

【1】【解き方】 (1)  $y = ax^2$  に点 B の座標を代入すると、 $9 = a \times 6^2$ ,  $a = \frac{1}{4}$

(2) 線分 AB と  $y$  軸との交点を P とする。 $y = \frac{1}{4} \times (-2)^2 = 1$  より、A  $(-2, 1)$  直線 AB は傾きが、

$\frac{9-1}{6-(-2)} = 1$  だから、式を  $y = x + c$  として点 B の座標を代入すると、 $9 = 6 + c$ ,  $c = 3$  P  $(0, 3)$  だか

ら、 $\triangle OAB = \triangle OAP + \triangle OBP = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 + \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 12 \text{ (cm}^2\text{)}$

(3) 右図のように、線分 CD と  $y$  軸との交点を Q とする。直線 AO

の式を求めると、 $y = -\frac{1}{2}x$  だから、点 C の  $x$  座標を  $t$  ( $t > 0$ )

とすると、C  $(t, -\frac{1}{2}t)$  四角形 ABCD は平行四辺形で、点 A

は点 B から、左へ、 $6 - (-2) = 8$ , 下へ、 $9 - 1 = 8$  移動した点

だから、点 D も点 C から左へ 8, 下へ 8 移動した点となる。したがって、D  $(t-8, -\frac{1}{2}t-8)$  AB  $\parallel$  DC より、直線 DC の式

を  $y = x + d$  として、点 C の座標を代入すると、 $-\frac{1}{2}t = t + d$ ,

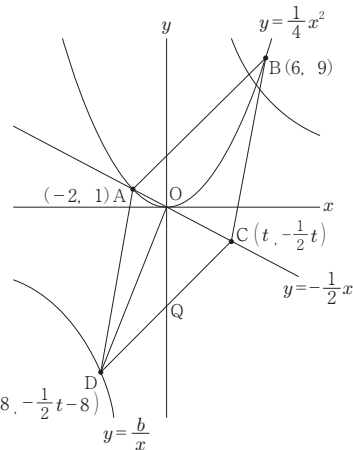
$d = -\frac{3}{2}t$  Q  $(0, -\frac{3}{2}t)$  より、OQ =  $\frac{3}{2}t$  だから、 $\triangle OCD =$

$\triangle OCQ + \triangle ODQ = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}t \times t + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}t \times \{0 - (t -$

$8)\} = \frac{3}{4}t^2 + \frac{3}{4}t(8-t) = 6t \text{ (cm}^2\text{)}$   $6t = 24$  が成り立つから、 $t = 4$  点 D の  $x$  座標は、 $4 - 8 = -4$ ,

$y$  座標は、 $-\frac{1}{2} \times 4 - 8 = -10$  だから、 $y = \frac{b}{x}$  にこれらを代入すると、 $-10 = \frac{b}{-4}$ ,  $b = 40$

【答】 (1) あ. 1 い. 4 (2) う. 1 え. 2 (3) お. 4 か. 0



【2】【解き方】 (1) ①  $y = \frac{1}{2}x^2$  に  $x = 3$  を代入して、 $y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2}$  ② 点 Q は  $y$  軸について点 P と対称な

点となるので、Q  $(-3, \frac{9}{2})$  四角形 PRSQ は平行四辺形だから、SR = QP =  $3 - (-3) = 6$  点 R の

$x$  座標は 6 だから、 $y$  座標は、 $y = \frac{1}{2} \times 6^2 = 18$  で、R  $(6, 18)$  直線 QR は傾きが、 $(18 - \frac{9}{2}) \div \{6 -$

$(-3)\} = \frac{27}{2} \div 9 = \frac{3}{2}$  だから、式を  $y = \frac{3}{2}x + b$  において点 R の座標を代入すると、 $18 = \frac{3}{2} \times 6 + b$

より、 $b = 9$  傾きは  $\frac{3}{2}$ , 切片は 9。

(2) 点 P の  $x$  座標は  $p$  だから、P  $(p, \frac{1}{2}p^2)$ , H  $(0, \frac{1}{2}p^2)$  また、SR = QP =  $2HP = 2p$  より、点 R の

$x$  座標は  $2p$  だから、 $y$  座標は、 $y = \frac{1}{2} \times (2p)^2 = 2p^2$  これより、S  $(0, 2p^2)$  となるので、SH =  $2p^2 -$

$\frac{1}{2}p^2 = \frac{3}{2}p^2$  SH = 2PQ より、 $\frac{3}{2}p^2 = 2 \times 2p$ ,  $3p^2 - 8p = 0$ ,  $p(3p - 8) = 0$   $p > 0$  より、 $p = \frac{8}{3}$

【答】 (1) ① あ. 9 い. 2 ② う. 3 え. 2 お. 9 (2) か. 8 き. 3

**3** 【解き方】 (1) ①  $y = 4x$  に  $y = 8$  を代入して、 $8 = 4x$  より、 $x = 2$  ② 点  $C$  の  $x$  座標を  $c$  とすると、 $C\left(c, \frac{1}{2}c\right)$ 、

$D(c, 8)$  と表せる。四角形  $ABCD$  は正方形より、 $AD = CD$  だから、 $c - 2 = 8 - \frac{1}{2}c$  よって、 $c = \frac{20}{3}$

となり、 $C\left(\frac{20}{3}, \frac{10}{3}\right)$  直線  $AC$  の式を  $y = mx + n$  とおくと、 $8 = 2m + n \cdots \cdots ①$ 、 $\frac{10}{3} = \frac{20}{3}m + n \cdots \cdots$

