

# TD1

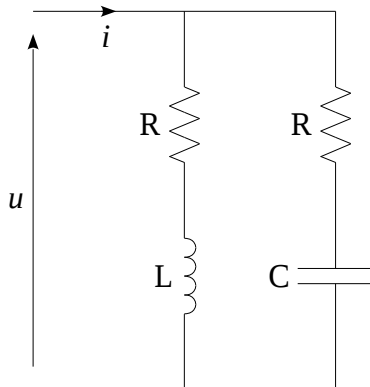
## Etude des circuits en régime sinusoïdal

### 1. Représentation complexe d'une grandeur sinusoïdale.

- a) La tension du réseau alternatif EDF a pour expression  $u = 325 \cos(314t - 30^\circ)$  .
- Calculer sa fréquence et sa période
  - Déterminer sa phase à l'origine
  - Déterminer l'amplitude complexe de cette tension sous forme exponentielle et cartésienne
- b) Déterminer l'amplitude complexe sous forme exponentielle et cartésienne des grandeurs suivantes :
- $u = -7 \cos(2t + 40^\circ)$
  - $i = 4 \sin(10t + 10^\circ)$
- c) Déterminer les fonctions sinusoïdales de pulsation  $\omega$  décrites par les amplitudes complexes suivantes :
- $\underline{I} = -3 + j4$
  - $\underline{U} = j8e^{-j20^\circ}$
- d) Utiliser les amplitudes complexes pour calculer l'intensité  $i = i_1 + i_2$  :
- $i_1 = 4 \cos(\omega t)$                        $i_2 = 3 \sin(\omega t)$
  - $i_1 = 4 \cos(\omega t + 30^\circ)$                $i_2 = 5 \sin(\omega t - 20^\circ)$

## 2. Impédance.

- a) Pour chaque circuit, déterminer sous forme cartésienne son impédance et son admittance équivalente. Représenter en fonction de la pulsation  $\omega$  l'évolution du module et de l'argument de l'impédance.
- Une résistance en série avec une bobine.
  - Une résistance en série avec un condensateur.
  - Une bobine en série avec un condensateur.
  - Une résistance en parallèle avec une bobine.
  - Une résistance en parallèle avec un condensateur.
  - Une bobine en parallèle avec un condensateur.
- b) On applique une tension  $u = U_{\max} \cos(\omega t)$  (avec  $U_{\max} = 10 \text{ V}$ ) aux bornes d'un circuit constitué d'une résistance de  $2\Omega$  en série avec une bobine d'inductance  $1\text{mH}$ .  
Pour des fréquences égales à  $100\text{Hz}$  puis  $1\text{kHz}$  :
- Déterminer l'expression de l'intensité du courant sous la forme  $i = I_{\max} \cos(\omega t - \phi)$ .
  - Représenter le diagramme vectoriel des tensions et de l'intensité.
  - Calculer la puissance moyenne reçue par le circuit.
- c) Reprendre les questions de l'exercice b) avec un circuit constitué d'une résistance de  $100\Omega$  en parallèle avec un condensateur de capacité  $5\mu\text{F}$ .
- d) On considère le circuit ci-dessous.



- Si  $u$  et  $i$  sont en phase, que peut-on en déduire concernant l'impédance équivalente du circuit.
- Quelle valeur faut-il donner à la capacité  $C$  pour que  $u$  et  $i$  soient en phase indépendamment de la fréquence ?
- Quelle est alors la valeur de l'impédance équivalente du circuit ?

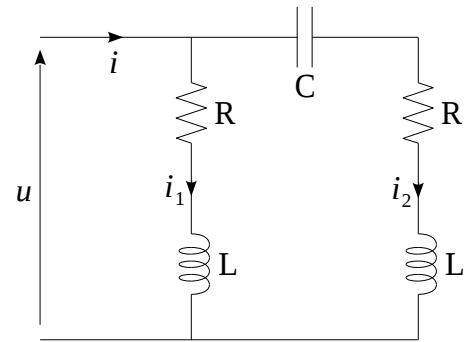
### 3. Diviseurs.

a)

Si l'on souhaite qu'un moteur à courant alternatif monophasé tourne, une solution consiste à faire circuler deux courants en quadrature (déphasés de  $90^\circ$ ) dans deux bobinages distincts.

On suppose que les deux bobinages sont identiques et assimilables à des circuits RL série.

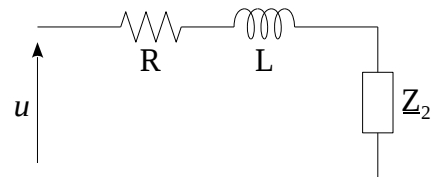
On propose de connecter un condensateur en série avec un des deux bobinages, comme indiqué sur la figure ci-contre.



- Le courant  $i_2$  sera-t-il en avance ou en retard sur le courant  $i_1$  ? Montrer alors que l'on peut écrire la relation suivante :  $\frac{I_1}{I_2} = -j k$
- En utilisant le diviseur de courant, exprimer en fonction de R et de L la capacité C du condensateur permettant de vérifier la relation précédente.
- Que vaut alors le facteur k.

b)

On alimente un récepteur d'impédance  $Z_2 = 25 e^{j\pi/3}$  par une ligne ayant une résistance égale à  $1\Omega$  et une réactance égale à  $0,5\Omega$ .



- Si la tension  $u$  a pour valeur efficace 240V, utiliser le diviseur de tension pour calculer la valeur efficace de la tension aux bornes du récepteur.
- Calculer le déphasage de la tension  $u$  par rapport à la tension aux bornes du récepteur.

