

摘 要

J. H. Wilkinson^[2]建立了非奇异矩阵的逆是矩阵元素的连续函数的理论。G. W. Stewart^[2]推出了矩阵的广义逆的连续性。为了得到Drazin逆的连续性, 本文先给出了 M -矩阵、 H -矩阵类的逆的连续性。Campbell和Meyer^[2]也给出了Drazin逆的连续性性质, 但没有给出明显的边界。

Drazin逆对扰动是很不稳定的。然而, 在某种特定的扰动条件下, 矩阵 $(A + E)^D$ 与 A^D 的接近程度能够得到量化且也能得到明显的相对误差边界。基于Drazin逆的不同形式, 很多科学家和学者从事这一方面的研究。U. G. Rothblum给出的Drazin逆的以下的表达式:

$$A^D = (A - H)^{-1}(I - H) = (I - H)(A - H)^{-1}$$

其中 $H = I - AA^D = I - A^DA$ 。基于这个表达式, 我们在本文中也给出了 $\|(A + E)^D - A^D\|_2 / \|A^D\|$ 和 $\|(A + E)^\# - A^D\|_2 / \|A^D\|_2$ 的范数估计, 并与前人的成果进行了比较。

关键词: M -矩阵, H -矩阵, Drazin逆, Pseudo-Drazin逆, 条件数

ABSTRACT

The theory that the inverse of a nonsingular matrix is continuous function of the elements of the matrix was established by J. H. Wilkinson^[2]. The continuity of the generalized inverse A^+ of a matrix A was introduced by G. W. Stewart^[2]. In this paper, at first, the continuity of the special matrices inverse, such that M –matrices and H –matrices, respectively, are provided. Campbell and Meyer^[2] also established the continuity properties of Drazin inverse, but the explicit bound was not given.

The Drazin inverse is unstable with respect to perturbation. However, under some specific perturbation, the closeness of the matrices $(A + E)^D$ and A^D can be proved and the explicit bound the relation error can also be obtained. Based on the different representations of Drazin inverse, many scientists and scholars have worked it research. U. G. Rothblum gave the following representation of Drazin inverse:

$$A^D = (A - H)^{-1}(I - H) = (I - H)(A - H)^{-1}$$

where $H = I - AA^D = I - A^D A$. Based on the representation, we also obtain the norm estimate of $\|(A + E)^D - A^D\|_2 / \|A^D\|$ and $\|(A + E)^\# - A^D\|_2 / \|A^D\|_2$ and compare with the precedent results.

Keywords: M –matrices, H –matrices, Drazin inverse, Pseudo-Drazin inverse, Condition number

目 录

第一章 绪论	1
1.1 研究工作的背景与意义	1
1.1.1 研究工作的背景	1
1.1.2 研究工作的意义	1
1.2 国内外研究历史与现状	3
1.3 本文的主要贡献与创新	3
1.4 本文的结构安排	3
1.5 本章小结	3
第二章 基于趋势预测算法的理论基础	4
2.1 卫星在轨异变数据分析	4
2.1.1 低信噪比	4
2.1.2 非平稳性	4
2.2 小波分析理论	5
2.2.1 小波的定义	6
2.2.2 连续小波变换	7
2.2.3 离散小波变换	9
2.3 自回归滑动平均 (ARMA) 预测模型	10
2.3.1 ARMA模型的定义	11
2.3.2 ARMA序列的相关函数	11
2.3.2.1 自相关函数	12
2.3.2.2 偏相关函数	13
2.3.3 ARMA模型的参数估计	14
2.4 支撑向量机回归 (SVR) 预测模型	15
2.4.1 SVR的定义	15
2.4.2 SVR的优化	17
2.4.3 SVR参数的选取	18
2.5 本章小结	19
第三章 基于趋势预测算法的实验仿真	20
3.1 实验方案及预测结果评判指标	20
3.1.1 实验方案	20

3.1.2 预测结果评判指标	21
3.2 实验流程	22
3.2.1 实验数据的选取	22
3.2.2 小波分解	22
3.2.3 对低频分量的平稳性检验及预测	22
3.2.4 对高频分量的平稳性检验及预测	24
3.2.5 对预测值进行小波重构	30
3.3 实验结果比较、分析	30
3.4 本章小结	31
致 谢	32
参考文献	33
攻硕期间取得的研究成果	34

第一章 绪论

1.1 研究工作的背景与意义

本论文依托于国家“973”项目“卫星故障演变规律与故障反演技术”。本项目基于两颗国防卫星，从2011年至2013年近两年半的数十种遥测信号，在时域、频域、时频联合域及其他变换域，对卫星在轨异变状态进行研究。项目主要研究内容包括，对卫星遥测信号异变状态的特征提取，分析不同特征参数的演变趋势，建立特征参数模型，最后对卫星状态异变进行短期预测。本项目旨在，通过对卫星遥测信号的分析，能够掌握卫星的健康状况，即卫星的异变状态，从而为卫星管理人员提供正确的决策参考。

1.1.1 研究工作的背景

本论文的研究工作，是在国内卫星系统不断扩大，对卫星运行的稳定性和卫星寿命水平的要求不断提高的同时提出的。研究工作不仅仅要求对卫星故障进行诊断和预测，同时对卫星的异变状态的检测和预测也提出了要求。

卫星“状态异变”的含义较“故障信号”更为广泛。在卫星系统中，故障信号指的是卫星的机械装置或者电路系统已经不能完成预设的功能时产生的信号，即已经出现了功能性缺失^[1]；而状态异变包括故障信号，它还包括，在发生功能性缺失的前后，设备产生的不同于正常状态下的信号。在此要说明的是，异变信号的出现可能伴随着故障的生成，也有可能不会引起故障，即设备出现扰动，但是并未造成功能性缺失。所以，相较于故障信号，状态异变更具有隐蔽性，随机性。这样对信号特征的提取，建模，乃至预测的难度都大大提高。在本论文及项目中，研究对象状态异变信号使用的都是实际的卫星遥测信号，由于遥测信号的接收、干扰等因素，信号的野值较多，质量较差。并且卫星遥测信号，大多具有非平稳的特性。这些因素对状态异变信号的分析 and 预测工作提出了更大的挑战。

1.1.2 研究工作的意义

首先，卫星造价昂贵，工艺复杂，制造周期长，且具有唯一性，一旦卫星因异变而损坏废弃，造成的损失将非常严重。所以研究卫星状态的异变并预测，对卫星行业具有极其重要的意义。

对于投资巨大和庞大复杂的卫星系统，可靠性和安全性是迫切需要的。否则，一次故障可能导致灾难性的后果和巨大的经济损失。如1986年1月美国“挑战

者”号航天飞机失事导致7名宇航员全部遇难；1999年4月9日到5月4日的不到一个月的时间里，美国大力神4B、雅典娜2、德尔它2运载火箭等发射连续失败，损失达十亿美元；1999年11月日本H2运载火箭发射失败，损失2.99亿美元；2000年11月，印度INSA-2B卫星丧失对地指向功能，造成重大损失；2003年2月1日美国哥伦比亚号航天飞机在返回途中解体，机组人员全部遇难。可见，对卫星系统的故障乃至状态异变进行诊断和预测，对航天事业的健康发展有着重要意义。

其次，目前我国的卫星在数量、型号、功能等各方面不断增加，加上国外势力对我国卫星的干扰等其他因素，传统的异变分析及预测方法将不再完全适用于目前的卫星状况。所以研究更可靠的预测算法必然是目前的趋势。

随着在轨卫星数量、设计寿命和型号种类的不断增加，维持其安全稳定运行变得越来越重要，在轨管理的难度也逐年加大。在轨卫星长期运行在空间环境中，受到多种不确定性因素的作用，其性能与功能可能会出现变化，反映在遥测参数上也会有些变化，如果在轨卫星发生异常，相应的遥测参数的变化趋势也会发生改变。因此，分析在轨卫星的遥测数据变化规律，选择相适应的数据预测方法，对遥测数据进行预测，并在此基础上实现预警，可以在早期及时发现遥测数据的异常变化，有效避免可能发生的重大故障，降低卫星在轨运行的风险，同时为异常的处理赢得宝贵时间，这对于提高卫星在轨运行的安全性和可靠性具有重要的意义^[2]。

最后，当前卫星异变状态分析和预测工作通常是一项耗时、重复和劳动强度很大的工作^[3]。所以研究自动化的卫星状态异变的预测算法将为卫星管理工作带来极大的便利。

在大部分情况下，卫星管理人员采用手工检查卫星遥测数据的方式来确定卫星是处于健康状态还是异变状态，以及卫星是否存在危险的趋势，以预测卫星是否在不远的将来处于故障状态。应用的具体方法或者是一些统计学估计方法，或者是通过比较卫星遥测参数的实测值与期望值之间的差异方法。这些方法存在严重的缺陷，主要是过分依赖人工经验以及难以实现故障诊断与预测的自动推理^[3]。当卫星状态异变出现了新的模式，传统方法的预测结果就会出现较大偏差。研究自动化的卫星状态异变的预测方法，既为卫星管理人员提供了便利，更重要的是，在预测精度上有显著提升，减小预测的虚警和漏警。

1.2 国内外研究历史与现状

1.3 本文的主要贡献与创新

1.4 本文的结构安排

1.5 本章小结

第二章 基于趋势预测算法的理论基础

本论文对卫星在轨异变状态的预测算法基于两种思路进行研究，第一种是基于趋势的预测算法，第二种是基于相似度的预测算法。在本章中，将详细描述基于趋势的预测算法的理论研究，而这两种算法的理论研究和验证试验的余下内容，会在之后的章节分别中逐一介绍。

在此，首先对卫星在轨异变数据进行简要的分析介绍。

2.1 卫星在轨异变数据分析

卫星结构复杂，信号种类繁多，同时收到空间环境中多种因素的干扰，卫星在轨异变数据是一个复杂的动态信号系统。因此先要对卫星信号的特征了解把握。下面就从真实的卫星信号入手，对在轨异变数据的特征进行分析。

2.1.1 低信噪比

卫星在轨异变数据的波动频率和幅度都在不断变化中，即使不存在国外势力对我国卫星恶意干扰的情况，也会因为各种因素的影响呈现小幅的高频的波动，一般将这种高频小幅波动视为噪声。

