

Codis de Hamming

Objectiu: Entendre els codis lineals, en concret, els de Hamming.

Tip: Recorda preguntar qualsevol dubte al teu professor de pràctiques. Estem aquí per ajudar-te.

1 Codificació i descodificació amb un codi de Hamming

Després de l'èxit de la vostra implementació en la codificació de missatges espacials, l'Agència Espacial Europea us ha encarregat d'enfortir el seu canal de comunicació fent servir codis de Hamming.

L'objectiu d'aquesta sessió és que entengueu bé l'ús dels codis de Hamming, així com detectar i corregir errors produïts pel mateix medi (radiació Solar que afecta les vostres antenes... o qui sap si són extraterrestres que volen corrompre la vostra comunicació amb la Terra per tal que no els descobriu...).

Ja sabeu comprimir fent servir codificació aritmètica, però és important saber com assegurar-nos que el missatge que envieu és el mateix missatge que arriba, i en cas que no, com ho podem solucionar!

1. Paràmetres del codi de Hamming.

- (a) Familiaritzeu-vos amb les següents variables, que són, el codi C , la seva matriu de control H , així com les dues seqüències.

Aquesta informació seran els vostres paràmetres de les funcions que us demanarem que implementeu per aquesta sessió de pràctica.

$C = \{ 0000000, 0001101, 0010011, 0011110, 0100110, 0101011, 0110101, 0111000, 1000111, 1001010, 1010100, 1011001, 1100001, 1101100, 1110010, 1111111 \}$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$sequenciaCodificar = 111000011101$

$sequenciaDescodificar = 11110000001111101000$

- (b) (0.5 punt) Dissenyeu la funció $ParametresCodi(C)$ que, donat un codi C , en retorni $(n,k,d),t$ on n és la longitud, k la dimensió, d la distància mínima i t la capacitat correctora.

Utilitzeu les funcions $longitudCodi(C)$, $dimensioCodi(C)$, $distanciaMinimaCodi(C)$ i $capacitatCorrectora(C)$ que s'utilitzen per al càlcul general de paràmetres per codis lineals.

```
def longitudCodi(C):  
    return C.shape[1]  
  
def dimensioCodi(C):  
    return math.log(C.shape[0], 10)/math.log(2, 10)  
  
def distanciaMinima(C):  
    dH = set()  
    for u in C:
```

```

        for v in C:
            if not np.array_equal(u, v):
                dH.add(np.count_nonzero(np.bitwise_xor(u,v) == 1))
        return min(dH)

def capacitatCorrectora(C):
    d = distanciaMinima(C)
    return abs(d-1)/2

```

Mostreu per pantalla el resultat de *ParametresCodi*(*C*) passant com a paràmetre el vostre codi.

CODI PYTHON

RESULTAT

- (c) (0.5) Donat el número de bits redundants, el paràmetre r , i sabent que es tracta d'un codi de Hamming, implementeu les funcions *longitudCodiHamming*(r), *dimensioCodiHamming*(r) i *distanciaCodiHamming*(r).

Recordeu que per qualsevol codi de Hamming, es compleix:

- i. $n = 2^r - 1$
- ii. $k = n - r$
- iii. $d = 3$

Comproveu el resultat de les funcions que heu implementat amb la que us proporcionem, utilitzant el codi *C* i tenint en compte que $r = 3$

CODI PYTHON

- (d) (0.5 punt) Calculeu la matriu generadora G a partir de la matriu de control H , sabent que H conté la matriu identitat en les últimes r columnes. Comproveu que les matrius són ortogonals entre si.

Es tracta d'una matriu sistemàtica? Per què? Respon a les dues preguntes a una cel·la de text **adicional**.

CODI PYTHON

RESPOSTA

2. Codificació.

- (a) (2 punts) Implementeu la funció *CodificaHamming*(G, m) que donada la vostra matriu generadora G i un vector binari d'informació m de longitud k , retorni el vector codificat.

Escolliu un vector binari d'informació m de longitud k .

Fent servir la funció *CodificaHamming*(G, m), doneu el vector codificat v , i dient-ne, quin és el valor i la seva longitud del vector d'informació i del vector codificat.

CODI PYTHON

RESULTAT

3. Descodificació.

- (a) (2 punts) Implementeu la funció *DescodificaHamming*(H, w), que, donant una matriu de control H , i un vector binari w de longitud n , en retorni:

- La síndrome de w
- El vector w corregit (v')
- El vector d'informació corresponent (m')

Utilitzeu les funcions *longitudCodiHamming*(r) i *dimensioCodiHamming*(r) que heu implementat anteriorment, amb $r = 3$.

CODI PYTHON

- (b) (2 punt) Considereu un vector w on sabem que s'ha produït un error respecte al vector v de l'apartat de la Codificació.

Fent servir la funció *DescodificaHamming*(H, w), doneu la síndrome de w , el vector w després de corregir l'error i el vector d'informació.

Feu el mateix, però, afegint dos errors al vector codificat v .

Com podeu interpretar els dos resultats tenint en compte els paràmetres del codi? Responen a la pregunta a una cel·la de text **addicional**.

CODI PYTHON

RESULTAT

4. Codificació i descodificació de múltiples vectors.

- (a) (0.5 punt) Considereu la matriu generadora, i la matriu d'informació *sequenciaCodificar* definida a la primera cel·la, que correspon a una matriu amb k columnes.

Fent servir la funció *CodificaHamming*(G, m), codifiqueu la informació en forma de matriu.

CODI PYTHON

RESULTAT

- (b) (2 punt) Modifiqueu la funció *DescodificaHamming*(H, W) vista anteriorment, per tal que, donada una matriu W on a cada fila hi ha un vector binari W_i , de longitud n , i fent servir el vostre codi Hamming, retorni:

- La matriu de síndromes on a cada fila hi ha la síndrome de W_i
- La matriu W amb els errors corregits (v')
- La matriu d'informació on a cada fila hi ha el vector d'informació corresponent a la fila W_i (m').

Descodifiqueu i doneu els resultats de la funció *DescodificaHamming*(H, w) on w correspon al vector *sequenciaDescodificar* definit a la primera cel·la, transformant-la primer en una matriu amb n columnes.

CODI PYTHON

A Apendix

Per qualsevol errata o millora d'aquesta pràctica si us plau envieu un mail a *marcel.vilalta@uab.cat*.

A.1 Iniciar l'entorn

Seguidament, obriu un terminal (ho podeu fer des de l'escriptori utilitzant la drecera ctrl+alt+t). Una vegada obert el terminal executeu

```
> sudo run_docker_container_sage
```

Finalment, per accedir a Jupyter copieu i enganxeu al navegador l'URL que se us mostra per pantalla.

A.2 Ajuda Numpy

Juntament amb el guió de la pràctica, així com aquesta llibreta Jupyter que heu trobat al Campus Virtual, disposeu d'una llibreta Jupyter que conté una sèrie de comandes Numpy i ajudes que us pot fer servei per a referència per aquesta llibreria.