C3 – Dioptres sphériques

Quelques éléments de cours et d'exercice



Sommaire

- Présentation
- Convention d'orientation
- Marche des rayons lumineux (Ex 1 p 51)
- Relation de conjugaison des dioptres sphériques
- Foyers image F' et objet F d'un dioptre sphérique
- Rayons remarquables
- Représentation schématique
- Convention : Objet et image réel(le) ou virtuel(le)
- Exercice 2 p 51 : Déterminer algébriquement la position d'une image
- Grandissement
- Dioptres plans

Présentation de quelques dioptres sphériques transparents ou miroirs

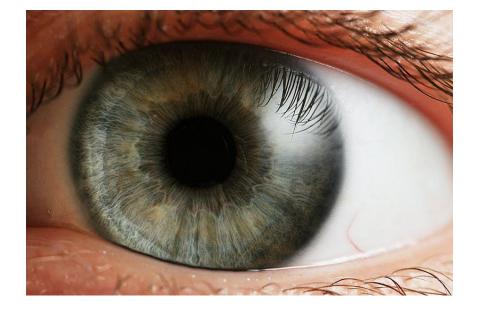




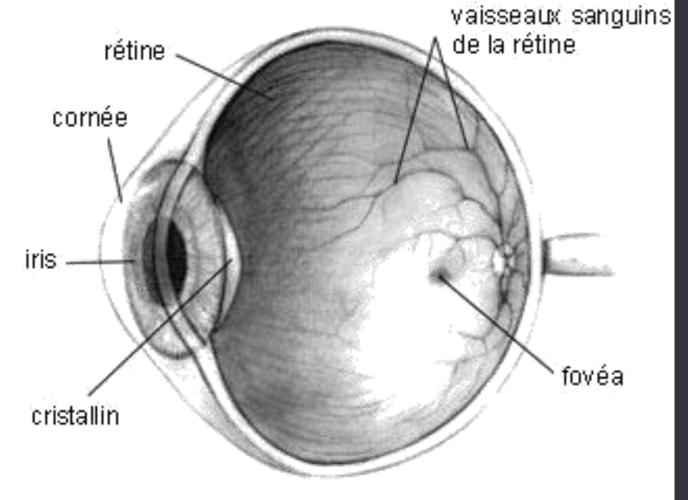






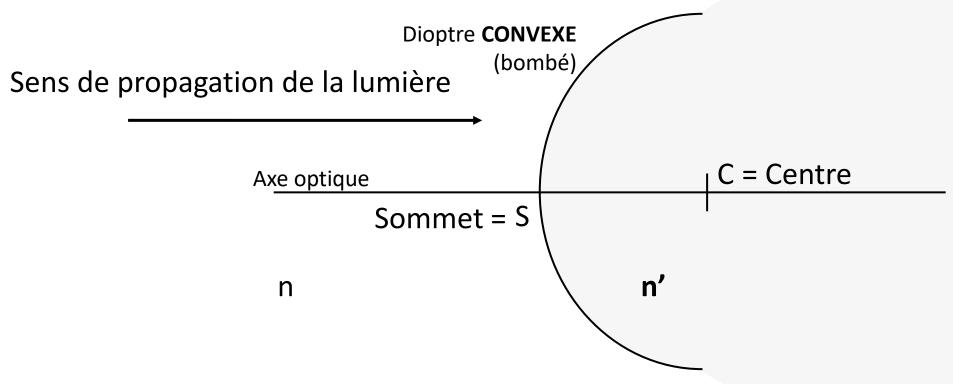


L'œil est une succession de dioptres sphériques





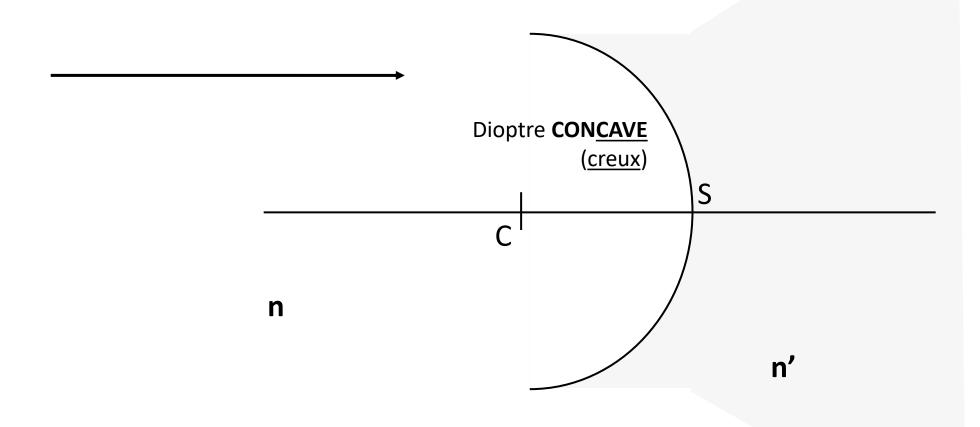
Convention d'orientation



Attention, le sens de parcours de la lumière impose un signe aux mesures, on parle alors de mesures ALGEBRIQUES, leurs valeurs peuvent être positives (même sens que la lumière, ou bien négatives (sens opposées).