由于这些干扰因素众多，其中包括空间环境中的各种粒子对卫星工作器件的影响，还有遥测数据在发送、传播、接收过程中的干扰。这些因素对最后遥测信号的噪声影响较大，造成信噪比较低。

但是在对时间序列进行预测时，要用数学方法将噪声尽可能去掉。而由于异变信号时间序列的频率和幅度在不断变化中，只有选用自适应特点的方法对噪声进行处理才能有效。

2.1.2 非平稳性

一个平稳序列的数字特征一般表现为：均值、方差等不随时间的变化而变化，时间序列在各个时间点上的随机性服从一定的概率分布，在图形上往往表现为围绕其均值不断波动。而非平稳时间序列则表现出在不同的时间段具有不同的均值。检验序列平稳性的标准方法是单位根检验，主要有Augmented Dickey-Fuller Test (ADF)，Dickey-Fuller Test with GLS (DFGLS)，Philips-Perron, KPSS, ERS及NP等六种检验方法。本论文采用ADF单位根检验方法进行检验。

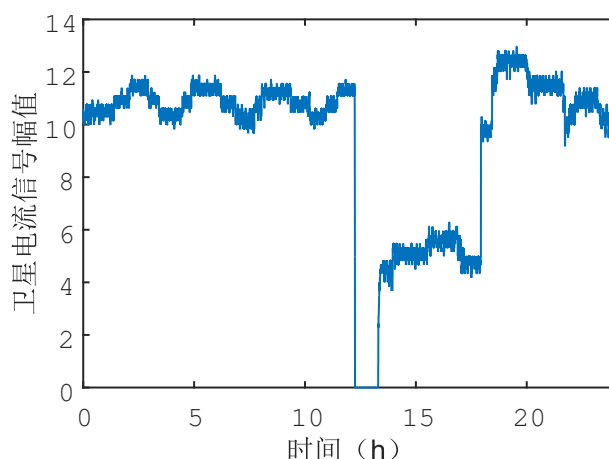


图 2-1 卫星在2011年3月份某一天内的IN4信号时域图

下面，本论文以某卫星在2011年3月份某一天内的负分流调节器分流电流（IN4）遥测信号为样例数据，其时域图如图(2-1)所示。

首先，从图(2-1)的时域数据中看来，改时间序列具有非平稳性的特点。

接下来，对该时间序列进行ADF检验，出结果见表2-1。

表 2-1 样本序列的ADF检验值

	T统计量值	P值
ADF	-2.087269	0.7163
1%显著性水平检验临界值	-3.430904	
5%显著性水平检验临界值	-2.861669	
10%显著性水平检验临界值	-2.566880	

从表2-1中可见，不能拒绝存在一个单位根的原假设，ADF统计值大于1%level、5%level和10%level的临界值，序列是非平稳的。

从整体的数据看来，卫星在轨异变数据普片具有非平稳性。

2.2 小波分析理论

在1984年，Morlet和Grossman提出小波（wavelet）一词，他们用的是法语词 ondelette，意思就是“小波”。后来在英语里，“onde”被改为“wave”而成了 wavelet^[4]。小波分析算法作为一种数学理论和方法在科学界引起越来越多的重视，并被运用到各个技术领域。

由于小波具有可以自由“变焦”的自适应窗口和紧支撑性，特别适合处理卫星信号这种细节分量多而杂的信号。因此，本论文中采用小波算法对卫星在轨异变信号进行处理分析。

2.2.1 小波的定义

小波分析，即小波变换，是从傅里叶变换发展而来，其中还经历了短时傅里叶变换，最后建立小波理论。

Fourier在1807年提出，任何函数都可以用一组正余弦函数的和来表示，这就是傅里叶分析。傅里叶变换是傅里叶分析的抽象，它是将信号分解成不同频率的数学方法。它可以将时域中某一信号变换至频域中，予以定量认识和分析，他能描述信号的整体频谱特征。从实用的角度出发，当人们考虑傅里叶分析的时候，通常指的是（积分）傅里叶变换和傅里叶级数。

时间信号函数 $f(t) \in L^1(R)$ （其中 t 表示时间域自变量），满足 $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)| dt < \infty$ 时，其连续傅里叶变换 $F(\omega)$ （其中 ω 表示时间域自变量），定义为：

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} f(t) dt \quad (2-1)$$

$F(\omega)$ 的傅里叶逆变换定义为：

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-it\omega} F(\omega) d\omega \quad (2-2)$$

为了计算傅里叶变换，需要数值积分，即取 $f(t)$ 在 R 上的离散点上的值来计算这个积分。下面给出离散傅里叶变换（DFT）的定义。

给定的离散时间序列 f_0, f_1, \dots, f_{N-1} ，设该序列绝对可和，即满足 $\sum_{n=0}^{N-1} |f_n| < \infty$ 时，序列 $\{f_n\}$ 的离散傅里叶变换定义为：

$$X(k) = F(f_n) = \sum_{n=0}^{N-1} f_n e^{-i\frac{2\pi k}{N}n} \quad (k = 0, 1, \dots, N-1) \quad (2-3)$$

序列 $\{X(k)\}$ 的离散傅里叶逆变换定义为：

$$f_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k) e^{i\frac{2\pi k}{N}n} \quad (n = 0, 1, \dots, N-1) \quad (2-4)$$

虽然傅里叶变换能够将信号的时域特征和频域特征联系起来，并分别观察，但却不能把两者有机的结合起来。这是因为傅里叶变换是一种全局的变换，从式(2-1)和式(2-3)可以看出，它是整个时间域内的积分，没有局部分析信号的功能。也就是说，对于傅里叶谱中的某一频率，不知道这个频率是在什么时候产生的。这样在信号分析中面临一对矛盾：时域和频域的局部化矛盾。

在实际的信号处理过程中，尤其是对非平稳信号的处理中，信号在任一时刻附近的频域特征都很重要。为了克服傅里叶变换在时域上无分辨率能力的缺点，Dennis Gabor引入了短时傅里叶变换（STFT），也称窗口傅里叶变换，其实质是在傅里叶变换中加一个时间窗，以给出信号的谱的时变信息。

短时傅里叶变换的基本思想是把信号划分成许多小的时间间隔，用傅里叶变换分析每一个时间间隔，以便确定该时间间隔存在的频率。其表达式为：

$$S(\omega, \tau) = \int_R f(t) g^*(t - \tau) e^{-i\omega t} dt \quad (2-5)$$

其中“*”表示复共扼， $g(t)$ 是有紧支集的函数， $f(t)$ 是进入分析的信号。 $e^{-i\omega t}$ 起频限作用， $g(t)$ 起时限作用，合在一起起时频分析作用。随着时间 τ 的变化，所确定的“时间窗”在 t 轴上移动，使 $f(t)$ “逐渐”进行分析。因此， $g(t)$ 被称为窗口函数， $S(\omega, \tau)$ 大致反映了 $f(t)$ 在时刻 τ 、频率 ω 的“信号成分”的相对含量。

由此可见，短时傅里叶变换在一定程度上克服了标准傅里叶变换不具有时域局部分析能力的缺陷，但它也存在着自身不可克服的缺陷，即当窗函数 $g(t)$ 确定后，时间宽度是一个定值，矩形窗口的形状就确定了， τ ， ω 只能改变窗口在相平面上的位置，而不能改变窗口的形状。可以说短时傅里叶变换实质上是具有单一分辨率的信号分析方法，若要改变分辨率，则必须重新选择窗函数 $g(t)$ 。因此，对于非平稳信号，短时傅里叶变换同样不适合。

所以对于在现实情况中普片存在的非平稳信号，信号分析方法希望拥有一个灵活可变的时间窗。即对于由多种频率分量组成的非平稳信号，当信号尖锐变化时，需要有一个短的时间窗为其提供更多的频率信息当信号变化平缓时，需要一个长的时间窗用于描述信号的整体行为。这就导致了小波分析的出现。

现给出小波变换的定义，对于函数 $f \in l^2(R)$ 的小波变换为：

$$w_f(a, b) = \langle f, \Psi_{a,b} \rangle = |a|^{-\frac{1}{2}} \int_R \bar{\Psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) f(t) dt \quad (2-6)$$

其中， $a, b \in R, a > 0$ ，式中 a 为伸缩（尺度）因子， b 为平移（位移）因子， $\langle \dots \rangle$ 为内积， $\bar{\Psi}$ 是 Ψ 的共轭。

$$\Psi_{a,b}(t) = |a|^{-\frac{1}{2}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2-7)$$

此函数称为小波函数族，式中 a 为伸缩因子， b 为平移因子。

2.2.2 连续小波变换

先给出平方可积的函数空间 $L^2(R)$ 的定义，它是要求在整个实数轴 R 上的满足 $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt < \infty$ 的可测函数 $f(t)$ 的全体集合，并带有相应的函数运算和内积。工程上常常说成是能量有限的全体信号的集合。

小波（基本小波或母小波）就是函数空间 $L^2(R)$ 中满足下述条件的一个函数或者信号 $\Psi(t)$ ：

$$C_\Psi = \int_{R^*} \frac{|\hat{\Psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (2-8)$$

其中， $R^* = R - 0$ 表示非零实数全体。 $\Psi(t)$ 也称为小波函数，或称母小波。式(2-8)称为容许性条件。

对于任意的实数对 (a, b) ，其中，参数 a 必须为非零参数，连续小波的函数定义式如下：

$$\Psi_{a,b}(t) = |a|^{-\frac{1}{2}} \Psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (a, b \in R; a \neq 0) \quad (2-9)$$