②が成り立つ。①-②より、 $-\frac{14}{3}m = \frac{14}{3}$  だから、 $m = -1$  これを①に代入すると、 $8 = 2 \times (-1) + n$  より、 $n = 10$  よって、 $y = -x + 10$

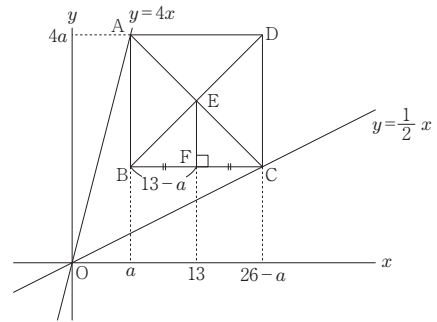
(2) 右図のように点  $E$  から  $BC$  に垂線  $EF$  をひくと、点  $F$  の  $x$  座標も  $13$ 。点  $A$  の  $x$  座標を  $a$  とすると、 $A(a, 4a)$  で、 $BF = 13 - a$  と表せる。よって、 $BC = 2BF = 2(13 - a)$  だから、点  $C$  の  $x$  座標は、 $a + 2(13 - a) = 26 - a$  となり、 $C\left(26 - a, \frac{26 - a}{2}\right)$

また、 $D(26 - a, 4a)$  四角形  $ABCD$  は正方形より、 $AD =$

$CD$  だから、 $26 - a - a = 4a - \frac{26 - a}{2}$  が成り立つ。これを

解くと、 $a = 6$  したがって、 $D(20, 24)$

【答】 (1) ① 2 ②  $y = -x + 10$  (2) (20, 24)



**4** 【解き方】 (1) 点  $A$  と点  $B$  の  $x$  座標は等しいので、 $B(5, -15)$  よって、 $-15 = a \times 5^2$  より、 $a = -\frac{3}{5}$

(2) 点  $A$  の  $y$  座標は、 $y = \frac{1}{5} \times 5^2 = 5$  なので、 $C(-5, 5)$  求める直線の傾きは、 $\frac{-15 - 5}{5 - (-5)} = -2$  より、

$y = -2x + b$  とすると、 $5 = -2 \times (-5) + b$  から、 $b = -5$  よって、 $y = -2x - 5$

(3)  $CD = 5 - (-15) = 20$  より、 $CB$  の中点の  $y$  座標は、 $5 - \frac{20}{2} = -5$  だ

から、直線  $EF$  は  $CB$  の中点  $(0, -5)$  を通る。右図において、点  $G$  の  $x$  座標を  $t$  ( $t < 0$ ) とすると、 $G(t, 5)$ 、 $H(t, -15)$  で、 $\triangle CGE \sim \triangle EHB$

だから、相似比は、 $CE : EB = AC : CD = 10 : 20 = 1 : 2$  したがって、

$CG = -5 - t$  より、 $EH = (-5 - t) \times 2 = -10 - 2t$  で、 $BH = 5 -$

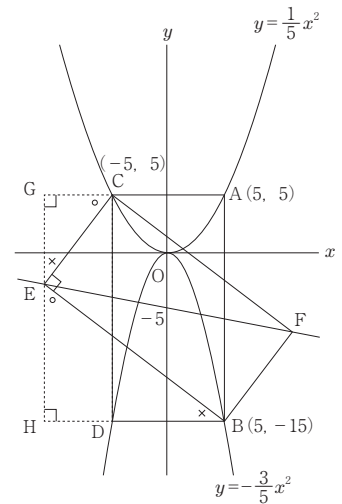
$t$  より、 $GE = \frac{5 - t}{2}$  だから、 $\frac{5 - t}{2} + (-10 - 2t) = 20$  これを解い

て、 $t = -11$  よって、 $GE = \frac{5 - (-11)}{2} = 8$  より、点  $E$  の  $y$  座標は、

$5 - 8 = -3$  だから、 $E(-11, -3)$  求める直線を、 $y = ax - 5$  とす

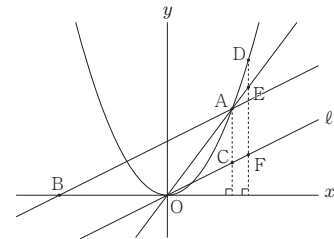
ると、 $-3 = a \times (-11) - 5$  より、 $a = -\frac{2}{11}$  なので、 $y = -\frac{2}{11}x - 5$

