Université Gustave Eiffel
Licence Physique Chimie S1 - CC2 de cinématique et dynamique du point.
Temps d'examen : 1h30 - Calculatrice non autorisée - 28/11/2022

On rappelle que : $\cos\frac{\pi}{6} = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$; $\cos\frac{\pi}{3} = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

Nom - TD N° :

1. Ressorts.

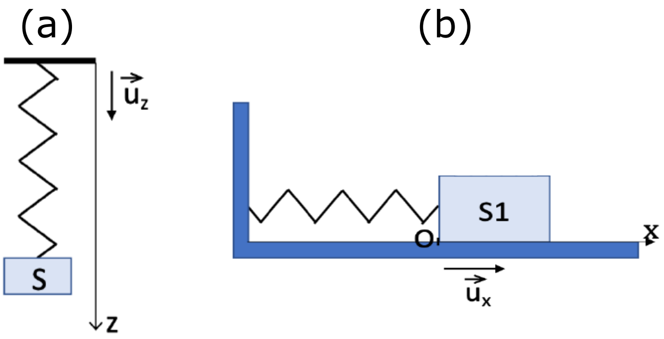

FIGURE 1 – (a) Ressort vertical (b) Ressort horizontal.

A. Un ressort, de longueur à vide L_0, de raideur k, sans masse, est suspendu verticalement par l'une de ses extrémités. On accroche un solide S, de masse m, à l'extrémité libre du ressort (cf. Fig. 1 (a)). À l'équilibre, le ressort s'allonge d'une longueur h.

a) Faire un schéma pour représenter le ressort à vide puis le ressort avec le solide S suspendu, et y indiquer la longueur h.

b) Exprimer les forces appliquées au solide en fonction du vecteur $\vec{u}_z$ et les représenter sur le schéma.

c) À l'aide du principe fondamental de la dynamique, exprimer k en fonction de h, m, et de la norme de l'accélération de la pesanteur g.

d) Application numérique. On donne $m = 150$ g, $h = 3$ cm, et $g = 10$ m.s^{-2}. Déterminer la valeur de la raideur k.

B. Le ressort, sans masse, de longueur à vide L_0, et de raideur k, est maintenant placé sur une table horizontale, et attaché à un bâti fixe par l'une de ses extrémités (Fig. 1 (b)). Un solide S1, de masse m_1, est accroché à l'extrémité libre du ressort et peut glisser sans frottement sur la table. À l'équilibre, S1 est situé au point 0 d'abscisse $x_0 = 0$.

a) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur S1 lorsqu'il se trouve à la position $x(t) \neq x_0$ et les représenter sur le schéma.

b) À l'aide du principe fondamental de la dynamique, montrer que l'équation différentielle du mouvement s'écrit $m_1\ddot{x} + kx = 0$ où $\ddot{x}$ représente la dérivée seconde par rapport au temps de la coordonnée x.

c) À l'équation obtenue en b), on propose une solution de la forme $x(t) = A\cos(\omega t)$. A quelle condition cette solution est-elle acceptable ?

d) Représenter schématiquement la solution sur un graphe en y annotant la période T du mouvement et donner, sans démonstration, la relation entre ω et T.

2. Mesure du coefficient de frottement statique.

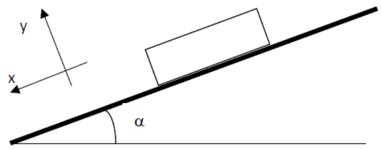

FIGURE 2 – Schéma de l'expérience réalisée en TP. La boîte est représentée par le rectangle et la plaque en acier par le trait noir en gras.

Le système étudié est une boite à fond plat en plastique posée sur une plaque en acier (voir Figure 2). La boite est de masse m et l'on peut y ajouter différentes masses M. Pour une masse M donnée, on incline la plaque en acier jusqu'à ce que la boite dévale à un angle α_c. Les valeurs de α_c pour différentes masses sont données dans le tableau suivant :

(m+M) (kg)	130	180	230	280	330	380
α_c (°)	29,2	29,4	30,0	30,8	30,0	30,6

On se propose de modéliser le système pour exploiter les valeurs expérimentales.

a) Sur la figure 2, représenter les forces qui agissent sur la boîte.

b) Quelle est la relation entre les deux composantes de la réaction du support tant qu'il n'y a pas de glissement ?

c) Donner l'expression des composantes de toutes les forces dans le repère proposé Figure 2.

d) Déterminer la relation entre α_c et le coefficient de frottement statique μ_s. Cette relation est-elle compatible avec les données expérimentales du tableau ? Application numérique : calculer le μ_s pour la troisième valeur du tableau.

e) On incline la plaque en acier à un angle $\alpha > \alpha_c$ et la boîte se met en mouvement. Quelles sont les caractéristiques de la force de frottement solide ? (direction, sens, norme).

3. Cinématique en coordonnées polaires.

Un objet ponctuel évolue dans le plan (O, x, y) et on souhaite décrire son mouvement par l'utilisation des coordonnées polaires (ρ, θ).

a) Donner la relation permettant de déterminer les coordonnées cartésiennes à partir des coordonnées polaires.

b) On donne les équations horaires des coordonnées polaires $\rho(t) = \rho_0$ et $\theta(t) = \omega t + \phi$ où $\rho_0 = 2$ m, $\omega = 2\pi$ rad.s^{-1} et $\phi = \pi/6$ rad sont des constantes. Donner les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$ correspondantes.

c) Calculer x et y en $t = 0$ s, et représenter ce point sur un schéma. Sur le même schéma, faire apparaitre les coordonnées polaires (ρ, θ) ainsi que les vecteurs de la base $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$.

d) Quel angle forme le vecteur $\vec{u}_\rho$ avec la demi-droite (Ox) lorsque $t = 1/12$ s ? Même question pour le vecteur $\vec{u}_\theta$.

e) Exprimer le vecteur position dans la base $(\vec{u}_\rho, \vec{u}_\theta)$.

f) Quelle est la forme de la trajectoire ? Justifier.