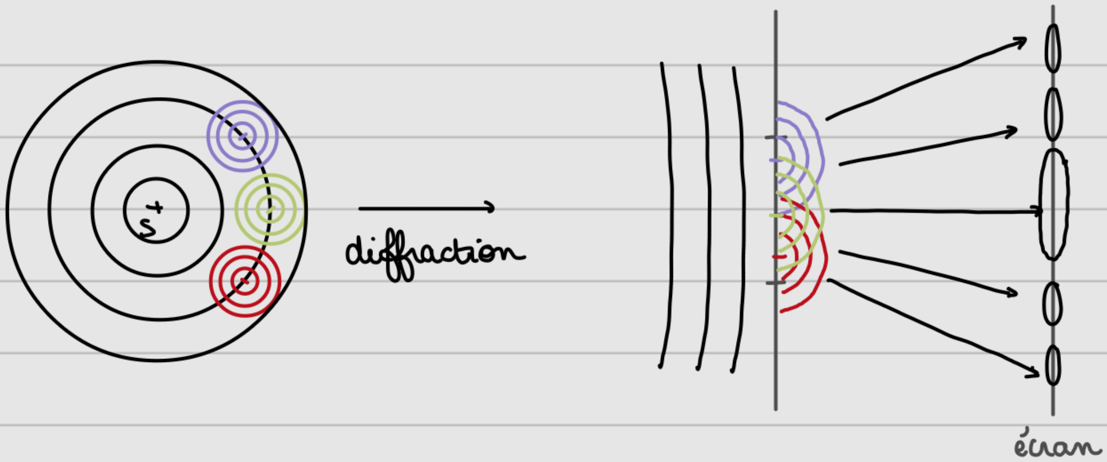
CHAPITRE 3

DIFFRACTION DE LA LUMIÈRE

1/ Principe d'Huyghens-Fresnel

Tout point d'une surface d'onde se comporte comme une source secondaire.
L'onde résultante est la somme des ondes émises.



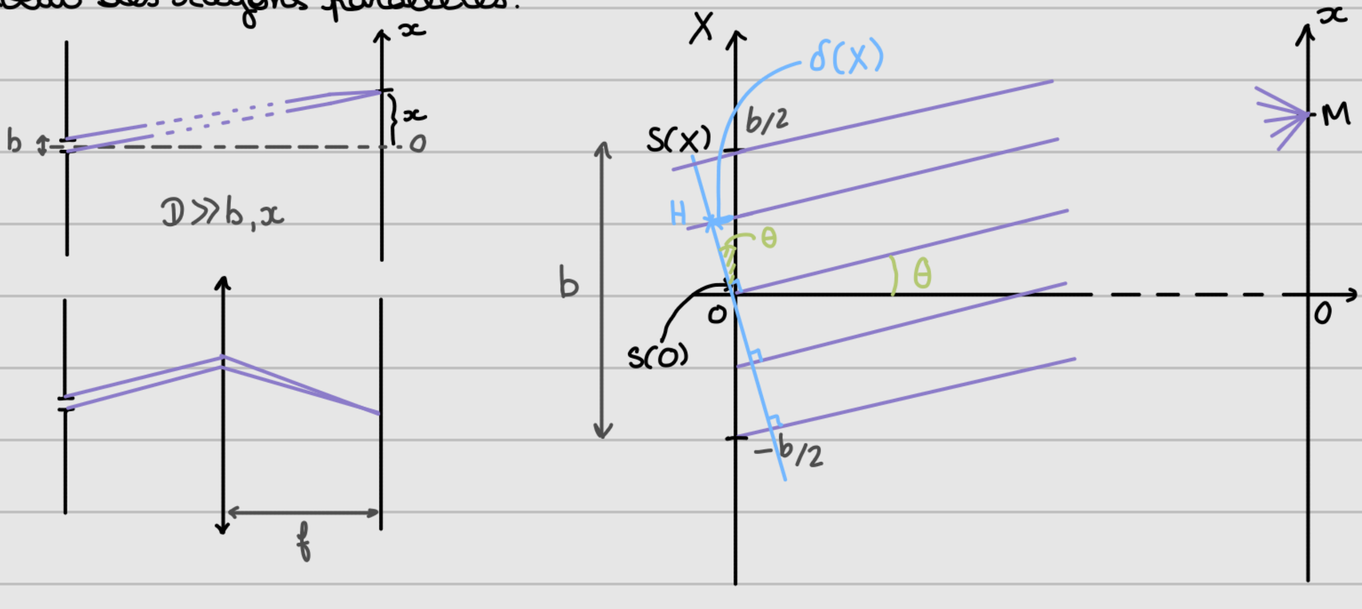
diffraction ≈ interférences d'une infinité de sources

2 types de diffractions :

- de Fresnel, dit en champ proche
- de Fraunhofer, à l'infini

2/ Diffraction de Fraunhofer

On veut des rayons parallèles.