【答】 (1)  $-\frac{3}{5}$  (2)  $y = -2x - 5$  (3)  $y = -\frac{2}{11}x - 5$



- 5** 【解き方】 (1) 点 A の座標は、 $y = \frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2$  より、A  $(-2, 2)$  点 B の座標は、 $y = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8$  より、B  $(4, 8)$  直線  $\ell$  の傾きは、 $\frac{8-2}{4-(-2)} = 1$  なので、 $y = x + b$  とすると、 $8 = 4 + b$  より、 $b = 4$  したがって、 $y = x + 4$
- (2) ① C  $(0, 0)$  で、直線  $\ell$  と  $y$  軸の交点を H とすると、H  $(0, 4)$  したがって、平行四辺形  $ABCD = \triangle ACB \times 2 = (\triangle CHB + \triangle CHA) \times 2 = \left( \frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \right) \times 2 = (8 + 4) \times 2 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$  ②  $\triangle CAB = 15 \div 2 = \frac{15}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$  となればよい。直線 DC の傾きは直線  $\ell$  と等しく 1 なので、 $y = x + c$  とし、直線 DC と  $y$  軸との交点を I とすると、I  $(0, c)$  ここで、 $AB \parallel DC$  より、 $\triangle CAB = \triangle IAB = \triangle IHA + \triangle IHB$  だから、 $\frac{1}{2} \times (4 - c) \times 2 + \frac{1}{2} \times (4 - c) \times 4 = \frac{15}{2}$  が成り立つ。これを解くと  $c = \frac{3}{2}$  となるので、直線 DC の式は、 $y = x + \frac{3}{2}$  したがって、点 C の  $x$  座標は、 $\frac{1}{2}x^2 = x + \frac{3}{2}$  の解となるから、 $x^2 - 2x - 3 = 0$ ,  $(x - 3)(x + 1) = 0$  より、 $x = 3, -1$   $x = 3$  のとき、点 C の座標は、 $y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2}$  で、これは、点 B の  $y$  座標を、 $8 - \frac{9}{2} = \frac{7}{2}$  だけ下に移動させたものなので、点 A から同じ分だけ移動させると、点 D の  $y$  座標は、 $2 - \frac{7}{2} = -\frac{3}{2}$  同様に、 $x = -1$  のとき、 $y = \frac{1}{2} \times (-1)^2 = \frac{1}{2}$  なので、点 D の  $y$  座標は、 $2 - \left(8 - \frac{1}{2}\right) = -\frac{11}{2}$
- 【答】 (1)  $y = x + 4$  (2) ①  $24 \text{ (cm}^2\text{)}$  ②  $-\frac{3}{2}, -\frac{11}{2}$

- 6** 【解き方】 (1)  $y = ax^2$  に点 A の座標の値を代入して、 $4 = a \times 3^2$  より、 $a = \frac{4}{9}$
- (2) ① 三平方の定理より、 $OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$  よって、B  $(-5, 0)$  2点 A, B を通る直線は、傾きが、 $\frac{4-0}{3-(-5)} = \frac{1}{2}$  なので、式を  $y = \frac{1}{2}x + b$  とおいて点 B の座標の値を代入すると、 $0 = \frac{1}{2} \times (-5) + b$  から、 $b = \frac{5}{2}$  よって、 $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  ② 右図で、 $AC \parallel EF$  より、 $\triangle OAC \sim \triangle OEF$  で、面積の比は、 $16 : (16 + 9) = 16 : 25 = 4^2 : 5^2$  よって、 $OC : OF = 4 : 5$  となるから、点 D の  $x$  座標は、 $x = 3 \times \frac{5}{4} = \frac{15}{4}$ ,  $y$  座標は、 $y = \frac{4}{9} \times \left(\frac{15}{4}\right)^2 = \frac{25}{4}$  より、D  $\left(\frac{15}{4}, \frac{25}{4}\right)$
- 【答】 (1)  $a = \frac{4}{9}$  (2) ①  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  ②  $\left(\frac{15}{4}, \frac{25}{4}\right)$



**7** 【解き方】 (1) 点 B の  $y$  座標は,  $y = -3^2 = -9$  より, 点 A の  $y$  座標は,  $-9 + 10 = 1$  よって,  $1 = a \times (-2)^2$  より,  $a = \frac{1}{4}$

(2) ① 直線 AB は, 傾きが,  $\frac{-9-1}{3-(-2)} = -2$  なので, 直線の式を  $y = -2x + b$  とおいて点 A の座標の値を代入すると,  $1 = -2 \times (-2) + b$  より,  $b = -3$  よって, 直線 AB の式は  $y = -2x - 3$  となるから, 点 C の  $x$  座標は,  $0 = -2x - 3$  より,  $x = -\frac{3}{2}$  ② 点 A から  $y$  軸に垂線 AH をひくと, H (0, 1) 直線 AB の切片を D とおくと, D (0, -3) 求める体積は, 底面の円の半径が AH で高さが HD の円錐から, 底面の円の半径が AH で高さが HO の円錐と, 底面の円の半径が OC で高さが OD の円錐をひけばよい。よって,  $\frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times (1+3) - \frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 1 - \frac{1}{3}\pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 3 = \frac{16}{3}\pi - \frac{4}{3}\pi - \frac{9}{4}\pi = \frac{7}{4}\pi (\text{cm}^3)$

【答】 (1)  $(a =) \frac{1}{4}$  (2) ①  $-\frac{3}{2}$  ②  $\frac{7}{4}\pi (\text{cm}^3)$

**8** 【解き方】 (1)  $y = ax^2$  に  $x = 2$ ,  $y = 2$  を代入して,  $2 = a \times 2^2$  より,  $a = \frac{1}{2}$

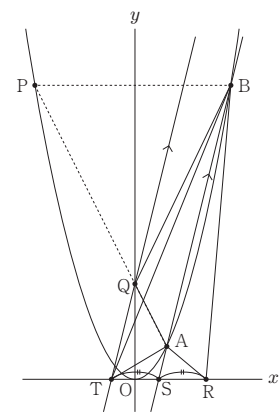
(2) ① 点 B の  $y$  座標は,  $y = \frac{1}{2} \times 6^2 = 18$  で, B (6, 18) だから, P (-6, 18)

