Manual de R



Índice general

Ín	dice	de cuadros	\mathbf{v}
Ín	dice	de figuras	VII
Pr	efaci	o o	IX
So	bre l	os autores	XIII
1.	Intr	oducción	1
	1.1.	Orígenes	1
	1.2.	Descarga e instalación	2
	1.3.	Apariencia del programa	3
2.	Tip	os de objetos	5
	2.1.	Vectores	5
	2.2.	Matrices	6
	2.3.	Arreglos	7
	2.4.	Marco de datos	8
	2.5.	Listas	8
3.	Guí	a de estilo	11
	3.1.	Nombres de los archivos	11
	3.2.	Nombres de los objetos	11
	3.3.	Longitud de una línea de código	12
	3.4.	Espacios	12
	3.5.	Asignación	14
	3.6.	Punto y coma	15
4.	Fun	ciones básicas de R	17
	4.1.	¿Qué es una función R?	17
	4.2.	Operadores de asignación	18
	4.3.	Operaciones básicas	19
	4.4.	Pruebas lógicas	20
	4.5.	Operadores lógicos	22
	4.6.	Funciones sobre vectores	23
	4.7.	Funciones matemáticas	25
	4.8.	Función seg	26

IV		Contents

4.9. Función rep	28 29 31
5. Creación de funciones en R	35
6. Lectura de bases de datos 6.1. ¿En qué formato almacenar una base de datos? 6.1.1. Almacenamiento de información en Excel 6.1.2. Almacenamiento de información en bloc de notas 6.2. Función read.table	37 37 37 38 39
7. Tablas de frecuencia 7.1. Tabla de contingencia con table Ejemplo: tabla de frecuencia de una vía Ejemplo: tabla de frecuencia de dos vías 7.2. Función prop.table	43 43 43 45 45
8. Medidas de tendencia central 8.1. Media 8.2. Mediana 8.3. Moda	47 48 49 50
9. Medidas de variabilidad 9.1. Rango	53 54 55 57 59
10.Medidas de posición 10.1. Cuantiles	61 62
11.Medidas de correlación	63
12.Distribuciones discretas	65
13.Distribuciones continuas	67
14.Pruebas de bondad de ajuste	69
15. Aproximación de integrales 15.1. Aproximación de Laplace unidimensional	71 71
Bibliografía	75
Índice alfabético	77

Índice de cuadros

6.1.	Ejemplo de una base de datos simple	37
6.2.	Base de datos para practicar lectura	42

Índice de figuras

1.1.	Robert Gentleman (izquierda) y Ross Ihaka (derecha) creadores	
	de R	2
1.2.	Página del Cran.	2
1.3.	Página de instalación para la primera ocasión	:
1.4.	Página de descarga	:
1.5.	Apariencia del acceso directo para ingresar a R	4
1.6.	Apariencia de R	4
4.1.	Ilustración de una función, tomada de www.mathinsight.org.	17
6.1.	Forma de almacenar los datos en Excel	38
6.2.	Almacenamiento de los datos en bloc de notas usando la barra	
	espaciadora	39
6.3.	Almacenamiento de los datos en bloc de notas usando la barra	
	tabuladora	39
0.1		F (
9.1.	Boxplot para el precio de los apartamentos dada la ubicación.	58
15.1	Perfil de la función f(x)	79

Prefacio

Este libro fue creado con la intención de apoyar el aprendizaje del programa R en estudiantes de pregrado, especialización, maestría e investigadores que necesiten realizar análisis estadísticos. En este libro se explica de una forma sencilla la utilidad de la principales funciones para realizar diversos análisis estadísticos, las cuestiones sobre creación de gráficos estadísticos no son abordadas en el presente libro, recomendamos consultar Correa (2018).

¿Por qué leer este libro?

Este libro es importante porque ...

Estructura del libro

El libro está estructurado de la siguiente manera.

En el capítulo 8 se muestra como obtener las diversas medidas de tendencial central para variables cuantitativas, el capítulo 9 muestra como calcular las medidas de variabilidad, en el capítulo 10 se ilustra cómo usar las funciones para obtener medidas de posición y en el capítulo 11 se muestra como obtener medidas de correlación entre pares de variables.

Información del software y convenciones

Para realizar este libro usamos los paquetes **knitr** (Xie, 2015) y **bookdown** (Xie, 2016).

X Prefacio

Package names are in bold text (e.g., **rmarkdown**), and inline code and filenames are formatted in a typewriter font (e.g., **knitr::knit('foo.Rmd'))**. Function names are followed by parentheses (e.g., **bookdown::render_book()**).

En todo el libro se presentarán códigos que el lector puede copiar y pegar en su consola de R para obtener los mismos resultados aquí presentados. Los códigos se destacan en una caja de color beis (o beige) similar a la mostrada a continuación.

```
4 + 6
a <- c(1, 5, 6)
5 * a
1:10
```

Los resultados o salidas obtenidos de cualquier código se destacan con dos símbolos de númeral (##) al inicio de cada línea o renglón, esto quiere decir que todo lo que inicie con ## son resultados obtenidos y NO los debe copiar. Abajo se muestran los resultados obtenidos luego de correr el código anterior.

```
## [1] 10
## [1] 5 25 30
## [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

Bloques informativos

En varias partes del libro usaremos bloques informativos para resaltar algún aspecto importante. Abajo se encuentra un ejemplo de los bloques y su significado.



Este bloque sirve para una nota aclaratoria.



Este bloque sirve para una sugerencia.



Este bloque sirve para una advertencia.

Prefacio XI

Agradecimientos

Agradecemos enormemente a todos los estudiantes, profesores e investigadores que han leído este libro y nos han retroalimentado con comentarios valiosos para mejorar el documento.

Freddy Hernández Barajas Olga Cecilia Usuga Manco

Sobre los autores

Freddy Hernández Barajas es profesor asistente de la Universidad Nacional de Colombia adscrito a la Escuela de Estadística de la Facultad de Ciencias.

Olga Cecilia Usuga Manco es profesora asociada de la Universidad de Antioquia adscrita al Departamento de Ingeniería Industrial de la Facultad de Ingeniería.

Introducción

1.1. Orígenes

R es un lenguaje de programación usado para realizar procedimientos estadísticos y gráficos de alto nivel, este lenguaje fue creado en 1993 por los profesores e investigadores Robert Gentleman y Ross Ihaka. Inicialmente el lenguaje se usó para apoyar los cursos que tenían a su cargo los profesores, pero luego de ver la utilidad de la herramienta desarrollada, decidieron colocar copias de R en StatLib. A partir de 1995 el código fuente de R está disponible bajo licencia GNU GPL para sistemas operativos Windows, Macintosh y distribuciones Unix/Linux. La comunidad de usuarios de R en el mundo es muy grande y los usuarios cuentan con diferentes espacios para interactuar, a continuación una lista no exhaustiva de los sitios más populares relacionados con R:

- Rbloggers¹.
- Comunidad hispana de R².
- Nabble³.
- Foro en portugués⁴.
- Stackoverflow⁵.
- Cross Validated⁶.
- R-Help Mailing List⁷.
- Revolutions⁸.
- R-statistics blog⁹.
- RDataMining¹⁰.

```
1https://www.r-bloggers.com/
2http://r-es.org/
3http://r.789695.n4.nabble.com/
4http://r-br.2285057.n4.nabble.com/
5http://stackoverflow.com/questions/tagged/r
6http://stats.stackexchange.com/questions/tagged/r
7https://stat.ethz.ch/mailman/listinfo/r-help
8http://blog.revolutionanalytics.com/
9https://www.r-statistics.com/
10https://rdatamining.wordpress.com/
```

2 1 Introducción



Figura 1.1: Robert Gentleman (izquierda) y Ross Ihaka (derecha) creadores de R.

The Comprehensive R Archive Network

Download and Install R

Precompiled binary distributions of the base system and contributed packages, Windows and Mac users most likely want one of these versions of R:

- Download R for Linux
- Download R for (Mac) OS X
- . Download R for Windows

R is part of many Linux distributions, you should check with your Linux package management system in addition to the link above.

Figura 1.2: Página del Cran.

1.2. Descarga e instalación

Para realizar la instalación de R usted debe visitar la página del CRAN ($Comprehensive\ R\ Archive\ Network$) disponible en este enlace¹¹. Una vez ingrese a la página encontrará un cuadro similar al mostrado en la Figura 1.2 donde aparecen los enlaces de la instalación para los sistemas operativos Linux, Mac y Windows.

Supongamos que se desea instalar R en Windows, para esto se debe dar clic sobre el hiperenlace Download R for Windows de la Figura 1.2. Una vez hecho esto se abrirá una página con el contenido mostrado en la Figura 1.3. Una vez ingrese a esa nueva página usted debe dar clic sobre el hiperenlace install R for the first time como es señalado por la flecha roja en la Figura 1.3.

Luego de esto se abrirá otra página con un encabezado similar al mostrado en la Figura 1.4, al momento de capturar la figura la versión actual de R era 3.2.5 pero seguramente en este momento usted tendrá disponible una versión actua-

¹¹https://cran.r-project.org/



Figura 1.3: Página de instalación para la primera ocasión.



Figura 1.4: Página de descarga.

lizada. Una vez allí uste debe dar clic sobre Download R 3.2.5 for Windows como es señalado por la flecha verde. Luego de esto se descargará el instalador R en el computador el cual deberá ser instalado con las opciones que vienen por defecto.

Se recomienda observar el siguiente video didáctico de instalación de R disponible en este enlace¹² para facilitar la tarea de instalación.

1.3. Apariencia del programa

Una vez que esté instalado R en su computador, usted podrá acceder a él por la lista de programas o por medio del acceso directo que quedó en el escritorio, en la Figura 1.5 se muestra la apariencia del acceso directo para ingresar a R.

Al abrir R aparecerá en la pantalla de su computador algo similar a lo que está en la Figura 1.6. La ventana izquierda se llama consola y es donde se ingresan las instrucciones, una vez que se construye un gráfico se activa otra ventana llamada ventana gráfica. Cualquier usuario puede modificar la posición y tamaños de estas ventanas, puede cambiar el tipo y tamaño de las letras en la

¹²http://tinyurl.com/jd7b9ks

4 1 Introducción



Figura 1.5: Apariencia del acceso directo para ingresar a R.

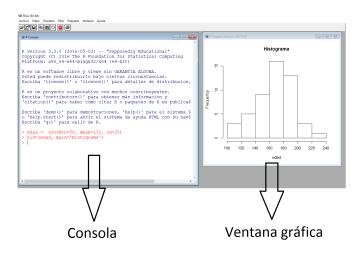


Figura 1.6: Apariencia de R.

consola, para hacer esto se deben explorar las opciones de $\it editar$ en la barra de herramientas.

Tipos de objetos

En R existen varios tipos de objectos que permiten que el usuario pueda almacenar la información para realizar procedimientos estadísticos y gráficos. Los principales objetos en R son vectores, matrices, arreglos, marcos de datos y listas. A continuación se presentan las características de estos objetos y la forma para crearlos.

2.1. Vectores

Los vectores vectores son arreglos ordenados en los cuales se puede almacenar información de tipo numérico (variable cuantitativa), alfanumérico (variable cualitativa) o lógico (TRUE o FALSE), pero no mezclas de éstos. La función de R para crear un vector es c() y que significa concatenar; dentro de los paréntesis de esta función se ubica la información a almacenar. Una vez construído el vector se acostumbra a etiquetarlo con un nombre corto y representativo de la información que almacena, la asignación se hace por medio del operador <- entre el nombre y el vector.

A continuación se presenta un ejemplo de cómo crear tres vectores que contienen las respuestas de cinco personas a tres preguntas que se les realizaron.

