

#### ProvaFinal-Sage.pdf



Eng\_dades



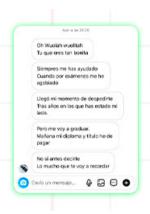
**Espais Vectorials** 



1º Grado en Ingeniería de Datos



Escuela de Ingeniería Universidad Autónoma de Barcelona



Que no te escriban poemas de amor cuando terminen la carrera

(a nosotros por

(a nosotros pasa)

WUOLAH

Suerte nos pasa)







# No si antes decirte Lo mucho que te voy a recordar

Pero me voy a graduar. Mañana mi diploma y título he de pagar

Llegó mi momento de despedirte Tras años en los que has estado mi lado.

> Siempres me has ayudado Cuando por exámenes me he agobiado

### (a nosotros por suerte nos pasa)

```
"cells": [
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 },
 "source": [
  "# <font color=red> Evaluació de Espais Vectorials </font>"
 ]
 },
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 },
 "source": [
  "## <font color=green> 27 Maig de 2020 </font>"
 ]
},
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 "source": [
  "<font color=green> Definiu un vector $niu$ de l'espai $\\mathbb{Q}^7$ format per
les xifres decimals del vostre NIU (n'hi ha d'haver 7). Així, si el vostre niu fos
$1234567$, aleshores el vector ha de ser $\\vec{niu}=(1,2,3,4,5,6,7)$. </font>"
 ]
},
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 "source": [
```



```
},
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 },
 "source": [
  "<font color=green> Definiu un altre vector $\\vec{pas}:=(1, -1, 2, -1, 3, -1, 2)$ del
mateix espai. </font>"
},
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 },
 "outputs": [
 "source": [
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 "source": [
 },
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 },
 "source": [
  "<font color=green> Construiu la matriu A formada afeguint a la matriu A1 que us
donem els vectors pass i niu com a últimes files (amb aquest ordre). No si val a tornar-
los a escriure! </font>"
 ]
```





(a nosotros por suerte nos pasa)

Ayer a las 20:20

Oh Wuolah wuolitah Tu que eres tan bonita

Siempres me has ayudado Cuando por exámenes me he agobiado

Llegó mi momento de despedirte Tras años en los que has estado mi lado.

Pero me voy a graduar. Mañana mi diploma y título he de pagar

No si antes decirte Lo mucho que te voy a recordar













```
},
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 ],
 "source": [
  "A1=matrix(QQ,5,7,[[0, 1, 2, -2, 2, -9, 1],\n",
  " [0, 2, 4, -3, 5, -17, 1],\n",
  "[0, 3, 6, -7, 6, -29, 7],\n",
  " [0, 1, 2, -3, 1, -10, 3],\n",
  "[0, 1, 2, -2, 3, -10, 5]])"
},
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 },
 "outputs": [
 "source": [
 },
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 "source": [
  "<font color=green> Construiu una matriu $B$ de mida $5\\times 5$ obtinguda
prenent les 5 primeres files i columnes de la matriu A i transposant-la. </font>"
 ]
},
 "cell_type": "code",
 "execution count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 },
 "outputs": [
```



```
],
"source": [
]
},
"cell_type": "markdown",
"metadata": {
 "collapsed": false,
 "deletable": false,
 "editable": false
},
"source": [
 "<font color=green> Calculeu la forma esglaonada reduïda de $A$ i de $B$. </font>"
},
"cell_type": "code",
"execution_count": 0,
"metadata": {
 "collapsed": false
"outputs": [
"source": [
},
"cell_type": "code",
"execution_count": 0,
"metadata": {
 "collapsed": false
},
"outputs": [
"source": [
"cell_type": "markdown",
"metadata": {
 "collapsed": false,
 "deletable": false,
 "editable": false
},
"source": [
 "<font color=green> Calculeu una matriu P i de forma que la matriu $PA$ sigui la
```



forma esglaonada reduïda de \$A\$. Comproveu-ho.</font>"





### (a nosotros por suerte nos pasa)

No si antes decirte Lo mucho que te voy a recordar

Pero me voy a graduar. Mañana mi diploma y título he de pagar

Llegó mi momento de despedirte Tras años en los que has estado mi lado.