直線 AP は, 傾きが,  $\frac{2-18}{2-(-6)} = -2$  なので, 式を  $y = -2x + b$  とすると点 A の座標より,  $2 = -2 \times 2 + b$  よって,  $b = 6$  より, 点 Q の  $y$  座標は 6。

② 直線 AB は, 傾きが,  $\frac{18-2}{6-2} = 4$  なので, 式を  $y = 4x + c$  とすると点 A の座標より,  $2 = 4 \times 2 + c$  よって,  $c = -6$  より,  $y = 4x - 6$  ここで, 右図のように直線 AB と  $x$  軸との交点を S とすると,  $0 = 4x - 6$  より,  $x = \frac{3}{2}$

だから,  $S\left(\frac{3}{2}, 0\right)$  また, 点 Q を通り AB に平行な直線は  $y = 4x + 6$  で, この直線と  $x$  軸との交点を T とすると,  $0 = 4x + 6$  より,  $x = -\frac{3}{2}$  だから,  $T\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$  このとき,  $AB \parallel QT$  より,  $\triangle ABQ = \triangle ABT$  であり,  $x$  軸上の正の部分に,  $ST = SR$  となる点 R をとれば,  $\triangle ABR = \triangle ABT = \triangle ABQ$  となる。よって,  $ST = \frac{3}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) = 3$  より, 点 R の  $x$  座標は,  $\frac{3}{2} + 3 = \frac{9}{2}$

【答】 (1)  $(a =) \frac{1}{2}$  (2) ① 6 ②  $\frac{9}{2}$



- 9** 【解き方】 (1)  $y = \frac{1}{2}x + 2$  に  $x = -2$  を代入して、 $y = \frac{1}{2} \times (-2) + 2 = 1$  より、 $A(-2, 1)$  よって、  
 $y = ax^2$  に  $x = -2$ ,  $y = 1$  を代入して、 $1 = 4a$  より、 $a = \frac{1}{4}$
- (2) 直線  $y = \frac{1}{2}x + 2$  と  $y$  軸との交点を  $C$  とすると、 $C(0, 2)$  より、 $OC = 2$   $\triangle OAB$  は  $OC$  を底辺とする  
 2つの三角形  $\triangle OCA$  と  $\triangle OCB$  に分けることができ、高さはそれぞれ 2, 4 だから、 $\triangle OAB = \triangle OCA + \triangle OCB = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 2 + 4 = 6 \text{ (cm}^2\text{)}$
- (3)  $y = \frac{1}{2}x + 2$  に  $x = 4$  を代入すると、 $y = \frac{1}{2} \times 4 + 2 = 4$  より、 $B(4, 4)$   $A$  から  $x$  軸に平行にひいた直線  
 と、 $B$  から  $y$  軸に平行にひいた直線の交点を  $D$  とすると、 $\triangle ABD$  は直角三角形で、 $AD = 4 - (-2) = 6 \text{ (cm)}$ ,  
 $BD = 4 - 1 = 3 \text{ (cm)}$  だから、三平方の定理より、 $AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = 3\sqrt{5} \text{ (cm)}$  また、  
 (2) より、 $\triangle OAB$  の面積について、 $\frac{1}{2} \times AB \times OH = 6$  となるので、 $OH = \frac{12}{3\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5} \text{ (cm)}$   $AO = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{5} \text{ (cm)}$  なので、 $\triangle AOH$  で、 $AH = \sqrt{AO^2 - OH^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)^2} = \frac{3\sqrt{5}}{5} \text{ (cm)}$  よって、 $HB = AB - AH = 3\sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$  なので、 $AH : HB = \frac{3\sqrt{5}}{5} : \frac{12\sqrt{5}}{5} = 1 : 4$
- 【答】** (1)  $a = \frac{1}{4}$  (2)  $6 \text{ (cm}^2\text{)}$  (3)  $1 : 4$

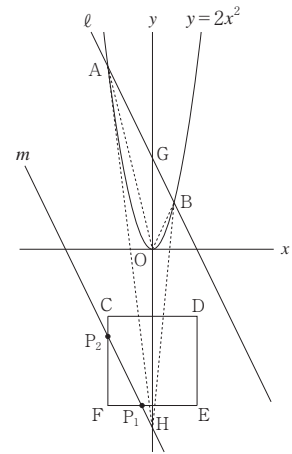
- 10** 【解き方】 (1)  $AB = 6$  より、点  $B$  の  $x$  座標は、 $6 \div 2 = 3$  よって、 $y = x^2$  に  $x = 3$  を代入して、 $y = 3^2 = 9$  より  $B(3, 9)$
- (2)  $x = -3$  を  $y = x^2$  に代入して、 $y = (-3)^2 = 9$  より  $A(-3, 9)$   $x = 1$  を  $y = x^2$  に代入して、 $y = 1^2 = 1$  より、 $P(1, 1)$  よって、直線  $AP$  の傾きは、 $\frac{1 - 9}{1 - (-3)} = -2$  なので、直線  $AP$  の式を  $y = -2x + a$   
 とおいて、点  $P$  の座標より  $x = 1$ ,  $y = 1$  を代入すると、 $1 = -2 + a$  より  $a = 3$  よって、 $y = -2x + 3$
- (3)  $\triangle OAB$  と  $\triangle PAB$  の底辺を共通の辺  $AB$  とすると、面積の比と高さの比は等しくなるから、 $\triangle OAB$  の高さは 9 なので、 $\triangle PAB$  の高さは、 $9 \times \frac{3}{4} = \frac{27}{4}$  よって、点  $P$  の  $y$  座標は、 $9 - \frac{27}{4} = \frac{9}{4}$  となるため、 $y = x^2$   
 に  $y = \frac{9}{4}$  を代入して、 $\frac{9}{4} = x^2$  より、 $x = \pm \frac{3}{2}$  点  $P$  の  $x$  座標は正より、 $P\left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$  直線  $AP$  の傾きは、 $\left(\frac{9}{4} - 9\right) \div \left\{\frac{3}{2} - (-3)\right\} = -\frac{3}{2}$  なので、式を  $y = -\frac{3}{2}x + b$  とおいて、点  $A$  の座標より  $x = -3$ ,  
 $y = 9$  を代入すると、 $9 = \left(-\frac{3}{2}\right) \times (-3) + b$  より、 $b = \frac{9}{2}$  よって、直線  $AP$  の式は、 $y = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$   
 この式に  $y = 0$  を代入して、 $0 = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$  より、 $x = 3$  なので、求める座標は  $(3, 0)$
- 【答】** (1)  $(3, 9)$  (2)  $y = -2x + 3$  (3)  $(3, 0)$