它是由小波母函数 $\Psi(t)$ 经伸缩和平移后生成的依赖于参数 (a, b) 的连续小波函数序列，简称为小波。其中：

- (1) 式(2-9)中 a 为伸缩因子， b 为平移因子。如果小波母函数 $\Psi(t)$ 的傅里叶变换 $\hat{\Psi}(\omega)$ 在原点 $\omega = 0$ 是连续的，那么，式(2-8)说明 $\hat{\Psi}(0) = 0$ 。这说明，函数 $\Psi(t)$ 有“波动”的特点，另外，小波函数 $\Psi(t)$ 只在原点的附近它的波动才会明显偏离水平轴，在远离原点的地方函数值将迅速“衰减”为零，整个波动趋于平静。这是称函数 $\Psi(t)$ 为“小波”函数的基本原因。
- (2) 对于任意的参数对 (a, b) ，显然 $\int_R \Psi_{a,b}(t) dt = 0$ 。但是，这里 $\Psi_{a,b}(t)$ 却是在的附近存在 $t = b$ 明显的波动，而且，有明显波动的范围的大小完全依赖于参数 a 的变化。当 $a = 1$ 时，这个范围和原来的小波函数 $\Psi(t)$ 的范围是一致的；当 $a > 1$ 时，这个范围比原来的小波函数的范围要大一些，小波的波形变矮变胖，而且，当 a 变得越来越大时，小波的波形变得越来越胖、越来越矮，整个函数的形状表现出来的变化越来越缓慢；当 $0 < a < 1$ 时， $\Psi_{a,b}(t)$ 在 $t = b$ 的附近存在明显波动的范围比原来的小波母函数的 $\Psi(t)$ 要小，小波的波形变得尖锐而消瘦。
- (3) 设初始伸缩系数为 a_0 ，当 $a > a_0$ 时，式(2-9)中 $\Psi_{a,b}(t)$ 定域增大，窗口变大；当 $a < a_0$ 时，则窗口变小，窗的高度增加，窗口面积大小不变（ b 一定时）。以上体现了小波的“变焦”能力。

为使信号分解及重构的实现在数值上是稳定的，要求小波基函数 $\Psi(t)$ 应该满足下面的约束条件：

- (1) $\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(t)| dt < \infty$ ；
- (2) $\hat{\Psi}(\omega)$ 在原点必须等于0，即 $\hat{\Psi}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(t) dt = 0$ ；
- (3) $A \leq \sum_{-\infty}^{+\infty} |\hat{\Psi}(2^{-j}\omega)|^2 \leq B$ ， $(0 < A \leq B < \infty)$ 。

对于任意的函数或者信号 $f(t) \in L^2(R)$ ，用小波函数集 $\{\Psi_{a,b}(t)\}$ 进行分解运算，其连续小波变换为：

$$W_f(a,b) = \langle f, \Psi_{a,b} \rangle = |a|^2 \int_R f(t) \bar{\Psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) dt \quad (2-10)$$

其中， $\langle \dots \rangle$ 为内积， $\bar{\Psi}$ 是 Ψ 的共轭， W 表示小波变换。因为小波母函数 $\Psi(t)$ 只有在原点的附近才会有明显偏离水平轴的波动，在远离原点的地方函数值将迅速衰减为零，整个波动趋于平静，所以，对于任意的参数对 (a,b) ，小波函数 $\Psi_{a,b}(t)$ 在 $t=b$ 的附近存在明显的波动，远离 $t=b$ 的地方将迅速地衰减到 0，因而，从形式上可以看出，式(2-10)的数值 $\Psi_f(a,b)$ 表明的本质上是原来的函数或者信号 $f(t)$ 在 $t=b$ 点附近按 $\Psi_{a,b}(t)$ 进行加权的平均，体现的是以 $\Psi_{a,b}(t)$ 为标准快慢的 $f(t)$ 的变化情况，这样，参数 b 表示分析的时间中心或时间点，而参数 a 体现的是以 $t=b$ 为中心的附近范围的大小，所以，一般称参数 a 为尺度参数，而参数 b 为时间中心参数。

小波变换的逆变换重构公式为：

$$f(t) = \frac{1}{C_\Psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W_f(a,b) \Psi_{a,b}(t) \frac{da db}{a^2} \quad (2-11)$$

2.2.3 离散小波变换

工程应用中所采集的信号（如位移量、压力、电压电荷量），都是有限长的离散信号。在实际信号处理中，出于数值计算的可行性和理论分析的简便性考虑，对连续小波 $\Psi_{a,b}(t)$ 和连续小波变换 $W_f(a,b)$ ，加以离散化处理。这一离散化都是针对连续的尺度参数 a 和连续的平移参数 b 的，而不是针对时间变量 t 的。

把连续小波变换式(2-9)中尺度参数 a 和平移参数 b 的离散化分别取作 $a = a_0^j$ ， $b = ka_0^j b_0$ ， $j \in Z$ ，扩展步长 $a_0 \neq 1$ 是固定值，为方便起见，取定 $a_0 > 1$ 与 $b_0 > 0$ 。可得到相应的离散小波集：

$$\Psi_{j,k}(t) = a_0^{-j/2} \Psi(a_0^{-j} t - kb_0) \quad (j, k \in Z) \quad (2-12)$$

离散化小波变换系数则可以表示为：

$$c_{j,k} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \Psi_{j,k}^*(t) dt \quad (2-13)$$

离散小波变换重构公式为：

$$f(t) = C \int_{j=-\infty}^{+\infty} \int_{k=-\infty}^{+\infty} c_{j,k} \Psi_{j,k}(t) + R \quad (2-14)$$

其中 C 为一个与信号无关的常数， R 为误差项。从上式可以看出，要使 $f(t)$ 能够达到不失真重构，这要求我们选取适当的 a_0 、 b_0 及 $\Psi(t)$ ，使 $\Psi_{j,k}(t)$ 构成表示信号空间上的完备集，从而实现小波集 $\{\Psi_{j,k}(t)\}$ 的精确线性表示，即使 $R = 0$ 。

基于上述小波变换的变形分析应用特征如下：

- (1) 小波变换是一种多分辨率分析，在变换中取较小的 a_0^j ，则时间的分辨率较高，这时可用于分析频率较高的建筑物的动态变形（如高层建筑的在风力作用下的摆），可以揭示建筑物动态变形特征；
- (2) 当取较大的 a_0^j 时，则频率分辨率较高，这时宜于分析频率较低的常见的建筑物变形，对分析建筑物规律并进行预报具有较好的稳健性。

设小波为 $\Psi(t)$ ，如果函数族

$$\{\Psi_{j,k}(t) = 2^{-j/2}\Psi(2^{-j}t - k); j, k \in Z\}$$

构成空间 $L^2(R)$ 的标准正交基，即满足下述条件的基：

$$\langle \Psi_{j,k}, \Psi_{l,n} \rangle = \int_R \Psi_{j,k}(t) \bar{\Psi}_{l,n}(t) dt = \delta(j-l)\delta(k-n) \quad (2-15)$$

则称 $\Psi(t)$ 是正交小波， $\delta(m)$ 其中符号的定义是：

$$\delta(m) = \begin{cases} 1, & m = 0 \\ 0, & m \neq 0 \end{cases} \quad (2-16)$$

对任何函数或信号 $f(t)$ ，有如下的级数展开：

$$f(t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} A_{j,k} \Psi_{j,k}(t) \quad (2-17)$$

其中的系数 $A_{j,k}$ 由公式 $A_{j,k} = \langle f, \Psi_{j,k} \rangle = \int_R f(t) \bar{\Psi}_{j,k}(t) dt$ 给出，称为小波系数。容易看出，小波系数 $A_{j,k}$ 正好是信号 $f(t)$ 的连续小波变换 $W_f(a,b)$ 在尺度系数 a 的二进离散点 $a_j = 2^j$ 和时间中心参数 b 的二进整倍数的离散点 $b_k = 2^j k$ 上所构成的点 $(2^j, 2^j k)$ 上的取值，因此，小波系数 $A_{j,k}$ 实际上是信号 $f(t)$ 的离散小波变换。也就是说，在对小波添加一定的限制之一下，连续小波变换和离散小波变换在形式上简单明了地统一起来了，而且，连续小波变换和离散小波变换都适合空间 $L^2(R)$ 上的全体信号。

2.3 自回归滑动平均（ARMA）预测模型

ARMA模型是由美国统计学家 George E. P. Box 和英国统计学家 Gwilym Jenkins 在二十世纪七十年代提出的时序分析模型^[5]，即自回归滑动平均模型（Auto Regressive Moving Average Model）。

用ARMA模型模拟随机性时序在实际应用中许多方便之处。例如它是线性的，只要给出少量参数后，模型就完全确定，便于处理；另外，ARMA模型具有

有理谱密度，它能逼近任何连续谱密度；最后，ARMA模型便于分析数据的结构和内在性质，也便于在线性最小方差意义下进行最佳预报和控制。

2.3.1 ARMA模型的定义

ARMA模型是AR模型和MA模型的组合。

AR模型的预测方式是通过历史的观测值和现在的干扰值的线性组合对数据的未来走势进行预测，自回归模型的数学公式为：

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \cdots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2-18)$$

其中， p 为自回归模型的阶数， $\phi_i, (i = 1, 2, \dots, p)$ 为模型的待定系数， ε_t 为误差， x_t 为平稳时间序列。

MA模型的预测方式是通过历史的干扰值和现在的干扰值的线性组合对数据的未来走势进行预测。滑动平均模型的数学公式为：

$$x_t = \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2-19)$$

其中， q 为自回归模型的阶数， $\theta_i, (i = 1, 2, \dots, q)$ 为模型的待定系数， ε_t 为误差， x_t 为一个平稳时间序列。

ARMA(p, q)的定义式为：

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \cdots + \phi_p x_{t-p} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \cdots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \quad (2-20)$$

在该模型中引入延迟算子，ARMA(p, q)模型简记为：

$$\Phi(B)x_t = \Theta(B)\varepsilon_t \quad (2-21)$$

其中， $\Phi(B) = 1 - \phi_1 B^1 - \cdots - \phi_p B^p$ 为 p 阶自回归系数多项式； $\Theta(B) = 1 - \theta_1 B^1 - \cdots - \theta_q B^q$ 为 q 阶移动平均系数多项式。

当 p 和 q 分别等于零时，ARMA模型分别退化成AR模型和MA模型。

2.3.2 ARMA序列的相关函数

在实际中，我们经常研究一对变量之间的夫系。在收集的数据处理中，用相关概念来描述两个变量之间的相依关系。它有两种形式，一种是线性相关，指两个变量之间可用线性方程来描述；另一种是非线性相关，指两变量之间需用非线性方程来描述。不过，这些都是与时间无关的随机变量之间的关联性。在时间序列分析中，需要了解与时间有关的信息在不同时刻的取值有无内在的关联性，这就需要引入相关函数的概念。

