

The Price of Fairness Applicazione

Alice Daldossi

Università degli Studi di Pavia

Indice

1 Problema

2 Schemi di equità

Presentazione del problema

Problema

Un condominio da 6 appartamenti ha installato dei pannelli fotovoltaici che creano energia elettrica pari a 30 kWh al giorno. Questo totale viene normalmente suddiviso tra le 6 utenze in base alle quote di ciascuna. Se una famiglia va in vacanza, l'appartamento consuma meno, quindi c'è più energia a disposizione per le altre. Come distribuire questa energia in più?

Risoluzione

Per ogni famiglia si cerca la percentuale del rispettivo surplus (energia che non viene normalmente coperta dai fotovoltaici) che è coperta dal fotovoltaico aggiuntivo.

Dati

$n = 6$ giocatori

Disponibilità giornaliera dei pannelli fotovoltaici: 30 kWh

Prezzo dell'energia: 0.277 €/kWh

| Presenze | Nomi | Copertura | Surplus | Fisso |
|----------|---------|-------------|-------------|-------|
| 1 | Bianchi | 2,647058824 | 1,452941176 | 1,5 |
| 1 | Rossi | 3,235294118 | 4,164705882 | 1,5 |
| 1 | Verdi | 3,529411765 | 1,970588235 | 1,5 |
| 0 | Longo | 5,882352941 | 3,117647059 | 1,5 |
| 0 | Costa | 6,470588235 | 3,529411765 | 2 |
| 1 | Gatti | 8,235294118 | 5,764705882 | 2 |

Soluzione utilitaria

| Nomi | Copertura aggiuntiva | Costo (€) |
|---------|----------------------|-----------|
| Bianchi | 1.452941176 | 0.00 |
| Rossi | 4.164705882 | 0.00 |
| Verdi | 1.970588235 | 0.00 |
| Gatti | 3.1176470600000004 | 0.73 |

Soluzione

$$\begin{aligned}\text{SYSTEM}(U) &= \sup\{e^T u \mid u \in U\} = \\ &= 100.0 + 100.0 + 100.0 + 54.08 = 354.08\end{aligned}\tag{1}$$

Link al codice: ...

Equità proporzionale

Soluzione

$$\begin{aligned}\mathcal{S}^{\text{PF}}(U) = \\ \text{FAIR}(U; \mathcal{S}^{\text{PF}}) = e^T \mathcal{S}^{\text{PF}}(U) = \\ \text{POF}(U; \mathcal{S}^{\text{PF}}) = \frac{\text{SYSTEM}(U) - \text{FAIR}(U; \mathcal{S}^{\text{PF}})}{\text{SYSTEM}(U)}\end{aligned}\tag{2}$$

Link al codice: ...

Equità max-min

Soluzione

$$\begin{aligned}\mathcal{S}^{\text{MMF}}(U) = \\ \text{FAIR}(U; \mathcal{S}^{\text{MMF}}) &= e^T \mathcal{S}^{\text{MMF}}(U) = \\ \text{POF}(U; \mathcal{S}^{\text{MMF}}) &= \frac{\text{SYSTEM}(U) - \text{FAIR}(U; \mathcal{S}^{\text{MMF}})}{\text{SYSTEM}(U)}\end{aligned}\tag{3}$$

Link al codice: ...

Limiti

Teorema: Uguali massime utilità possibili

Abbiamo $n = 6 > 2$ giocatori, $U \subset \mathbb{R}_+^6$ è compatto e convesso. Tutti i giocatori hanno la stessa massima utilità, che è maggiore di 0, allora

$$\begin{aligned}\text{POF}(U; \mathcal{S}^{\text{PF}}) &= \dots \leq 1 - \frac{2\sqrt{n} - 1}{n} = 0.3501700857389407, \\ \text{POF}(U; \mathcal{S}^{\text{MMF}}) &= \dots \leq 1 - \frac{4n}{(n+1)^2} = 0.5102040816326531.\end{aligned}\tag{4}$$