- 11** 【解き方】 (1)  $y = \frac{1}{2}x^2$  に,  $x = -2$  を代入して,  $y = \frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2$  より,  $A(-2, 2)$   $x = 4$  を代入して,  $y = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8$  より,  $B(4, 8)$  これより,  $AB$  の傾きは,  $\frac{8-2}{4-(-2)} = 1$  だから, 直線  $\ell$  の式を  $y = x + b$  において点  $A$  の座標を代入すると,  $2 = -2 + b$  となり,  $b = 4$  よって, 直線  $\ell$  の式は,  $y = x + 4$
- (2) ① 直線  $\ell$  の式に  $y = 0$  を代入して,  $0 = x + 4$  より,  $x = -4$  なので,  $C(-4, 0)$  で,  $CD = 4 - (-4) = 8$  ここで,  $P\left(t, \frac{1}{2}t^2\right)$  とすると,  $\triangle PBD = \frac{1}{2} \times BD \times (4-t) = \frac{1}{2} \times 8 \times (4-t) = 16 - 4t$  (cm<sup>2</sup>),  $\triangle PCD = \frac{1}{2} \times CD \times \frac{1}{2}t^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{1}{2}t^2 = 2t^2$  (cm<sup>2</sup>)  $\triangle PBD = 6 \triangle PCD$  より,  $16 - 4t = 6 \times 2t^2$  整理して,  $3t^2 + t - 4 = 0$  解の公式より,  $t = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 3 \times (-4)}}{2 \times 3} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{6} = \frac{-1 \pm 7}{6}$  よって,  $t = -\frac{4}{3}, 1$   $0 < t < 4$  より,  $t = 1$  ② ①より,  $\triangle PBD = 16 - 4 \times 1 = 12$  (cm<sup>2</sup>),  $\triangle PCD = 2 \times 1^2 = 2$  (cm<sup>2</sup>) また,  $\triangle BCD$  は  $BD = CD$  の直角二等辺三角形で,  $BC = \sqrt{2}BD = 8\sqrt{2}$  (cm),  $\triangle BCD = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$  (cm<sup>2</sup>) これより,  $\triangle PBC = \triangle BCD - \triangle PBD - \triangle PCD = 32 - 12 - 2 = 18$  (cm<sup>2</sup>) なので,  $P$  から  $BC$  に垂線をひき, 交点を  $H$  とすると,  $\triangle PBC$  の面積について,  $\frac{1}{2} \times 8\sqrt{2} \times PH = 18$  が成り立つ。これを解いて,  $PH = \frac{9\sqrt{2}}{4}$  (cm)  $\triangle PBC$  を直線  $\ell$  を軸として 1 回転させてできる立体は, 底面が半径  $PH$  の円で高さが  $BH$  の円すいと, 底面が半径  $PH$  の円で高さが  $CH$  の円すいを合わせたものだから, 求める体積は,  $\frac{1}{3} \times \pi \times PH^2 \times BH + \frac{1}{3} \times \pi \times PH^2 \times CH = \frac{1}{3} \times \pi \times PH^2 \times (BH + CH) = \frac{1}{3} \times \pi \times PH^2 \times BC = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{9\sqrt{2}}{4}\right)^2 \times 8\sqrt{2} = 27\sqrt{2}\pi$  (cm<sup>3</sup>)
- 【答】 (1)  $y = x + 4$  (2) ① 1 ②  $27\sqrt{2}\pi$  (cm<sup>3</sup>)

- 12** 【解き方】  $OC$  と  $AB$  の交点を  $D$  とすると,  $\triangle OBD$  は直角二等辺三角形で, 面積は,  $8 \times \frac{1}{4} = 2$  (cm<sup>2</sup>)  $OD = BD = t$  cm とすると, 面積について,  $\frac{1}{2} \times t \times t = 2$  が成り立つので,  $t^2 = 4$  となり,  $t > 0$  より,  $t = 2$  よって,  $B(2, 2)$  なので,  $y = ax^2$  に  $x = 2, y = 2$  を代入して,  $2 = a \times 2^2$  より,  $a = \frac{1}{2}$
- 【答】  $(a =) \frac{1}{2}$