• <u>signal issu de S(X) au point M</u> :

$$s(X,t) = A \exp\left[i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0}(L)_{S(X)M}\right)\right]$$

• <u>signal total</u> :

$$s'(t) = \int_{-b/2}^{b/2} s(X,t)\, dX = \int_{-b/2}^{b/2} A e^{i\omega t} e^{-\frac{2i\pi}{\lambda_0} n\, S(X)M} dX$$

← somme continue

$$= A e^{i\omega t} \int_{-b/2}^{b/2} \exp\left[-\frac{2i\pi}{\lambda_0}\left(\delta(X) + nOM\right)\right]$$

→ $S(X)M = HM - HS(X)$

$$(L)_{S(X)M} = \underbrace{(L)_{HM}}_{=(L)_{OM}} - \underbrace{(L)_{HS(X)}}_{=\delta(X)}$$

, avec $\delta(X) = nX\sin\theta$

$$= A e^{i\omega t} e^{-\frac{2i\pi}{\lambda_0} nOM} \int_{-b/2}^{b/2} e^{-\frac{2i\pi}{\lambda_0}\delta(X)} dX$$

$$= \underbrace{A e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0}(L)_{OM}\right)}}_{=A'} \int_{-b/2}^{b/2} e^{-\frac{2i\pi}{\lambda_0} nX\sin(\theta)} dX$$

avec $A' = A e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0}(L)_{OM}\right)}$

$$= A' \left[\frac{e^{-\frac{2i\pi}{\lambda_0} nX\sin\theta}}{-\frac{2i\pi}{\lambda_0} n\sin\theta}\right]_{X=-b/2}^{X=b/2}$$

$$= A' \left(\frac{e^{-\frac{2i\pi}{\lambda_0} n\frac{b}{2}\sin\theta} - e^{\frac{2i\pi}{\lambda_0} n\frac{b}{2}\sin\theta}}{-\frac{2i\pi}{\lambda_0} n\sin\theta}\right)$$

$$= A' b \frac{\sin\left(\frac{\pi n b\sin\theta}{\lambda_0}\right)}{b\frac{\pi n\sin\theta}{\lambda_0}} = A' b \frac{\sin(u)}{u}$$

$$= A' b\, \mathrm{sinc}(u) \quad \text{avec } u = \frac{\pi n b \sin\theta}{\lambda_0}$$

≡ sinus cardinal

• <u>Intensité</u> : $I(\theta) \equiv I(u) = K' \langle s s^* \rangle$ ← conjugué

$$= K' \langle A' b\,\mathrm{sinc}(u)\, \overline{A'}\, b\,\mathrm{sinc}(u) \rangle$$

$$= K' \langle A e^{i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0}(L)_{OM}\right)} b\,\mathrm{sinc}(u)\, A e^{-i\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda_0}(L)_{OM}\right)} b\,\mathrm{sinc}(u) \rangle$$

$$= K' \langle A^2 b^2 \mathrm{sinc}^2(u) \rangle$$

$$= K A^2 b^2 \mathrm{sinc}^2(u)$$

dev. limité de $\sin u$

→ étude de I : $\lim\limits_{u\to 0} \frac{\sin(u)}{u} = \lim\limits_{u\to 0} \frac{u - u^3/6 + \dots}{u} = \lim\limits_{u\to 0}\left(1 - \frac{u^2}{6} - \dots\right) = 1$

donc : $\lim_{u \to 0} I = K'A^2b^2 \equiv I_0$

$\Rightarrow$ On note finalement : $I(u) = I_0 \,\text{sinc}^2(u)$

On cherche les extrema : $\frac{dI}{du} = 0$

$$\frac{dI}{du} = \frac{d\, I_0 \left(\frac{\sin u}{u}\right)^2}{du} = 2 I_0 \frac{\sin u}{u} \frac{d \frac{\sin u}{u}}{du}$$

$$= 2 I_0 \frac{\sin u}{u} \left(\frac{u\cos(u) - \sin(u)}{u^2} \right)$$

↳ 3 possibilités : * $\frac{\sin u}{u} = 0$ (1)