```
edad <- c(15, 19, 13, NA, 20)
deporte <- c(TRUE, TRUE, NA, FALSE, TRUE)
comic.fav <- c(NA, 'Superman', 'Batman', NA, 'Batman')</pre>
```

El vector edad es un vector cuantitativo y contiene las edades de las 5 personas. En la cuarta posición del vector se colocó el símbolo NA que significa Not Available debido a que no se registró la edad para esa persona. Al hacer una asignación se acostumbra a dejar un espacio antes y después del operador <- de asignación. El segundo vector es llamado deporte y es un vector lógico que almacena las respuestas a la pregunta de si la persona practica deporte, nuevamente aquí hay un NA para la tercera persona. El último vector comic.fav

contiene la información del cómic favorito de cada persona, como esta variable es cualitativa es necesario usar las comillas ' ' para encerrar las respuestas.



Cuando se usa NA para representar una información Not Available no se deben usar comillas.



Es posible usar comillas sencillas 'foo' o comillas dobles "foo" para ingresar valores de una variable cualitativa.

Si se desea ver lo que está almacenado en cada uno de estos vectores, se debe escribir en la consola de R el nombre de uno de los objetos y luego se presiona la tecla *enter* o *intro*, al realizar esto lo que se obtiene se muestra a continuación.

edad

```
## [1] 15 19 13 NA 20
```

deporte

```
## [1] TRUE TRUE NA FALSE TRUE
```

comic.fav

```
## [1] NA "Superman" "Batman" NA ## [5] "Batman"
```

2.2. Matrices

Las matrices son arreglos rectangulares de filas y columnas con información numérica, alfanumérica o lógica. Para construir una matriz se usa la función $\mathtt{matrix}(\)$. Por ejemplo, para crear una matriz de 4 filas y 5 columnas (de dimensión 4×5) con los primeros 20 números positivos se escribe el código siguiente en la consola.

```
mimatriz <- matrix(data=1:20, nrow=4, ncol=5, byrow=FALSE)
```

El argumento data de la función sirve para indicar los datos que se van a almacenar en la matriz, los argumentos nrow y ncol sirven para definir la

2.3 Arreglos 7

dimensión de la matriz y por último el argumento byrow sirve para indicar si la información contenida en data se debe ingresar por filas o no. Para observar lo que quedó almacenado en el objeto mimatriz se escribe en la consola el nombre del objeto seguido de la tecla enter o intro.

mimatriz

```
[,1] [,2] [,3] [,4] [,5]
## [1,]
                  5
                        9
            1
                             13
                                   17
## [2,]
            2
                  6
                       10
                             14
                                   18
            3
                  7
## [3,]
                       11
                             15
                                   19
## [4,]
                       12
                             16
                                   20
```

2.3. Arreglos

Un arreglo arreglo es una matriz de varias dimensiones con información numérica, alfanumérica o lógica. Para construir una arreglo se usa la función array(). Por ejemplo, para crear un arreglo de $3\times4\times2$ con las primeras 24 letras minúsculas del alfabeto se escribe el siguiente código.

```
miarray <- array(data=letters[1:24], dim=c(3, 4, 2))
```

El argumento data de la función sirve para indicar los datos que se van a almacenar en el arreglo y el argumento dim sirve para indicar las dimensiones del arreglo. Para observar lo que quedó almacenado en el objeto miarray se escribe en la consola lo siguiente.

miarray

```
, , 1
##
        "a"
## [1,]
## [2,] "b"
                          "k"
              "e"
##
   [3,]
        "c"
              "f"
##
##
##
         [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,] "m"
```

```
## [2,] "n" "q" "t" "w" ## [3,] "o" "r" "u" "x"
```

2.4. Marco de datos

El marco de datos marco de datos o data frame es uno de los objetos más utilizados porque permite agrupar vectores con información de diferente tipo (numérica, alfanumérica o lógica) en un mismo objeto, la única restricción es que los vectores deben tener la misma longitud. Para crear un marco de datos se usa la función data.frame(), como ejemplo vamos a crear un marco de datos con los vectores edad, deporte y comic.fav definidos anteriormente.

```
mimarco <- data.frame(edad, deporte, comic.fav)</pre>
```

Una vez creado el objeto mimarco podemos ver el objeto escribiendo su nombre en la consola, a continuación se muestra lo que se obtiene.

mimarco

```
##
     edad deporte comic.fav
## 1
        15
              TRUE
                          <NA>
## 2
        19
              TRUE
                     Superman
## 3
        13
                 NA
                        Batman
##
   4
       NA
             FALSE
                          <NA>
## 5
        20
              TRUE
                        Batman
```

De la salida anterior vemos que el marco de datos tiene 3 variables (columnas) cuyos nombres coinciden con los nombres de los vectores creados anteriormente, los números consecutivos al lado izquierdo son sólo de referencia y permiten identificar la información para cada persona en la base de datos.

2.5. Listas

Las listas son otro tipo de objeto muy usado para almacenar objetos de diferente tipo. La instrucción para crear una lista es list(). A continuación vamos a crear una lista que contiene tres objetos: un vector con 5 números

2.5 Listas 9

aleatorios llamado mivector, una matriz de dimensión 6×2 con los primeros doce números enteros positivos llamada matriz2 y el tercer objeto será el marco de datos mimarco creado en el apartado anterior. Las instrucciones para crear la lista requerida se muestran a continuación.

```
set.seed(12345)
mivector <- runif(n=5)
matriz2 <- matrix(data=1:12, ncol=6)
milista <- list(E1=mivector, E2=matriz2, E3=mimarco)</pre>
```

La función set.seed de la línea número 1 sirve para fijar la semilla de tal manera que los números aleatorios generados en la segunda línea con la función runif sean siempre los mismos. En la última línea del código anterior se construye la lista, dentro de la función list se colocan los tres objetos mivector, matriz2 y mimarco. Es posible colocarle un nombre especial a cada uno de los elementos de la lista, en este ejemplo se colocaron los nombres E1, E2 y E3 para cada uno de los tres elementos. Para observar lo que quedó almacenado en la lista se escribe milista en la consola y el resultado se muestra a continuación.

milista

```
## $E1
  [1] 0.7209 0.8758 0.7610 0.8861 0.4565
##
## $E2
##
         [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6]
##
   [1,]
                  3
                       5
                                       11
##
   [2,]
            2
                  4
                       6
                             8
                                 10
                                       12
##
## $E3
##
     edad deporte comic.fav
## 1
                          <NA>
        15
              TRUE
              TRUE
##
   2
       19
                     Superman
##
   3
        13
                NA
                       Batman
##
   4
       NA
             FALSE
                          <NA>
## 5
       20
              TRUE
                       Batman
```

EJERCICIOS

Use funciones o procedimientos (varias líneas) de R para responder cada una de las siguientes preguntas.

- 1. Construya un vector con la primeras 20 letras MAYÚSCULAS usando la función LETTERS.
- 2. Construya una matriz de 10×10 con los primeros 100 números positivos pares.
- 3. Construya una matriz identidad de dimension 3×3 . Recuerde que una matriz identidad tiene sólo unos en la diagonal principal y los demás elementos son cero.
- 4. Construya una lista con los anteriores tres objetos creados.
- 5. Construya un marco de datos o data frame con las respuestas de 3 personas a las preguntas: (a) ¿Cuál es su edad en años? (b) ¿Tipo de música que más le gusta? (c) ¿Tiene usted pareja sentimental estable?
- 6. ¿Cuál es el error al correr el siguiente código? ¿A qué se debe?

