

**1** 【解き方】 (1)  $y = ax^2$  に点 B の座標を代入すると,  $9 = a \times 6^2$ ,  $a = \frac{1}{4}$

(2) 線分 AB と y 軸との交点を P とする。 $y = \frac{1}{4} \times (-2)^2 = 1$  より, A (-2, 1) 直線 AB は傾きが,  $\frac{9-1}{6-(-2)} = 1$  だから, 式を  $y = x + c$  として点 B の座標を代入すると,  $9 = 6 + c$ ,  $c = 3$  P(0, 3) だから,  $\triangle OAB = \triangle OAP + \triangle OBP = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 + \frac{1}{2} \times 3 \times 6 = 12 (\text{cm}^2)$

(3) 右図のように, 線分 CD と y 軸との交点を Q とする。直線 AO

の式を求めるとき,  $y = -\frac{1}{2}x$  だから, 点 C の x 座標を t ( $t > 0$ )

とすると,  $C(t, -\frac{1}{2}t)$  四角形 ABCD は平行四辺形で, 点 A

は点 B から, 左へ,  $6 - (-2) = 8$ , 下へ,  $9 - 1 = 8$  移動した点だから, 点 D も点 C から左へ 8, 下へ 8 移動した点となる。した

がって,  $D(t-8, -\frac{1}{2}t-8)$   $AB \not\parallel DC$  より, 直線 DC の式

を  $y = x + d$  として, 点 C の座標を代入すると,  $-\frac{1}{2}t = t + d$ ,

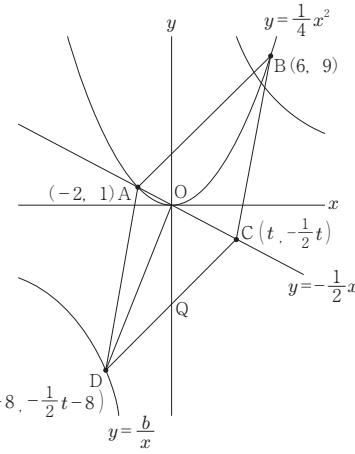
$d = -\frac{3}{2}t$  Q(0,  $-\frac{3}{2}t$ ) より,  $OQ = \frac{3}{2}t$  だから,  $\triangle OCD =$

$\triangle OCD = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}t \times t + \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}t \times |0 - (t -$

$8)| = \frac{3}{4}t^2 + \frac{3}{4}t(8-t) = 6t (\text{cm}^2)$   $6t = 24$  が成り立つから,  $t = 4$  点 D の x 座標は,  $4 - 8 = -4$ ,

$y$  座標は,  $-\frac{1}{2} \times 4 - 8 = -10$  だから,  $y = \frac{b}{x}$  にこれらを代入すると,  $-10 = \frac{b}{-4}$ ,  $b = 40$

【答】(1) あ. 1 い. 4 (2) う. 1 え. 2 (3) お. 4 か. 0



**2** 【解き方】 (1) ①  $y = \frac{1}{2}x^2$  に  $x = 3$  を代入して,  $y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2}$  ② 点 Q は y 軸について点 P と対称な

点となるので,  $Q(-3, \frac{9}{2})$  四角形 PRSQ は平行四辺形だから,  $SR = QP = 3 - (-3) = 6$  点 R の

$x$  座標は 6 だから,  $y$  座標は,  $y = \frac{1}{2} \times 6^2 = 18$  で, R(6, 18) 直線 QR は傾きが,  $\left(18 - \frac{9}{2}\right) \div |6 -$

$(-3)| = \frac{27}{2} \div 9 = \frac{3}{2}$  だから, 式を  $y = \frac{3}{2}x + b$  とおいて点 R の座標を代入すると,  $18 = \frac{3}{2} \times 6 + b$

より,  $b = 9$  傾きは  $\frac{3}{2}$ , 切片は 9。

(2) 点 P の  $x$  座標は  $p$  だから,  $P(p, \frac{1}{2}p^2)$ , H(0,  $\frac{1}{2}p^2$ ) また,  $SR = QP = 2HP = 2p$  より, 点 R の

$x$  座標は  $2p$  だから,  $y$  座標は,  $y = \frac{1}{2} \times (2p)^2 = 2p^2$  これより, S(0,  $2p^2$ ) となるので,  $SH = 2p^2 -$

$\frac{1}{2}p^2 = \frac{3}{2}p^2$  SH = 2PQ より,  $\frac{3}{2}p^2 = 2 \times 2p$ ,  $3p^2 - 8p = 0$ ,  $p(3p - 8) = 0$   $p > 0$  より,  $p = \frac{8}{3}$

【答】(1) ① あ. 9 い. 2 ② う. 3 え. 2 お. 9 (2) か. 8 き. 3

**3** 【解き方】 (1) ①  $y = 4x$  に  $y = 8$  を代入して,  $8 = 4x$  より,  $x = 2$  ② 点 C の  $x$  座標を  $c$  とすると,  $C\left(c, \frac{1}{2}c\right)$ ,

$D(c, 8)$  と表せる。四角形 ABCD は正方形より,  $AD = CD$  だから,  $c - 2 = 8 - \frac{1}{2}c$  よって,  $c = \frac{20}{3}$