- 13** 【解き方】 (1)  $y = x + 4$  に点 B の  $x$  座標を代入して、 $y = -2 + 4 = 2$  より、 $B(-2, 2)$   $y = ax^2$  に点 B の座標を代入して、 $2 = a \times (-2)^2$  より、 $a = \frac{1}{2}$
- (2) ① 点 E は  $y = x + 4$ ……⑦、 $y = -\frac{1}{2}x + 3$ ……④の交点なので、⑦を④に代入して、 $x + 4 = -\frac{1}{2}x + 3$  より、 $\frac{3}{2}x = -1$  となり、 $x = -\frac{2}{3}$  これを⑦に代入して、 $y = -\frac{2}{3} + 4 = \frac{10}{3}$  また、 $y = \frac{1}{2}x^2$  に  $x = -\frac{2}{3}$  を代入して、 $y = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{9}$  よって、 $Q\left(-\frac{2}{3}, \frac{10}{3}\right)$ 、 $R\left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{9}\right)$  となるから、 $QR = \frac{10}{3} - \frac{2}{9} = \frac{28}{9}$  (cm) ② 点 P の  $x$  座標を  $p$  とおく。  $-3 \leq p < -2$  のときは、 $QR = -\frac{1}{2}p + 3 - (p + 4) = -\frac{3}{2}p - 1$  (cm) なので、 $-\frac{3}{2}p - 1 = 3$  が成り立つ。これを解いて、 $p = -\frac{8}{3}$   $-2 \leq p < -\frac{2}{3}$  のときは、 $QR = -\frac{1}{2}p + 3 - \frac{1}{2}p^2$  (cm) なので、 $-\frac{1}{2}p + 3 - \frac{1}{2}p^2 = 3$  が成り立つ。整理して、 $p^2 + p = 0$  より、 $p(p + 1) = 0$  となり、 $p = -1, 0$  このうち、 $p = -1$  は適する。  $-\frac{2}{3} \leq p < 2$  のときは、 $x = 2$  のとき、 $Q(2, 6)$ 、 $R(2, 2)$  より、 $QR = 6 - 2 = 4$  (cm)  $x = -\frac{2}{3}$  のとき、①より、 $QR = \frac{28}{9}$  cm このこととグラフより、この範囲で QR の長さが一番短いのは、 $x = -\frac{2}{3}$  のときの  $\frac{28}{9}$  cm なので、適する  $p$  はない。  $2 \leq p < 4$  のときは、QR の長さが  $p = 2$  のときの 4 cm より長くなるので、適する  $p$  はない。 よって、 $p = -\frac{8}{3}, -1$
- 【答】 (1)  $a = \frac{1}{2}$  (2) ①  $\frac{28}{9}$  (cm) ②  $-\frac{8}{3}, -1$

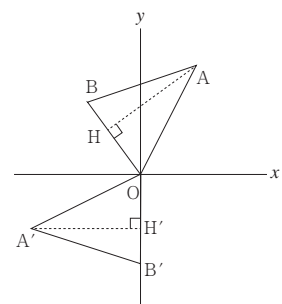
- 14** 【解き方】 (1)  $y = 2x^2$  に  $x = -2$  を代入して、 $y = 2 \times (-2)^2 = 8$  より、 $A(-2, 8)$   
 $y = 2x^2$  に  $x = 1$  を代入して、 $y = 2 \times 1^2 = 2$  より、 $B(1, 2)$  これより、直線  $\ell$  の傾きは、 $\frac{2-8}{1-(-2)} = -2$  なので、求める式を  $y = -2x + b$  と  
 おいて点  $B$  の座標を代入すると、 $2 = -2 \times 1 + b$  となり、 $b = 4$  よって、  
 $y = -2x + 4$



- (2) 正方形  $CDEF$  は右図のようになり、 $D(2, -3)$ ,  $CD = 2 - (-2) = 4$  より、 $E(2, -7)$ ,  $F(-2, -7)$  さらに、 $G(0, 4)$  とおくと、 $GO = 4$  で、 $\triangle ABO = \triangle GAO + \triangle GBO = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 6$  ここで、 $y$  軸上に、 $GH = 4 \times 3 = 12$  となる点  $H(0, -8)$  をとると、 $\triangle ABH = \triangle GAH + \triangle GBH = \frac{1}{2} \times 12 \times 2 + \frac{1}{2} \times 12 \times 1 = 18$  となり、 $\triangle ABH$  の面積は  $\triangle ABO$  の面積の 3 倍。このとき、点  $H$  を通り  $\ell$  に平行な直線を  $m$  とすると、その式は  $y = -2x - 8$  で、直線  $m$  上に点  $P$  をとると、 $\triangle ABP = \triangle ABH$  なので、 $\triangle ABP$  の面積も  $\triangle ABO$  の面積の 3 倍になる。よって、求める点  $P$  は、正方形  $CDEF$  の周と直線  $m$  の交点なので、前図のように、 $FE$ ,  $CF$  との交点をそれぞれ  $P_1$ ,  $P_2$  とする。直線  $m$  の式に  $y = -7$  を代入して、 $-7 = -2x - 8$  より、 $x = -\frac{1}{2}$  となり、 $P_1(-\frac{1}{2}, -7)$  また、直線  $m$  の式に  $x = -2$  を代入して、 $y = -2 \times (-2) - 8 = -4$  より、 $P_2(-2, -4)$

