} = 4,65 \cdot 10^{-7}$$

$$T_1 = \frac{1}{10^6} = 10^{-6}$$

on va exprimer N en fonction de L.

$$N = \frac{T_1}{T_e} L \quad N = 2,15 L$$

Pour avoir N et L entiers on prend au minimum $L=100$
 $N=215$.

ii)

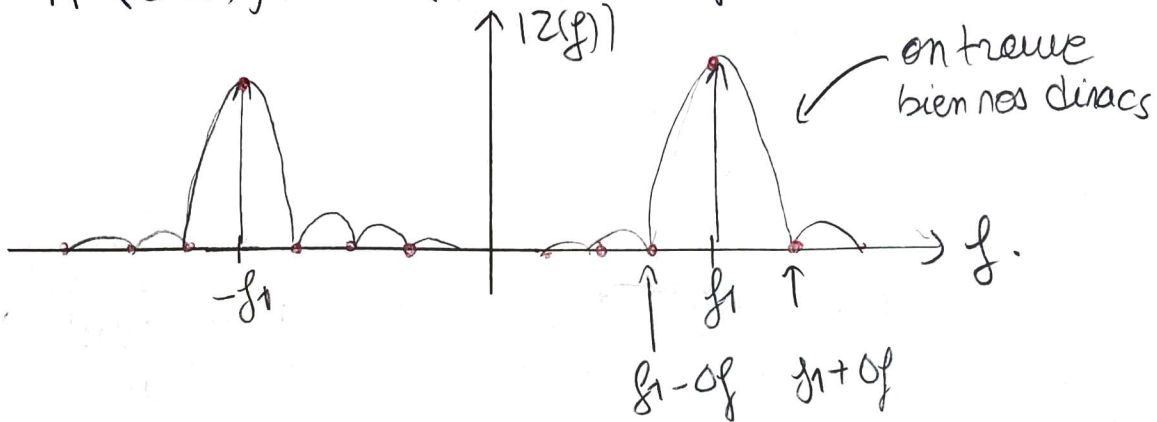
$$\Delta f = \frac{f_e}{N} = \frac{2,15 \times 10^6}{215} = 10^4$$

Exercice 1

6) ii)

$$\frac{\pi}{T_s} \rightarrow \frac{1}{\Delta f}$$

$TF(z(t)) * TF(h(f)) \rightarrow$ signal périodique



c) si cette relation $N T_e = T_1 L$ n'est pas respectée, on aura des raies parasites. En effet les échantillons ne tomberont plus sur des zéros. Un exemple :