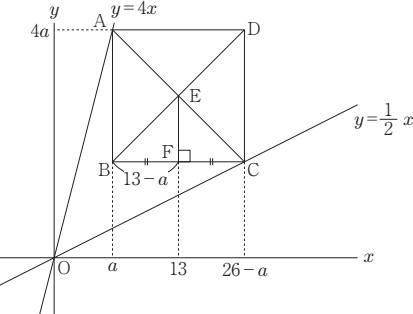
となり,  $C\left(\frac{20}{3}, \frac{10}{3}\right)$  直線 AC の式を  $y = mx + n$  とおくと,  $8 = 2m + n \dots \text{①}$ ,  $\frac{10}{3} = \frac{20}{3}m + n \dots \text{②}$

②が成り立つ。① - ②より,  $-\frac{14}{3}m = \frac{14}{3}$  だから,  $m = -1$  これを①に代入すると,  $8 = 2 \times (-1) + n$  より,  $n = 10$  よって,  $y = -x + 10$

(2) 右図のように点 E から BC に垂線 EF をひくと, 点 F の  $x$  座標も 13。点 A の  $x$  座標を  $a$  とすると,  $A(a, 4a)$  で,  $BF = 13 - a$  と表せる。よって,  $BC = 2BF = 2(13 - a)$  だから, 点 C の  $x$  座標は,  $a + 2(13 - a) = 26 - a$  となり,  $C\left(26 - a, \frac{26 - a}{2}\right)$

また,  $D(26 - a, 4a)$  四角形 ABCD は正方形より,  $AD = CD$  だから,  $26 - a - a = 4a - \frac{26 - a}{2}$  が成り立つ。これを解くと,  $a = 6$  したがって,  $D(20, 24)$

【答】 (1) ① 2 ②  $y = -x + 10$  (2) (20, 24)



**4** 【解き方】 (1) 点 A と点 B の  $x$  座標は等しいので,  $B(5, -15)$  よって,  $-15 = a \times 5^2$  より,  $a = -\frac{3}{5}$

(2) 点 A の  $y$  座標は,  $y = \frac{1}{5} \times 5^2 = 5$  なので,  $C(-5, 5)$  求める直線の傾きは,  $\frac{-15 - 5}{5 - (-5)} = -2$  より,  $y = -2x + b$  とすると,  $5 = -2 \times (-5) + b$  から,  $b = -5$  よって,  $y = -2x - 5$

(3)  $CD = 5 - (-15) = 20$  より, CB の中点の  $y$  座標は,  $5 - \frac{20}{2} = -5$  だから, 直線 EF は CB の中点(0, -5)を通る。右図において, 点 G の  $x$  座標を  $t$  ( $t < 0$ ) とすると,  $G(t, 5)$ ,  $H(t, -15)$  で,  $\triangle CGE \sim \triangle EHB$

だから, 相似比は,  $CE : EB = AC : CD = 10 : 20 = 1 : 2$  したがって,

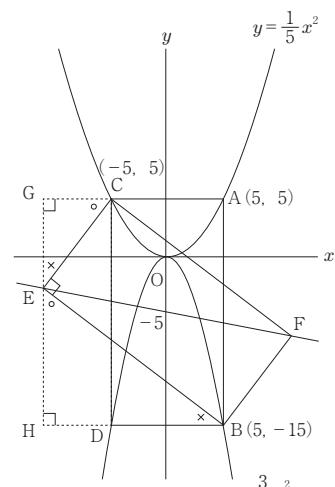
$CG = -5 - t$  より,  $EH = (-5 - t) \times 2 = -10 - 2t$  で,  $BH = 5 - t$  より,  $GE = \frac{5 - t}{2}$  だから,  $\frac{5 - t}{2} + (-10 - 2t) = 20$  これを解いて,

$t = -11$  よって,  $GE = \frac{5 - (-11)}{2} = 8$  より, 点 E の  $y$  座標は,

$5 - 8 = -3$  だから,  $E(-11, -3)$  求める直線を,  $y = ax - 5$  とす

ると,  $-3 = a \times (-11) - 5$  より,  $a = -\frac{2}{11}$  なので,  $y = -\frac{2}{11}x - 5$

【答】 (1)  $-\frac{3}{5}$  (2)  $y = -2x - 5$  (3)  $y = -\frac{2}{11}x - 5$



**[5]** 【解き方】 (1) 点 A の座標は,  $y = \frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2$  より, A (-2, 2) 点 B の座標は,  $y = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8$  より, B (4, 8) 直線  $\ell$  の傾きは,  $\frac{8-2}{4-(-2)} = 1$  なので,  $y = x + b$  とすると,  $8 = 4 + b$  より,  $b = 4$  したがって,  $y = x + 4$