```
edad <- c(15, 19, 13, NA, 20)
deporte <- c(TRUE, TRUE, NA, FALSE, TRUE)
comic.fav <- c(NA, 'Superman', 'Batman', NA, 'Batman')
matrix(edad, deporte, comic.fav)</pre>
```

Guía de estilo

Así como en el español existen reglas ortográficas, la escritura de códigos en R también tiene unas reglas que se recomienda seguir para evitar confusiones. Tener una buena guía de estilo es importante para que el código creado por usted sea fácilmente entendido por sus lectores Wickham (2015). No existe una única y mejor guía de estilo para escritura en R, sin embargo aquí vamos a mostrar unas sugerencias basadas en la guía llamada Google's R style guide¹.

3.1. Nombres de los archivos

Se sugiere que el nombre usado para nombrar un archivo tenga sentido y que termine con extensión .R. A continuación dos ejemplos de como nombrar mal y bien un archivo.

■ Bien: hola.R

Mal: analisis_icfes.R

3.2. Nombres de los objetos

Se recomienda no usar los símbolos _ y - dentro de los nombres de objetos. Para las variables es preferible usar letras minúsculas y separar las palabras con puntos (peso.maiz) o utilizar la notación camello iniciando en minúscula (pesoMaiz). Para las funciones se recomienda usar la notación camello iniciando todas la palabras en mayúscula (PlotRes). Para los nombres de las constantes se recomienda que inicien con la letra k (kPrecioBus). A continuación ejemplos de buenas y malas prácticas.

Para variables:

 $^{^{1} \}verb|https://google.github.io/styleguide/Rguide.xml|$

12 3 Guía de estilo

■ Bien: avg.clicks

Aceptable: avgClicks

■ Mal: avg_Clicks

Para funciones:

■ Bien: CalculateAvgClicks

Mal: calculate_avg_clicks , calculateAvgClicks

3.3. Longitud de una línea de código

Se recomienda que cada línea tenga como máximo 80 caracteres. Si una línea es muy larga se debe cortar siempre por una coma.

3.4. Espacios

Use espacios alrededor de todos los operadores binarios (=, +, -, <-, etc.). Los espacios alrededor del símbolo "=" son opcionales cuando se usan para ingresar valores dentro de una función. Así como en español, nunca coloque espacio antes de una coma, pero siempre use espacio luego de una coma. A continuación ejemplos de buenas y malas prácticas.

```
tab <- table(df[df$days < 0, 2])</pre>
                                    # Bien
tot <- sum(x[, 1])
                                    # Bien
tot <- sum(x[1, ])
                                    # Bien
tab <- table(df[df$days<0, 2])</pre>
                                    # Faltan espacios alrededor '<'
tab <- table(df[df$days < 0,2])
                                    # Falta espacio luego de coma
tab <- table(df[df$days < 0 , 2]) # Sobra espacio antes de coma
                                    # Falta espacio antes de '<-'
tab<- table(df[df$days < 0, 2])
tab<-table(df[df$days < 0, 2])</pre>
                                    # Falta espacio alrededor de '<-
tot <- sum(x[,1])
                                    # Falta espacio luego de coma
tot <- sum(x[1,])
                                    # Falta espacio luego de coma
```

Otra buena práctica es colocar espacio antes de un paréntesis excepto cuando se llama una función.

3.4 Espacios 13

```
if (debug) # Correcto
if(debug) # Funciona pero no se recomienda
colMeans (x) # Funciona pero no se recomienda
```

Espacios extras pueden ser usados si con esto se mejora la apariencia del código, ver el ejemplo siguiente.

```
plot(x = x.coord,
    y = data.mat[, MakeColName(metric, ptiles[1], "roiOpt")],
    ylim = ylim,
    xlab = "dates",
    ylab = metric,
    main = (paste(metric, " for 3 samples ", sep = "")))
```

No coloque espacios alrededor del código que esté dentro de paréntesis () o corchetes [], la única excepción es luego de una coma, ver el ejemplo siguiente.

```
if (condicion) # Correcto
x[1, ] # Correcto
if (condicion) # Sobran espacios alrededor de condicion
x[1,] # Se necesita espacio luego de coma
```

Los signos de agrupación llaves { } se utilizan para agrupar bloques de código y se recomienda que nunca una llave abierta { esté sola en una línea; una llave cerrada } si debe ir sola en su propia línea. Se pueden omitir las llaves cuando el bloque de instrucciones esté formado por una sola línea pero esa línea de código NO debe ir en la misma línea de la condición. A continuación dos ejemplos de lo que se recomienda.

```
if (is.null(ylim)) {
    ylim <- c(0, 0.06)
}

if (is.null(ylim))  # Correcto
    ylim <- c(0, 0.06)

if (is.null(ylim)) ylim <- c(0, 0.06)  # Aceptable

if (is.null(ylim))  # No se recomienda
{
    ylim <- c(0, 0.06)</pre>
```

14 3 Guía de estilo

```
if (is.null(ylim)) {ylim <- c(0, 0.06)}
# Frente a la llave { no debe ir nada
# la llave de cierre } debe ir sola</pre>
```

La sentencia else debe ir siempre entre llaves } {, ver el siguiente ejemplo.

```
if (condition) {
  one or more lines
} else {
                          # Correcto
  one or more lines
}
if (condition) {
  one or more lines
else {
                          # Incorrecto
  one or more lines
if (condition)
  one line
else
                          # Incorrecto
  one line
```

3.5. Asignación

Para realizar asignaciones se recomienda usar el símbolo <-, el símbolo de igualdad = no se recomienda usarlo para asignaciones.

```
x <- 5 # Correcto
x = 5 # No recomendado
```

Para una explicación más detallada sobre el símbolo de asignación se recomienda visitar este enlace².

3.6. Punto y coma

No se recomienda colocar varias instrucciones separadas por ; en la misma línea, aunque funciona dificulta la revisión del código.

A pesar de la anterior advertencia es posible que en este libro usemos el ; en algunas ocasiones, si lo hacemos es para ahorrar espacio en la presentación del código.

 $^{^2 \}verb|http://www.win-vector.com/blog/2016/12/the-case-for-using-in-r/|$

Funciones básicas de R

En este capítulo se presentará lo que es una función y se mostrarán varias funciones básicas que son útiles para realizar diversas tareas.

4.1. ¿Qué es una función R?

En la Figura 4.1 se muestra una ilustración de lo que es una función o máquina general. Hay unas entradas (*inputs*) que luego son procesadas dentro de la caja para generar unas salidas (*outputs*). Un ejemplo de una función o máquina muy común en nuestras casas es la licuadora. Si a una licuadora le ingresamos leche, fresas, azúcar y hielo, el resultado será un delicioso jugo de fresa.

Las funciones en R se caracterizan por un nombre corto y que dé una idea de lo que hace la función. Los elementos que pueden ingresar (*inputs*) a la función se llaman **parámetros** y se ubican dentro de paréntesis, el cuerpo de la función se ubica dentro de llaves y es ahí donde se procesan los *inputs*

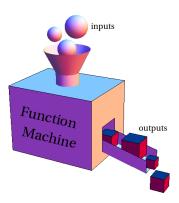


Figura 4.1: Ilustración de una función, tomada de www.mathinsight.org.

para convertirlos en *outputs*, a continuación se muestra la estructura general de una función.

```
nombre_de_funcion(parametro1, parametro2, ...) {
  tareas internas
  tareas internas
  tareas internas
  salida
}
```

Cuando usamos una función sólo debemos escribir bien el nombre e ingresar correctamente los parámetros de la función, el cuerpo de la función ni lo vemos ni lo debemos modificar. A continuación se presenta un ejemplo de cómo usar la función mean para calcular un promedio.

```
notas <- c(4.0, 1.3, 3.8, 2.0) # Notas de un estudiante mean(notas)
```

[1] 2.775

4.2. Operadores de asignación

En R se pueden hacer asignación de varias formas, a continuación se presentan los operadores disponibles para tal fin.

- <- este es el operador de asignación a izquierda, es el más usado y recomendado.
- -> este es el operador de asignación a derecha, no es frecuente su uso.
- = el símbolo igual sirve para hacer asignaciones pero NO se recomienda usarlo.
- <<- este es un operador de asignación global y sólo debe ser usado por usuarios avanzados.

Ejemplo

Almacene los valores 5.3, 4.6 y 25 en los objetos a, b y age respectivamente, use diferentes símbolos de asignación.

Para hacer lo solicitado se podría usar el siguiente código.

```
a <- 5.3 # Recomended

4.6 -> b # It is not usual

age = 25 # Not recomended
```



Aunque una asignación se puede hacer de tres formas diferentes, se recomienda sólo usar el símbolo <-.

4.3. Operaciones básicas

En R se pueden hacer diversas operaciones usando operadores binarios. Este tipo de operadores se denomina binarios porque actuan entre dos objetos, a continuación el listado.

- \bullet + operador binario para sumar.
- operador binario para restar.
- * operador binario para multiplicar.
- / operador binario para dividir.
- ^ operador binario para potencia.
- %/% operador binario para obtener el cociente en una división (número entero).
- %% operador binario para obtener el residuo en una división.

A continuación se presentan ejemplos de cómo usar las anteriores funciones.