Ici,
$$\overline{SC} = +R$$

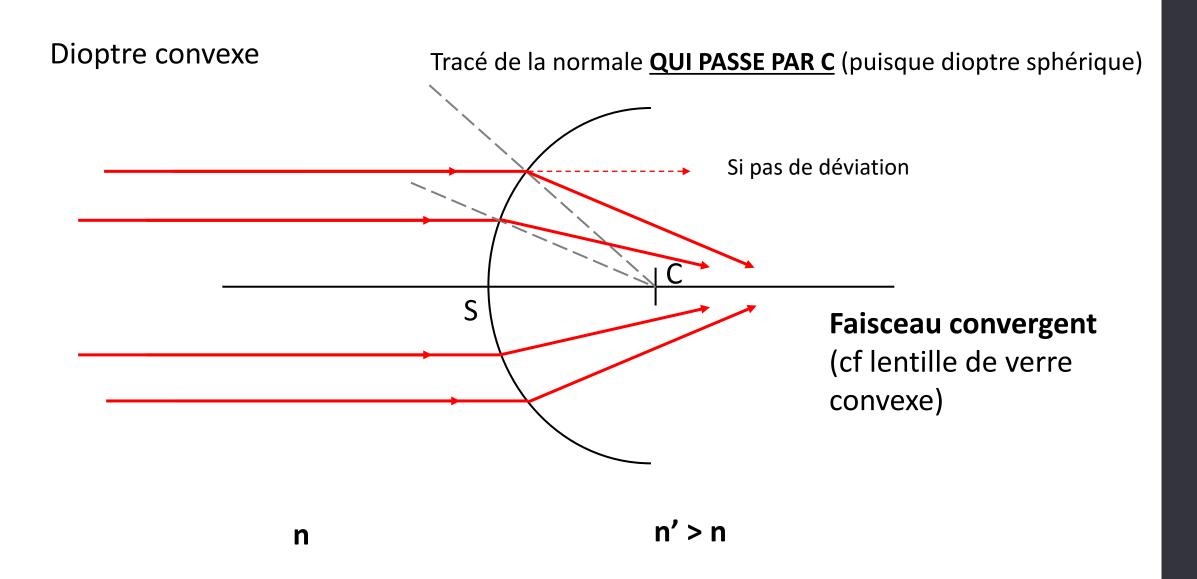
Sens de propagation de la lumière



$$Ici, \overline{SC} = -R$$

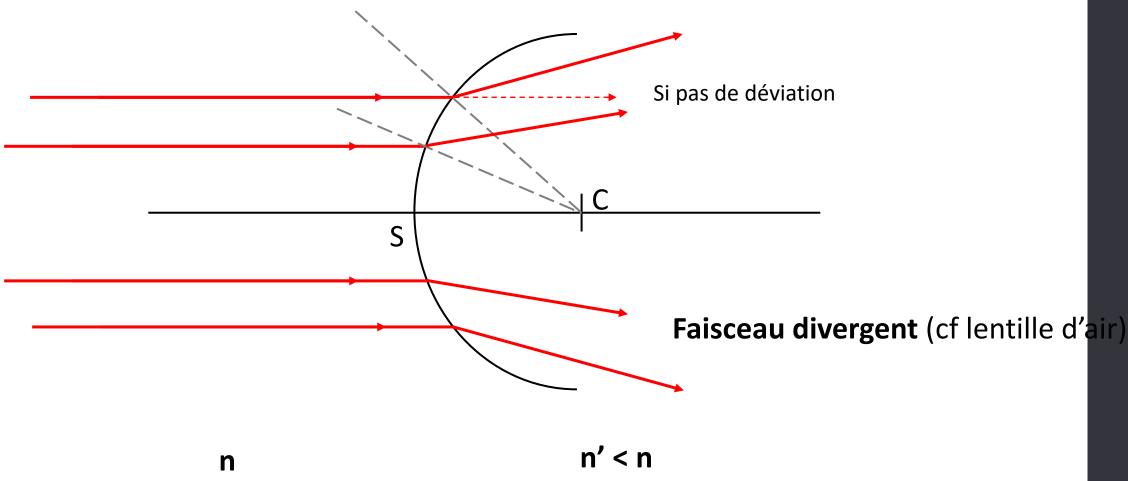
Marche des rayons lumineux

Exercice 1 p 51 : Tracer de rayons pour les deux types de dioptres sphériques

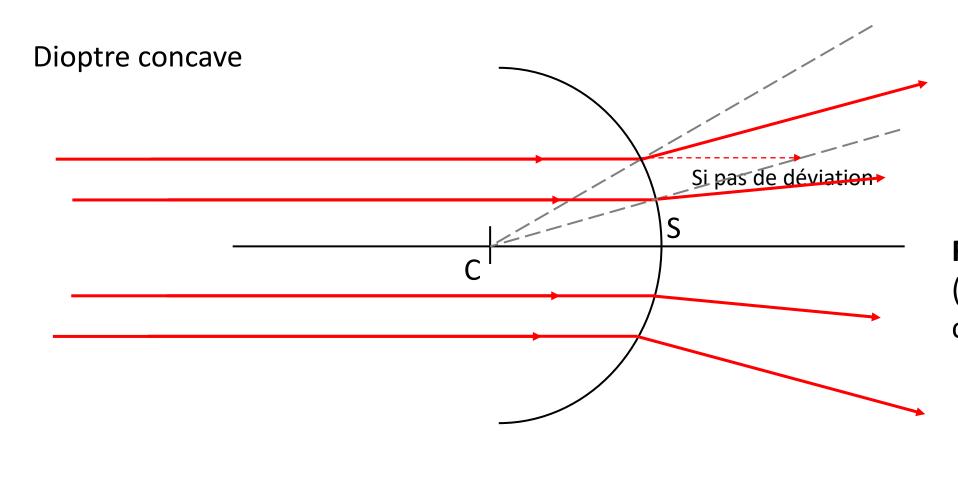


Ex1 3): Tracer de rayons pour les deux types de dioptres sphériques

Dioptre convexe



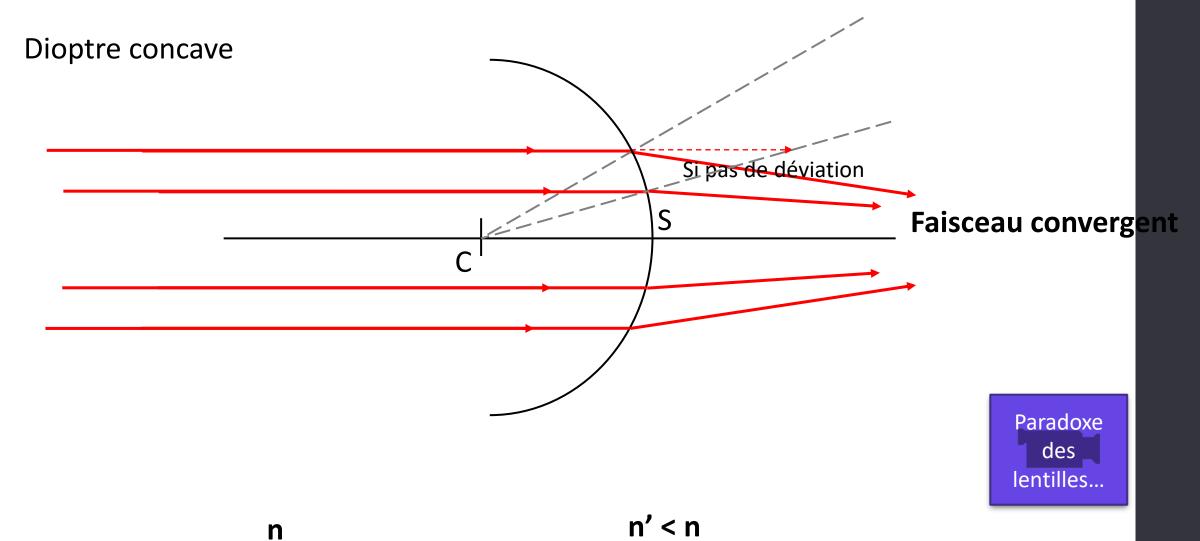