(2) ① C (0, 0) で, 直線  $\ell$  と  $y$  軸の交点を H とすると, H (0, 4) したがって, 平行四辺形 ABCD =  $\triangle ACB \times 2 = (\triangle CHB + \triangle CHA) \times 2 = \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2\right) \times 2 = (8 + 4) \times 2 = 24 \text{ (cm}^2)$  ②  $\triangle CAB = 15 \div 2 = \frac{15}{2} \text{ (cm}^2)$  となればよい。直線 DC の傾きは直線  $\ell$  と等しく 1 なので,  $y = x + c$  として, 直線 DC と  $y$  軸との交点を I とすると, I (0, c) ここで,  $AB \not\parallel DC$  より,  $\triangle CAB = \triangle IAB = \triangle IHA + \triangle IHB$  だから,  $\frac{1}{2} \times (4 - c) \times 2 + \frac{1}{2} \times (4 - c) \times 4 = \frac{15}{2}$  が成り立つ。これを解くと  $c = \frac{3}{2}$  となるので, 直線 DC の式は,  $y = x + \frac{3}{2}$  したがって, 点 C の  $x$  座標は,  $\frac{1}{2}x^2 = x + \frac{3}{2}$  の解となるから,  $x^2 - 2x - 3 = 0$ ,  $(x - 3)(x + 1) = 0$  より,  $x = 3$ ,  $-1$   $x = 3$  のとき, 点 C の座標は,  $y = \frac{1}{2} \times 3^2 = \frac{9}{2}$  で, これは, 点 B の  $y$  座標を,  $8 - \frac{9}{2} = \frac{7}{2}$  だけ下に移動させたものなので, 点 A から同じ分だけ移動させると, 点 D の  $y$  座標は,  $2 - \frac{7}{2} = -\frac{3}{2}$  同様に,  $x = -1$  のとき,  $y = \frac{1}{2} \times (-1)^2 = \frac{1}{2}$  なので, 点 D の  $y$  座標は,  $2 - \left(8 - \frac{1}{2}\right) = -\frac{11}{2}$

【答】 (1)  $y = x + 4$  (2) ①  $24 \text{ (cm}^2)$  ②  $-\frac{3}{2}$ ,  $-\frac{11}{2}$

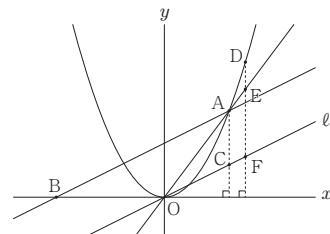
**[6]** 【解き方】 (1)  $y = ax^2$  に点 A の座標の値を代入して,  $4 = a \times 3^2$  より,  $a = \frac{4}{9}$

(2) ① 三平方の定理より,  $OA = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$  よって, B (-5, 0) 2 点

A, B を通る直線は, 傾きが,  $\frac{4-0}{3-(-5)} = \frac{1}{2}$  なので, 式を  $y = \frac{1}{2}x + b$

b において点 B の座標の値を代入すると,  $0 = \frac{1}{2} \times (-5) + b$  から,  $b = \frac{5}{2}$  よって,  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  ② 右図で,  $AC \not\parallel EF$  より,  $\triangle OAC \sim \triangle OEF$  で, 面積の比は,  $16 : (16 + 9) = 16 : 25 = 4^2 : 5^2$  よって,  $OC : OF = 4 : 5$  となるから, 点 D の  $x$  座標は,  $x = 3 \times \frac{5}{4} = \frac{15}{4}$ ,  $y$  座標は,  $y = \frac{4}{9} \times \left(\frac{15}{4}\right)^2 = \frac{25}{4}$  より,  $D\left(\frac{15}{4}, \frac{25}{4}\right)$

【答】 (1)  $(a =) \frac{4}{9}$  (2) ①  $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$  ②  $\left(\frac{15}{4}, \frac{25}{4}\right)$



**7** 【解き方】 (1) 点Bのy座標は、 $y = -3^2 = -9$ より、点Aのy座標は、 $-9 + 10 = 1$  よって、 $1 = a \times (-2)^2$ より、 $a = \frac{1}{4}$

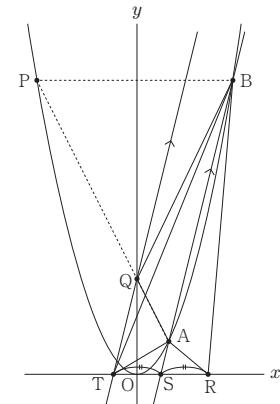
(2) ① 直線ABは、傾きが、 $\frac{-9-1}{3-(-2)} = -2$ なので、直線の式を $y = -2x + b$ とおいて点Aの座標の値を代入すると、 $1 = -2 \times (-2) + b$ より、 $b = -3$  よって、直線ABの式は $y = -2x - 3$ となるから、点Cのx座標は、 $0 = -2x - 3$ より、 $x = -\frac{3}{2}$  ② 点Aからy軸に垂線AHをひくと、H(0, 1) 直線ABの切片をDとおくと、D(0, -3) 求める体積は、底面の円の半径がAHで高さがHDの円錐から、底面の円の半径がAHで高さがHOの円錐と、底面の円の半径がOCで高さがODの円錐をひけばよい。よって、 $\frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times (1+3) - \frac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 1 - \frac{1}{3}\pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 3 = \frac{16}{3}\pi - \frac{4}{3}\pi - \frac{9}{4}\pi = \frac{7}{4}\pi (\text{cm}^3)$

【答】 (1)  $(a =) \frac{1}{4}$  (2) ①  $-\frac{3}{2}$  ②  $\frac{7}{4}\pi (\text{cm}^3)$

