David Morillo Massagué — 1666540

Exercicis puntuables

1

$\boxed{1.}$ $\alpha = 0'05$

Trobar I.C. per nota mitjana anterior (X_1)

$X_1 = [6,\ 5'5,\ 4'8,\ 6'5,\ 5,\ 4'2,\ 7,\ 5'8,\ 4'5,\ 6'2]$

σ desconeguda

$\mu \in \bar{x} \pm t_{1-\alpha/2,\, n-1} \dfrac{s}{\sqrt{n}}$

$\begin{cases} \bar{x} = 5'55 \\ s = 0'912 \\ n = 10 \end{cases}$

$\hookrightarrow t_{0'975,\, 9} = 2'2622$

$\mu \in 5'55 \pm 2'2622 \cdot \dfrac{0'912}{\sqrt{10}}$

I.C. $= [4'898,\ 6'202]$

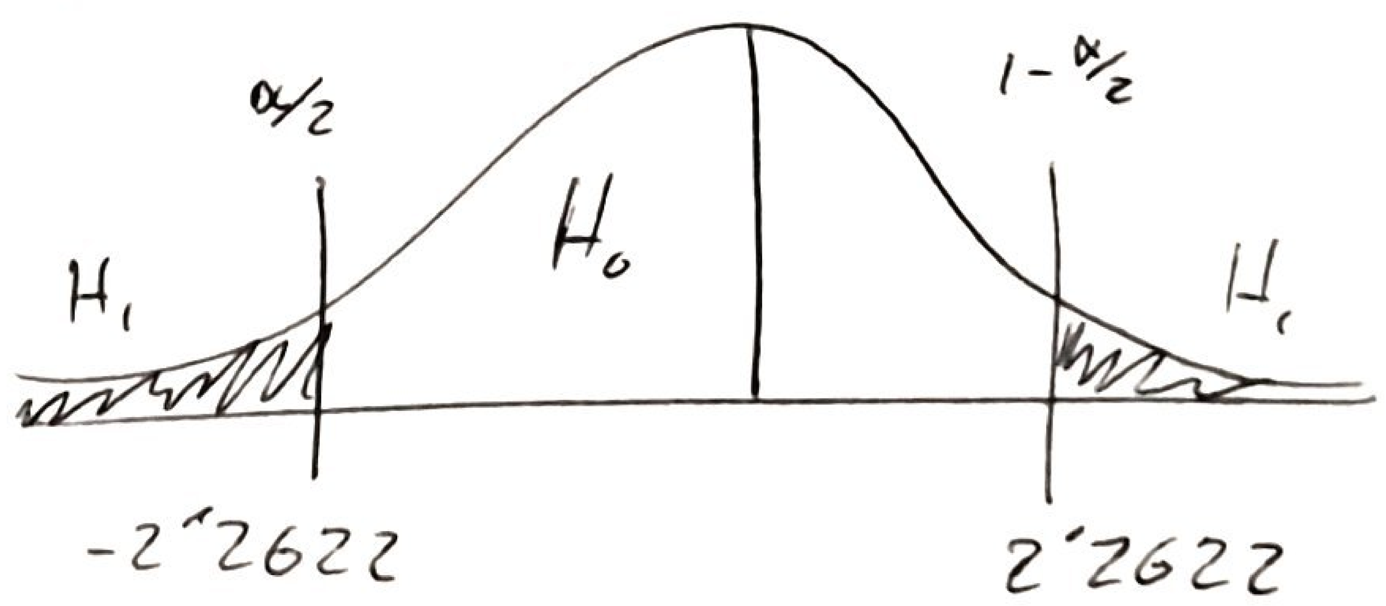
$\boxed{2.}$ $\begin{cases} H_0: \mu = 5'5 \\ H_1: \mu \neq 5'5 \end{cases}$ (Test bilateral) $\alpha = 0'05$

Estadístic: $T = \dfrac{\bar{x} - \mu}{s/\sqrt{n}}$

$\begin{cases} \bar{x} = 5'55 \\ s = 0'912 \\ n = 10 \end{cases}$

$T = \dfrac{5'55 - 5'5}{0'912/\sqrt{10}} = 0'1734$

valor crític: $t_{1-\alpha/2,\, n-1} = t_{0'975,\, 9} = 2'2622$



L'estadístic es troba entre els punts crítics del test bilateral $\Rightarrow$ No hi ha proves evidències com per rebutjar H_0 $\Rightarrow$ Acceptem H_0

