

TD 2 – Dipôles / Lois de Kirchhoff

1. Puissance dans un résistor.

- a) Calculer la puissance dissipée par une résistance de $6,8\text{k}\Omega$ lorsque qu'elle est parcourue par un courant de 20mA .

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = 6,8 \cdot 10^3 * (20 \cdot 10^{-3})^2 = 6,8 \cdot 10^3 * 4 \cdot 10^{-4} = 2,72 \text{ W}$$

- b) Calculer la puissance dissipée par une résistance de 390Ω soumise à une différence de potentiel de 25V .

$$P = U^2 / R = 25 * 25 / 390 = 1,60 \text{ W}$$

- c) Sachant que la puissance maximale dissipée est de 250mW , calculer l'intensité maximale admissible dans une résistance de $1,5\text{M}\Omega$. Que se passe-t-il si cette valeur est dépassée ?

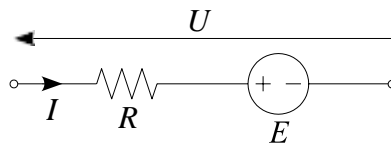
$$P_{\text{max}} = R \cdot I_{\text{max}}^2 \Rightarrow I_{\text{max}} = \sqrt{(P_{\text{max}}/R)} = \sqrt{(250 \cdot 10^{-3} / (1,5 \cdot 10^6))} = \sqrt{(2,5 \cdot 10^{-7} / 1,5)} = 4,08 \cdot 10^{-4} = 0,408\text{mA}$$

Au-delà, risque de destruction du résistor par échauffement (effet Joule).

2. Loi d'Ohm et puissance.

- a) Calculer la tension U et les puissances (pour l'ensemble du circuit, pour la source de tension et pour le résistor en indiquant pour chacun si elle est reçue ou générée).

Valeurs numériques : $E = 18 \text{ V}$ $R = 3,3 \Omega$ $I = 1,5 \text{ A}$



$$U = E + R \cdot I = 18 + 3,3 * 1,5 = 23\text{V}$$

Puissance totale reçue par les 2 dipôles (convention récepteur) : $P_{\text{tot}} = U \cdot I = 23 * 1,5 = 34,5\text{W} > 0$ donc puissance consommée.

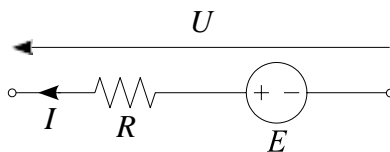
Puissance reçue par le générateur de tension (en convention récepteur) : $P_g = E \cdot I = 27\text{W} > 0$ donc le générateur consomme de l'énergie !

Puissance reçue par le résistor (en convention récepteur) : $P_r = (U - E) \cdot I = R \cdot I^2 = 7,4\text{W} > 0$ donc le résistor consomme de l'énergie (toujours le cas).

On a $P_{\text{tot}} = P_g + P_r$

- b) Calculer l'intensité du courant I et les puissances (pour l'ensemble du circuit, pour la source de tension et pour le résistor en indiquant pour chacun si elle est reçue ou générée).

Valeurs numériques : $E = 24 \text{ V}$ $R = 2,2 \Omega$ $U = 15 \text{ V}$



$$U = E - R \cdot I \Rightarrow I = (E - U) / R = 9 / 2,2 = 4,1\text{A}$$

Puissance totale générée (convention générateur) : $P_{\text{tot}} = U \cdot I = 61,5\text{W} > 0$ donc fournie au reste du circuit.

Puissance générée par le générateur de tension (convention générateur) : $P_g = E \cdot I = 24 * 4,1 = 98,4\text{W} > 0$ donc fournit de l'énergie au reste du circuit.

Puissance reçue par le résistor (convention récepteur) : $P_r = R \cdot I^2 = 2,2 * 4,1^2 = 37,0\text{W} > 0$ donc puissance consommée.

On a $P_{\text{tot}} = P_g - P_r$

3. Caractéristique statique et point de fonctionnement.

On étudie le point de fonctionnement de deux dipôles connectés l'un à l'autre.