**8** 【解き方】 (1)  $y = ax^2$ に $x = 2$ ,  $y = 2$ を代入して、 $2 = a \times 2^2$ より、 $a = \frac{1}{2}$

(2) ① 点Bのy座標は、 $y = \frac{1}{2} \times 6^2 = 18$ で、B(6, 18)だから、P(-6, 18) 直線APは、傾きが、 $\frac{2-18}{2-(-6)} = -2$ なので、式を $y = -2x + b$ とすると点Aの座標より、 $2 = -2 \times 2 + b$  よって、 $b = 6$ より、点Qのy座標は6。 ② 直線ABは、傾きが、 $\frac{18-2}{6-2} = 4$ なので、式を $y = 4x + c$ とすると点Aの座標より、 $2 = 4 \times 2 + c$  よって、 $c = -6$ より、 $y = 4x - 6$  ここで、右図のように直線ABとx軸との交点をSとすると、 $0 = 4x - 6$ より、 $x = \frac{3}{2}$  だから、 $S\left(\frac{3}{2}, 0\right)$  また、点Qを通りABに平行な直線は $y = 4x + 6$ で、この直線とx軸との交点をTとすると、 $0 = 4x + 6$ より、 $x = -\frac{3}{2}$  だから、 $T\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$  このとき、 $AB \parallel QT$ より、 $\triangle ABQ = \triangle ABT$ であり、x軸上の正の部分に、 $ST = SR$ となる点Rをとれば、 $\triangle ABR = \triangle ABT = \triangle ABQ$ となる。 よって、 $ST = \frac{3}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) = 3$ より、点Rのx座標は、 $\frac{3}{2} + 3 = \frac{9}{2}$

【答】 (1)  $(a =) \frac{1}{2}$  (2) ① 6 ②  $\frac{9}{2}$



**9** 【解き方】 (1)  $y = \frac{1}{2}x + 2$  に  $x = -2$  を代入して,  $y = \frac{1}{2} \times (-2) + 2 = 1$  より, A(-2, 1) よって,

$$y = ax^2$$
 に  $x = -2$ ,  $y = 1$  を代入して,  $1 = 4a$  より,  $a = \frac{1}{4}$

(2) 直線  $y = \frac{1}{2}x + 2$  と  $y$  軸との交点を C とすると, C(0, 2) より, OC = 2  $\triangle OAB$  は OC を底辺とする

2つの三角形  $\triangle OCA$  と  $\triangle OCB$  に分けることができ, 高さはそれぞれ 2, 4 だから,  $\triangle OAB = \triangle OCA + \triangle OCB = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 2 + 4 = 6 (\text{cm}^2)$

(3)  $y = \frac{1}{2}x + 2$  に  $x = 4$  を代入すると,  $y = \frac{1}{2} \times 4 + 2 = 4$  より, B(4, 4) A から  $x$  軸に平行にひいた直線

と, B から  $y$  軸に平行にひいた直線の交点を D とすると,  $\triangle ABD$  は直角三角形で, AD =  $4 - (-2) = 6 (\text{cm})$ , BD =  $4 - 1 = 3 (\text{cm})$  だから, 三平方の定理より, AB =  $\sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{6^2 + 3^2} = 3\sqrt{5} (\text{cm})$  また,

(2) より,  $\triangle OAB$  の面積について,  $\frac{1}{2} \times AB \times OH = 6$  となるので, OH =  $\frac{12}{3\sqrt{5}} = \frac{4\sqrt{5}}{5} (\text{cm})$  AO =

$$\sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{5} (\text{cm})$$
 なので,  $\triangle AOH$  で, AH =  $\sqrt{AO^2 - OH^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}\right)^2} =$

$$\frac{3\sqrt{5}}{5} (\text{cm})$$
 よって, HB = AB - AH =  $3\sqrt{5} - \frac{3\sqrt{5}}{5} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$  なので, AH : HB =  $\frac{3\sqrt{5}}{5} : \frac{12\sqrt{5}}{5} =$

1 : 4

【答】 (1) ( $a =$ )  $\frac{1}{4}$  (2)  $6 (\text{cm}^2)$  (3) 1 : 4

**10** 【解き方】 (1) AB = 6 より, 点 B の  $x$  座標は,  $6 \div 2 = 3$  よって,  $y = x^2$  に  $x = 3$  を代入して,  $y = 3^2 = 9$  より B(3, 9)

(2)  $x = -3$  を  $y = x^2$  に代入して,  $y = (-3)^2 = 9$  より A(-3, 9)  $x = 1$  を  $y = x^2$  に代入して,  $y = 1^2 = 1$  より, P(1, 1) よって, 直線 AP の傾きは,  $\frac{1 - 9}{1 - (-3)} = -2$  なので, 直線 AP の式を  $y = -2x + a$

とおいて, 点 P の座標より  $x = 1$ ,  $y = 1$  を代入すると,  $1 = -2 + a$  より  $a = 3$  よって,  $y = -2x + 3$

(3)  $\triangle OAB$  と  $\triangle PAB$  の底辺を共通の辺 AB とすると, 面積の比と高さの比は等しくなるから,  $\triangle OAB$  の高さは 9 なので,  $\triangle PAB$  の高さは,  $9 \times \frac{3}{4} = \frac{27}{4}$  よって, 点 P の  $y$  座標は,  $9 - \frac{27}{4} = \frac{9}{4}$  となるため,  $y = x^2$

に  $y = \frac{9}{4}$  を代入して,  $\frac{9}{4} = x^2$  より,  $x = \pm \frac{3}{2}$  点 P の  $x$  座標は正より, P( $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{9}{4}$ ) 直線 AP の傾き

は,  $\left(\frac{9}{4} - 9\right) \div \left\{\frac{3}{2} - (-3)\right\} = -\frac{3}{2}$  なので, 式を  $y = -\frac{3}{2}x + b$  とおいて, 点 A の座標より  $x = -3$ ,

$y = 9$  を代入すると,  $9 = \left(-\frac{3}{2}\right) \times (-3) + b$  より,  $b = \frac{9}{2}$  よって, 直線 AP の式は,  $y = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$