Ex1 4): Tracer de rayons pour les deux types de dioptres sphériques



Faisceau divergent (cf lentille de verre concave)

n n' > n

Ex1 4) suite : Tracer de rayons pour les deux types de dioptres sphériques



Démonstration de la relation de conjugaison

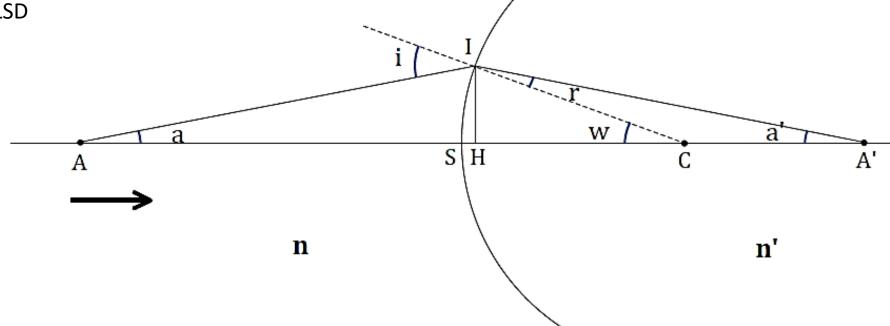
Recherche de la relation entre les mesures algébriques \overline{SA} et $\overline{SA'}$

dans l'approximation des petits angles et des rayons proche de l'axe optique (I proche de S)

Ecriture de LSD en I reliant i et r

Recherche des relations entre les angles i, a et w et r, a' et w

Simplification de LSD



Relation de conjugaison du dioptre sphérique :

$$\frac{n'}{\overline{SA'}} - \frac{n}{\overline{SA}} = \frac{n'-n}{\overline{SC}} = \mathbf{I}$$

V

 $\frac{n'-n}{\overline{SC}}$ est appelée la **vergence V** du dioptre, en m^{-1} ou **dioptrie** δ .