2.3.2.1 自相关函数

在 $t, t+a$ 时刻的样本记录 $X(t), X(t+a)$ 的自相关性可以通过在观察时间 T 上对这两个值的乘积作平均得到。 T 趋于无穷时, 平均乘积的极限将接近一个正确的自相关函数。用公式表示, 就是: $R_x(a) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t)x(t+a)dt$ 。零均值化后的样本自协方差函数和样本自相关函数可作为自协方差函数和自相关函数的估计。样本自协方差函数:

$$\hat{r}_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{n-k} x_t x_{t+k} \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2-22)$$

样本自相关函数:

$$\hat{p}_k = \frac{\hat{r}_k}{\hat{r}_0} \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (2-23)$$

- (1) 对于AR过程, 用 x_{t-k} 乘以式(2-18)的两端, 并取数学期望, 可得差分方程:

$$r_k = \phi_1 r_{k-1} + \phi_2 r_{k-2} + \dots + \phi_p r_{k-p} \quad (2-24)$$

当 $k > 0$ 时, x_{t-k} 和 a_t 不相关, 所以 $E[x_{t-k}a_t] = 0$ 。可得:

$$p_k = \phi_1 p_{k-1} + \phi_2 p_{k-2} + \dots + \phi_p p_{k-p} \quad (2-25)$$

当 $k = 0$ 时, 因为 $E[x_t a_t] = E[a_t^2] = \sigma_a^2$ 。可得:

$$p_k = C_1 w_1^{-k} + C_2 w_2^{-k} + \dots + C_p w_p^{-k}, k > -p \quad (2-26)$$

其中, w_1, w_2, \dots, w_p 是 $\Psi(w) = 0$ 的根, 系数 C_1, C_2, \dots, C_p 由 P 个初始值来定。

一般来说, 平稳时间序列的自相关函数是由指数衰减和衰减正弦波组成。即自相关函数的尾部不可能在延迟某步之后等于零, 而只是按负指数律衰减。因此, AR过程的自相关函数序列具有拖尾的特性。

- (2) 对于MA过程, 其自相关函数为:

$$p_k = \begin{cases} \frac{-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_q}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2} & k = 1, 2, \dots, q \\ 0 & k > q \end{cases} \quad (2-27)$$

可见, MA序列的自相关函数, 从 $k > q$ 以后全部为零。我们称这一性质为“截尾”, 反之, 可以证明, 若一平稳时间序列的自相关函数为截尾, 那么它必是MA(q)序列。

2.3.2.2 偏相关函数

MA(q)过程的自协方差或自相关函数在 q 步滞后就截止为零, 截尾性是MA序列特有的标志, 据此可以推测出MA(q)模型的阶数。而AR(p)过程的自相关函数没有截止点, 拖尾性是AR和ARMA序列的共有特性。为了构造出某种函数使得AR(p)过程在滞后 P 步之后能够截止, 引入偏相关函数的概念。

设 $\{x_t\}$ 为平稳、零均值序列, 考虑 $x_{t-1}, x_{t-2}, \dots, x_{t-k}$ 对 x_t 的线性最小方差估计, 即选择系数 $\Phi_{k1}, \Phi_{k2}, \dots, \Phi_{kk}$, 使得

$$\delta = E[x_t - \sum_{j=1}^k \phi_{kj} x_{t-j}]^2 = \gamma_0 - 2 \sum_{i,j=1}^k \phi_{kj} \phi_{ki} \gamma_{j-i}$$

达到极小。为达此目的, 对 δ 的右端分别求偏导数 $\frac{\partial \delta}{\partial \Phi_{kj}}, j = 1, 2, \dots, k$, 令其为零, 便得到 Φ_{kj} 应该满足的线性方程组:

$$\begin{pmatrix} 1 & p_1 & \cdots & p_{k-1} \\ p_1 & 1 & \cdots & p_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k-1} & p_{k-2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_k \end{pmatrix} \quad (2-28)$$

对 $k = 1, 2, \dots$, 依次利用Cramer法则, 可得:

$$\phi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{k-2} & p_1 \\ p_1 & 1 & p_1 & \cdots & p_{k-3} & p_2 \\ p_2 & p_1 & 1 & \cdots & p_{k-4} & p_3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ p_{k-1} & p_{k-2} & p_{k-3} & \cdots & p_1 & p_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & p_1 & p_2 & \cdots & p_{k-1} \\ p_1 & 1 & p_1 & \cdots & p_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{k-1} & p_{k-2} & p_{k-3} & \cdots & 1 \end{vmatrix}} \quad (2-29)$$

可以看出, 当 $k > p$ 时, AR(p)过程的行列式 ϕ_{kk} 将变为零, 因为其中的任一行可以写成其它行的线性组合。我们称 $\phi_{kk}, (k = 1, 2, \dots)$ 为 x_t 的偏相关函数。显然, 偏相关函数 ϕ_{kk} 是利用自相关函数 p_k 构造出来的。对于 p 阶自回归过程AR(p), 出现了偏相关函数序列的截尾特性: $\phi_{kk} \neq 0, k \leq p; \phi_{kk} = 0, k > p$ 。

这就是说AR(p)模型的偏相关函数是 p 步截尾的, 并且也只有AR过程的偏相关函数具有截尾的特性。

故此，我们可以依据样本的自相关、偏相关函数的截尾性和拖尾性，辨别模型类别，识别模型的阶数。

2.3.3 ARMA模型的参数估计

模型参数估计是基于ARMA模型的参数识别一个关键，它既是识别的主要目标，又是进行模型检验的基础。选择适当的时间序列模型建模，通过考察样本自相关系数与偏自相关系数的性质进行初步识别：

- 若平稳时间序列的偏相关函数是截尾的，而自相关函数是拖尾的，则可断定此序列适合AR模型。
- 若平稳时间序列的偏相关函数是拖尾的，而自相关函数是截尾的，则可断定此序列适合MA模型。
- 若平稳时间序列的偏相关函数和自相关函数均是拖尾的，则ARMA模型适合此序列。

根据上述原则，总结的识别方法可见表2-2。

表 2-2 ARMA模型识别方法

自相关系数	偏相关系数	模型识别
拖尾	p 阶截尾	AR(p)模型
q 阶截尾	拖尾	MA(q)模型
拖尾	拖尾	ARMA(p, q)模型

按照上述方法选取的模型和参数，往往并不能确认是否完全符合线性关系。所以一般也难以仅仅按照机理方法建立模型。因而必须要利用一种可行的估计模型的方法，用有限数量的参数最逼真的描述某一时间序列。故通过上述方法选取的参数，对序列 $\{x_t\}$ 由低阶到高阶逐一拟合模型ARMA(p, q)，并经有关统计量的检验选优。

有关统计量方法主要有FPE 准则（最终预测误差准则）方法、AIC 准则方法、F 检验临界值定阶准则方法等。但是，由于实际问题多种多样、随机过程千变万化，从而使统计分析计算存在误差。在本论文中，使用的是AIC 准则方法。下面就这一方法准则介绍。

AIC（Akaike's Information Criterion）准则方法是 Akaike 教授把极大似然函数用于时序模型假设检验而推导出相应的 AIC 准则：

$$AIC = -2\ln(\text{模型的极大似然度}) + 2(\text{模型的独立参数个数})$$

对于ARMA(p, q)模型而言，其极大似然度和残差方差的对数有关，因此，其 AIC 函数为：

$$AIC = N \ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) + (p + q + l) \quad (2-30)$$

在不同模型参数做比较时，希望AIC指标越小越好。

2.4 支撑向量机回归（SVR）预测模型

支持向量机（SVM）是一种基于统计学习理论的新兴的数据挖掘和机器学习方法，由Cortes Corinna和Vapnik Vladimir等发明，在1995年引入机器学习领域后^[6]，得到了广泛关注和深入发展，现在已成为数据挖掘领域的标准工具。SVM是建立在统计学习理论的VC 维理论和结构风险最小原理基础上的，它通过一个非线性映射 ϕ 将数据 x_i 映射到一个高维特征空间，并在空间进行线性回归，从而将低维特征空间的非线性回归问题转化为高维特征空间线性回归问题解决。

2.4.1 SVR的定义

支持向量回归（SVR）是支持向量机用于回归中的情况。

先考虑线性情况，设给定训练样本集：

$$S = \{(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_l, y_l)\} \subset R^n \times R$$

样本集 S 是 ε 线性近似的，如果存在一个超平面 $f(x) = \langle w, x \rangle + b$ ，其中 $w \in R^n, b \in R$ ，下面的式子成立^[7]：

$$|y_i - f(x_i)| \leq \varepsilon, i = 1, 2, \dots, l \quad (2-31)$$

图2-2显示了一个典型的线性近似。

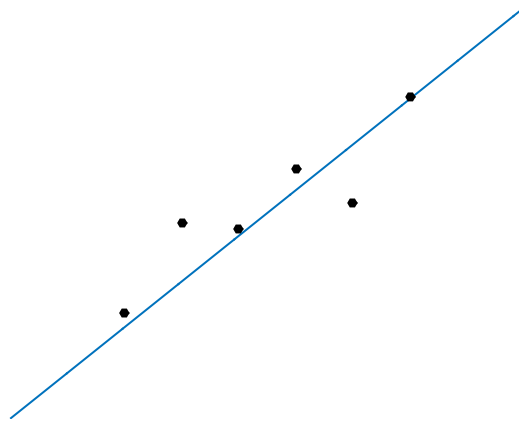


图 2-2 线性近似

引入 d_i 表示点 $(x_i, y_i) \in S$ 到超平面 $f(x)$ 的距离：

$$d_i = \frac{|\langle w, x_i \rangle + b - y_i|}{\sqrt{1 + \|w\|^2}} \quad (2-32)$$

因为 S 集是 ε 线性近似的，所以有

$$|\langle w, x_i \rangle + b - y_i| \leq \varepsilon; i = 1, 2, \dots, l$$

可得：

$$\frac{|\langle w, x_i \rangle + b - y_i|}{\sqrt{1 + \|w\|^2}} \leq \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \|w\|^2}}, i = 1, 2, \dots, l$$