```
6 + 4 # Para sumar dos números
```

```
## [1] 10
```

```
a <- c(1, 3, 2)
b <- c(2, 0, 1) # a y b de la misma dimensión
a + b # Para sumar los vectores a y b miembro a miembro
```

[1] 3 3 3

```
a - b # Para restar dos vectores a y b miembro a miembro
```

```
## [1] -1 3 1
```

```
a * b # Para multiplicar

## [1] 2 0 2

a / b # Para dividir

## [1] 0.5 Inf 2.0

a ^ b # Para potencia

## [1] 1 1 2

7 %/% 3 # Para saber las veces que cabe 3 en 7

## [1] 2

7 %% 3 # Para saber el residuo al dividir 7 entre 3

## [1] 1
```

4.4. Pruebas lógicas

En R se puede verificar si un objeto cumple una condición dada, a continuación el listado de las pruebas usuales.

- < para saber si un número es menor que otro.
- > para saber si un número es mayor que otro.
- \bullet == para saber si un número es igual que otro.
- $\,\bullet\,$ <= para saber si un número es menor o igual que otro.
- $\,\blacksquare\,\,>=$ para saber si un número es mayor o igual que otro.

A continuación se presentan ejemplos de cómo usar las anteriores funciones.

```
5 < 12  # ¿Será 5 menor que 12?
## [1] TRUE
```

```
# Comparando objetos

x <- 5
y <- 20 / 4
x == y # ¿Será x igual a y?

## [1] TRUE

# Usando vectores
a <- c(1, 3, 2)
b <- c(2, 0, 1)
```

```
a > b # Comparación término a término
## [1] FALSE TRUE TRUE
```

```
a == b # Comparación de igualdad término a término
```

```
## [1] FALSE FALSE FALSE
```

Ejemplo

Crear un vector con los números de 1 a 17 y extrater los números que son mayores o iguales a 12.

Primero se crear el vector x con los elementos del 1 al 17. La prueba lógica $x \ge 12$ se usa para evaluar la condición, el resultado es un vector de 17 posiciones con valores de TRUE o FALSE dependiendo de si la condición se cumple o no. Este vector lógico se coloca dentro de x[] para que al evaluar $x[x \ge 12]$ sólo aparezcan los valores del vector original que SI cumplen la condición. El código necesario se muestra a continuación.

```
x \leftarrow 1:17 # Se crea el vector x[x >= 12] # Se solicitan los valores que cumplen la condición
```

```
## [1] 12 13 14 15 16 17
```

4.5. Operadores lógicos

En R están disponibles los operadores lógicos negación, conjunción y disyunción. A continuación el listado de los operadores entre los elementos \mathbf{x} e \mathbf{y} .

```
!x # Negación de x
x & y # Conjunción entre x e y
x && y
x | y # Disyunción entre x e y
x | y
x | y
xor(x, y)
```

A continuación se presentan ejemplos de cómo usar el símbolo de negación !.

```
ans <- c(TRUE, FALSE, TRUE)
!ans # Negando las respuestas almacenadas en ans
```

[1] FALSE TRUE FALSE

```
x \leftarrow c(5, 1.5, 2, 3, 2)
!(x < 2.5) # Negando los resultados de una prueba
```

[1] TRUE FALSE FALSE TRUE FALSE

A continuación se presentan ejemplos de cómo aplicar la conjunción & y &&.

```
x \leftarrow c(5, 1.5, 2) # Se construyen dos vectores para la prueba y \leftarrow c(4, 6, 3) x \leftarrow 4 # ¿Serán los elementos de x menores que 4?
```

[1] FALSE TRUE TRUE

```
y > 5 # ¿Serán los elementos de y mayores que 5?
```

[1] FALSE TRUE FALSE

```
x < 4 \& y > 5 # Conjunción entre las pruebas anteriores.
```

[1] FALSE TRUE FALSE

```
x < 4 && y > 5 # Conjunción vectorial
```

[1] FALSE

Note las diferencias entre los dos últimos ejemplos, cuando se usa & se hace una prueba término a término y el resultado es un vector, cuando se usa && se aplica la conjunción al vector de resultados obtenido con &.

4.6. Funciones sobre vectores

En R podemos destacar las siguientes funciones básicas sobre vectores numéricos.

- min: para obtener el mínimo de un vector.
- max: para obtener el máximo de un vector.
- length: para determinar la longitud de un vector.
- range: para obtener el rango de valores de un vector, entrega el mínimo y máximo.
- sum: entrega la suma de todos los elementos del vector.
- prod: multiplica todos los elementos del vector.
- which.min: nos entrega la posición en donde está el valor mínimo del vector.
- which.max: nos da la posición del valor máximo del vector.
- rev: invierte un vector.

Ejemplo

Construir en vector llamado myvec con los siguientes elementos: 5, 3, 2, 1, 2, 0, NA, 0, 9, 6. Luego aplicar todas las funciones anteriores para verificar el funcionamiento de las mismas.

```
myvec <- c(5, 3, 2, 1, 2, 0, NA, 0, 9, 6)
myvec
```

[1] 5 3 2 1 2 0 NA 0 9 6

```
min(myvec) # Opss, no aparece el mínimo que es Cero.
```

```
## [1] NA
```

```
min(myvec, na.rm=TRUE) # Usamos na.rm = TRUE para remover el NA
## [1] 0
max(myvec, na.rm=T)
                   # Para obtener el valor máximo
## [1] 9
range(myvec, na.rm=T) # Genera min y max simultáneamente
## [1] 0 9
sum(myvec, na.rm=T)
                     # La suma de los valores internos
## [1] 28
prod(myvec, na.rm=T) # El productor de los valores internos
## [1] 0
which.min(myvec) # Posición del valor mínimo O en el vector
## [1] 6
which.max(myvec) # Posición del valor máximo 9 en el vector
## [1] 9
```

De las dos últimas líneas podemos destacar lo siguiente:

- 1. NO es necesario usar na.rm = TRUE para remover el NA dentro de las funciones which.min ni which.max.
- 2. El valor mínimo 0 aparece en las posiciones 6 y 8 pero la función which.min sólo entrega la posición del primer valor mínimo dentro del vector.

[1] 7.389

4.7. Funciones matemáticas

Otras funciones básicas muy utilizadas en estadística son: sin, cos, tan, asin, acos, atan, atan2, log, logb, log10, exp, sqrt, abs. A continuación algunos ejemplos de las anteriores funciones.

Ejemplos de medidas trigonométricas

```
angulos \leftarrow c(0, pi/2, pi)
sin(angulos)
## [1] 0.000e+00 1.000e+00 1.225e-16
tan(angulos)
## [1] 0.000e+00 1.633e+16 -1.225e-16
Ejemplos de logaritmos
log(100)
## [1] 4.605
log10(100)
## [1] 2
logb(125, base=5)
## [1] 3
Ejemplos de exponencial
exp(1)
## [1] 2.718
exp(2)
```

```
exp(1:3)
## [1] 2.718 7.389 20.086
Ejemplos de raices

sqrt(49) # Raiz cuadrada de 49
## [1] 7

27 ^ (1/3) # Raiz cúbica de 27
## [1] 3
Ejemplos de valor absoluto
abs(2.5)
## [1] 2.5
abs(-3.6)
## [1] 3.6
```

4.8. Función seq

En R podemos crear secuencias de números de una forma sencilla usando la función seq, la estructura de esta función es:

```
seq(from=1, to=1, by, length.out)
```

Los argumentos de esta función son:

- from: valor de inicio de la secuencia.
- to: valor de fin de la secuencia, no siempre se alcanza.
- by: incremento de la secuencia.
- length.out: longitud deseado de la secuencia.

27

Ejemplo

Construya las siguientes tres secuencias usando la función seq.

- Once valores igualmente espaciados desde 0 hasta 1.
- Una secuencia de dos en dos comenzando en 1.
- Una secuencia desde 1 con un salto de π y sin pasar del número 9.

El código necesario para obtener las secuencias se muestra a continuación.

```
seq(from=0, to=1, length.out = 11)

## [1] 0.0 0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0

seq(from=1, to=9, by=2) # matches 'end'

## [1] 1 3 5 7 9

seq(from=1, to=9, by=pi) # stays below 'end'

## [1] 1.000 4.142 7.283
```



En ${\sf R}$ existe el operador binario : que sirve para construir secuencias de uno en uno fácilmente.

Revise los siguientes ejemplos para entender el funcionamiento del operador \cdot

```
2:8

## [1] 2 3 4 5 6 7 8

3:-5

## [1] 3 2 1 0 -1 -2 -3 -4 -5

pi:6 # real sequence

## [1] 3.142 4.142 5.142

6:pi # integer sequence

## [1] 6 5 4
```

4.9. Función rep

En R podemos crear repeticiones usando la función rep, la estructura de esta función es:

```
rep(x, times=1, length.out=NA, each=1)
```

Los argumentos de esta función son:

- x: vector con los elementos a repetir.
- times: número de veces que el vector x se debe repetir.
- length.out: longitud deseada para el vector resultante.
- each: número de veces que cada elemento de x se debe repetir.

Ejemplo

Construya las siguientes repeticiones usando la función rep, no lo haga ingresando número por número.

- 1 2 3 4 1 2 3 4
- 1 1 2 2 3 3 4 4
- 1 1 2 3 3 4
- 1 1 2 2 3 3 4 4

[1] 1 1 2 3 3 4

La clave para construir una repetición es descrubir la semilla o elemento que se repite. Las instrucciones para obtener las repeticiones anteriores se muestra a continuación.

```
rep(x=1:4, times=2)
## [1] 1 2 3 4 1 2 3 4

rep(x=1:4, times=c(2,2,2,2))
## [1] 1 1 2 2 3 3 4 4

rep(x=1:4, times=c(2,1,2,1))
```

```
rep(x=1:4, each=2)
## [1] 1 1 2 2 3 3 4 4
```

Ejemplo

La función rep es muy versátil, observe los siguientes 4 ejemplos y saque una conclusión de cada uno de ellos.