Foyers objet et image du dioptre sphérique

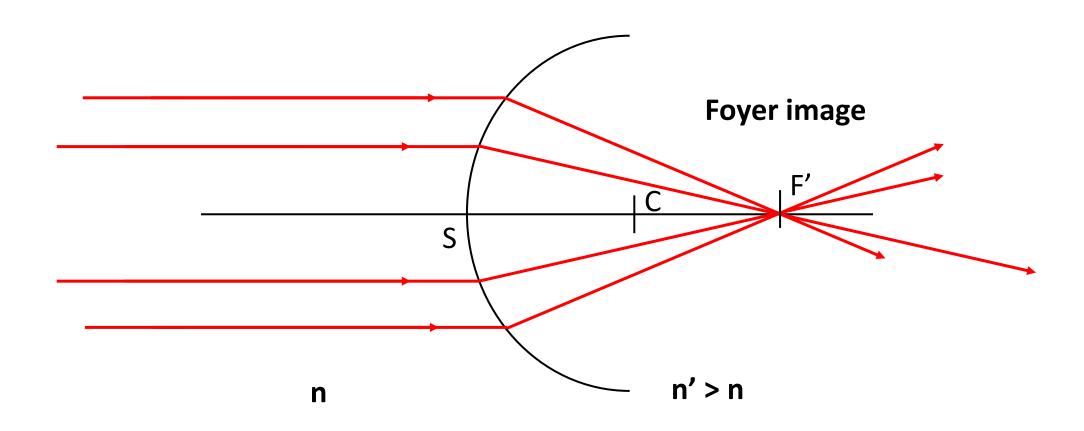
En dehors des points S et C, les dioptres sphériques ont deux autres points particuliers intéressants:

Foyer image et le Foyer objet.

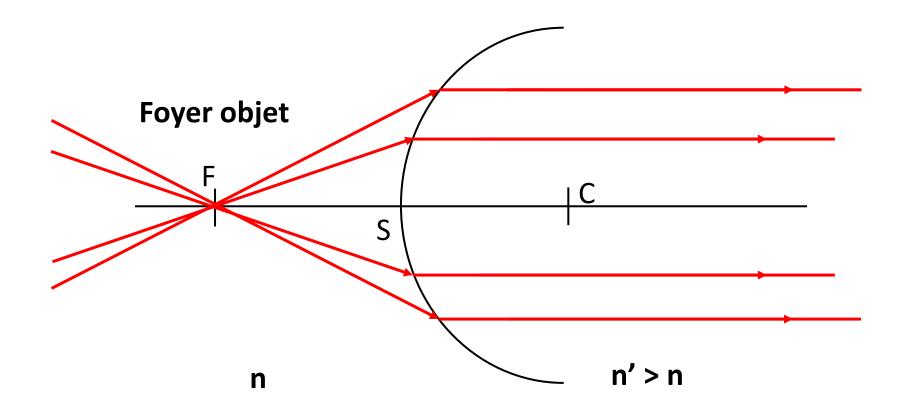




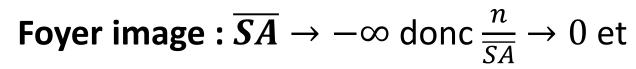




Il existe un point F' de l'axe optique tel que tout rayon incident // à l'axe optique passe par F' en traversant le dioptre. F' est appelé foyer image.



Il existe un point F de l'axe optique tel que tout rayon incident passant par F émerge // à l'axe optique. F est appelé foyer objet.





distance focale image
$$f' = \overline{SF'} = \overline{SC} \frac{n'}{n'-n}$$

Foyer objet :
$$\overline{SA'} \to \infty$$
 donc $\frac{n'}{\overline{SA'}} \to 0$ et
$$distance \ focale \ objet \ f = \overline{SF} = -\overline{SC} \frac{n}{n'-n}$$

Remarques:

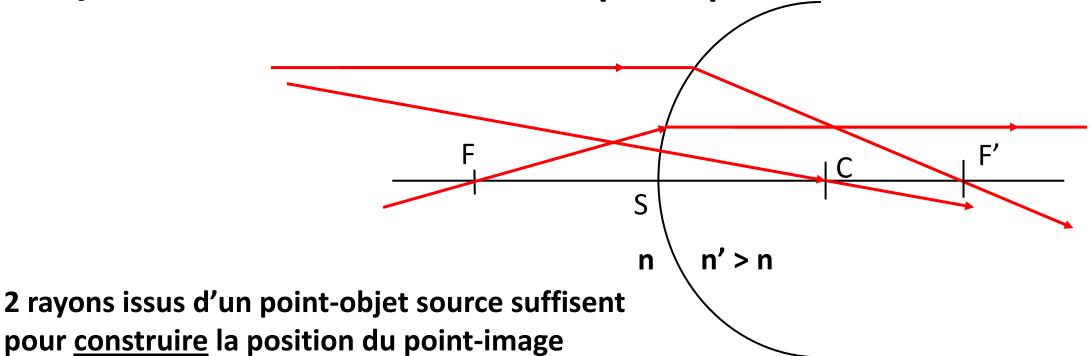
- F et F' ne sont pas du même côté,
- Ni symétriques (n ≠ n'),
- Si n=n' alors il n'y a pas de réfraction ni d'image,
- Si n' > n alors F' est après S et F avant,
- Si n' < n alors F est après S et F' avant.

Rayons remarquables



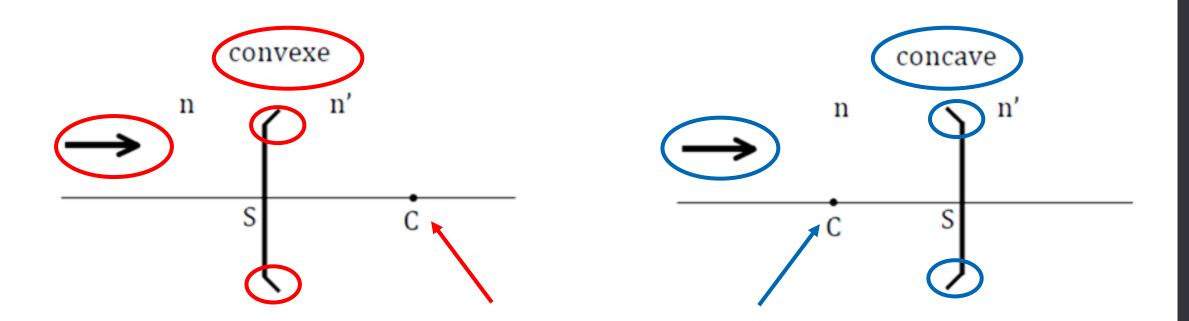
- Rayon passant par C
- Rayon passant par F
- Rayon incident // axe

- n'est pas dévié
- → émerge // à l'axe
- passe par F'



Représentation schématique





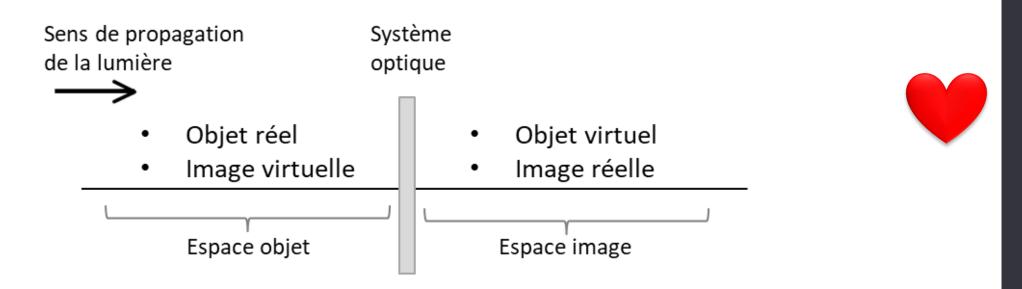
Attention à bien orienter les **inclinaisons des extrémités du segments** qui dépendent de sa nature et du sens de la lumière.

Cela permet de **bien placer le centre C**.