于是有：

$$\frac{d_i \leq \varepsilon}{\sqrt{1 + \|w\|^2}}, i = 1, 2, \dots, l \quad (2-33)$$

式2-33表明， $\frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \|w\|^2}}$ 是 S 中的点到超平面的距离的上界。

然而 ε 线性近似集 S 的最优近似超平面是通过最大化 S 中的点到超平面距离的上界而得到的超平面^[7]。

图2-3 显示了最优近似超平面。 由这个定义能够得出最优近似超平面是通过

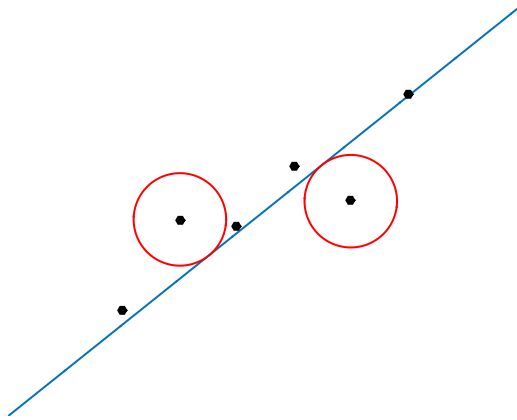


图 2-3 最优近似超平面

最大化 $\frac{\varepsilon}{\sqrt{1 + \|w\|^2}}$ （即最小化 $\sqrt{1 + \|w\|^2}$ ）得到的。因此，只要最小化 $\|w\|^2$ 就可以得到最优近似超平面。于是线性回归问题就化为求下面的优化问题：

$$\min \frac{1}{2} \|w\|^2 \quad (2-34)$$

约束为

$$|\langle w, x_i \rangle + b - y_i| \leq \varepsilon; i = 1, 2, \dots, l \quad (2-35)$$

2.4.2 SVR的优化

考虑到可能存在一定误差,因此引入两个松弛变量:

$$\xi_i, \xi_i^* \geq 0, i = 1, 2, \dots, l$$

损失函数采用是 ε 不敏感函数, 它的定义为:

$$|\xi_\varepsilon| = \begin{cases} 0 & \text{如果 } |\xi| \leq \varepsilon \\ |\xi| - \varepsilon & \text{其他} \end{cases}$$

此时的优化方程为:

$$\min \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*) \quad (2-36)$$

约束为:

$$\begin{cases} f(x_i) - y_i \leq \xi_i^* + \varepsilon & i = 1, 2, \dots, l \\ y_i - f(x_i) \leq \xi_i + \varepsilon & i = 1, 2, \dots, l \\ \xi_i, \xi_i^* \geq 0 & i = 1, 2, \dots, l \end{cases} \quad (2-37)$$

优化式(2-36)中第一项使函数更为平坦, 从而提高泛化能力, 第二项则为减小误差, 常数 C 对两者做出折中。 ε 为一正常数, $f(x_i)$ 与 y_i 的差别小于 ε 时不计入误差, 大于 ε 时误差计为 $|f(x_i) - y_i| - \varepsilon$ 。

引入拉格朗日函数:

$$\begin{aligned} L(w, b, \xi, \alpha, \alpha^*, \gamma) = & \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*) \\ & - \sum_{i=1}^l \alpha_i [\xi_i + \varepsilon - y_i + \langle w, x_i \rangle + b] \\ & - \sum_{i=1}^l \alpha_i^* [\xi_i + \varepsilon + y_i - \langle w, x_i \rangle - b] \\ & - \sum_{i=1}^l \gamma_i (\xi_i + \xi_i^*) \end{aligned}$$

其中 $\alpha, \alpha^*, \gamma_i > 0, i = 1, 2, \dots, l$

函数 L 的极值应满足条件:

$$\frac{\partial}{\partial w} L = 0, \frac{\partial}{\partial b} L = 0, \frac{\partial}{\partial \xi_i^{(*)}} L = 0$$

于是得到下面的式子:

$$\begin{cases} w = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) x_i \\ \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \\ C - \alpha_i - \gamma_i = 0 & i = 1, 2, \dots, l \\ C - \alpha_i^* - \gamma_i^* = 0 & i = 1, 2, \dots, l \end{cases} \quad (2-38)$$

将式(2-38)代入式(2-31)中，得到优化问题的对偶形式为：

$$\max -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*) \langle x_i, x_j \rangle + \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) y_i - \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) \varepsilon \quad (2-39)$$

约束为：

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \\ 0 \leq \alpha_i, \alpha_i^* \leq C \quad i = 1, 2, \dots, l \end{cases} \quad (2-40)$$

对于非线性回归，同分类情况一样，首先使用一个非线性映射 ϕ 把数据映射到一个高维特征空间，然后在高维特征空间进行线性回归。由于在上面的优化过程中只考虑到高维特征空间中的内积运算，因此用核函数 $K(x, y)$ 代替 $\langle \phi(x), \phi(y) \rangle$ 就可以实现非线性回归。于是，非线性回归的优化方程为最大化下面的函数：

$$\begin{aligned} W(\alpha_i, \alpha_i^*) = & -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*) K(x_i, x_j) \\ & + \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) y_i - \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) \varepsilon \end{aligned} \quad (2-41)$$

约束条件为式(2-40)。解出 α 的值后，可得 $f(x_0)$ 的表达式为：

$$f(x) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) K(x_i, x) + b \quad (2-42)$$

通常情况下，大部分 α_i 和 α_i^* 的值将为零，不为零的 α_i 或 α_i^* 所对应的样本被称为支持向量。

根据KKT条件，在鞍点有：

$$\begin{cases} \alpha_i [\xi_i + \varepsilon - y_i + f(x_i)] = 0 & i = 1, 2, \dots, l \\ \alpha_i^* [\xi_i + \varepsilon + y_i - f(x_i)] = 0 & i = 1, 2, \dots, l \\ (C - \alpha_i) \xi_i = 0 & i = 1, 2, \dots, l \\ (C - \alpha_i^*) \xi_i^* = 0 & i = 1, 2, \dots, l \end{cases}$$

于是可得 b 的计算式如下：

$$b = \begin{cases} y_j - \varepsilon - \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) K(x_j, x_i) & \text{当 } \alpha_j \in (0, C) \\ y_j + \varepsilon - \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) K(x_j, x_i) & \text{当 } \alpha_j^* \in (0, C) \end{cases} \quad (2-43)$$

用任意一个支持向量就可以计算出 b 的值，也可以采用取平均值的方法。

2.4.3 SVR参数的选取

在的实现过程中，参数的选取直接关系最终回归结果的准确率。目前关于SVR参数的选取问题，一般采用的方法有经验选择法、实验比较法、梯度下降法、交叉验证法、贝叶斯算法，分布估算法等等。在综合考虑了运算速度和可信度等因素之后，本论文决定采用交叉验证法来进行参数的选择。

交叉验证思想（Cross validation，简称CV），是用来验证分类器性能的一种统计分析方法，其基本思想是把在某种意义下将原始数据进行分组，一部分作为训练集，另一部分作为验证集，先用训练集对分类器进行训练，再用验证集来测试训练得到的模型，以得到的回归准确率作为评价分类器的性能指标。

2.5 本章小结

本章主要对基于趋势的预测算法的理论进行描述。

首先，对卫星在轨异变信号的特征进行分析，并根据这些特征，给出基于小波分析、ARMA 预测模型、AVR 预测模型的算法融合的预测方法。

接下来，逐一描述了小波分析、ARMA 预测模型、AVR 预测模型的基本算法理论，并给出仿真实验需要用到的参数选择方法等必要理论叙述。

第三章 基于趋势预测算法的实验仿真

在第二章中讲解了基于趋势预测算法的理论，而在本章中将根据第二章中的理论，进行仿真实验的描述。

3.1 实验方案及预测结果评判指标

3.1.1 实验方案

在此先给出基于趋势预测算法的实验方案图，如图3-1所示。

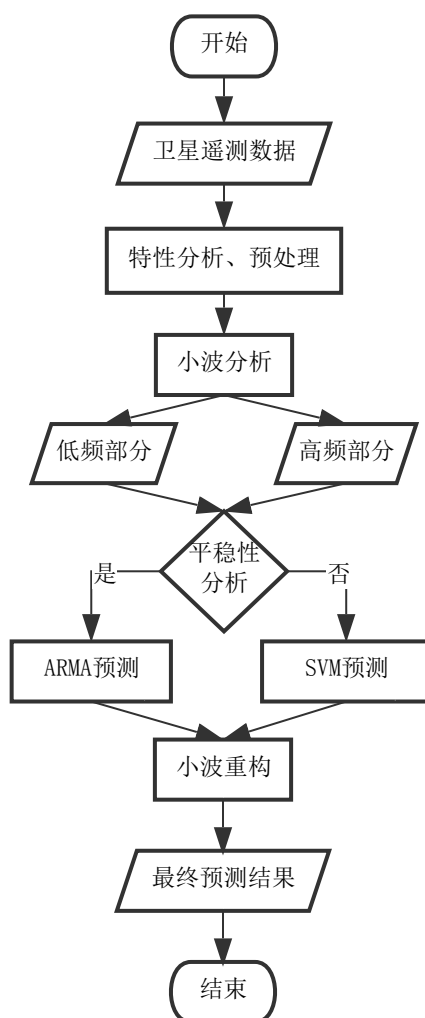


图 3-1 基于趋势预测算法的实验方案

基于趋势预测算法的实验方案，是采取算法融合的方式来对卫星在轨异变数据进行预测，主要用到小波分析算法，ARMA预测模型，SVR预测模型等方法。根据实验方案图，下面将给出具体的算法步骤：