### 4. Puissances.

a)

On applique une tension sinusoïdale d'amplitude maximale 100V à un circuit linéaire. L'intensité maximale du courant est alors égale à 20A, le courant est retardé de  $40^\circ$  par rapport à la tension.

Calculer les puissances actives et réactive absorbées par le circuit.

b)

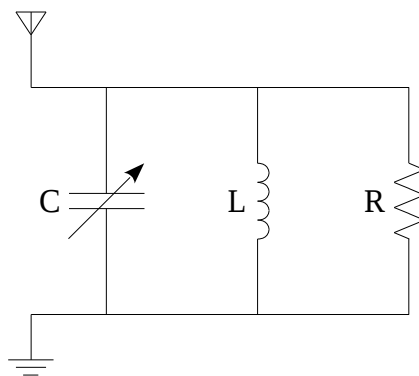
Calculer les puissances active et réactive des circuits suivant lorsqu'on applique à leurs une tension de valeur efficace 110V et de fréquence 60Hz (préciser si ces puissances sont physiquement absorbée ou fournie par le circuit) :

- Un résistor et une bobine en série
- Un résistor et un condensateur en série
- Un résistor et une bobine en parallèle
- Un résistor et un condensateur en parallèle

**Valeurs numériques :**  $R = 10\Omega$   $L = 50\text{mH}$   $C = 400\mu\text{F}$

## 5. Circuit résonnant.

- a) Une bobine de résistance série  $R_L = 3\Omega$  et d'inductance  $L = 100\text{ mH}$  est connectée en série avec un condensateur de capacité  $C = 50\text{ pF}$  et un résistor de résistance  $R = 6\Omega$ . Ce circuit est connecté à un générateur délivrant une tension sinusoïdale d'amplitude indépendante de la fréquence. Calculer la pulsation de résonance en intensité, le facteur de qualité, la bande passante du circuit ainsi que les pulsations à mi-puissance.
- b) Concevoir un circuit RLC série ayant une bande passante de  $20\text{ rad/s}$  et une pulsation propre de  $1000\text{ rad/s}$  (on impose  $R = 10\Omega$ ).
- c) On représente sur la figure ci-dessous le tuner d'un récepteur radio. L'antenne est connectée à un circuit RLC parallèle servant à sélectionner une fréquence particulière. La capacité  $C$  du condensateur est variable et permet de s'accorder sur la fréquence souhaitée, la résistance  $R$  représente la résistance d'entrée de l'amplificateur HF.



- Déterminer l'admittance du circuit RLC parallèle vu par l'antenne.
- Exprimer cette admittance sous la forme suivante :

$$\underline{Y} = \frac{1}{R} (1 + jQ(\omega/\omega_0 - \omega_0/\omega))$$

Préciser l'expression de la pulsation propre  $\omega_0$  et du facteur de qualité  $Q$ .

- Quelle est la nature du phénomène se produisant à la pulsation propre  $\omega_0$ .
- Pour un récepteur radio FM, l'onde reçue par l'antenne est dans une gamme de fréquence allant de  $87,5\text{ MHz}$  à  $108\text{ MHz}$ . Calculer la plage de variation de capacité  $C$  du condensateur nécessaire pour couvrir toute la bande FM si  $L = 4\mu\text{ H}$ .
- Si l'on souhaite que la bande passante du circuit n'excède pas  $100\text{ kHz}$ , calculer la valeur minimale de la résistance  $R$ .

### Correction 1

a) La tension du réseau alternatif EDF a pour expression  $u = 325 \cos(314t - 30^\circ)$  .

• Fréquence  $F = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{314}{2\pi}$   $F = 50 \text{ Hz}$

Période  $T = \frac{1}{F} = \frac{1}{50}$   $T = 20 \text{ ms}$

• Phase à l'origine  $\Psi = -30^\circ$

• Amplitude complexe  $\underline{U} = 325 e^{-j30^\circ} \approx 281,46 - j162,5$

b) Déterminer l'amplitude complexe sous forme exponentielle et cartésienne des grandeurs suivantes :

•  $u = -7 \cos(2t + 40^\circ)$   $\underline{U} = 7 e^{j220^\circ} \approx -5,36 - j4,5$

•  $i = 4 \sin(10t + 10^\circ)$   $\underline{I} = 4 e^{j-80^\circ} \approx 0,69 - j3,94$

c) Déterminer les fonctions sinusoïdales de pulsation  $\omega$  décrites par les amplitudes complexes suivantes :

•  $\underline{I} = -3 + j4$   $i = 5 \cos(\omega t + 126,87^\circ)$

•  $\underline{U} = j8 e^{-j20^\circ}$   $u = 8 \cos(\omega t + 70^\circ)$

d) Utiliser les amplitudes complexes pour calculer l'intensité  $i = i_1 + i_2$  :

•  $i_1 = 4 \cos(\omega t)$   $i_2 = 3 \sin(\omega t)$

$\underline{I}_1 = 4$

$\underline{I}_2 = -j3$

$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 4 - j3 = 5 e^{-j36,87^\circ}$

$i = 5 \cos(\omega t - 36,87^\circ)$

•  $i_1 = 4 \cos(\omega t + 30^\circ)$   $i_2 = 5 \sin(\omega t - 20^\circ)$

$\underline{I}_1 = 4 e^{j30^\circ} \approx 3,46 + j2$

$\underline{I}_2 = 5 e^{-j110^\circ} \approx -1,71 - j4,7$

$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 1,75 - j2,7 \approx 3,22 e^{-j57^\circ}$

$i = 3,22 \cos(\omega t - 57^\circ)$

Remarque : l'intensité maximale de la somme est plus faible que la plus petite des deux intensités