Convention : Objet et image réel(le) ou virtuel(le)

Un <mark>objet</mark> est <mark>réel</mark> lorsque celui-ci est placé <mark>avant le système optique</mark> et <mark>virtuel</mark> s'il est **placé <mark>après</mark>.**

Une <mark>image réelle</mark> lorsque celle-ci est placée <mark>après</mark> le système optique et <mark>virtuelle</mark> s'il est placé <mark>avant</mark>.



Lorsque l'objet et l'image sont obtenus graphiquement par le croisement des rayons, ils sont réels.

Lorsque l'objet et l'image sont obtenus graphiquement par le croisement des prolongements des rayons, ils sont virtuels.

Exercice 2 p 51 : Déterminer algébriquement la position d'une image

Une surface sphérique concave de 0,50 m de rayon sépare un milieu d'indice de réfraction 1,2 d'un autre milieu d'indice 1,6.

Un objet AB est placé dans le premier milieu, le long de l'axe, à 0,80 m de la surface.

- 1. Déterminer par calcul la position de l'image.
- 2. Est-elle virtuelle ou réelle ? Justifiez.
- 3. Déterminer numériquement la position de chacun des foyers principaux F et F'.
- 4. Construire graphiquement la position de l'image A'B'

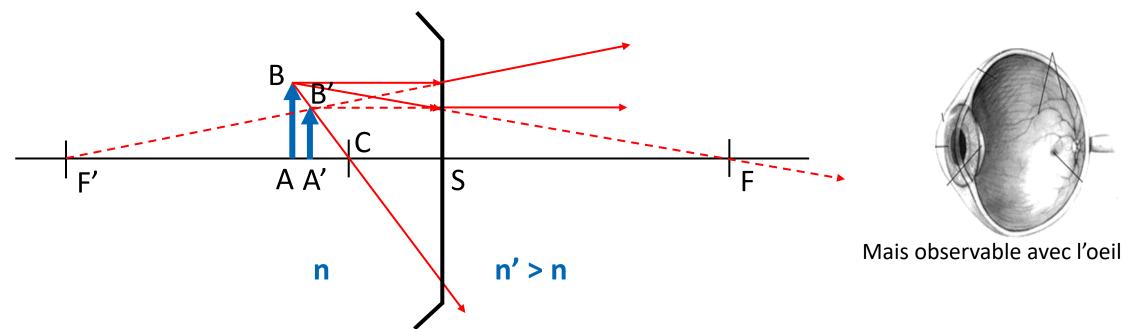


Image non récupérable sur un écran (SA'<0) construite par le prolongement des rayons lumineux \longrightarrow VIRTUELLE

! négatifs

Obtenir la formule du grandissement en fonction des distances



Soit **B** et **B'** deux points conjugués situés hors de l'axe, A et A' désignent les projections orthogonales de B et B' sur l'axe.



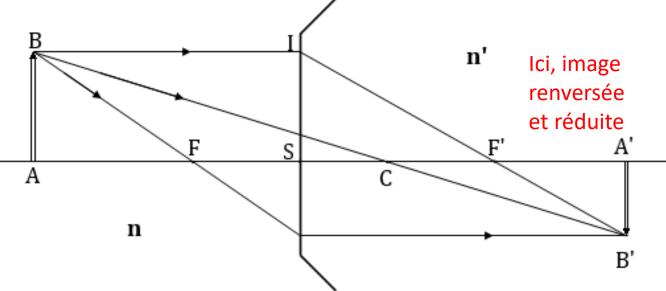
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$



Pour les dioptres sphériques, on démontre que:

$$\gamma = \frac{n}{n'} \frac{\overline{SA}}{\overline{SA}}$$

- Si $|\gamma| > 1$, l'image est dite **agrandie**
- Si $|\gamma| < 1$, l'image est dite *réduite*
- Si $\gamma > 0$, l'image est dite **droite**
- Si γ < 0, l'image est dite *renversée*



Pour la démonstration

- Thales dans les triangles CAB et CA'B'
- Introduction de C dans $\overline{SA'}$ et \overline{SA} de la relation de conjugaison
- Développement puis simplification

Exercice 5 p 52 : Inclusion d'un objet dans une résine

On veut réaliser l'inclusion d'une fleur AB dans de la résine d'indice n, avec $n \approx 1,5=3/2$. Le moule donnera à la résine la forme d'un cylindre terminé par une demi-sphère (de type convexe, voir ci-après), à travers laquelle on regarde l'objet inclus.



