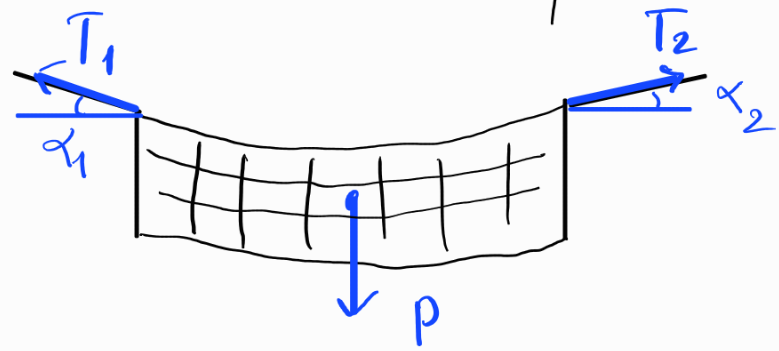
TD 3 - Statique graphique

1. Principe Fondamentale de la Statique (P.F.S)

1.2.



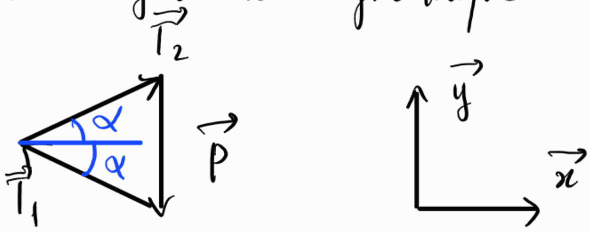
La P.F.S nous donne :

$$\sum \vec{F}_i^{ext} = \vec{0}$$

- Dans ce cas, il y a 3 forces : 2 tensions des cables $\vec{T_1}, \vec{T_2}$ le pésanteur du fillet $\vec{P}$

$$\Leftrightarrow \quad \vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = \vec{0}$$

On peut supposer que le filet est symétrique $\Leftrightarrow \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$



La somme des forces en projection sur la direction $\vec{y}$:

$$T_1 \cdot \sin\alpha + T_2 \cdot \sin\alpha - P = 0$$

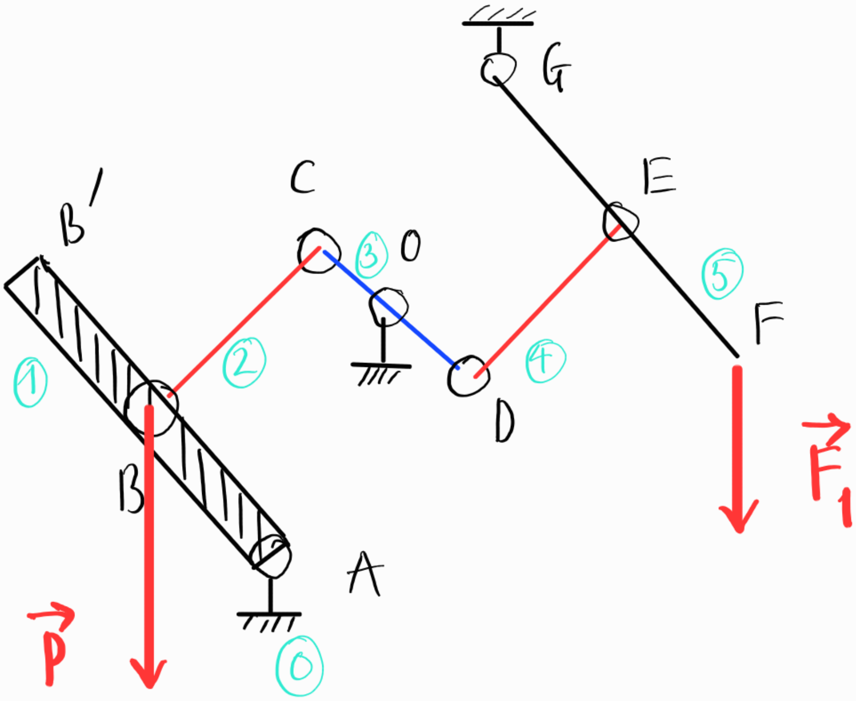
$$\Leftrightarrow \quad (T_1 + T_2) \sin\alpha = P$$