- (1) 根据实测卫星信号 $Y : \{y_1, y_2, \dots\}$ 的时频特征，选取一个小波对信号序列进行多尺度分解，对信号的趋势进行分析，确定分解尺度 n 和最大分解层数 J 。
- (2) 信号经小波分解方法处理，得到高频序列 $d_{n,i}$ 和低频序列 $c_{J,i}$ ；
- (3) 分别对高频序列 $d_{n,i}$ 和低频序列 $c_{J,i}$ 进行数据平稳性检验。一般情况下，高频序列是满足平稳性的，而低频序列则要视情况而定。
- (4) 如果低频序列 $c_{J,i}$ 和 $d_{n,i}$ 满足平稳性验证，则对其经行ARMA预测，如果不满足，则对其进行SVR预测。
- (5) 对得到的高频预测值 $d'_{n,i+1}$ 和低频预测值 $c'_{J,i+1}$ 进行小波重构，即进行加权计算，得到最终结果 y'_{i+1} ：

$$y'_{i+1} = d'_{1,i+1} + d'_{2,i+1} + \dots + d'_{J,i+1} + c'_{J,i+1}$$

同理，根据 t_i 时刻之前的数据预测第 k 步状态值，则有：

$$y'_{i+k} = d'_{1,i+k} + d'_{2,i+k} + \dots + d'_{J,i+k} + c'_{J,i+k} \quad (3-1)$$

3.1.2 预测结果评判指标

一般时间序列预测结果的评判指标有以下三种方式：

- (1) 均方根误差：

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2} \quad (3-2)$$

- (2) 平均绝对百分比误差：

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \frac{|y_t - \hat{y}_t|}{|y_t|} \quad (3-3)$$

- (3) 平均绝对误差：

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_t| \quad (3-4)$$

3.2 实验流程

3.2.1 实验数据的选择

本实验选取的数据是某卫星在2011年5月初某一天多内，转向轮子合成的Y轴角动量（Hy）的遥测数据。其时域图如图3-2所示。

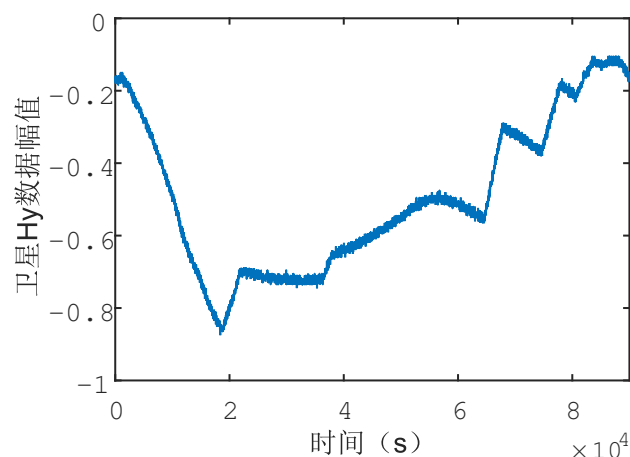


图 3-2 实验数据Hy信号时域图

从图中可以看出，数据变化趋势不固定，并且数据毛刺较多。

本实验的目标是对这段数据进行在轨实时短期预测。

3.2.2 小波分解

接下来对数据进行小波分解，综合多种因素，本实验选取db5小波，阶数选择为7。下图是得到的小波分解结果如图3-3。

从图中可以看出，随着分解层数的提高，小波分解的低频分量越平滑，高频分量展现了一些规律性。

3.2.3 对低频分量的平稳性检验及预测

在本实验中需要对低频分量进行平稳性检验，如果信号满足平稳性，则可以使用ARMA预测算法，进行预测；如果信号不满足平稳性，则需要使用SVR预测算法，进行预测。在此采用Augmented Dickey-Fuller test（ADF）单位根验证方法，利用Eviews软件来实现。

首先给出卫星遥测信号Hy的小波分解低频分量HyA7的时域图如图3-4。从时域图可以看出，低频分量HyA7是非平稳的。

本实验对序列进行ADF检验。序列不存在明显的趋势，所以选择对常数项，不带趋势的模型进行检验，检验结果如表3-1所示。结果表明不能拒绝存在一个

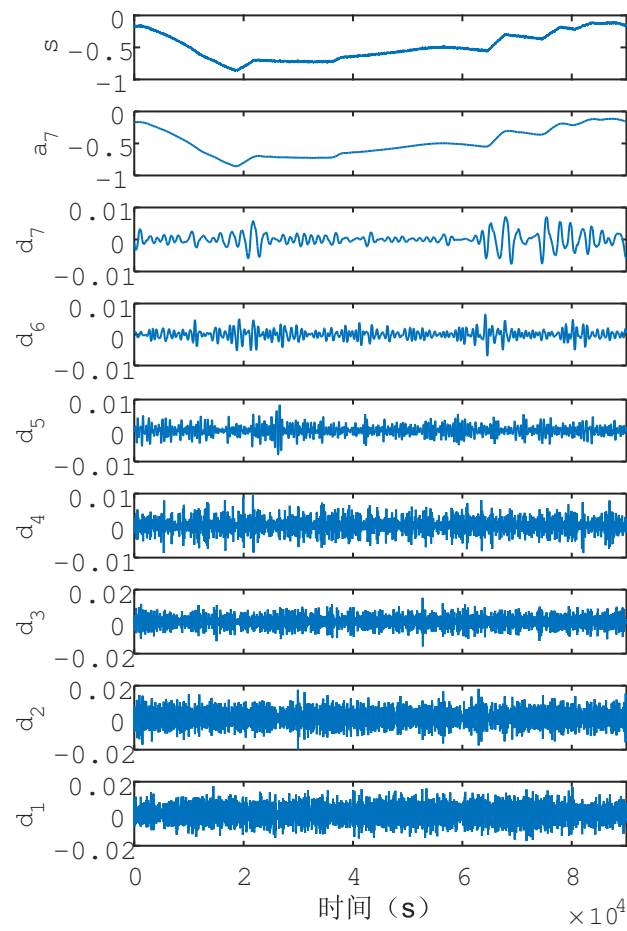


图 3-3 Hy信号的小波分解图

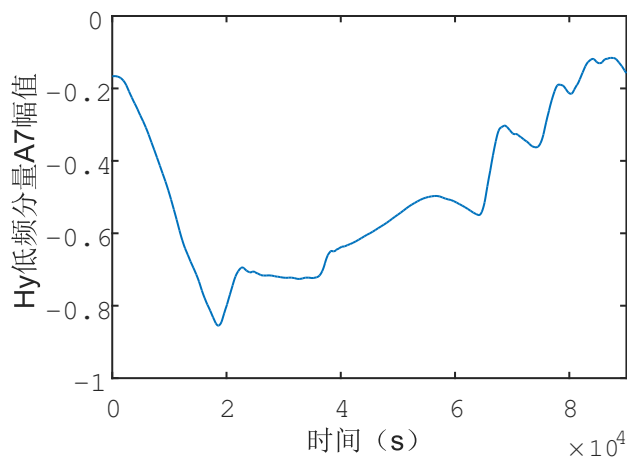


图 3-4 Hy信号小波分解低频分量HyA7时域图

表 3-1 HyA7的ADF检验结果表

	T统计量值	P值
ADF	-1.049255	0.7367
1%显著性水平检验临界值	-3.430904	
5%显著性水平检验临界值	-2.861669	
10%显著性水平检验临界值	-2.566880	

单位根的原假设，ADF统计值大于1%level、5%level和10%level的临界值，序列是非平稳的。因此，本试验将采用非稳系统分析的SVR模型对低频分量进行建模预测。

以下是对低频分量HyA7进行SVR建模预测过程。全数据段为9000个数据点，取前500个数据点对未来的10个数据点进行预测，并且采用的是在轨的动态预测方法。在轨SVR预测结果图如图3-5所示。

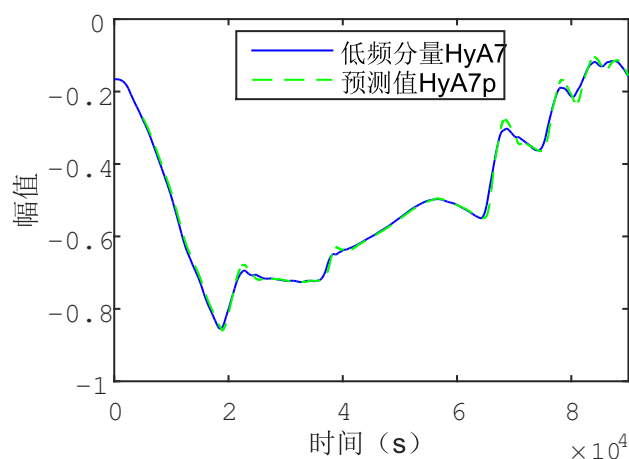


图 3-5 Hy信号小波分解低频分量HyA7时域图

在图中，蓝色的实线是原始的时域数据曲线，绿色的虚线是预测结果。可以从图中直观的看到预测结果比较理想。

3.2.4 对高频分量的平稳性检验及预测

在此，本实验取卫星遥测数据Hy的小波分解后的其中一个高频分量HyD1进行演示。HyD1的时域波形如图3-6所示。

从图中可以看到，信号是满足平稳性的。并且卫星遥测信号的小波分解高频分量一般都具有平稳性的，但是在此，我们同样要使用Eviews进行平稳性检验，并来确定ARMA的模型参数。

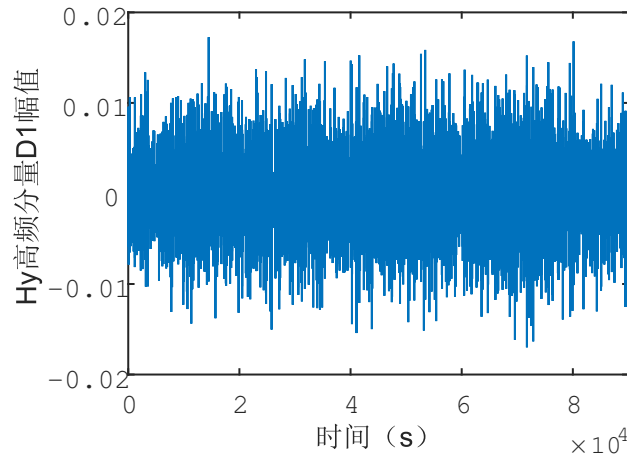


图 3-6 Hy信号小波分解低频分量HyA7时域图

试验中对高频分量HyD1进行ADF检验，检验结果如下表3-2所示，ADF统计值远小于三个比较值，序列是平稳的，可以对其进行ARMA建模预测。

表 3-2 HyA7的ADF检验结果表

	T统计量值	P值
ADF	-50.83602	0.0001
1%显著性水平检验临界值	-3.430904	
5%显著性水平检验临界值	-2.861669	
10%显著性水平检验临界值	-2.566880	