> Siempres me has ayudado Cuando por exámenes me he agobiado

Oh Wuolah wuolitah Tu que eres tan bonita

```
]
},
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 },
 "outputs": [
 "source": [
 ]
 },
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 },
 "outputs": [
 "source": [
 ]
},
 "cell_type": "code",
 "execution count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 },
 "outputs": [
 "source": [
 ]
},
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 "source": [
  "<font color=green> La següent funció retorna, per a cada matriu A, true o false
depenen de si A té una certa forma o no la té. Quina forma? </font>"
 ]
},
```



```
"cell_type": "code",
"execution_count": 0,
"metadata": {
 "collapsed": false,
 "deletable": false,
 "editable": false
},
"outputs": [
],
"source": [
 "def NoSeQueFa(A):\n",
    n=A.nrows()\n",
    m=A.ncols()\n",
    u=1\n",
    for i in range(n):\n",
      for j in range(m):\n",
         if i!=j and A[i,j]!=0:\n",
           return(False)\n",
    for i in range(min(n,m)):\n",
      if A[i,i]!=1 and A[i,i]!=0:\n",
 п
         return(False)\n",
      elif A[i,i]==0:\n",
 п
         u=0\n",
 11
      else:\n",
 "
         if u==0: \n",
           return(False)\n",
    return(True)"
]
},
"cell_type": "markdown",
"metadata": {
 "collapsed": false
"source": [
 "<font color=red> Escriu aquí la resposta: </font>"
]
},
"cell_type": "code",
"execution_count": 0,
"metadata": {
 "collapsed": false
"outputs": [
],
```



```
"source": [
 },
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 "source": [
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false
 },
 "source": [
  "<font color=green> Escriu la funció EsDiagonal que retorni true or false depenen de
si A és o no és diagonal. </font>"
 ]
},
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 "source": [
 },
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 },
 "outputs": [
 "source": [
 ]
},
{
```



```
"cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 "source": [
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 "source": [
 },
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 },
 "source": [
  "<font color=green> Definiu el subespai $F$ de $\\mathbb{Q}^7$ format per les
primeres 4 files de la matriu $A$. </font>"
},
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 },
 "outputs": [
 "source": [
 },
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
```







No si antes decirte Lo mucho que te voy a recordar

### (a nosotros por suerte nos pasa)

```
"collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 "source": [
  "<font color=green> Definiu el subespai $G$ de $\\mathbb{Q}^7$ format per les
primeres 3 columnes de la matriu $A$. </font>"
 ]
},
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 ],
 "source": [
 ]
 },
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 },
 "source": [
  "<font color=green> Calculeu una base de la suma $F+G$ i una base de la intersseció
$F\\cap G$. Cal donar-les com a llistes de vectors. </font>"
},
 "cell_type": "code",
 "execution count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 },
 "outputs": [
 ],
 "source": [
 ]
 },
 "cell_type": "code",
 "execution count": 0,
 "metadata": {
```



```
"collapsed": false
 },
 "outputs": [
 "source": [
 },
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 "source": [
  "<font color=green> Calculeu una base ortonormal del subespai $F$ de
$\\mathbb{Q}^7$, donada com una llista de vectors. </font>"
},
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 "source": [
 ]
 },
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 },
 "outputs": [
 "source": [
 },
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
```



```
},
 "source": [
  "<font color=green> Definiu l'aplicació lineal $f$ de $\\mathbb{Q}^7$ a
$\\mathbb{Q}^4$ que té com a matriu la matriu formada per les 4 primeres files de
$A$. </font>"
 },
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 "source": [
 },
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 },
 "outputs": [
 "source": [
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 },
 "source": [
  "<font color=green> Calculeu bases del subespai nucli i del subespai imatge de $f$.
</font>"
 ]
 },
 "cell_type": "code",
 "execution count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 },
```



```
"outputs": [
 "source": [
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 },
 "source": [
  "<font color=green> Es $f$ injectiva? És exhaustiva? </font>"
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false
 },
 "source": [
  "<font color=red> Poseu aquí la resposta: </font>: "
 },
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 },
 "source": [
  "<font color=green> Determineu la matriu de l'aplicació lineal $g:\\mathbb{Q}^2\\to
\mathbb{Q}^7$ que porta el vector $(1,1)$ al vector $\\vec{niu}$ i el vector $(1,-1)$
al vector $\\vec{pas}$, respecte les bases canòniques tant de sortida com d'arribada.
</font>"
 ]
 },
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 ],
```