【答】 (1)  $y = -2x + 4$  (2)  $(-\frac{1}{2}, -7)$ ,  $(-2, -4)$

- 15** 【解き方】 (1)  $y = 2x$  を  $y = \frac{1}{3}x + 5$  に代入して、 $2x = \frac{1}{3}x + 5$  これを整理して、 $5x = 15$  より、 $x = 3$   
 また、 $y = 2 \times 3$  より、 $y = 6$  よって、点  $A$  の座標は  $(3, 6)$   
 (2)  $y = \frac{1}{3}x + 5$  を  $y = -\frac{4}{3}x$  に代入して、 $\frac{1}{3}x + 5 = -\frac{4}{3}x$  これを整理して、 $5x = -15$  より、 $x = -3$   
 また、 $y = -\frac{4}{3} \times (-3)$  より、 $y = 4$  よって、点  $B$  の座標は  $(-3, 4)$  直線  $\ell$  と  $y$  軸との交点を  $C$  とすると、 $C(0, 5)$  より、 $\triangle OAB = \triangle OBC + \triangle OAC = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 + \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = 15 (\text{cm}^2)$   
 (3)  $A(3, 6)$  より、 $OA = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5} (\text{cm})$   $B(-3, 4)$  より、 $OB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 (\text{cm})$  ここで、点  $A$  から辺  $OB$  へ垂線をひき、交点を  $H$  とすると、 $\triangle OAB$  の面積が  $15\text{cm}^2$  より、 $\frac{1}{2} \times 5 \times AH = 15$  が成り立つので、 $AH = 6 (\text{cm})$  右図のように、辺  $OB$  が  $y$  軸と重なるまで回転移動し、 $B$  の移った点を  $B'$ ,  $A$  の移った点を  $A'$ ,  $H$  の移った点を  $H'$  とすると、 $A'O = 3\sqrt{5}\text{cm}$ ,  $A'H' = 6\text{cm}$  より、 $OH' = \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - 6^2} = 3 (\text{cm})$  よって、点  $A'$  の座標は  $(-6, -3)$



【答】 (1)  $(3, 6)$  (2)  $15 (\text{cm}^2)$  (3)  $(-6, -3)$



- 16** 【解き方】 (1)  $y = 2x - 6$  に  $x = 4$  を代入して、点 A の  $y$  座標は、 $y = 2 \times 4 - 6 = 2$  A (4, 2) は  $y = ax^2$  のグラフ上の点なので、 $2 = a \times 4^2$  より、 $a = \frac{1}{8}$
- (2)  $y = \frac{1}{8}x^2$  に  $x = -2$  を代入して、点 B の  $y$  座標は、 $y = \frac{1}{8} \times (-2)^2 = \frac{1}{2}$  より、B  $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$  ここで、直線 OA の傾きは、 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  より、点 B を通り OA に平行な直線の式を、 $y = \frac{1}{2}x + b$  とおく。点 B の座標を代入して、 $\frac{1}{2} = -1 + b$  より、 $b = \frac{3}{2}$  つまり、C  $\left(0, \frac{3}{2}\right)$  点 D は、 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$  と  $y = 2x - 6$  の交点だから、この2式を連立方程式として解いて、 $x = 5, y = 4$  より、D (5, 4) ここで、直線  $y = 2x - 6$  と  $y$  軸との交点を E とおくと、E (0, -6) で、四角形 OADC =  $\triangle EDC - \triangle EAO = \frac{1}{2} \times \left\{ \frac{3}{2} - (-6) \right\} \times 5 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = \frac{27}{4}$  また、 $\triangle OCB = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 2 = \frac{3}{2}$  よって、求める面積の比は、 $\frac{3}{2} : \frac{27}{4} = 2 : 9$
- 【答】 (1)  $a = \frac{1}{8}$  (2) 2 : 9

- 17** 【解き方】 (1)  $\triangle ABC$  は二等辺三角形なので、点 C から辺 AB に垂線 CD をひくと、D は AB の中点となる。点 A の  $x$  座標は 4 なので、点 D の  $x$  座標は 2 となり、点 C の  $x$  座標も 2。点 C は放物線上の点なので、 $y$  座標は、 $y = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1$  また、点 A の  $y$  座標は、 $y = \frac{1}{4} \times 4^2 = 4$  なので、 $CD = 4 - 1 = 3$  (cm) よって、 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times AB \times CD = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$  (cm<sup>2</sup>)
- (2) (1) と同様に、点 C から辺 AB に垂線 CD をひくと、 $\triangle ABC$  は直角二等辺三角形だから、 $CD = \frac{1}{2}AB$  となる。点 A の  $x$  座標を  $a$  ( $a > 0$ ) とすると、 $AB = a$  cm また、点 C の  $x$  座標は  $\frac{a}{2}$  になるので、 $y$  座標は、 $y = \frac{1}{4} \times \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{16}$  点 D の  $y$  座標は点 A の  $y$  座標と等しく  $\frac{a^2}{4}$  なので、 $CD = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{16} = \frac{3}{16}a^2$  (cm) これより、 $\frac{3}{16}a^2 = \frac{1}{2} \times a$  が成り立つ。整理して、 $3a^2 - 8a = 0$  左辺を因数分解して、 $a(3a - 8) = 0$  より、 $a = 0, \frac{8}{3}$   $a > 0$  なので、 $a = \frac{8}{3}$  よって、点 A の  $y$  座標は、 $y = \frac{1}{4} \times \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$  となるから、A  $\left(\frac{8}{3}, \frac{16}{9}\right)$
- 【答】 (1) 6 (cm<sup>2</sup>) (2)  $\left(\frac{8}{3}, \frac{16}{9}\right)$