```
rep(x=1:4, each=2)

## [1] 1 1 2 2 3 3 4 4

rep(x=1:4, each=2, len=4)  # first 4 only.

## [1] 1 1 2 2

rep(x=1:4, each=2, len=10)  # 8 integers plus two recycled 1's.

## [1] 1 1 2 2 3 3 4 4 1 1

rep(x=1:4, each=2, times=3)  # length 24, 3 complete replications

## [1] 1 1 2 2 3 3 4 4 1 1 2 2 3 3 4 4 1 1 2 2 3 3 4 4
```

4.10. Functiones round, ceiling, floor y trunc

Existen 4 funciones útiles para modificar u obtener información de un número, estas funciones son round, ceiling, floor y trunc.

- round(x, digits): sirve para redondear un número según los dígitos indicados.
- ceiling(x): entrega el mínimo entero mayor o igual que x.
- \blacksquare floor(x): entrega el máximo entero menor o igual que x.
- trunc(x): entrega la parte entera de un número x.

Ejemplo

Aplique las funciones round, ceiling, floor y trunc a un valor positivo y a un valor negativo para inspeccionar los resultados.

A continuación el código de prueba para un número positivo cualquiera.

```
x <- 5.34896 # Número positivo elegido
round(x, digits=3)
## [1] 5.349
ceiling(x)
## [1] 6
floor(x)
## [1] 5
trunc(x)
## [1] 5
A continuación las pruebas con un número negativo cualquiera.
x \leftarrow -4.26589 # Número negativo elegido
round(x, digits=3)
## [1] -4.266
ceiling(x)
## [1] -4
floor(x)
## [1] -5
trunc(x)
## [1] -4
```

4.11. Funciones sort y rank

Las funciones sort y rank son útiles para ordenar los elementos de un vector o para saber las posiciones que ocuarían los elementos de un vector al ser ordenado. La estructura de las dos funciones es la siguiente.

```
sort(x, decreasing = FALSE)
rank(x)
```

En el parámetro x se ingresa el vector y el parámetro decreasing sirva para indicar si el ordenamiento es de menor a mayor (por defecto es este) o de mayor a menor.

Ejemplo

Considere el vector \mathbf{x} que tiene los siguientes elementos: 2, 3, 6, 4, 9 y 5. Ordene el vector de menor a mayor, de mayor a menor y por último encuentre la posición que ocupan los elementos de \mathbf{x} si se ordenaran de menor a mayor.

```
x <- c(2, 3, 6, 4, 9, 5)
sort(x)

## [1] 2 3 4 5 6 9

sort(x, decreasing=TRUE)

## [1] 9 6 5 4 3 2

rank(x)

## [1] 1 2 5 3 6 4</pre>
```

EJERCICIOS

Use funciones o procedimientos (varias líneas) de R para responder cada una de las siguientes preguntas.

- 1. ¿Qué cantidad de dinero sobra al repartir 10000\$ entre 3 personas?
- 2. ¿Es el número 4560 divisible por 3?
- 3. Construya un vector con los números enteros del 2 al 87. ¿Cuáles de esos números son divisibles por 7?
- 4. Construya dos vectores, el primero con los números enteros desde 7 hasta 3, el segundo vector con los primeros cinco números positivos divisibles por 5. Sea A la condición de ser par en el primer vector. Sea B la condición de ser mayor que 10 en el segundo vector. ¿En cuál de las 5 posiciones se cumple A y B simultáneamente?
- 5. Consulte el siguiente enlace sobre una anéctoda de Gauss cuando tenía 10 años de edad http://tinyurl.com/hk218h2. Use R para obtener el resultado de la suma solicitada por el profesor del niño Gauss
- 6. Construya un vector con los siguientes elementos: 1, -4, 5, 9, -4. Escriba un procedimiento para extraer las posiciones donde está el valor mínimo en el vector.
- 7. Calcular 8!
- 8. Evaluar la siguiente suma $\sum_{i=3}^{i=7} e^i$
- 9. Evaluar la siguiente productoria $\prod_{i=1}^{i=10}\log\sqrt{i}$
- 10. Construya un vector cualquiera e inviertalo, es decir, que el primer elemento quede de último, el segundo de penúltimo y así sucesivamente. Compare su resultado con el de la función rev.
- 11. Create the vector: $1, 2, 3, \dots, 19, 20$.
- 12. Create the vector: $20, 19, \ldots, 2, 1$.
- 13. Create the vector: $1, -2, 3, -4, 5, -6, \dots, 19, -20$.
- 14. Create the vector: 0.1^3 , 0.2^1 , 0.1^6 , 0.2^4 , ..., 0.1^{36} , 0.2^{34} .
- 15. Calculate the following: $\sum_{i=10}^{100} (i^3 + 4i^2)$ and $\sum_{i=1}^{25} \left(\frac{2^i}{i} + \frac{3^i}{i^2}\right)$.
- 16. Read the data set available in: http://tinyurl.com/hcusrdc
- 17. Use a code to obtain the number of variables of the data set.
- 18. Use a code to obtain the number of countries in the data set.
- 19. Which is the country with the higher population?
- 20. Which is the country with the lowest literacy rate?
- 21. ¿Qué valor de verdad tiene la siguiente afirmación? "Los resultados de la función floor y trunc son siempre los mismos".

22.

5

Creación de funciones en R

En este capítulo se explica cómo crear una función.

Lectura de bases de datos

En este capítulo se mostrará cómo leer una base de datos externa hacia R.

6.1. ¿En qué formato almacenar una base de datos?

Usualmente los archivos con la información para ser leídos por R se pueden almacenar en formato:

- plano con extensión .txt o,
- Excel con extensión .csv.

En las secciones siguientes se mostrará cómo almacenar datos en los dos formatos para ser leídos en R. En el Cuadro 6.1 se presenta una base de datos pequeña, tres observaciones y tres variables, que nos servirá como ejemplo para mostrar cómo se debe almacenar la información.

6.1.1. Almacenamiento de información en Excel

Para almacenar la información del Cuadro 6.1 en Excel, abrimos un archivo nuevo archivo de Excel y copiamos la información tal como se muestra en la Figura 6.1. Se debe iniciar en la parte superior izquierda, no se deben dejar filas vacías, no se debe colorear, no se deben colocar bordes ni nada, se ingresa la información sin embellecer el contenido. Por último se guarda el archivo en

Cuadro 6.1: Ejemplo de una base de datos simple.

Edad	Fuma	Pais
35	TRUE	Colombia
46	TRUE	Francia
23	FALSE	Malta

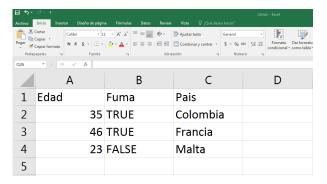


Figura 6.1: Forma de almacenar los datos en Excel.

la carpeta deseada y al momento de nombrar el archivo se debe modificar la opción tipo de archivo a csv (delimitado por comas).



Recuerde que el archivo de Excel se debe guardar con extensión .csv.

6.1.2. Almacenamiento de información en bloc de notas

Para almacenar la información del Cuadro 6.1 en bloc de notas, abrimos un archivo nuevo de bloc de notas y copiamos la información tal como se muestra en la Figura 6.2. Se copian los nombres de las variables o los datos separados por un espacio obtenido con la tecla tabuladora, cada línea se finaliza con un enter. Se recomienda al guardar el archivo que el cursor al inicio de una línea vacía, en la Figura 6.2 se señala la posición del cursor con la flecha roja, a pesar de que no éxiste línea número 5, el curso debe quedar al inicio de esa línea número 5.

Es posible mejorar la apariencia de la información almacenada en el bloc de notas si, en lugar de usar espacios con la barra espaciadora, se colocan los espacios con la barra tabuladora, así la información se ve más organizada y se puede chequear fácilmente la información ingresada. En la Figura 6.3 se muestra la información para el ejemplo, claramente se nota la organización de la información.



Una buena práctica es usar la barra tabuladora para separar, eso permite que la información se vea ordenada.

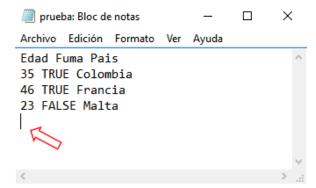


Figura 6.2: Almacenamiento de los datos en bloc de notas usando la barra espaciadora

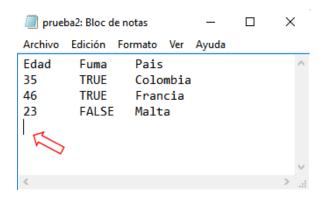


Figura 6.3: Almacenamiento de los datos en bloc de notas usando la barra tabuladora

6.2. Función read.table

La función read.table se puede usar para leer bases de datos hacia R. La estructura de la función con los parámetros más comunes de uso es la siguiente.

```
read.table(file, header, sep, dec)
```

Los argumentos de la función read.table son:

• file: nombre o ruta donde están alojados los datos. Puede ser un url o una dirección del computador. Es también posible usar file.choose() para que se abra un ventana y adjuntar el archivo deseado manualmente.

- header: valor lógico, se usa TRUE si la primera línea de la base de datos tiene los nombres de las variables, caso contrario se usa FALSE.
- sep: tipo de separación interna para los datos dentro del archivo. Los valores usuales para este parámetros son:
 - sep=';' si el archivo tiene extensión .csv.
 - sep='' si el archivo es bloc de notas con espacios por la barra espaciadora.
 - sep='\t' si el archivo es bloc de notas con espacios por la barra tabuladora.
- dec: símbolo con el cual están indicados los decimales.

Ejemplo

Crear la base de datos del Cuadro 6.1 en Excel y bloc de notas para luego leerla desde R.

Lo primero que se debe hacer es construir tres archivos (uno de Excel y dos bloc de notas) igual a los mostrados en las figuras 6.1, 6.2 y 6.3, vamos a suponer que los nombres para cada uno de ellos son base1.csv, base2.txt y base3.txt respectivamente.

Para Excel

Para leer el archivo de Excel llamado base1.csv podemos usar el siguiente código.

La dirección file='C:/Users/Hernandez/Desktop/base1.csv' le indica a R en qué lugar del computador debe buscar el archivo, note que se debe usar el símbolo / para que sea un dirección válida. Substituya la dirección del código anterior con la dirección donde se encuentra su archivo para que pueda leer la base de datos.

Si no se conoce la ubicación del archivo a leer o si la dirección es muy extensa, se puede usar file.choose() para que se abra una ventana y así adjuntar manualmente el archivo. A continuación se muestra el código para hacerlo de esta manera.