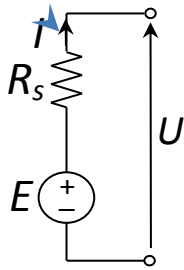


Figure 1

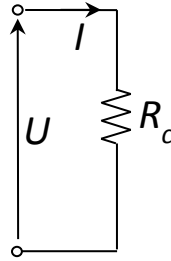


Figure 2

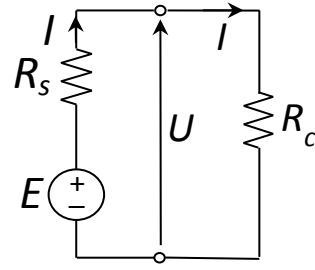


Figure 3

- a) En tenant compte des conventions utilisées dans chaque cas (à préciser), déterminer la caractéristique $U=f_s(I)$ du dipôle source réelle de tension (Figure 1) et la caractéristique $U=f_c(I)$ du résistor (Figure 2).

Dipôle source réelle de tension : $U = E - R_s \cdot I$

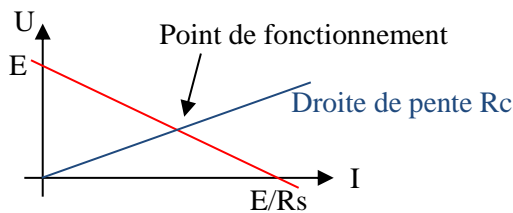
Résistor : $U = R_c \cdot I$

- b) Pour quelle valeur de R_s la source réelle se comporte-t-elle comme une source idéale ?

La caractéristique de la source idéale est $U = \text{constante}$ indépendante de I . Il faut donc $R_s = 0$.

On connecte les bornes de la source réelle de tension à celle du résistor comme indiqué sur la figure 3.

- c) Tracer ces deux caractéristiques statiques dans le même plan ($I; U$).



- d) Situer sur la caractéristique statique le point de fonctionnement du circuit réalisé. A quel système d'équations sont associées les caractéristiques de ce point ?

Point de fonctionnement à l'intersection entre les 2 droites. Solution graphique.

On peut aussi trouver le point de fonctionnement comme la solution du système des 2 équations linéaires : $U = E - R_s \cdot I$ et $U = R_c \cdot I$

- e) Déterminer graphiquement comment varie l'intensité du courant I si la résistance R_c augmente ? Si elle diminue ? Ce résultat était-il attendu ?

Si R_c augmente, alors la pente de la droite représentant le résistor augmente et le point d'intersection se déplace vers la gauche donc I diminue. Ce résultat était attendu puisque la résistance totale du circuit ($R_s + R_c$) augmente pour une même valeur de tension E du générateur de tension idéale.

- f) Si $E = 10 \text{ V}$, $R_s = 0,5 \Omega$ et $R_c = 5 \Omega$, calculer l'intensité I et la tension U .

$$U = E - R_s \cdot I \quad (1) \quad \text{et} \quad U = R_c \cdot I \quad (2)$$

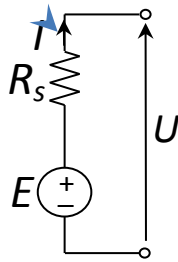
$$R_c \cdot I = E - R_s \cdot I \quad \Leftrightarrow \quad I = E / (R_c + R_s) = 10 / 5,5 = 1,82 \text{ A}$$

$$U = R_c \cdot I = 5 \times 1,82 = 9,1 \text{ V}$$

4. Source réelle de tension.

On effectue deux mesures sur une pile :

- En circuit ouvert, on mesure entre ses bornes une tension de 5V.
 - En circuit fermé sur une charge, lorsque l'intensité du courant débité par la source est égale à 100mA, la tension à ses bornes est égale à 4,98V.
- a) Dessiner le modèle de source de tension réelle et déterminer la tension de source et la résistance interne de ce modèle.