この式に  $y = 0$  を代入して,  $0 = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2}$  より,  $x = 3$  なので, 求める座標は(3, 0)

【答】 (1) (3, 9) (2)  $y = -2x + 3$  (3) (3, 0)

**11** 【解き方】 (1)  $y = \frac{1}{2}x^2$  に,  $x = -2$  を代入して,  $y = \frac{1}{2} \times (-2)^2 = 2$  より, A(-2, 2)  $x = 4$  を代入して,  $y = \frac{1}{2} \times 4^2 = 8$  より, B(4, 8) これより, AB の傾きは,  $\frac{8-2}{4-(-2)} = 1$  だから, 直線 $\ell$ の式を  $y = x + b$  とおいて点Aの座標を代入すると,  $2 = -2 + b$  となり,  $b = 4$  よって, 直線 $\ell$ の式は,  $y = x + 4$

(2) ① 直線 $\ell$ の式に  $y = 0$  を代入して,  $0 = x + 4$  より,  $x = -4$  なので, C(-4, 0)で, CD = 4 - (-4) = 8 ここで, P(t,  $\frac{1}{2}t^2$ ) とすると,  $\triangle PBD = \frac{1}{2} \times BD \times (4-t) = \frac{1}{2} \times 8 \times (4-t) = 16 - 4t$  (cm<sup>2</sup>),

$$\triangle PCD = \frac{1}{2} \times CD \times \frac{1}{2}t^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{1}{2}t^2 = 2t^2 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \triangle PBD = 6 \triangle PCD \text{ より, } 16 - 4t = 6 \times$$

$$2t^2 \text{ 整理して, } 3t^2 + t - 4 = 0 \text{ 解の公式より, } t = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 3 \times (-4)}}{2 \times 3} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{6} =$$

$$\frac{-1 \pm 7}{6} \text{ よって, } t = -\frac{4}{3}, 1 \quad 0 < t < 4 \text{ より, } t = 1 \quad \text{②①より, } \triangle PBD = 16 - 4 \times 1 = 12 \text{ (cm}^2\text{)},$$

$$\triangle PCD = 2 \times 1^2 = 2 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{また, } \triangle BCD \text{ は } BD = CD \text{ の直角二等辺三角形で, } BC = \sqrt{2}BD = 8\sqrt{2}$$

$$\text{(cm), } \triangle BCD = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{これより, } \triangle PBC = \triangle BCD - \triangle PBD - \triangle PCD = 32 - 12 -$$

$$2 = 18 \text{ (cm}^2\text{) なので, P から BC に垂線をひき, 交点を H とすると, } \triangle PBC \text{ の面積について, } \frac{1}{2} \times 8\sqrt{2}$$

$$\times PH = 18 \text{ が成り立つ。これを解いて, } PH = \frac{9\sqrt{2}}{4} \text{ (cm)} \quad \triangle PBC \text{ を直線 } \ell \text{ を軸として 1 回転させてで}$$

きる立体は、底面が半径 PH の円で高さが BH の円すいと、底面が半径 PH の円で高さが CH の円すいを

$$\text{合わせたものだから, 求める体積は, } \frac{1}{3} \times \pi \times PH^2 \times BH + \frac{1}{3} \times \pi \times PH^2 \times CH = \frac{1}{3} \times \pi \times PH^2 \times$$

$$(BH + CH) = \frac{1}{3} \times \pi \times PH^2 \times BC = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{9\sqrt{2}}{4}\right)^2 \times 8\sqrt{2} = 27\sqrt{2}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

【答】 (1)  $y = x + 4$  (2) ① 1 ②  $27\sqrt{2}\pi$  (cm<sup>3</sup>)

**12** 【解き方】 OC と AB の交点を D とすると、 $\triangle OBD$  は直角二等辺三角形で、面積は、 $8 \times \frac{1}{4} = 2$  (cm<sup>2</sup>)

OD = BD = t cm とすると、面積について、 $\frac{1}{2} \times t \times t = 2$  が成り立つので、 $t^2 = 4$  となり、 $t > 0$  より、

$$t = 2 \text{ よって, B(2, 2) なので, } y = ax^2 \text{ に } x = 2, y = 2 \text{ を代入して, } 2 = a \times 2^2 \text{ より, } a = \frac{1}{2}$$

【答】 ( $a =$ )  $\frac{1}{2}$

**13** 【解き方】 (1)  $y = x + 4$  に点 B の  $x$  座標を代入して,  $y = -2 + 4 = 2$  より, B (-2, 2)  $y = ax^2$  に点 B

の座標を代入して,  $2 = a \times (-2)^2$  より,  $a = \frac{1}{2}$

(2) ① 点 E は  $y = x + 4$  ……⑦,  $y = -\frac{1}{2}x + 3$  ……④の交点なので, ⑦を④に代入して,  $x + 4 = -\frac{1}{2}x +$

$3$  より,  $\frac{3}{2}x = -1$  となり,  $x = -\frac{2}{3}$  これを⑦に代入して,  $y = -\frac{2}{3} + 4 = \frac{10}{3}$  また,  $y = \frac{1}{2}x^2$  に

$x = -\frac{2}{3}$  を代入して,  $y = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{9}$  よって, Q(- $\frac{2}{3}, \frac{10}{3}$ ), R(- $\frac{2}{3}, \frac{2}{9}$ ) となるから,