```
datos <- read.table(file.choose(), header=TRUE, sep=';')
datos</pre>
```

Para bloc de notas con barra espaciadora

Para leer el archivo de Excel llamado base2.txt podemos usar el siguiente código.

Para bloc de notas con barra tabuladora

Para leer el archivo de Excel llamado base3.txt podemos usar el siguiente código.



El usuario puede usar indiferentemente file='C:/Users/bla/bla' o file.choose() para ingresar el archivo, con la práctica se aprende a decidir cuando conviene una u otra forma.



Un error frecuente es escribir la dirección o ubicación del archivo usando $\$, lo correcto es usar $\$.

EJERCICIOS

Realice los siguiente ejercicios propuestos.

 En el Cuadro 6.2 se presenta una base de datos de 6 observaciones y 5 variables. Almacene la información del cuadro en dos archivos diferentes, en Excel y en bloc de notas. Lea los dos archivos con la función read.table y compare los resultados obtenidos con la del Cuadro 6.2 fuente.

Cuadro 6.2: Base de datos para practicar lectura.

Peso	Sexo	Estatura	circun_cuello	circun_muneca
47.6	Femenino	1.57	29.5	13.9
68.1	Masculino	1.66	38.4	16.0
68.0	Masculino	1.90	36.5	16.6
80.0	Femenino	1.76	38.0	17.1
68.1	Masculino	1.83	38.0	17.1
56.1	Femenino	1.66	33.0	14.7

Tablas de frecuencia

Las tablas de frecuencia son muy utilizadas en estadística y R permite crearlas de una forma sencilla. En este capítulo se explican las principales funciones para la elaboración de tablas.

7.1. Tabla de contingencia con table

La función table sirve para construir tablas de frecuencia de una vía, a continuación la estretura de la función.

```
table(..., exclude, useNA)
```

Los parámetros de la funció son:

- ... espacio para ubicar los nombres de los objetos (variables o vectores) para los cuales se quiere construir la tabla.
- exclude: vector con los niveles a remover de la tabla. Si exclude=NULL implica que se desean ver los NA, lo que equivale a useNA = .always".
- useNA: instrucción de lo que se desea con los NA. Hay tres posibles valores para este parámetro: 'no' si no se desean usar, 'ifany' y 'always' si se desean incluir.

Ejemplo: tabla de frecuencia de una vía

Considere el vector fuma mostrado a continuación y construya una tabla de frecuencias absolutas para los niveles de la variable frecuencia de fumar.

A continuación se muestra el código para crear la tabla de frecuencias para la variable fuma.

```
## fuma
## A veces Frecuente hola Hola Nunca
## 2 4 1 1 5
```

De la tabla anterior vemos que NO aparece el conteo de los NA, para obtenerlo usamos lo siguiente.

```
table(fuma, useNA='always')
## fuma
##
     A veces Frecuente
                               hola
                                          Hola
                                                    Nunca
##
            2
                                  1
                                             1
                                                        5
##
         <NA>
##
            2
```

Vemos que hay dos niveles errados en la tabla anterior, Hola y hola. Para construir la tabla sin esos niveles errados usamos lo siguiente.

```
table(fuma, exclude=c('Hola', 'hola'))

## fuma
## A veces Frecuente Nunca <NA>
## 2 4 5 2
```

Por último construyamos la tabla sin los niveles errados y los NA, a esta última tabla la llamaremos tabla1 para luego poder usarla. Las instrucciones para hacer esto son las siguientes.

```
tabla1 <- table(fuma, exclude=c('Hola', 'hola', NA))
tabla1

## fuma
## A veces Frecuente Nunca
## 2 4 5</pre>
```

Ejemplo: tabla de frecuencia de dos vías

Considere otro vector **sexo** mostrado a continuación y construya una tabla de frecuencias absolutas para ver cómo se relaciona el sexo con fumar del ejemplo anterior.

Para construir la tabla solicitada usamos el siguiente código.

```
table(sexo, fuma)
##
## sexo
             A veces Frecuente hola Hola Nunca
##
     Casa
                    0
                               0
                                                2
                                          0
##
                    0
                               1
                                    0
     Hombre
                               3
                                    1
                                          0
                                                2
##
     Mujer
                    1
```

De la tabla anterior vemos que aparecen niveles errados en fuma y en sexo, para retirarlos usamos el siguiente código incluyendo en el parámetro exclude un vector con los niveles que **NO** deseamos en la tabla.

```
tabla2 <- table(sexo, fuma, exclude=c('Hola', 'hola', 'Casa', NA))
tabla2

## fuma
## sexo A veces Frecuente Nunca
## Hombre 0 1 2
## Mujer 1 3 2</pre>
```

7.2. Función prop.table

La estructura de la función prop.table es muy sencilla y a continuación se muestra.

Medidas de tendencia central

En este capítulo se mostrará cómo obtener las diferentes medidas de tendencia central con R.

Para ilustrar el uso de las funciones se utilizará una base de datos llamada **medidas del cuerpo**, esta base de datos cuenta con 6 variables registradas a un grupo de 36 estudiantes de la universidad. Las variables son:

- 1. edad del estudiante (años),
- 2. peso del estudiante (kilogramos),
- 3. altura del estudiante (centímetros),
- 4. sexo del estudiante (Hombre, Mujer),
- 5. muneca: perímetro de la muñeca derecha (centímetros),
- 6. biceps: perímetro del biceps derecho (centímetros).

A continuación se presenta el código para definir la url donde están los datos, para cargar la base de datos en R y para mostrar por pantalla un encabezado (usando head) de la base de datos.

```
url <- 'https://raw.githubusercontent.com/fhernanb/datos/master/medidas_cuerpo'
datos <- read.table(file=url, header=T)
head(datos)  # Para ver el encabezado de la base de datos</pre>
```

```
edad peso altura
                        sexo muneca biceps
## 1
       43 87.3 188.0 Hombre
                               12.2
                                       35.8
       65 80.0 174.0 Hombre
                                       35.0
       45 82.3 176.5 Hombre
                               11.2
                                       38.5
       37 73.6
               180.3 Hombre
                               11.2
                                       32.2
## 5
       55 74.1 167.6 Hombre
                               11.8
                                       32.9
       33 85.9 188.0 Hombre
                               12.4
                                       38.5
```

8.1. Media

Para calcular la media de una variable cuantitativa se usa la función mean. Los argumentos básicos de la función mean son dos y se muestran a continuación.

```
mean(x, na.rm = FALSE)
```

En el parámetro x se indica la variable de interés para la cual se quiere calcular la media, el parámetro na.rm es un valor lógico que en caso de ser TRUE, significa que se deben remover las observaciones con NA, el valor por defecto para este parámetro es FALSE.

Ejemplo

Suponga que queremos obtener la altura media del grupo de estudiantes.

Para encontrar la media general se usa la función mean sobre el vector númerico datos\$altura.

```
mean(x=datos$altura)
```

```
## [1] 171.6
```

Del anterior resultado podemos decir que la estatura media o promedio de los estudiantes es 171.5556 centímetros.

Ejemplo

Suponga que ahora queremos la altura media pero diferenciando por sexo.

Para hacer esto se debe primero dividir o partir el vector de altura según los niveles de la variable sexo, esto se consigue por medio de la función split y el resultado será una lista con tantos elementos como niveles tenga la variable sexo. Luego a cada uno de los elementos de la lista se le aplica la función mean con la ayuda de sapply o tapply. A continuación el código completo para obtener las alturas medias para hombres y mujeres.

```
sapply(split(x=datos$altura, f=datos$sexo), mean)
```

```
## Hombre Mujer
## 179.1 164.0
```

8.2 Mediana 49

El resultado es un vector con dos elementos, vemos que la altura media para hombres es 179.0778 centímetros y que para las mujeres es de 164.0333 centímetros.

¿Qué sucede si se usa tapply en lugar de sapply? Substituya en el código anterior la función sapply por tapply y observe la diferencia entre los resultados.

Ejemplo

Suponga que se tiene el vector edad con las edades de siete personas y supóngase que para el individuo cinco no se tiene información de su edad, eso significa que el vector tendrá un NA en la quinta posición.

¿Cuál será la edad promedio del grupo de personas?

```
edad <- c(18, 23, 26, 32, NA, 32, 29)
mean(x=edad)
```

```
## [1] NA
```

Al correr el código anterior se obtiene un error y es debido al símbolo NA en la quinta posición. Para calcular la media sólo con los datos de los cuales se tiene información, se incluye el argumento na.rm = TRUE para que R remueva los NA. El código correcto a usar en este caso es:

```
mean(x=edad, na.rm=TRUE)
```

```
## [1] 26.67
```

De este último resultado se obtiene que la edad promedio de los individuos es 26.67 años.

8.2. Mediana

Para calcular la mediana de una variable cantitativa se usa la función median. Los argumentos básicos de la función median son dos y se muestran a continuación.