No si antes decirte Lo mucho que te voy a recordar

Pero me voy a graduar. Mañana mi diploma y título he de pagar

### (a nosotros por suerte nos pasa)

```
"source": [
 },
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 "source": [
  "<font color=green> Determineu la matriu de la composició $f\\circ g$ respecte les
bases canòniques tant de sortida com d'arribada. </font>"
 ]
},
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 "source": [
 ]
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 "source": [
  "<font color=green> Calculeu el polinomi caracteristica de $B$, i els seus valors
propis amb la seva multiplicitat. Determineu si $B$ és diagonalitzable i en aquest cas
doneu una matriu $P$ invertible tal que $PBP^{-1}$ sigui diagonal.</font>"
 ]
},
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 ],
```



```
"source": [
 },
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 "source": [
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 },
 "source": [
  "<font color=green> Calculeu la descomposició SVD de la matriu $A$. </font>"
 },
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 "source": [
 },
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 },
 "source": [
  "<font color=green> Calculeu la matriu AM obtinguda si només considerem els
quatre primers valors singulars de la descomposició SVD de la matriu $A$. </font>"
 ]
```



```
},
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 "source": [
 },
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 "outputs": [
 "source": [
 "cell_type": "markdown",
 "metadata": {
  "collapsed": false,
  "deletable": false,
  "editable": false
 },
 "source": [
  "<font color=green> Calculeu el màxim dels valors absoluts de les diferències dels
coefficients de A i de AM.</font>"
 ]
},
 "cell_type": "code",
 "execution_count": 0,
 "metadata": {
  "collapsed": false
 },
 "outputs": [
 "source": [
},
{
```



```
"cell_type": "code",
"execution_count": 0,
"metadata": {
 "collapsed": false
"outputs": [
"source": [
"cell_type": "code",
"execution_count": 0,
"metadata": {
 "collapsed": false
"outputs": [
"source": [
},
"cell_type": "code",
"execution_count": 0,
"metadata": {
 "collapsed": false
"outputs": [
"source": [
"metadata": {
"kernelspec": {
"display_name": "SageMath (system-wide)",
"language": "sagemath",
"metadata": {
 "cocalc": {
 "description": "Open-source mathematical software system",
 "priority": -1,
 "url": "https://www.sagemath.org/"
"name": "sagemath"
"language_info": {
```







### (a nosotros por suerte nos pasa)

No si antes decirte Lo mucho que te voy a recordar

Pero me voy a graduar. Mañana mi diploma y título he de pagar

Llegó mi momento de despedirte Tras años en los que has estado mi lado.

Siempres me has ayudado Cuando por exámenes me he agobiado

Oh Wuolah wuolitah Tu que eres tan bonita

```
"codemirror_mode": {
  "name": "ipython",
  "version": 2
},
  "file_extension": ".py",
  "mimetype": "text/x-python",
  "name": "python",
  "nbconvert_exporter": "python",
  "pygments_lexer": "ipython2",
  "version": "2.7.15"
}
},
  "nbformat": 4,
  "nbformat_minor": 4
}
```

WUOLAH