$QR = \frac{10}{3} - \frac{2}{9} = \frac{28}{9}$  (cm) ② 点 P の  $x$  座標を  $p$  とおく。 $-3 \leq p < -2$  のときは,  $QR = -\frac{1}{2}p +$

$3 - (p + 4) = -\frac{3}{2}p - 1$  (cm) なので,  $-\frac{3}{2}p - 1 = 3$  が成り立つ。これを解いて,  $p = -\frac{8}{3}$   $-2 \leq p$

$< -\frac{2}{3}$  のときは,  $QR = -\frac{1}{2}p + 3 - \frac{1}{2}p^2$  (cm) なので,  $-\frac{1}{2}p + 3 - \frac{1}{2}p^2 = 3$  が成り立つ。整理し

て,  $p^2 + p = 0$  より,  $p(p + 1) = 0$  となり,  $p = -1, 0$  このうち,  $p = -1$  は適する。 $-\frac{2}{3} \leq p < 2$

のときは,  $x = 2$  のとき, Q(2, 6), R(2, 2) より,  $QR = 6 - 2 = 4$  (cm)  $x = -\frac{2}{3}$  のとき, ①より,

$QR = \frac{28}{9}$  cm このこととグラフより, この範囲で QR の長さが一番短いのは,  $x = -\frac{2}{3}$  のときの  $\frac{28}{9}$  cm

なので, 適する  $p$  はない。 $2 \leq p < 4$  のときは, QR の長さが  $p = 2$  のときの 4 cm より長くなるので, 適す

る  $p$  はない。よって,  $p = -\frac{8}{3}, -1$

【答】 (1) ( $a =$ )  $\frac{1}{2}$  (2) ①  $\frac{28}{9}$  (cm) ②  $-\frac{8}{3}, -1$

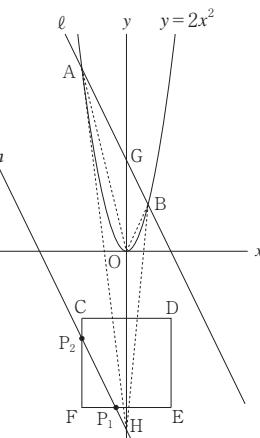
- 14** 【解き方】(1)  $y = 2x^2$  に  $x = -2$  を代入して,  $y = 2 \times (-2)^2 = 8$  より, A  $(-2, 8)$   
 (2)  $y = 2x^2$  に  $x = 1$  を代入して,  $y = 2 \times 1^2 = 2$  より, B  $(1, 2)$  これよ

り, 直線  $\ell$  の傾きは,  $\frac{2-8}{1-(-2)} = -2$  なので, 求める式を  $y = -2x + b$  とおいて点 B の座標を代入すると,  $2 = -2 \times 1 + b$  となり,  $b = 4$  よって,  
 $y = -2x + 4$

- (2) 正方形 CDEF は右図のようになり, D  $(2, -3)$ , CD  $= 2 - (-2) = 4$  より, E  $(2, -7)$ , F  $(-2, -7)$  さらに, G  $(0, 4)$  とおくと, GO  $= 4$  で,  $\triangle ABO = \triangle GAO + \triangle GBO = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 + \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 6$  ここで,  $y$  軸上に, GH  $= 4 \times 3 = 12$  となる点 H  $(0, -8)$  をとると,  $\triangle ABH = \triangle GAH + \triangle GBH = \frac{1}{2} \times 12 \times 2 + \frac{1}{2} \times 12 \times 1 = 18$  となり,  $\triangle ABH$  の面積は  $\triangle ABO$  の面積の 3 倍。このとき, 点 H を通り  $\ell$  に平行な直線を  $m$  とすると, その式は  $y = -2x - 8$  で, 直線  $m$  上に点 P をとると,  $\triangle ABP = \triangle ABH$  なので,  $\triangle ABP$  の面積も  $\triangle ABO$  の面積の 3 倍になる。よって, 求める点 P は, 正方形 CDEF の周と直線  $m$  の交点なので, 前図のように, FE, CF との交点をそれぞれ P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub> とする。直線  $m$  の式に  $y = -7$  を代入して,  $-7 = -2x - 8$  より,  $x = -\frac{1}{2}$  となり,

P<sub>1</sub>  $\left(-\frac{1}{2}, -7\right)$  また, 直線  $m$  の式に  $x = -2$  を代入して,  $y = -2 \times (-2) - 8 = -4$  より, P<sub>2</sub>  $(-2, -4)$

【答】(1)  $y = -2x + 4$  (2)  $\left(-\frac{1}{2}, -7\right), (-2, -4)$



- 15** 【解き方】(1)  $y = 2x$  を  $y = \frac{1}{3}x + 5$  に代入して,  $2x = \frac{1}{3}x + 5$  これを整理して,  $5x = 15$  より,  $x = 3$  また,  $y = 2 \times 3$  より,  $y = 6$  よって, 点 A の座標は  $(3, 6)$

- (2)  $y = \frac{1}{3}x + 5$  を  $y = -\frac{4}{3}x$  に代入して,  $\frac{1}{3}x + 5 = -\frac{4}{3}x$  これを整理して,  $5x = -15$  より,  $x = -3$