接下来确定HyD1的ARMA模型参数。先求得HyD1高频分量的相关图，如图3-7所示。

根据序列相关图中的自相关系数和偏相关系数估计模型参数，序列的自相关系数在3阶后截尾，ARMA模型参数 p 可以考虑选择2，偏自相关系数在5阶后拖尾，ARMA模型参数 q 可以考虑选择5。

但是在选择ARMA模型参数时，通过自相关系数和偏相关系数估计出的参数只能作为参考，而目前常用的信息准则为AIC、BIC、FPE等。AIC准则是最小信息准则，它的目的是判断预测目标的发展过程与哪一随机过程最为接近。在应用中，设置模型的阶数在一定范围内从低到高，对不同的阶数的模型计算AIC值，AIC值最小对应的阶数就是合适的阶数。

根据自相关系数和偏相关系数估计出的参数作为范围，算出AIC指标如表3-3所示。

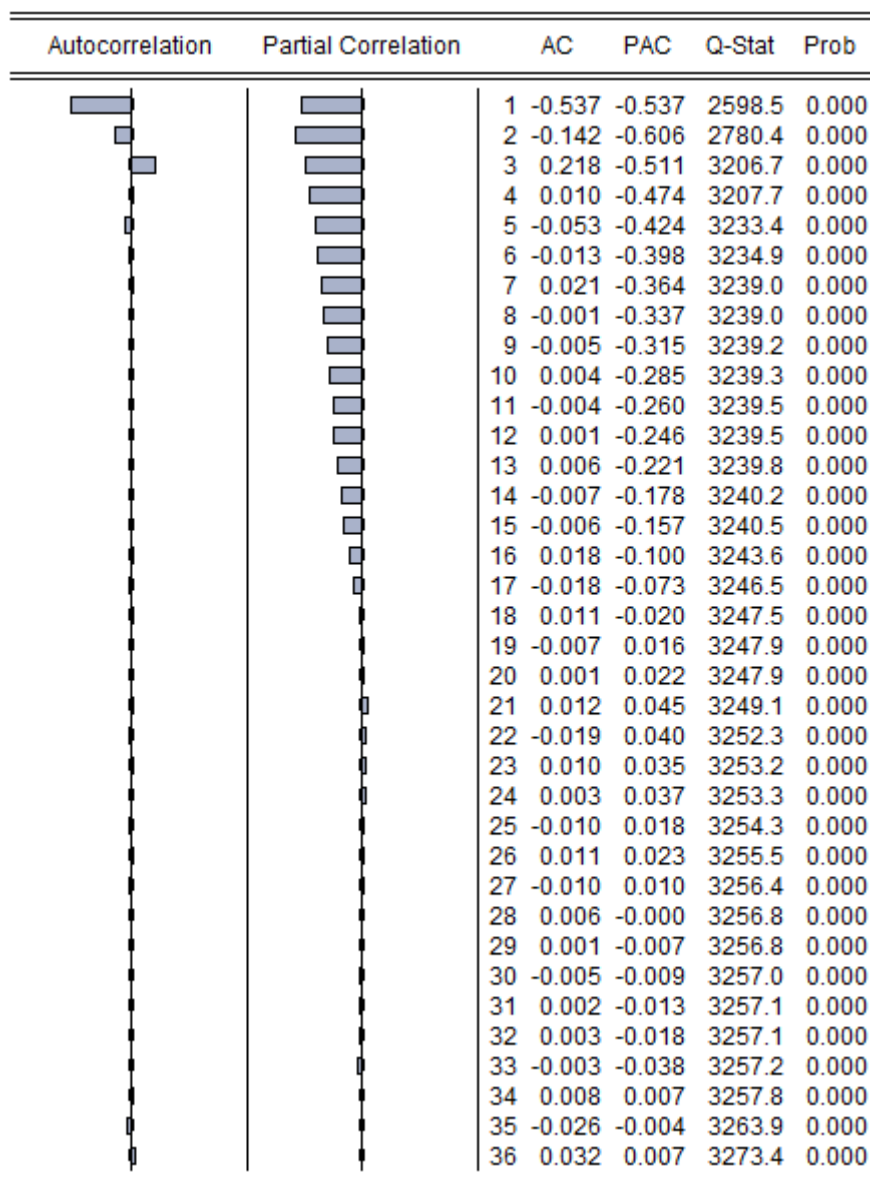


图 3-7 HyD1 相关结果图

表 3-3 ARMA模型参数AIC结果表

<i>p</i>	<i>q</i>	AIC
2	5	-9.572221
2	4	-9.405544
2	3	-9.402324
2	2	-9.672930
2	1	-9.971523
1	5	-9.437207
1	4	-9.546885
1	3	-9.626855
1	2	-9.511113
1	1	-9.299825

根据不同模型参数算出的AIC指标，得知模型ARMA（2,2）、ARMA（2,1）和ARMA（1,3）的AIC指标都比较小。经过进一步筛选和比较AIC指标，选取ARMA（2,1）模型，其估计结果如图3-8所示。

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.435015	0.010285	-42.29413	0.0000
AR(2)	-0.533300	0.009318	-57.23381	0.0000
MA(1)	-0.999145	0.016900	-59.12255	0.0000
R-squared	0.791110	Mean dependent var	-4.03E-07	
Adjusted R-squared	0.791063	S.D. dependent var	0.004203	
S.E. of regression	0.001921	Akaike info criterion	-9.671523	
Sum squared resid	0.033197	Schwarz criterion	-9.669154	
Log likelihood	43515.18	Hannan-Quinn criter.	-9.670717	
Durbin-Watson stat	2.900231			
Inverted AR Roots	-.22+.70i	-.22-.70i		
Inverted MA Roots	1.00			

图 3-8 HyD1的ARMA（2,1）结果图

实验结果可以看出，系数高度显著。可以看出ARMA（2,1）模型是较优选择。确定模型后，对HyD1进行ARMA动态预测。预测结果如图3-9所示。

根据以上的方法与流程，对其他高频分量HyD2至HyD7建立预测模型并进行短期预测。

得到的预测模型参数如表3-4所示。

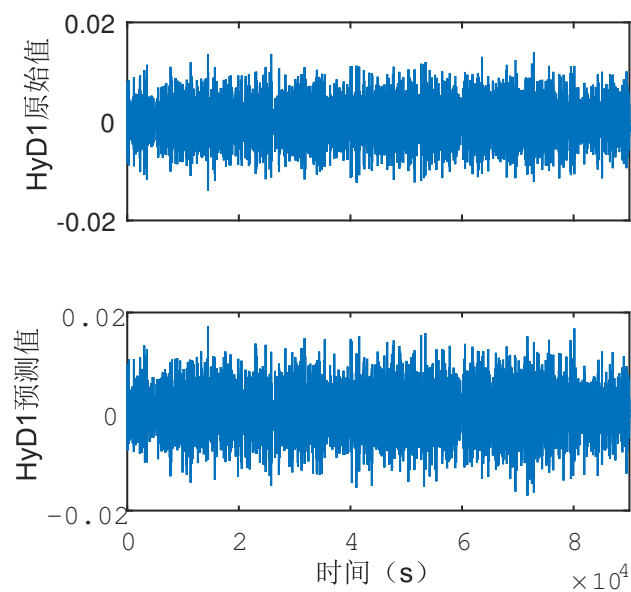


图 3-9 高频分量HyD1及其预测值比较图

表 3-4 高频分量的预测模型参数表

高频分量	预测模型参数
HyD2	ARMA (2,3)
HyD3	ARMA (2,4)
HyD4	ARMA (3,4)
HyD5	ARMA (2,3)
HyD6	ARMA (2,4)
HyD7	ARMA (4,4)