En circuit ouvert, $I = 0$ donc $U = E$
 $\Rightarrow E = 5V$ tension de source

Si $I = 100mA$, alors $U = E - R_s \cdot I$
 Donc $R_s = (E - U)/I = 0,02/0,1 = 0,2 \Omega$

- b) Calculer l'intensité du courant de court-circuit de la pile.

$$E = R_s \cdot I \quad \Leftrightarrow I = E/R_s = 5/0,2 = 25 \text{ A}$$

- c) Si l'on connecte aux bornes de la source un résistor de résistance de $8,2 \Omega$, calculer la tension à ses bornes et l'intensité du courant qui circule.

$$E = (R_s + R) \cdot I \quad \Rightarrow I = E/(R_s + R) = 5 / 8,4 = 0,595 \text{ A}$$

$$U = E - R_s \cdot I = 5 - 0,2 \times 0,595 = 4,88V$$

5. Application des lois de Kirchhoff à des circuits simples.

Pour chacun des circuits, écrire les équations au(x) maille(s) et au(x) nœud(s). Présenter les sous forme d'un système d'équations permettant de déterminer les tensions et intensités du circuit. Calculer les grandeurs inconnues (fléchées sur les circuits).

Circuit 1 : Loi des mailles $E - R \cdot I = 0$ donc $I = E/R = 0,05A = 50mA$

Circuit 2 : Loi des mailles $E + R_1 \cdot I + R_2 \cdot I = 0$ donc $I = -E/(R_1 + R_2) = -9/30 = -0,3 \text{ A}$. On peut remarquer que les sens correspondent à une convention récepteur (contre une convention générateur au circuit 1), ce qui explique le signe négatif du courant.

Circuit 3 : Une loi des nœuds : $I = I_1 + I_2$.

Deux lois des mailles : $E - R_1 \cdot I_1 = 0$ et $R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 = 0$ (mais autre choix possible).

$$E - R_1 \cdot I_1 = 0 \Rightarrow I_1 = E/R_1 = 10/1000 = 10mA$$

$$R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 = 0 \Rightarrow I_2 = R_1 \cdot I_1 / R_2 = 10^3 \cdot 10^{-2} / (5 \cdot 10^2) = 10^{-1} / 5 = 0,02A = 20mA$$

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = 30mA$$

Circuit 4 : Une loi des mailles : $U - R \cdot I = 0 \Rightarrow U = R \cdot I = 2kV$

Circuit 5 : Une loi des mailles : $U + R_2 \cdot I + R_1 \cdot I = 0 \Rightarrow U = - (R_1 + R_2) \cdot I = -30 \times 15 \cdot 10^{-3} = -0,45V$

Circuit 6 :

Deux lois des mailles : $U - R_1 \cdot I_1 = 0$ (1) et $R_1 \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 = 0$ (2)

Une loi des nœuds : $I + I_2 = I_1$ (3)

$$(2) \text{ et } (3) : R_1 \cdot (I + I_2) + R_2 \cdot I_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad (R_1 + R_2) \cdot I_2 = - R_1 \cdot I$$

$$\Rightarrow I_2 = - R_1 \cdot I / (R_1 + R_2) = - 1000 \times 6 \cdot 10^{-3} / 1500 = - 4 \text{ mA}$$

$$(3) I_1 = I + I_2 = 2 \text{ mA}$$

$$(1) U = R_1 \cdot I_1 = 2 \text{ V}$$

Circuit 7 :

$$2 \text{ lois des mailles : } E + (R_1 + R_3) \cdot I_1 - R \cdot I = 0 \quad (1) \quad \text{et} \quad (R_1 + R_3) \cdot I_1 + R_2 \cdot I_2 = 0 \quad (2)$$

$$1 \text{ loi des nœuds : } I_2 = I + I_1 \quad (3)$$

$$(3) \text{ et } (2) \quad (R_1 + R_3) \cdot I_1 + R_2 \cdot (I + I_1) = 0 \Rightarrow I_1 = - R_2 \cdot I / (R_1 + R_2 + R_3)$$

$$(1) \quad E - (R_1 + R_3) \cdot R_2 \cdot I / (R_1 + R_2 + R_3) - R \cdot I = 0 \Rightarrow E = [(R_1 + R_3) \cdot R_2 / (R_1 + R_2 + R_3) + R] \cdot I$$

$$I = E / [(R_1 + R_3) \cdot R_2 / (R_1 + R_2 + R_3) + R] = 6 / [15 \times 15 / 30 + 10] = 0,34 \text{ A} = 340 \text{ mA}$$

$$I_1 = - R_2 \cdot I / (R_1 + R_2 + R_3) = -15 \times 0,34 / 30 = -0,17 \text{ A} = -170 \text{ mA}$$

$$I_2 = I + I_1 = 170 \text{ mA}$$