* $u\cos(u) - \sin(u) = 0$ avec $u \neq 0$ (2)

* $u = 0$ (3)

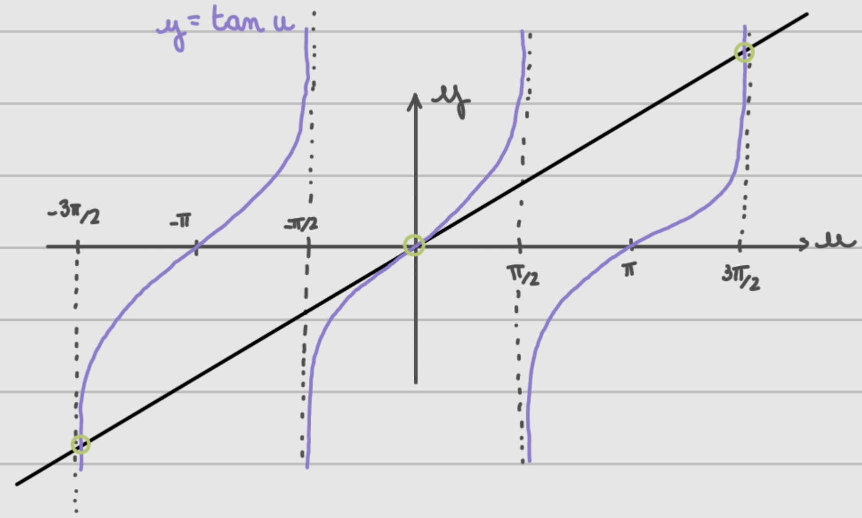
(1) Si $\frac{\sin(u)}{u} = 0$ alors $I(u) = 0$ or, $I \geq 0$ donc $I(u) = 0$ se produit aux minimas (franges sombres)

$\Leftrightarrow \sin(u) = 0$ avec $u \neq 0$

Les minimas sont à $\boxed{u_k = k\pi \ , \ k \in \mathbb{Z}^*}$

$\Leftrightarrow \frac{n\pi b \sin\theta_k}{\lambda_0} = k\pi \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{\sin\theta_k = \frac{k\lambda_0}{nb}}$

(2) Si $u\cos(u) - \sin(u) = 0 \Leftrightarrow u = \tan(u)$



Solutions : $u = 0$ (cas n° 3)

$u \simeq \frac{3\pi}{2}$

$u \simeq -\frac{3\pi}{2}$

$u \simeq \pm\frac{5\pi}{2}$; $\pm\frac{7\pi}{2}$; ...

$\Rightarrow \begin{cases} u = 0 \\ \boxed{u_{k'} = k'\pi + \frac{\pi}{2}} \ , \ k' \in \mathbb{Z} \setminus \{-1, 0\} \end{cases}$ maxima

Ces solutions sont des maxima de $I(u)$.

$$\boxed{\sin(u_{k'}) = \sin\left(k'\pi + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(k'\pi) = (-1)^{k'}}$$

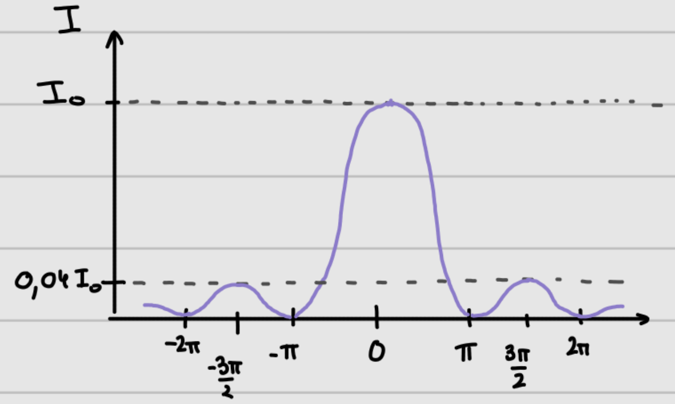
$$\Rightarrow I(u_{k'}) = \frac{I_0 \, (-1)^{2k'}}{\left(k'\pi + \frac{\pi}{2}\right)^2} = \frac{I_0}{\left(k'\pi + \frac{\pi}{2}\right)^2}$$