```
median(x, na.rm = FALSE)
```

En el parámetro x se indica la variable de interés para la cual se quiere calcular la mediana, el parámetro na.rm es un valor lógico que en caso de ser TRUE, significa que se deben remover las observaciones con NA, el valor por defecto para este parámetro es FALSE.

Ejemplo

Calcular la edad mediana para los estudiantes de la base de datos.

Para obtener la mediana usamos el siguiente código:

median(x=datos\$edad)

```
## [1] 28
```

y obtenemos que la mitad de los estudiantes tienen edades mayores o iguales a 28 años.

El resultado anterior se pudo haber obtenido con la función quantile e indicando que se desea el cuantil 50 así:

```
quantile(x=datos$edad, probs=0.5)
```

```
## 50%
```

28

8.3. Moda

La moda de una variable cuantitativa corresponde a valor o valores que más se repiten, una forma sencilla de encontrar la moda es construir una tabla de frecuencias y observar los valores con mayor frecuencia.

Ejemplo

Calcular la moda para la variable edad de la base de datos de estudiantes.

Se construye la tabla con la función table y se crea el objeto tabla para almacenarla.

8.3 Moda 51

```
tabla <- table(datos$edad)
tabla</pre>
```

Al mirar con detalle la tabla anterior se observa que el valor que más se repite es la edad de 25 años en 5 ocasiones. Si la tabla hubiese sido mayor, la inspección visual nos podría tomar unos segundos o hasta minutos y podríamos equivocarnos, por esa razón es mejor ordenar los resultados de la tabla.

Para observar los valores con mayor frecuencia de la tabla se puede ordenar la tabla usando la función sort de la siguiente manera:

```
sort(tabla, decreasing=TRUE)
```

De esta manera se ve fácilmente que la variable edad es unimodal con valor de $25~{\rm a}$ nos.

Medidas de variabilidad

En este capítulo se mostrará cómo obtener las diferentes medidas de variabilidad con R.

Para ilustrar el uso de las funciones se utilizará la base de datos llamada aptos2015, esta base de datos cuenta con 11 variables registradas a apartamentos usados en la ciudad de Medellín. Las variables de la base de datos son:

- 1. precio: precio de venta del apartamento (millones de pesos),
- 2. mt2: área del apartamento (m^2) ,
- 3. ubicacion: lugar de ubicación del aparamentos en la ciudad (cualitativa).
- 4. estrato: nivel socioeconómico donde está el apartamento (2 a 6),
- 5. alcobas: número de alcobas del apartamento,
- 6. banos: número de baños del apartamento,
- 7. balcon: si el apartamento tiene balcón (si o no),
- 8. parqueadero: si el apartamento tiene parqueadero (si o no),
- 9. administración: valor mensual del servicio de administración (millones de pesos),
- 10. avaluo: valor del apartamento en escrituras (millones de pesos),
- 11. terminado: si el apartamento se encuentra terminado (si o no).

A continuación se presenta el código para definir la url donde están los datos, para cargar la base de datos en R y para mostrar por pantalla un encabezado (usando head) de la base de datos.

```
url <- 'https://raw.githubusercontent.com/fhernanb/datos/master/aptos2015'
datos <- read.table(file=url, header=T)
head(datos) # Para ver el encabezado de la base de datos</pre>
```

```
mt2 ubicacion estrato alcobas banos balcon
##
     precio
## 1
          79 43.16
                        norte
                                      3
                                               3
                                                      1
## 2
          93 56.92
                        norte
                                      2
                                               2
                                                      1
                                                             si
## 3
        100 66.40
                                      3
                                               2
                                                      2
                        norte
                                                             no
## 4
        123 61.85
                                      2
                                               3
                                                      2
                                                             si
                        norte
## 5
        135 89.80
                                               3
                                                      2
                        norte
                                                             si
```

##	6	140 71.00) norte	3	3	2	no
##		parqueadero	${\tt administracion}$	avaluo	termina	do	
##	1	si	0.050	14.92	:	no	
##	2	si	0.069	27.00		si	
##	3	no	0.000	15.74	;	no	
##	4	si	0.130	27.00	;	no	
##	5	no	0.000	39.57		si	
##	6	si	0.120	31.15		si	

9.1. Rango

Para calcular el rango de una variable cuantitativa se usa la función range. Los argumentos básicos de la función range son dos y se muestran abajo.

```
range(x, na.rm = FALSE)
```

En el parámetro x se indica la variable de interés para la cual se quiere calcular el rango, el parámetro na.rm es un valor lógico que en caso de ser TRUE, significa que se deben remover las observaciones con NA, el valor por defecto para este parámetro es FALSE.

La función range entrega el valor mínimo y máximo de la variable ingresada y el valor de rango se puede obtener restando del valor máximo el valor mínimo.

Ejemplo

[1] 1675

Suponga que queremos obtener el rango para la variable precio de los apartamentos.

Para obtener el rango usamos el siguiente código.

```
range(datos$precio)

## [1] 25 1700

max(datos$precio) - min(datos$precio)
```

Del resultado anterior podemos ver que los precios de todos los apartamentos van desde 25 hasta 1700 millones de pesos, es decir, el rango de la variable precio es 1675 millones de pesos.

Ejemplo

Suponga que queremos obtener nuevamente el rango para la variable precio de los apartamentos pero diferenciando por el estrato.

Primero vamos a crear una función auxiliar llamada myrange que calculará el rango directamente (max-min). Luego vamos a partir la información de los precios por cada estrato usando split, la partición se almacenará en la lista precios. Finalmente se aplicará la función myrange a la lista precios para obtener los rangos del precio por estrato socioeconómico. El código para realizar esto se muestra a continuación.

```
myrange <- function(x) max(x) - min(x)
precios <- split(datos$precio, f=datos$estrato)
sapply(precios, myrange)</pre>
```

```
## 2 3 4 5 6
## 103 225 610 1325 1560
```

De los resultados podemos ver claramente que a medida que aumenta de estrato el rango (variabilidad) del precio de los apartamentos aumenta. Apartamentos de estrato bajo tienden a tener precios similares mientras que los precios de venta para apartamentos de estratos altos tienden a ser muy diferentes entre si.

9.2. Desviación estándar muestral (S)

Para calcular la desviación muestral de una variable cuantitativa se usa la función sd. Los argumentos básicos de la función sd son dos y se muestran abajo.

```
sd(x, na.rm = FALSE)
```

En el parámetro x se indica la variable de interés para la cual se quiere calcular la desviación estándar muestral, el parámetro na.rm es un valor lógico que en

caso de ser TRUE, significa que se deben remover las observaciones con NA, el valor por defecto para este parámetro es FALSE.

Ejemplo

Suponga que queremos obtener la desviación estándar muestral para la variable precio de los apartamentos.

Para obtener la desviación solicitada usamos el siguiente código:

```
sd(x=datos$precio)
```

```
## [1] 247.6
```

Ejemplo

Calcular la desviación estándar **poblacional** (σ) para el siguiente conjunto de 5 observaciones: 12, 25, 32, 15, 26.

Recordemos que las expresiones matemáticas para obtener S y σ son muy similares, la diferencia está en el denominador, para S el denominador es n-1 mientras que para σ es n. Teniendo esto en cuenta podemos calcular la desviación poblacional apoyándonos en la función sd, para esto podemos construir una función llamada Sigma que calcule la desviación poblacional, a continuación el código necesario.

```
Sigma <- function(x) {
  n <- length(x)
  sd(x) * (n-1) / n
}</pre>
```

Ahora para obtener la desviación estándar **poblacional** de los datos usamos el siguiente código.

```
y <- c(12, 25, 32, 15, 26)
Sigma(y)
```

```
## [1] 6.621
```

9.3. Varianza muestral (S^2)

Para calcular la varianza muestral de una variable cuantitativa se usa la función var. Los argumentos básicos de la función var son dos y se muestran abajo.

```
var(x, na.rm = FALSE)
```

En el parámetro x se indica la variable de interés para la cual se quiere calcular la varianza muestral, el parámetro na.rm es un valor lógico que en caso de ser TRUE, significa que se deben remover las observaciones con NA, el valor por defecto para este parámetro es FALSE.

Ejemplo

Suponga que queremos determinar cuál región en la ciudad presenta mayor varianza en los precios de los apartamentos.

Para realizar esto debemos usar en conjunto la función split, sapply y var ya que se quiere la varianza de una variable (precio) dado los valores de otra variable (ubicacion). El código para obtener las varianzas es el siguiente.

```
precios <- split(datos$precio, f=datos$ubicacion)
sapply(precios, var)</pre>
```

```
##
       aburra sur belen guayabal
                                              centro
##
              4169
                               2528
                                                2588
##
          laureles
                              norte
                                          occidente
##
             25351
                               1009
                                                3596
##
           poblado
##
             84497
```

De los resultados anteriores se nota que los apartamentos ubicados en el Poblado tienen la mayor variabilidad en el precio, este resultado se confirma al dibujar un boxplot para la variable precio dada la ubicación, en la Figura 9.1 se muestra el boxplot y se ve claramente la dispersión de los precios en el Poblado. El código usado para generar la Figura 9.1 se presenta a continuación.