**18** 【解き方】 (1) 点 A の  $y$  座標は、 $y = \frac{6}{2} = 3$  なので、A (2, 3) 点 B の  $y$  座標は、 $y = \frac{6}{-2} = -3$  なので、

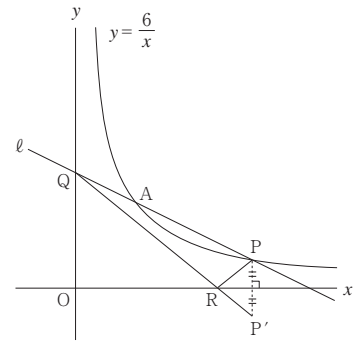
B (-2, -3) これより、長方形のたての長さは、 $3 - (-3) = 6$  (cm)、横の長さは、 $2 - (-2) = 4$  (cm) なので、周の長さは、 $6 \times 2 + 4 \times 2 = 20$  (cm)

(2) 点 A と点 Q の  $x$  座標の差は 2。AP = 2AQ より、点 P と点 A の  $x$  座標の差は、 $2 \times 2 = 4$  なので、点 P の  $x$  座標は、 $2 + 4 = 6$   $y =$

$\frac{6}{x}$  に  $x = 6$  を代入して、 $y = \frac{6}{6} = 1$  より、P (6, 1)  $\triangle PQR$  の周

の長さが最小となるのは、PR + QR が最小のときで、右図のように、 $x$  軸について点 P と対称な点を P' (6, -1) とすると、PR + QR = P'R + QR より、点 R が線分 P'Q 上にあるとき、PR + QR が最小になる。直線  $\ell$  の式を  $y = ax + b$  とおいて、2 点 A, P の座標を代入す

ると、 $\begin{cases} 3 = 2a + b \\ 1 = 6a + b \end{cases}$  これを解くと、 $a = -\frac{1}{2}$ ,  $b = 4$  なので、Q (0,



4) 直線 P'Q の式を  $y = px + 4$  とおいて、点 P' の座標を代入すると、 $-1 = 6p + 4$  より、 $p = -\frac{5}{6}$  と

なるので、直線 P'Q の式は、 $y = -\frac{5}{6}x + 4$  点 R は直線 P'Q 上の点で、 $y$  座標は 0 なので、 $x$  座標は、

$0 = -\frac{5}{6}x + 4$  より、 $x = \frac{24}{5}$  よって、R ( $\frac{24}{5}$ , 0)

**【答】** (1) 20 (cm) (2) ( $\frac{24}{5}$ , 0)

**19** 【解き方】 (1)  $y = ax^2$  に  $x = 4$  を代入して、 $y = a \times 4^2 = 16a$  より、A (4, 16a) このグラフは  $y$  軸につ

いて対称であり、EF の長さが CD の長さの  $\frac{1}{2}$  なので、点 F の  $x$  座標は点 A の  $x$  座標の  $\frac{1}{2}$  となり、 $4 \times$

$\frac{1}{2} = 2$  より、点 F の  $y$  座標は、 $y = a \times 2^2 = 4a$  AD = BA =  $4 - (-4) = 8$  なので、2 点 A, F の  $y$  座

標の差も 8 となる。よって、 $16a - 4a = 8$  が成り立つので、これを解いて、 $a = \frac{2}{3}$

(2)  $\triangle ABE$  と  $\triangle APE$  で共通な辺 AE を底辺としたときの高さが等しくなればよいので、点 B を通り EA に平

行な直線と  $y$  軸の交点を P とすればよい。点 A の  $y$  座標は、 $y = 16 \times \frac{2}{3} = \frac{32}{3}$  点 F の  $y$  座標は、 $y =$

$4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$  で、点 E と F は  $y$  軸について対称なので、E ( $-2$ ,  $\frac{8}{3}$ ) これより、直線 EA の傾きは、

$(\frac{32}{3} - \frac{8}{3}) \div \{4 - (-2)\} = \frac{4}{3}$  直線 BP の式を  $y = \frac{4}{3}x + b$  とおくと、B ( $-4$ ,  $\frac{32}{3}$ ) を通ることから、

$\frac{32}{3} = \frac{4}{3} \times (-4) + b$  これを解くと、 $b = 16$  よって、直線 BP の切片より、P (0, 16)

**【答】** (1) ( $a =$ )  $\frac{2}{3}$  (2) (0, 16)

大問2	0101 ) 80.0%	0102 ) 44.6%	02 ) 11.5%
大問3	0101 ) 89.0%	0102 ) 27.9%	02 ) 4.4%
大問6	01 ) 82.5%	0201 ) 36.7%	0202 ) 3.9%
大問7	01 ) 77.7%	0201 ) 53.3%	0202 ) 12.9%
大問8	01 ) 85.5%	0201 ) 63.6%	0202 ) 6.7%
大問9	01 ) 74.2%	02 ) 65.8%	03 ) 15.1%
大問10	01 ) 87.5%	02 ) 70.7%	03 ) 14.4%
大問13	01 ) 68.6%	0201 ) 16.6%	0202 ) 0.4%
大問14	01 ) 70.0%	02 ) 5.9%	
大問15	01 ) 70.7%	02 ) 51.3%	03 ) 4.1%
大問16	01 ) 72.7%	02 ) 9.4%	
大問17	01 ) 49.9%	02 ) 4.0%	
大問18	01 ) 69.9%	02 ) 3.9%	