$\rightsquigarrow$ Pour $k' = 1$:

$$I = \frac{I_0}{\left(\pi + \frac{\pi}{2}\right)^2} = \frac{I_0}{\left(\frac{3\pi}{2}\right)^2} \simeq I_0 \, (0{,}02)^2$$

$$\simeq 0{,}04 \, I_0$$

$\simeq 4\%$ de I_0



Exercice 1 :

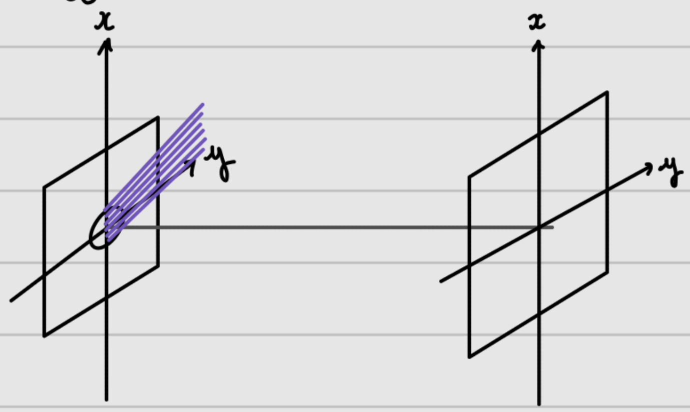
1) On a : $\sin\theta_k = \dfrac{k\lambda}{nb} \iff b = \dfrac{k\lambda}{n \sin\theta_k}$

On prend $k = 1$ (1er minimum) et $n = 1$ (air) : $b = \dfrac{\lambda}{\sin\theta_k} = \dfrac{0{,}65 \times 10^{-6}}{\sin\left(\frac{5\pi}{180}\right)} = 7{,}46 \times 10^{-6}\ m = 7{,}46\ \mu m$

2) On a : $\sin\theta_k = \dfrac{k\lambda}{nb}$ et $\tan\theta_1 = \dfrac{L}{2D}$. On prend $k = 2$, $n = 1$ et on estime que $\theta \ll 1$.

Donc : $\dfrac{k\lambda}{b} = \dfrac{L}{2D} \iff \lambda = \dfrac{Lb}{2Dk} = \dfrac{3 \times 10^{-2} \times 0{,}168 \times 10^{-3}}{2 \times 2 \times 2} = 6{,}3 \times 10^{-7}\ m = 630\ nm$

3/ Diffraction par une pupille circulaire



$$s(t) = \int_{\mathcal{D}} dX \int dY \, s(X,Y,t)$$

↳ changement de variable : $\{X,Y\} \to \{\rho, \varphi\}$ ≡ coordonnées polaires

facteur de Bessel d'ordre 1

$$s(t) = AR^2 e^{i(\omega t - \frac{2i\pi}{\lambda_0}(L)_{OM})} \cdot \frac{J_1(u)}{u}$$

$$\rightsquigarrow u = \frac{2\pi R \sin(\theta)}{\lambda_0}$$

Les zéros de $J_1(u)$: $u_1 \simeq 3{,}83$

$u_2 \simeq 7{,}02$

→ <u>Intensité</u> : $I(u) = A^2 b^4 \left(\frac{J_1(u)}{u}\right)^2$

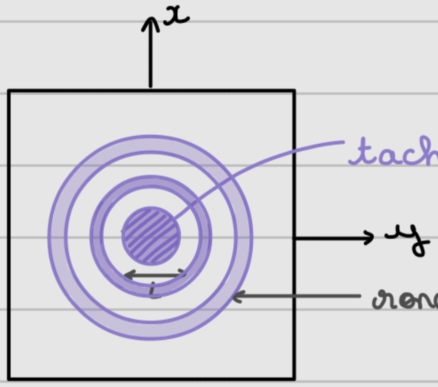
minima : $J_1(u) = 0$ avec $u \neq 0$

↳ 1er minima : $u_1 \simeq 3{,}83$

$$\Rightarrow \sin(\theta_1) = \underbrace{\frac{3{,}83}{\pi}}_{\approx 1{,}22} \frac{\lambda_0}{2R}$$

$$\boxed{\sin(\theta_1) \simeq 1{,}22 \frac{\lambda_0}{d}}$$

d ← diamètre



4/ Diffraction et interférence

Les deux effets se superposent :