La fleur sera placée à l'intérieur de la résine à une distance de 3,0 cm du sommet S de la sphère (de centre C et de rayon R). La fleur a une taille transversale de 0,5 cm.

On voudrait avoir une image droite 3 fois plus grande que l'objet.

- 1) Déterminer la position de l'image et sa nature, puis le rayon R et faire un schéma à l'échelle 1.
- 2) Déterminer et placer F, F'
- 3) Déterminer graphiquement B'.

Facultatif: Suite à une erreur dans le choix du moule, le rayon est de 7 mm plus petit.

- 4) La distance étant inchangée, où se trouvera l'image et quel sera le grandissement?
- 5) Faire un schéma. Le changement est-il conséquent?

R.Henrion – UPEM – IFSA

Dioptres plans Voir exercices 3 (et 4 facultatif) : dioptre plan et piscine

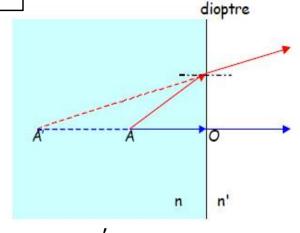
Les dioptres plans peuvent être vus comme des dioptres sphériques de rayon ∞ qui conjuguent un point objet A et un point image A' par réfraction.

(voir figure ci-contre, A' est obtenu par prolongement du rayon réfracté dans le milieu n).



Relation de conjugaison des dioptres plans : $\overline{SA'} = \frac{n'}{n} \, \overline{SA}$ Relation de grandissement des dioptres plans : $\gamma = 1$





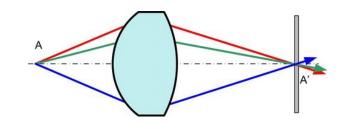
Remarques:

- Les relations s'obtiennent à partir de la relation de conjugaison des dioptres sphériques avec $\frac{n'-n}{\overline{SC}} = V = 0$.
- Les foyers objets et images des dioptres plans sont renvoyés en l'infini : ce sont des systèmes afocaux.
- Ces relations ne sont valables que dans le cadre de l'approximation des petits angles. Au-delà il y a autant d'images A' que de rayons issus de A et il faut utiliser LSD pour déterminer A'.

Animation présentant le caractère approché de la position de l'image A'

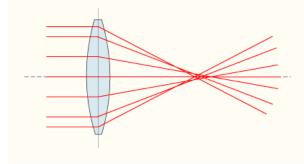
Stigmatisme & conditions de Gauss

Un **système optique** est dit **stigmatique** pour deux points si, après la traversée d'un tel système, **tous les rayons issus d'un point A convergent en un point A'**, qui est alors l'image de A. Les points A et A' sont dit conjugués.



Le stigmatisme pour tout point de l'espace, dit stigmatisme rigoureux, n'existe que très rarement : l'unique cas est le miroir plan.

En général un système optique n'est stigmatique que pour des points et des rayons particuliers, et donc astigmatique pour les autres. On parle de stigmatisme approché, il est obtenu en se plaçant dans les conditions de Gauss.



Les rayons loin de l'axe de la lentille ne convergent pas au même point.

Les **conditions de Gauss** constituent l'approximation linéaire de l'optique géométrique:

- Les rayons sont peu inclinés par rapport à l'axe optique du système optique
- Les rayons sont proches de l'axe optique par rapport à la taille du système optique (rayons dits paraxiaux).

Mathématiquement cela correspondant à faire l'approximation des petits angles : $sin(\alpha) \approx tan(\alpha) \approx \alpha$ Lorsque l'on s'écarte des conditions de Gauss, les aberrations géométriques des systèmes optiques centrés augmentent.