$$\Leftrightarrow \quad T_1 + T_2 = \frac{P}{\sin\alpha}$$

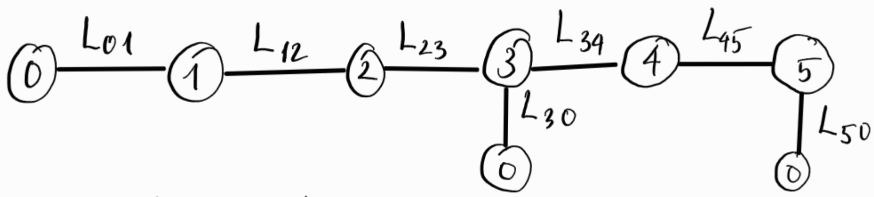
Quand $\alpha \to 0 \Leftrightarrow \sin\alpha \to 0 \Leftrightarrow \dfrac{P}{\sin\alpha} \longrightarrow \infty \to$ impossible en physique

Donc $\alpha \neq 0 \Leftrightarrow$ on n'a jamais le filet à l'horizontal

2.4. Exercice le Pont-levis à zigzag

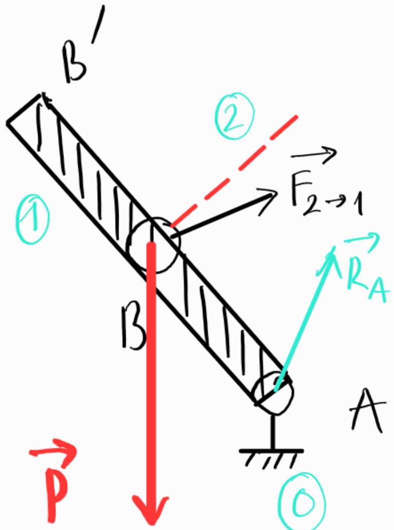


- Ici, on peut trouver qu'il y a 6 solides dans ce système :
  Solide 0 : le sol, le mur, le plafond – les solides fixs.
  Solide 1 : le pont AB', solide 2 : la barre BC, solide 3 : la barre CD, solide 4 : la barre DE, solide 5 : la barre GF.
- Les liaisons :

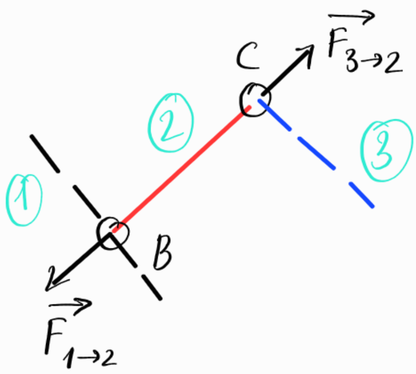


- Les actions mécaniques extérieurs du système :
  $\vec{F_1}$, $\vec{P}$, $\vec{R_A}$, $\vec{R_O}$, $\vec{R_G}$
- Pour isoler le système, la façon la plus simple est qu'on isole tous les solides dans le système. On va isoler les solides et lister les forces extérieures du solide.