```
with(datos, boxplot(precio ~ ubicacion, ylab='Precio (millones)'))
```

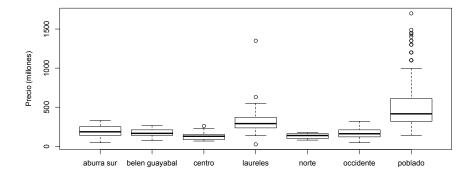


Figura 9.1: Boxplot para el precio de los apartamentos dada la ubicación.

Ejemplo

¿Son los resultados de la función var los mismos que los resultados de la función sd elevados al cuadrado?

La respuesta es **NO**. La función **sd** se aplica sólo a vectores mientras que la función **var** de puede aplicar tanto a vectores como a marcos de datos. Al ser aplicada a marcos de datos numéricos se obtiene una matriz en que la diagonal representa las varianzas de las de cada una de las variables mientras que arriba y abajo de la diagonal se encuentran las covarianzas entre pares de variables.

Por ejemplo, si aplicamos la función var al marco de datos sólo con las variables precio, área y avaluo se obtiene una matriz de dimensión 3×3 , a continuación el código usado.

Del anterior resultado se observa la matriz de varianzas y covarianzas de dimensión 3×3 .

9.4. Coeficiente de variación (CV)

El coeficiente de variación se define como $CV=s/\bar{x}$ y es muy sencillo de obtenerlo, la función CV mostrada abajo permite calcularlo.

```
CV <- function(x, na.rm = FALSE) {
  sd(x, na.rm=na.rm) / mean(x, na.rm=na.rm)
}</pre>
```

Ejemplo

Calcular el CV para el vector ${\tt w}$ definido a continuación.

```
w \leftarrow c(5, -3, NA, 8, 8, 7)
```

Vemos que el vector w tiene 6 observaciones y la tercera de ellas es un NA. Lo correcto aquí es usar la función CV definida antes pero indicándole que remueva los valores faltantes, para eso se usa el siguiente código.

```
CV(x=w, na.rm=T)
```

```
## [1] 0.9274
```

Medidas de posición

En este capítulo se mostrará cómo obtener las diferentes medidas de posición con R.

Para ilustrar el uso de las funciones se utilizará una base de datos llamada **medidas del cuerpo**, esta base de datos cuenta con 6 variables registradas a un grupo de 36 estudiantes de la universidad. Las variables son:

- 1. edad del estudiante (años),
- 2. peso del estudiante (kilogramos),
- 3. altura del estudiante (centímetros),
- 4. sexo del estudiante (Hombre, Mujer),
- 5. muneca: perímetro de la muñeca derecha (centímetros),
- 6. biceps: perímetro del biceps derecho (centímetros).

A continuación se presenta el código para definir la url donde están los datos, para cargar la base de datos en R y para mostrar por pantalla un encabezado (usando head) de la base de datos.

```
url <- 'https://raw.githubusercontent.com/fhernanb/datos/master/medidas_cuerpo'
datos <- read.table(file=url, header=T)
head(datos) # Para ver el encabezado de la base de datos</pre>
```

```
edad peso altura
                        sexo muneca biceps
## 1
       43 87.3 188.0 Hombre
                                       35.8
                               12.2
       65 80.0
               174.0 Hombre
                                       35.0
       45 82.3
               176.5 Hombre
                               11.2
                                       38.5
       37 73.6
               180.3 Hombre
                               11.2
                                       32.2
       55 74.1 167.6 Hombre
                               11.8
                                       32.9
       33 85.9 188.0 Hombre
                               12.4
                                       38.5
```

10.1. Cuantiles

Para obtener cualquier cuantil (cuartiles, deciles y percentiles) se usa la función quantile. Los argumentos básicos de la función quantile son tres y se muestran a continuación.

```
quantile(x, probs, na.rm = FALSE)
```

En el parámetro x se indica la variable de interés para la cual se quieren calcular los cuantiles, el parámetro probs sirve para definir los cuantiles de interés y el parámetro na.rm es un valor lógico que en caso de ser TRUE, significa que se deben remover las observaciones con NA, el valor por defecto para este parámetro es FALSE.

Ejemplo

Suponga que queremos obtener el percentil 5, la mediana y el decil 8 pa la altura del grupo de estudiantes.

Se solicita el percentil 5, la mediana que es el percentil 50 y el decil 8 que corresponde al percentil 80, por lo tanto es necesario indicarle a la función quantile que calcule los cuantiles para las ubicaciones 0.05, 0.5 y 0.8, el código para obtener las tres medidas solicitadas es el siguiente.

```
quantile(x=datos$altura, probs=c(0.05, 0.5, 0.8))
```

```
## 5% 50% 80%
## 155.2 172.7 180.3
```

Medidas de correlación

En este capítulo se mostrará cómo obtener las diferentes medidas de

Distribuciones discretas

En este capítulo se

Distribuciones continuas

En este capítulo se

Pruebas de bondad de ajuste

En este capítulo se

Aproximación de integrales

En este capítulo se mostrará cómo aproximar integrales en una y varias dimensiones.

15.1.Aproximación de Laplace unidimensional

Esta aproximación es útil para obtener el valor de una integral usando la expansión de Taylor para una función f(x) unimodal en \Re , en otras palabras lo que interesa es:

 $I = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)d(x)$

Al hacer una expansión de Taylor de segundo orden para $\log(f(x))$ en su moda

 x_0 el resultado es: $\log(f(x_0)) \approx \log(f(x_0)) + \frac{\log(f)'(x_0)}{1!}(x - x_0) + \frac{\log(f)''(x_0)}{2!}(x - x_0)^2$

El segundo término de la suma se anula porque $\log(f)'(x_0) = 0$ por ser x_0 el valor donde está el máximo de $\log(f(x))$. La expresión anterior se simplifica

 $\log(f(x)) \approx \log(f(x_0)) + \frac{\log(f)''(x_0)}{2!} (x - x_0)^2$

al aislar f(x) se tiene que

$$f(x) \approx f(x_0) \exp\left(-\frac{c}{2}(x - x_0)^2\right) \tag{15.1}$$

donde
$$c = -\frac{d^2}{dx^2} \log(f(x)) \Big|_{x=x_0}$$
.

La expresión 15.1 se puede reescribir de manera que aparezca el núcleo de la función de densidad de la distribución normal con media x_0 y varianza 1/c, a continuación la expresión

$$f(x) \approx f(x_0) \frac{\sqrt{2\pi/c}}{\sqrt{2\pi/c}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - x_0}{1/\sqrt{c}}\right)^2\right)$$

Así al calcular la integral de f(x) en \Re se tiene que:

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)d(x) = f(x_0)\sqrt{2\pi/c}$$
 (15.2)

Ejemplo

Calcular la integral de $f(x) = \exp(-(x-1.5)^2)$ en \Re utilizando la aproximación de Laplace.

Primero vamos a dibujar la función f(x) para ver en dónde está su moda x_0 .

```
fun <- function(x) \exp(-(x-1.5)^2)

curve(fun, from=-5, to=5, ylab='f(x)', las=1)
```

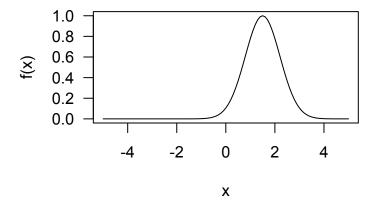


Figura 15.1: Perfil de la función f(x).

Visualmente se nota que la moda está cerca del valor 1.5 y para determinar numéricamente el valor de la moda x_0 se usa la función optimize, los resultados se almacenan en el objeto res. El valor de la moda corresponde al elemento maximum del objeto res.

```
res <- optimize(fun, interval=c(-10, 10), maximum=TRUE)
res</pre>
```

```
## $maximum
## [1] 1.5
##
## $objective
## [1] 1
```

Para determinar el valor de c de la expresión 15.2 se utiliza el siguiente código.

```
require("numDeriv")
constant <- - as.numeric(hessian(fun, res$maximum))</pre>
```

Para obtener la aproximación de la integral se usa la expresión 15.2 y para tener un punto de comparación se evalua la integral usando la función integrate, a continuación el código.

```
fun(res$maximum) * sqrt(2*pi/constant)
## [1] 1.772
integrate(fun, -Inf, Inf) # Para comparar
```

1.772 with absolute error < 1.5e-06

De los anteriores resultados vemos que la aproximación es buena.

Bibliografía

Correa, J. & Hernández, F. (2018). *Gráficos con R.* Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia, primera edition. ISBN xxx-xxxxxxxx.

Wickham, H. (2015). R Packages. O'Reilly Media, Inc.

Xie, Y. (2015). Dynamic Documents with R and knitr. Chapman and Hall/CRC, Boca Raton, Florida, 2nd edition. ISBN 978-1498716963.

Xie, Y. (2016). bookdown: Authoring Books and Technical Documents with R Markdown. R package version 0.3.

Índice alfabético

.csv, 37 .txt, 37	min, 23 moda, 50
array, 7 arreglo, 7 asignación, 18	objetos, 5 operaciones básicas, 19 operadores lógicos, 22 ordenar, 31
bloc de notas, 38 ceiling, 29 coeficiente de variación, 59 cuantiles, 62 cuartiles, 62	percentiles, 62 posición, 31 prod, 23 prop.table, 45 pruebas lógicas, 20
data.frame, 8 deciles, 62 desviación, 55 estilo, 11	quantile, 62 range, 23, 54 rango, 54 rank, 31
Excel, 37 floor, 29 función, 17	read.table, 39 rep, 28 repeticiones, 28 round, 29
function, 17 guía de estilo, 11	sd, 55 secuencias, 26 seq, 26 sort, 31
lectura de bases de datos, 37 legth, 23 list, 8 lista, 8	sum, 23 tablas de frecuencia, 43 table, 43
marco de datos, 8 matrices, 6 max, 23 mean, 48 media, 48	trunc, 29 var, 57 varianza, 57 vector, 5
median, 49 mediana, 49	which.max, 23 which.min, 23