根据以上模型参数建立的ARMA模型对各个高频分量进行预测。得到的预测结果与原始时域值比较图如图3-10所示。

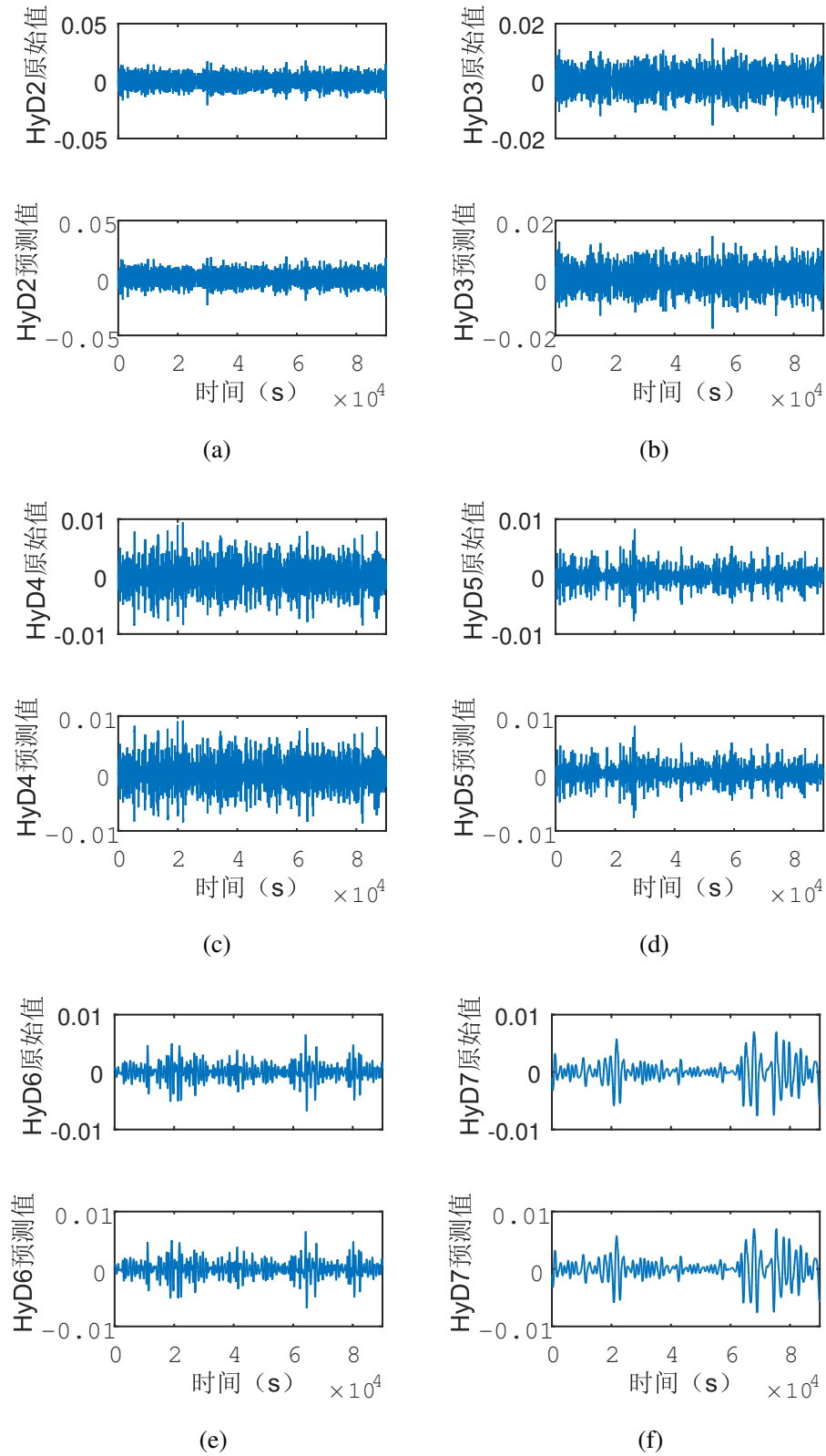


图 3-10 Hy信号高频分量的预测值与原始值比较图

(a)HyD2及其预测值；(b)HyD3及其预测值；(c)HyD4及其预测值；
(d)HyD5及其预测值；(e)HyD6及其预测值；(f)HyD7及其预测值

3.2.5 对预测值进行小波重构

根据式(3-1)对得到的高频预测值 $d'_{n,i+1}$ 和低频预测值 $c'_{J,i+1}$ 进行小波重构，即进行加权计算，得到最终结果如图3-11所示。

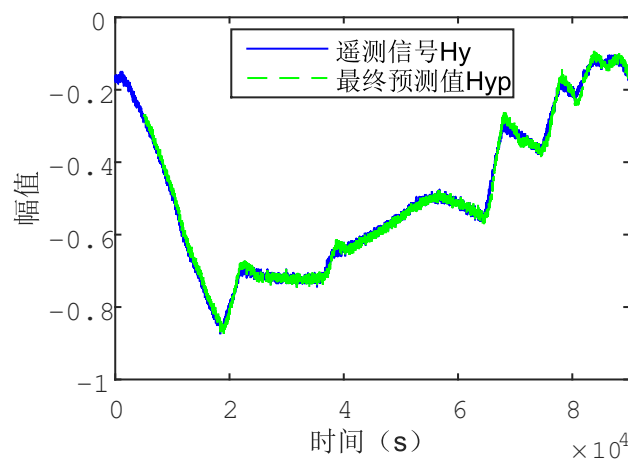


图 3-11 遥测信号Hy及其预测值Hyp

计算得出该预测结果的均方根误差 $RMSE = 0.0109$ ，平均绝对百分比误差： $MAPE = 0.0236$ ，平均绝对误差 $MAE = 0.0079$ 。

3.3 实验结果比较、分析

下面就一些其他方法和本论文方法结果进行比较。现行比较常用的方法有，将原始时域数据直接用SVR预测方法进行预测，或者将原始数据进行小波去噪之后，使用SVR方法进行预测。用这两者方法得到的预测结果图分别如图3-12和图3-13所示。

比较上述两个方法和本实验方法的预测指标如表3-5所示。

表 3-5 高频分量的预测模型参数表

预测方法	RMSE	MAPE	MAE
SVR预测方法	0.0160	0.0347	0.0115
去噪SVR预测方法	0.0132	0.0282	0.0101
本论文方法：基于趋势预测方法	0.0109	0.0236	0.0079

从预测指标看来，本论文的方法在每项指标上都比其他两个预测模型，预测的结果要好不少。

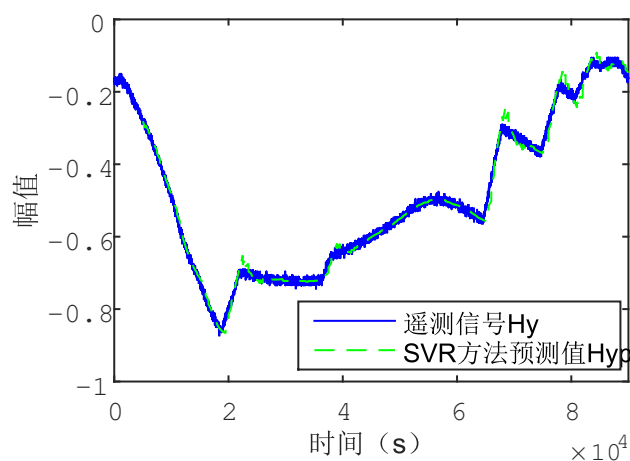


图 3-12 遥测信号Hy及通过SVR方法预测值Hyp

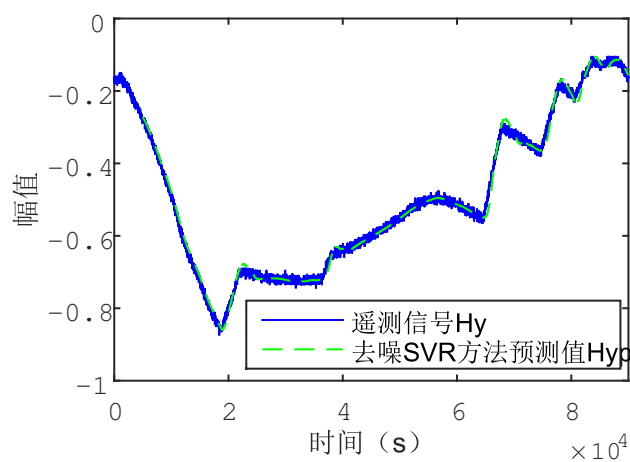


图 3-13 遥测信号Hy及通过去噪SVR方法预测值Hyp

3.4 本章小结

本章主要对基于趋势的预测算法的仿真实验进行描述。

首先，提出了基于趋势的预测算法的实验方案预测结果的评判指标；接下来，逐步讲解了仿真实验的每一步操作，并给出了逐步实验结果；最后给出了本论文算法方案与其他预测方法结果的比较，并进行分析。

通过对实际卫星遥测数据的仿真实验，可以看出基于趋势的预测算法具有优良的现实效果，对理论算法是一次有效的验证。

致 谢

历时将近两个月的时间终于将这篇论文写完，在论文的写作过程中遇到了无数的困难和障碍，都在同学和老师的帮助下度过了。尤其要强烈感谢我的论文指导老师—XX老师，她对我进行了无私的指导和帮助，不厌其烦的帮助进行论文的修改和改进。另外，在校图书馆查找资料的时候，图书馆的老师也给我提供了很多方面的支持与帮助。在此向帮助和指导过我的各位老师表示最中心的感谢！

感谢这篇论文所涉及到的各位学者。本文引用了数位学者的研究文献，如果没有各位学者的研究成果的帮助和启发，我将很难完成本篇论文的写作。

感谢我的同学和朋友，在我写论文的过程中给予我了很多你问素材，还在论文的撰写和排版灯过程中提供热情的帮助。由于我的学术水平有限，所写论文难免有不足之处，恳请各位老师和学友批评和指正！

参考文献

- [1] A. Belov, E. Eroshenko, V. Yanke, et al. Space weather research: the connection between satellite malfunction data and cosmic ray activity indices[J]. International Journal of Modern Physics A, 2005, 20(29):6675–6677
- [2] 秦巍, 郭永富. 一种基于历史遥测数据的在轨卫星故障预警系统[J]. 航天器工程, 2010(6):40–45
- [3] 杨天社, 杨开忠, 李怀祖. 基于知识的卫星故障诊断与预测方法[J]. 中国工程科学, 2004, 5(6):63–67
- [4] A. Grossmann, J. Morlet. Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape[J]. SIAM journal on mathematical analysis, 1984, 15(4):723–736
- [5] G. E. Box, G. M. Jenkins, G. C. Reinsel. Time series analysis: forecasting and control[M]. John Wiley & Sons, 2011
- [6] C. Cortes, V. Vapnik. Support-vector networks[J]. Machine learning, 1995, 20(3):273–297
- [7] N. Ancona. Properties of support vector machines for regression[R]. Technical report, Istituto Elaborazione segnali ed immagini, Bari, Italy

攻硕期间取得的研究成果

- [1] J.-Y. Li, Y.-W. Zhao, Z.-P. Nie. New Memory Method of Impedance Elements for Marching-on-in-Time Solution of Time-Domain Integral Equation[J]. Electromagnetics, 2010, 30(5):448–462
- [2] 张三, 李四. 时间步进算法中阻抗矩阵的高效存储新方法[J]. 电波科学学报, 2010, 25(4):624–631
- [3] 张三, 李四. 时域磁场积分方程时间步进算法稳定性研究[J]. 物理学报, 2013, 62(9):090206–1–090206–6
- [4] 张三, 李四. 时域磁场积分方程时间步进算法后时稳定性研究. 电子科技大学学报[J] (已录用, 待刊)
- [5] S. Zhang. Parameters Discussion in Two-Level Plane Wave Time-Domain Algorithm[C]. 2012 IEEE International Workshop on Electromagnetics, Chengdu, 2012, 38–39
- [6] 张三, 李四. 时域积分方程时间步进算法研究[C]. 电子科技大学电子科学技术研究院第四届学术交流会, 成都, 2008, 164–168
- [7] 张三 (4). 人工介质雷达罩技术研究. 国防科技进步二等奖, 2008 年
- [8] XXX, XXX, XXX, XXX, 王升. XXX的陶瓷研究. 四川省科技进步三等奖, 2003年12月