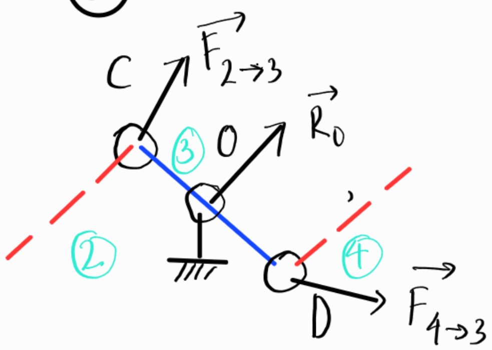
• Solide ①



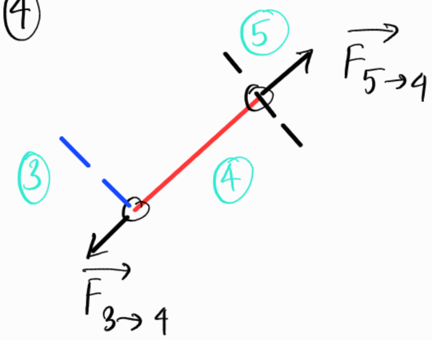
• Solide ②



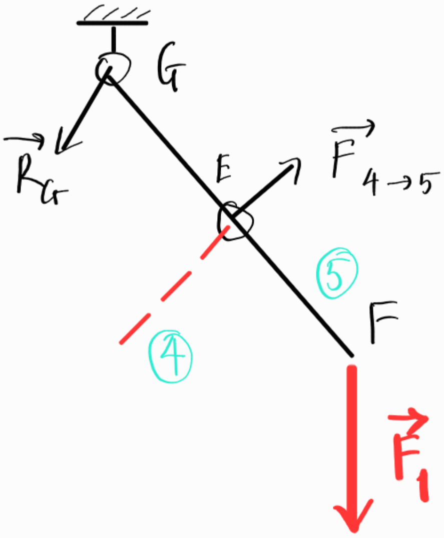
• Solide ③



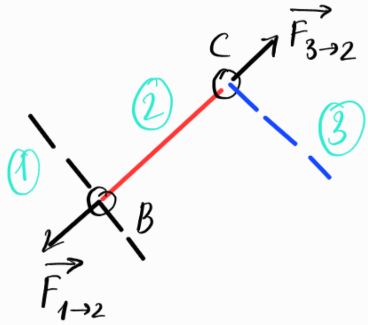
• Solide ④

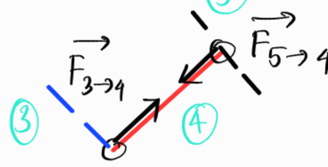


• Solide ⑤



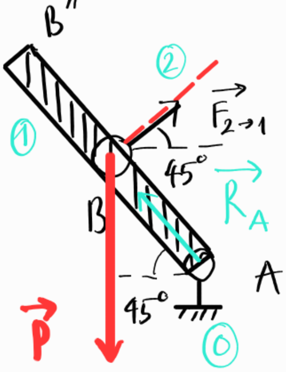
→ Parmi ces 5 solides, les solides ② et ④ sont les solides soumis à 2 forces et on peut voir que le solide ② est en traction et solide ④ est en compression.





Et avec le principe d'actions réciproques, on a : $\vec{F}_{i\to j} = -\vec{F}_{j\to i}$ $(i,j = 1,\dots,5)$

⊕ Solide ①



On est dans le cas d'un solide soumis à 3 forces → Soit les lignes de force se croisent soit les lignes de force sont parallèles.

⇒ Dans ce cas les lignes de force doivent se croiser au point B.

D'après la P.F.S :

$$\begin{cases} \vec{P} + \vec{F}_{2\to1} + \vec{R}_A = \vec{0} \\ \text{Pour un point } I \text{ quelconque, } \sum M_I(\vec{F}) = 0 \end{cases}$$

Si on choisit le point A :

$$\underbrace{M_A(\vec{R}_A)} + M_A(\vec{F}_{2\to1}) + M_A(\vec{P}) = 0$$

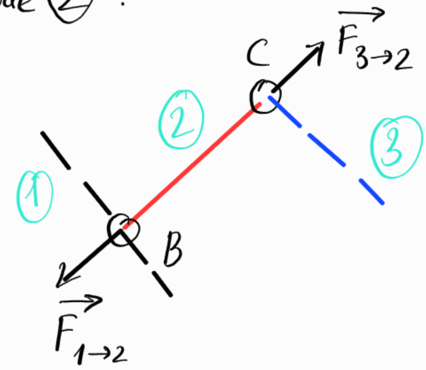
$$\Leftrightarrow \quad 0 \quad - AB \cdot F_{2\to1} + AB\cos 45° \cdot P = 0$$

le bras de levier $= 0$

$\rightarrow \quad AB \cdot F_{2\to1} = AB \cdot \cos 45^\circ \cdot P$

$\Leftrightarrow \quad F_{2\to1} = P\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

⊕ Solide ②:

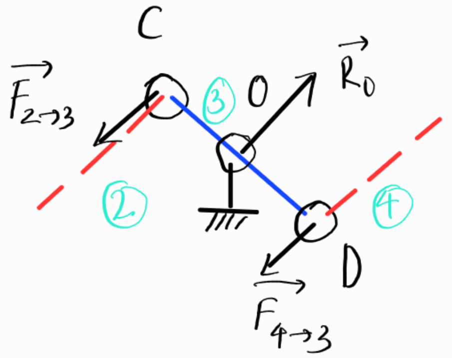


Solide soumis à 2 forces $\rightarrow \vec{F}_{3\to2} = -\vec{F}_{1\to2}$

et $\vec{F}_{1\to2} = -\vec{F}_{2\to1}$

$\Rightarrow F_{3\to2} = F_{2\to1} = F_{1\to2} = P\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

⊕ Solide ③:



$\vec{F}_{2\to3} = -\vec{F}_{3\to2}$

$\vec{F}_{4\to3} = -\vec{F}_{3\to4}$

Toutes les barres sont inclinées d'un angle à 45°

$\rightarrow \quad \vec{F}_{2\to3} \,//\, \vec{F}_{4\to3}$

$\rightarrow$ On est dans le cas d'un solide soumis à 3 forces parallèles $\rightarrow \vec{R}_0 \,//\, \vec{F}_{4\to3} \,//\, \vec{F}_{2\to3}$

+ On calcule la somme des moment au point O :

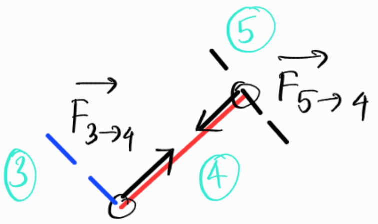
P.F.S $\rightarrow \sum M_0 = 0 \Leftrightarrow M_0(\vec{F}_{2\to3}) + M_0(\vec{R}_0) + M_0(\vec{F}_{4\to3}) = 0$

$\Leftrightarrow \quad OC \cdot F_{2\to3} + 0 - OD \cdot F_{4\to3} = 0$

$\Leftrightarrow \quad OC \cdot F_{2\to3} = OD \cdot F_{4\to3}$

$\underset{OC = OD}{\Leftrightarrow} \quad F_{2\to3} = F_{4\to3} = F_{3\to4} = F_{3\to2} = P\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

+ Solide ④ :

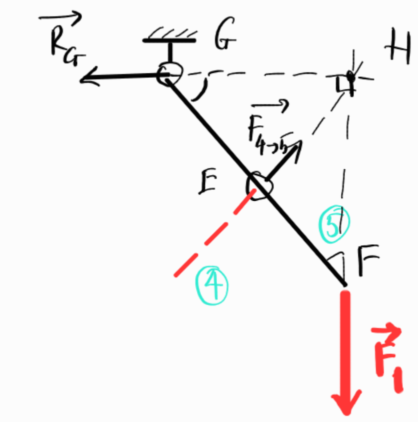


C'est le cas d'un solide soumis à 2 forces

$\Leftrightarrow \quad \vec{F}_{5\to4} = -\vec{F}_{3\to4}$

$\Leftrightarrow \quad F_{5\to4} = F_{3\to4} = P\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

④ Solide ⑤



C'est le cas d'un solide soumis à 3 forces et ces 3 forces se croisent au point H.

Dans ce cas : $GE = EF$, les angles aux F et G sont 45°

→ GHF est un demi carré, GH est horizontal.

- On calcule la somme de moment au point G :

$$\sum M_G = M_G(\vec{R_G}) + M_G(\vec{F_{4\to5}}) + M_G(\vec{F_1}) = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad 0 + GE \cdot F_{4\to5} - GH \cdot F_1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad GE \cdot F_{4\to5} = GF \cdot \cos 45° \cdot F_1$$

$$\Leftrightarrow \quad GE \cdot F_{4\to5} = 2GE \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} F_1$$

$$\Leftrightarrow \quad F_{4\to5} = \sqrt{2} F_1$$

$$\Leftrightarrow \quad F_1 = \frac{F_{4\to5}}{\sqrt{2}} = \frac{P\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{P}{2}.$$