1

3.

regressió logística: $p = \frac{1}{1+e^{-z}}$ (aprovar)

on $z = \beta_0 + \beta_1 \cdot nota\_anterior + \beta_2 \cdot assistència$

donat:

$$\begin{cases} \beta_0 = -6'85 \\ \beta_1 = 1'23 \\ \beta_2 = 0'99 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{nota anterior} = 4'5 \\ \text{assistència} = 1 \rightarrow \text{Ha assistit} \end{cases}$$

Substituim: $z = (-6'85) + (1'23) \cdot 4'5 + (0'99) \cdot 1$

$z = -0'325$

$\Downarrow$

$p_a = \frac{1}{1+e^{-(-0'325)}} = 0'419 \rightarrow$ probabilitat d'aprovar

$\Downarrow$

$1 - p_a =$ probabilitat suspendre $= \underline{\underline{58'1\ \%}}$

David Morillo Massagué 1666540

2 Trobar β_0 i β_1

$\boxed{1}$ Nota (X): [4, 5, 6, 7, 8, 9] $\bar{x} = 6'5$ $n=6$

Temps estudi: (Y): [2'5, 3, 3'5, 4, 5, 5'5] $\bar{y} = 3'91\bar{6}$

$$\beta_1 = \frac{Cov(x,y)}{s^2_x} \qquad Cov(x,y) = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$$

$$Cov(x,y) \frac{\sum(x_i - 6'5)(y_i - 3'91\bar{6})}{6-1} = 2'15$$

$$s^2_x = \frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n-1} = 3'5 \rightarrow \beta_1 = \frac{Cov(x,y)}{s^2_x} = \frac{2'15}{3'5} = \underline{0'6143} \; \beta_1$$

$$\beta_0 = \bar{y} - \beta_1 \bar{x} = 3'91\bar{6} - (0'6143) \cdot 6'5 = \underline{-0'076} \; \beta_0$$

model: $y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon \Rightarrow \underline{y = -0'076 + 0'6143 \cdot x + \varepsilon}$

Intercept (β_0): Representa el temps d'estudi quan la nota (x) es 0 en el model. En l'exemple, si un estudiant ha tret un 0, haurà estudiat al voltant de -0'076 hores. És impossible que el nombre d'hores sigui negatiu en la realitat, però és el valor que millor funciona al model.

Pendent (β_1): Indica les hores d'estudi que augmenten, quan la nota augmenta per 1 unitat. Si $\beta_1 = 2$, per cada punt adicional en la nota, augmenten 2 hores en el temps d'estudi predit. En l'exemple, $\beta_1 = 0'6143$, i vol dir que per cada punt de l'examen li atribuim ~~una hora les~~ ~37 minuts d'estudi.

Scanned by TapScanner

(2)

$\boxed{2}$ $Cov(x,y) = 2'15$ → calculat en l'apartat anterior:

$S^2_x = 3'5$

$S^2_y = 1'341\hat{6}$

valor de r:

$$r = \frac{Cov(x,y)}{\sqrt{S^2_x \cdot S^2_y}} = \frac{2'15}{\sqrt{3'5 \cdot 1'341\hat{6}}} = 0'9922$$

$R^2 = r^2 = 0'9922^2 = 0'9844$ R^2

Valor de $Cov(x,y) = 2'15$:

Indica direcció i relació entre x (nota) i y (hores d'estudi). Al ser positiu, indica que si creix la nota, també ho fan les hores. És un valor poc interpretable per si sol, per això es fa servir r o R^2.

Valor de $r = 0'9922$:

Aquest valor indica la força i direcció de la relació lineal entre x i y. El valor del model resultant indica una relació positiva ($r > 0$) i molt forta $0'87 < |r| < 1$.

Valor de $R^2 = 0'9844$:

Aquest valor indica el percentatge de la variació a y (hores) s'explica per x (nota). És a dir que el 98% de la variació de les hores d'estudi s'explica per la variable d'entrada. Això demostra que el model és extremadament precís i efectiu per descriure la relació ente x i y.