TD4 Energétique

1.2. Exercice 1 : Energie de freinage d'une voiture

→ On calcule l'énergie cinétique par la formule :

$$E_c = \frac{1}{2} m . v_G^2$$

→ Energie cinétique initiale : $E_c^i = \frac{1}{2} m (v_G^i)^2$

Energie cinétique finale : $E_c^f = \frac{1}{2} m (v_G^f)^2$

→ Energie cinétique dissipée : $\Delta E_c = E_c^i - E_c^f$

1.2.4. Energie cinétique est dissipée sous la forme de la chaleur.

1.3- 1.4 : Energie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe (A, z) :

$$E_c = \frac{1}{2} I_G . \omega^2$$

avec :

I_G : moment d'inertie $(kg.m^2)$

ω : vitesse de rotation (rad/s)

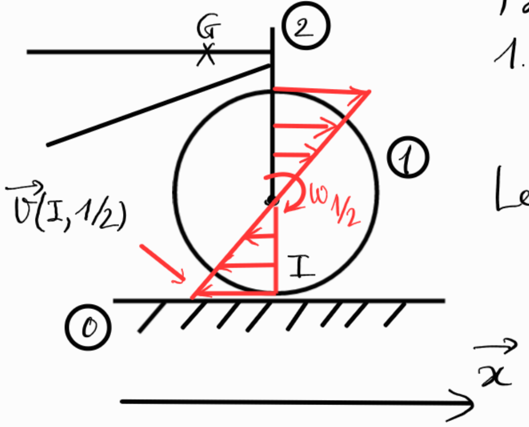
1.5. Energie cinétique d'un solide :

$$E_c = \frac{1}{2} m . v_G^2 + \frac{1}{2} I_G . \omega^2$$

1.6 - Exercice 3 : Optimisation d'un vélo

Moment d'inertie d'une roue suivant l'axe de la roue $(G, \vec{z})$ est calculé par la formule :

$$I(G, \vec{z}) = \frac{m_r}{4} (R^2)$$ avec m_r : la masse d'un roue.



1.6.1. Solide 0 : le sol, solide 1 : la roue, solide 2 : le cadre.

Les mouvements :

1/0 : rotation + translation

2/0 : translation

1/2 : rotation

1.6.1 (Suite) Vitesse du point I : $\vec{v}(I,1/0) = \vec{0}$

$$\vec{v}(I,1/0) = \vec{v}(I,1/2) + \vec{v}(I,2/0) = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow \quad -R\,\omega_{1/2}\,.\,\vec{x} + \vec{v}(G,2,0) = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow \quad -R\,\omega_{1/2}\,.\,\vec{x} + v^{*}.\,\vec{x} = \vec{0}$$
$$\Leftrightarrow \quad \boxed{v^{*} = R\,\omega_{1/2}} = R\,\omega_{1/0} \rightarrow \omega_{1/0} = \frac{v^{*}}{R}$$

Rappel : $\omega_{1/0} = \omega_{1/2} + \omega_{2/0} = \omega_{1/2}$ ($\omega_{2/0} = 0$ car il n'y a pas de rotation)

1.6.2 Energie cinétique du vélo :

$$E_c = \underbrace{E_c^{cadre}}_{\text{translation}} + 2\underbrace{E_c^{roue}}_{\text{translation + rotation}}$$
$$= \frac{1}{2}\,m_c\,.\,v^{*2} + 2\,.\left[\frac{1}{2}\,m_r\,v^{*2} + \frac{1}{2}\,I_G\,.\,\omega_{1/0}^{2}\right]$$
$$= \frac{1}{2}\,m_c\,v^{*2} + \left[m_r\,v^{*2} + \frac{m_r R^2}{4}\cdot\left(\frac{v^{*}}{R}\right)^2\right]$$
$$= \frac{1}{2}\,m_c\,v^{*2} + \left[m_r\,v^{2} + \frac{m_r\,v^{*2}}{4}\right]$$
$$= \frac{1}{2}\,m_c\,v^{*2} + \frac{5\,m_r\,v^{*2}}{4}$$

1.6.3. Si on veut minimiser E_c, il vaut mieux alleger les roues.

1.6.4. Le diamètre des roues d'un vélo BMX est petit pour plusieurs raisons:

1. Maniabilité : Les roues plus petites permettent la manipulation plus précie.
2. Agilité : le moment d'inertie est plus faible ce qui signifie qu'on peut changer de direction plus rapide
3. Poids : les poids des roues sont plus légères donne le poids total du vélo est légère.

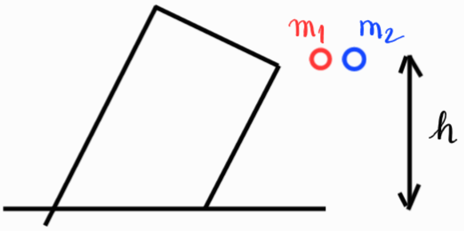
2. Energie potentiel (Cours)

3. Conservation de l'energie mécanique

3.1. Le bilan de l'energie mécanique :

$$E_m^{total} = E_c^{total} + E_p^{total}$$

3.2



Energie mécanique dans l'état initial :

$$E_m^i = E_c^i + E_p^i = \frac{1}{2} m v_i^2 + mgh$$
$$= 0 + mgh = mgh$$

Energie mécanique das l'état final :

$$E_m^f = E_c^f + E_p^f = \frac{1}{2} m v_f^2 + mg \cdot 0$$
$$= \frac{1}{2} m v_f^2$$

+ Si on fait une hypothèse que le frottement est négligéable → Energie mécanique se conserve → $E_m^i = E_m^f$

$$\Leftrightarrow \quad mgh = \frac{1}{2} m v_f^2 \Leftrightarrow v_f^2 = 2gh \Leftrightarrow v_f = \sqrt{2gh}$$

⇒ la vitesse finale ne dépends pas de masse → $\boxed{v_1^f = v_2^f}$

Remarque : Dans ce cas, Galiléo Gallilé a choisi 2 boulets avec la même forme et dimension, seulement les matériaux sont différents donc ils ont le même forme aérodynamique et le frottement est identique pour 2 boulets. Donc même si on prend en compte l'effet de frottement, les vitesses finals sont égales.

3.3.

Si on remplace un boulet par une plume, la forme aérodynamique n'est plus identique → la vitesse de la plume est beaucoup plus faible sauf quand on fait l'essai dans un environnement sans atmosphère.