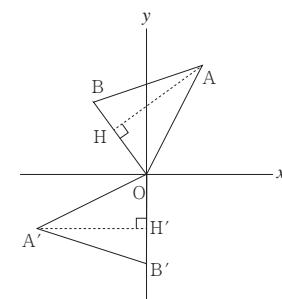
また,  $y = -\frac{4}{3} \times (-3)$  より,  $y = 4$  よって, 点 B の座標は  $(-3, 4)$  直線  $\ell$  と  $y$  軸との交点を C すると, C  $(0, 5)$  より,  $\triangle OAB = \triangle OBC + \triangle OAC = \frac{1}{2} \times 5 \times 3 + \frac{1}{2} \times 5 \times 3 = 15 (\text{cm}^2)$

- (3) A  $(3, 6)$  より,  $OA = \sqrt{3^2 + 6^2} = 3\sqrt{5} (\text{cm})$  B  $(-3, 4)$  より,  $OB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 (\text{cm})$  ここで, 点 A から辺 OB へ垂線をひき, 交点を H と

すると,  $\triangle OAB$  の面積が  $15 \text{cm}^2$  より,  $\frac{1}{2} \times 5 \times AH = 15$  が成り立つので,

AH  $= 6 (\text{cm})$  右図のよう, 辺 OB が  $y$  軸と重なるまで回転移動し, B の移った点を B', A の移った点を A', H の移った点を H' とすると, A'O  $= 3\sqrt{5} \text{cm}$ , A'H'  $= 6 \text{cm}$  より, OH'  $= \sqrt{(3\sqrt{5})^2 - 6^2} = 3 (\text{cm})$  よって, 点 A' の座標は  $(-6, -3)$

【答】(1)  $(3, 6)$  (2)  $15 (\text{cm}^2)$  (3)  $(-6, -3)$



**16** 【解き方】 (1)  $y = 2x - 6$  に  $x = 4$  を代入して、点 A の  $y$  座標は、 $y = 2 \times 4 - 6 = 2$  A (4, 2) は  $y = ax^2$

のグラフ上の点なので、 $2 = a \times 4^2$  より、 $a = \frac{1}{8}$

(2)  $y = \frac{1}{8}x^2$  に  $x = -2$  を代入して、点 B の  $y$  座標は、 $y = \frac{1}{8} \times (-2)^2 = \frac{1}{2}$  より、B(-2,  $\frac{1}{2}$ ) ここ

で、直線 OA の傾きは、 $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  より、点 B を通り OA に平行な直線の式を、 $y = \frac{1}{2}x + b$  とおく。点 B

の座標を代入して、 $\frac{1}{2} = -1 + b$  より、 $b = \frac{3}{2}$  つまり、C(0,  $\frac{3}{2}$ ) 点 D は、 $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$  と  $y =$

$2x - 6$  の交点だから、この 2 式を連立方程式として解いて、 $x = 5$ ,  $y = 4$  より、D(5, 4) ここで、直

線  $y = 2x - 6$  と  $y$  軸との交点を E とおくと、E(0, -6) で、四角形 OADC =  $\triangle EDC - \triangle EAO = \frac{1}{2} \times$

$\left\{ \frac{3}{2} - (-6) \right\} \times 5 - \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = \frac{27}{4}$  また、 $\triangle OCB = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 2 = \frac{3}{2}$  よって、求める面積の比

は、 $\frac{3}{2} : \frac{27}{4} = 2 : 9$

【答】 (1) ( $a =$ )  $\frac{1}{8}$  (2) 2 : 9

**17** 【解き方】 (1)  $\triangle ABC$  は二等辺三角形なので、点 C から辺 AB に垂線 CD をひくと、D は AB の中点となる。

点 A の  $x$  座標は 4 なので、点 D の  $x$  座標は 2 となり、点 C の  $x$  座標も 2。点 C は放物線上の点なので、

$y$  座標は、 $y = \frac{1}{4} \times 2^2 = 1$  また、点 A の  $y$  座標は、 $y = \frac{1}{4} \times 4^2 = 4$  なので、 $CD = 4 - 1 = 3$  (cm)

よって、 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times AB \times CD = \frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$  ( $\text{cm}^2$ )

(2) (1) と同様に、点 C から辺 AB に垂線 CD をひくと、 $\triangle ABC$  は直角二等辺三角形だから、 $CD = \frac{1}{2}AB$  と

なる。点 A の  $x$  座標を  $a$  ( $a > 0$ ) とすると、 $AB = a$  cm また、点 C の  $x$  座標は  $\frac{a}{2}$  になるので、 $y$  座標

は、 $y = \frac{1}{4} \times \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{16}$  点 D の  $y$  座標は点 A の  $y$  座標と等しく  $\frac{a^2}{4}$  なので、 $CD = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{16} = \frac{3}{16}a^2$

(cm) これより、 $\frac{3}{16}a^2 = \frac{1}{2} \times a$  が成り立つ。整理して、 $3a^2 - 8a = 0$  左辺を因数分解して、 $a(3a -$

8) = 0 より、 $a = 0$ ,  $\frac{8}{3}$   $a > 0$  なので、 $a = \frac{8}{3}$  よって、点 A の  $y$  座標は、 $y = \frac{1}{4} \times \left(\frac{8}{3}\right)^2 = \frac{16}{9}$  とな

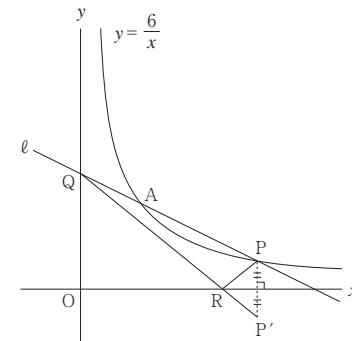
るから、A( $\frac{8}{3}$ ,  $\frac{16}{9}$ )

