

The Price of Fairness Applicazione

Alice Daldossi

Università degli Studi di Pavia

Indice

1 Problema

2 Schemi di equità

Presentazione del problema

Problema

Un condominio da 6 appartamenti ha installato dei pannelli fotovoltaici che creano energia elettrica pari a 30 kWh al giorno. Questo totale viene normalmente suddiviso tra le 6 utenze in base alle quote di ciascuna. Se una famiglia va in vacanza, l'appartamento consuma meno, quindi c'è più energia a disposizione per le altre. Come distribuire questa energia in più?

Risoluzione

Per ogni famiglia si cerca la proporzione del rispettivo surplus (energia che non viene normalmente coperta dai fotovoltaici) che è coperta dal fotovoltaico aggiuntivo.

Dati

... Immagine del txt con le famiglie, i consumi, le presenze ...

Soluzione utilitaria

$$\begin{array}{ll} \max_y & e^T u, \\ \text{t.c.} & u \in U. \end{array} \quad (1)$$

Soluzione

$$\text{SYSTEM}(U) = \sup\{e^T u | u \in U\} = \text{valore dal codice} \quad (2)$$

Equità proporzionale

$$\begin{aligned} \max_y \quad & \prod_{j=1}^n u_j \\ \text{t.c.} \quad & u \in U. \end{aligned} \tag{3}$$

Soluzione

$$\begin{aligned} \mathcal{S}^{\text{PF}}(U) = \\ \text{FAIR}(U; \mathcal{S}^{\text{PF}}) = e^T \mathcal{S}^{\text{PF}}(U) = \\ \text{POF}(U; \mathcal{S}^{\text{PF}}) = \frac{\text{SYSTEM}(U) - \text{FAIR}(U; \mathcal{S}^{\text{PF}})}{\text{SYSTEM}(U)} \end{aligned} \tag{4}$$

Equità max-min

... Problema ...

Soluzione

$$\begin{aligned}\mathcal{S}^{\text{MMF}}(U) &= \\ \text{FAIR}(U; \mathcal{S}^{\text{MMF}}) &= e^T \mathcal{S}^{\text{MMF}}(U) = \\ \text{POF}(U; \mathcal{S}^{\text{MMF}}) &= \frac{\text{SYSTEM}(U) - \text{FAIR}(U; \mathcal{S}^{\text{MMF}})}{\text{SYSTEM}(U)}\end{aligned}\tag{5}$$

Limiti

Teorema: Uguali massime utilità possibili

Abbiamo $n = 6 > 2$ giocatori, $U \subset \mathbb{R}_+^6$ è compatto e convesso. Tutti i giocatori hanno la stessa massima utilità, che è maggiore di 0, allora

$$\begin{aligned} \text{POF}(U; \mathcal{S}^{\text{PF}}) &\leq 1 - \frac{2\sqrt{n} - 1}{n} = 0.3501700857389407, \\ \text{POF}(U; \mathcal{S}^{\text{MMF}}) &\leq 1 - \frac{4n}{(n+1)^2} = 0.5102040816326531. \end{aligned} \tag{6}$$