【答】 (1) 6 ( $\text{cm}^2$ ) (2)  $\left(\frac{8}{3}, \frac{16}{9}\right)$

**18** 【解き方】 (1) 点 A の  $y$  座標は,  $y = \frac{6}{2} = 3$  なので, A (2, 3) 点 B の  $y$  座標は,  $y = \frac{6}{-2} = -3$  なので,

B (-2, -3) これより, 長方形のたての長さは,  $3 - (-3) = 6$  (cm), 横の長さは,  $2 - (-2) = 4$  (cm) なので, 周の長さは,  $6 \times 2 + 4 \times 2 = 20$  (cm)

(2) 点 A と点 Q の  $x$  座標の差は 2。AP = 2AQ より, 点 P と点 A の  $x$  座標の差は,  $2 \times 2 = 4$  なので, 点 P の  $x$  座標は,  $2 + 4 = 6$   $y = \frac{6}{x}$  に  $x = 6$  を代入して,  $y = \frac{6}{6} = 1$  より, P (6, 1)  $\triangle PQR$  の周の長さが最小となるのは, PR + QR が最小のときで, 右図のように,  $x$  軸について点 P と対称な点を P' (6, -1) とする, PR + QR = P'R + QR より, 点 R が線分 P'Q 上にあるとき, PR + QR が最小になる。直線  $\ell$  の式を  $y = ax + b$  とおいて, 2 点 A, P の座標を代入すると,  $\begin{cases} 3 = 2a + b \\ 1 = 6a + b \end{cases}$  これを解くと,  $a = -\frac{1}{2}$ ,  $b = 4$  なので, Q (0, 1)



4) 直線 P'Q の式を  $y = px + 4$  とおいて, 点 P' の座標を代入すると,  $-1 = 6p + 4$  より,  $p = -\frac{5}{6}$  となるので, 直線 P'Q の式は,  $y = -\frac{5}{6}x + 4$  点 R は直線 P'Q 上の点で,  $y$  座標は 0 なので,  $x$  座標は,  $0 = -\frac{5}{6}x + 4$  より,  $x = \frac{24}{5}$  よって, R  $\left(\frac{24}{5}, 0\right)$

【答】 (1) 20 (cm) (2)  $\left(\frac{24}{5}, 0\right)$

**19** 【解き方】 (1)  $y = ax^2$  に  $x = 4$  を代入して,  $y = a \times 4^2 = 16a$  より, A (4, 16a) このグラフは  $y$  軸について対称であり, EF の長さが CD の長さの  $\frac{1}{2}$  なので, 点 F の  $x$  座標は点 A の  $x$  座標の  $\frac{1}{2}$  となり,  $4 \times \frac{1}{2} = 2$  より, 点 F の  $y$  座標は,  $y = a \times 2^2 = 4a$  AD = BA =  $4 - (-4) = 8$  なので, 2 点 A, F の  $y$  座標の差も 8 となる。よって,  $16a - 4a = 8$  が成り立つのので, これを解いて,  $a = \frac{2}{3}$

(2)  $\triangle ABE$  と  $\triangle APE$  で共通な辺 AE を底辺としたときの高さが等しくなければよいので, 点 B を通り EA に平行な直線と  $y$  軸の交点を P とすればよい。点 A の  $y$  座標は,  $y = 16 \times \frac{2}{3} = \frac{32}{3}$  点 F の  $y$  座標は,  $y = 4 \times \frac{2}{3} = \frac{8}{3}$  で, 点 E と F は  $y$  軸について対称なので, E  $\left(-2, \frac{8}{3}\right)$  これより, 直線 EA の傾きは,  $\left(\frac{32}{3} - \frac{8}{3}\right) \div \{4 - (-2)\} = \frac{4}{3}$  直線 BP の式を  $y = \frac{4}{3}x + b$  とおくと, B  $\left(-4, \frac{32}{3}\right)$  を通ることから,  $\frac{32}{3} = \frac{4}{3} \times (-4) + b$  これを解くと,  $b = 16$  よって, 直線 BP の切片より, P (0, 16)

【答】 (1)  $(a =) \frac{2}{3}$  (2) (0, 16)

## 大晦日 千葉県の関数

---

大問2 0101 ) 80.0%    0102 ) 44.6%    02 ) 11.5%

大問3 0101 ) 89.0%    0102 ) 27.9%    02 ) 4.4%

大問6 01 ) 82.5%    0201 ) 36.7%    0202 ) 3.9%

大問7 01 ) 77.7%    0201 ) 53.3%    0202 ) 12.9%

大問8 01 ) 85.5%    0201 ) 63.6%    0202 ) 6.7%

大問9 01 ) 74.2%    02 ) 65.8%    03 ) 15.1%

大問10 01 ) 87.5%    02 ) 70.7%    03 ) 14.4%

大問13 01 ) 68.6%    0201 ) 16.6%    0202 ) 0.4%

大問14 01 ) 70.0%    02 ) 5.9%

大問15 01 ) 70.7%    02 ) 51.3%    03 ) 4.1%

大問16 01 ) 72.7%    02 ) 9.4%

大問17 01 ) 49.9%    02 ) 4.0%

大問18 01 ) 69.9%    02 ) 3.9%

