Juliana Galeano - 202012128

Daniel Aguilera – 202010592

Boris Reyes - 202014743

William Méndez - 202012662

TAREA 2 DALGO

PARTE 1:

Calcular la precondición más débil Q en los siguientes casos:

1. {Q} x: = x*x*x - 5 x*x {R: x>0}

   Calcular WP

$$wp(x \coloneqq x * x * x - 5x * x \mid x > 0)$$

$$\equiv < Ax\ asign >$$

$$(x > 0)[x \coloneqq x * x * x - 5x * x]$$

$$\equiv < Sustitución >$$

$$x * x * x - 5x * x > 0$$

$$\equiv < Aritmetica >$$

$$x^3 - 5x^2 > 0$$

$$\equiv < Factorizar >$$

$$x^2(x - 5) > 0$$

$$\equiv < sol.\ inecuación >$$

$$x > 5$$

   WP $\equiv x > 5$

2. {Q} x: = x+1 {R: x^3 + 3 x^2 + x >0}

   Calcular WP

$$wp(x \coloneqq x + 1 \mid x^3 + 3x^2 + x > 0)$$

$$\equiv < Ax\ asign >$$

$$(x^3 + 3x^2 + x > 0)[x \coloneqq x + 1]$$

$$\equiv < Sustitución >$$

$$(x + 1)^3 + 3(x + 1)^2 + x + 1 > 0$$

$$\equiv < Factorizar >$$

$$(\mathrm{x} + 1)\left(x^2 + 5\mathrm{x} + 5\right) > 0$$

- Evaluamos ambos puntos:

  Caso: x+1>0

$$x + 1 > 0$$

$$\equiv < sol\ .\ inecuación >$$

$$x > -1$$

  Caso: $\left(x^2 + 5\mathrm{x} + 5\right) > 0$

$$\left(x^2 + 5\mathrm{x} + 5\right) > 0$$

$$\equiv < sol.inecuacion(cuadratica) >$$

$$x < \frac{-\sqrt{5} - 5}{2} \lor x > \frac{\sqrt{5} - 5}{2}$$

- Unión casos

$$WP \equiv x < \frac{-\sqrt{5} - 5}{2} \lor x > \frac{\sqrt{5} - 5}{2} \lor x > -1$$

El intervalo esta casi perfecto, el valor de x debe ser la disyunción de los intervalos(el intervalo de las raices o que sea mayor a -1), y los intervalos conjunciones de las condiciones, además uno de los intervalos es de (-5-(5)^(1/2))/2 a (-5+(5)^(1/2))/2, no al revés.

3. {Q} x, y: = x+1, y-1 {R: x>y}

   Calcular WP

$$wp(x, y \coloneqq x + 1, y - 1 \mid x > y)$$

$$\equiv < Ax\ asign >$$

$$(x > y)[x, y := x + 1, y - 1]$$

$$\equiv < Sustitución >$$

$$x + 1 > y - 1$$

$$\equiv < Aritmetica >$$

$$x > y - 2$$

$$WP \equiv x > y - 2$$

4. {Q} x, y: = y+1, x-1 {R: y > 5}

   Calcular el WP

$$wp(x, y := y + 1, x - 1 \mid y > 5)$$

$$\equiv < Ax\ asign >$$

$$(y > 5)[x, y := y + 1, x - 1]$$

$$\equiv < Sustitución >$$

$$(x - 1 > 5)$$

$$\equiv < Aritmetica >$$

$$x > 6$$

$$WP \equiv x > 6$$

5. {Q} x: = y+1; y: = x-1 {R: x>y}

   Calcular el WP

$$wp(x := y + 1; y := x - 1 \mid x > y)$$

$$\equiv < Ax\ asign >$$

$$(x > y)[y := x - 1][x := y + 1]$$

$$\equiv< Sustitución >$$

$$(x > x - 1)[x := y + 1]$$

$$\equiv< Sustitución >$$

$$(y + 1 > y + 1 - 1)$$

$$\equiv< Aritmetica >$$

$$0 > -1$$

$$\equiv< Orden\ natural\ de\ los\ enteros >$$

$$true$$

$$WP \equiv true$$

PARTE 2:

Cuando hacen el wp para el primer if del programa ponen x>=2 en vez de x<=2 como dice el enunciado, a pesar de esto, el resto del desarrollo del punto esta bien, les valí 2/3 del problema.

Encuentre el WP del programa:

{Q: ??}

var y, w: bool

var x: int

if $y \wedge w \rightarrow$ SKIP

[] $x \leq 2\ \neg y \rightarrow y := x - 2 \leq 0$

fi

if $y \rightarrow w := x \geq 5$

[] $\neg y \rightarrow w := x < 5$

fi

$x := |x| + 5$

{R: $y \wedge w \wedge x \geq 5$}

Calcular WP:

$wp(IF \mid wp(IF \mid wp(x \coloneqq |x| + 5 \mid y \wedge w \wedge x \geq 5)))$

$$wp(x \coloneqq |x| + 5 \mid y \wedge w \wedge x \geq 5)$$

$$\equiv < Ax. asignacion >$$

$$(\ y \wedge w \wedge x \geq 5)[x \coloneqq |x| + 5]$$

$$\equiv < Sustitución >$$

$$y \wedge w \wedge |x| + 5 \geq 5$$

$$\equiv < Aritmetica >$$

$$y \wedge w \wedge |x| \geq 0$$

$$\equiv < |x|\ siempre\ va\ a\ ser\ mayor\ o\ igual\ a\ 0 >$$

$$y \wedge w \wedge true$$

$$\equiv <\wedge\ identidad >$$

$$y \wedge w$$

$$wp(IF \mid y \wedge w)$$

$$\equiv < Definicion\ wp - if\ >$$

$$(y \vee \neg y) \wedge (y \Rightarrow wp(w \coloneqq x \geq 5 |\ y \wedge w)) \wedge (\neg y \Rightarrow wp(w \coloneqq x < 5 |\ y \wedge w))$$

$$\equiv < Medio\ Excluido, Ax. Asignacion\ x2 >$$

$$true \wedge (y \Rightarrow (\ y \wedge w)[w \coloneqq x \geq 5]) \wedge (\neg y \Rightarrow (\ y \wedge w)[w \coloneqq x < 5])$$

$$\equiv < Sustitución\ x2 >$$

$$true \wedge (y \Rightarrow (\ y \wedge x \geq 5)) \wedge (\neg y \Rightarrow (\ y \wedge x < 5))$$

$$\equiv < Distri \wedge / \Rightarrow, \wedge\ identidad >$$

$$(y \Rightarrow y \wedge y \Rightarrow x \geq 5) \wedge (\neg y \Rightarrow y \wedge y \Rightarrow x < 5)$$

$$\equiv < Reflexividad\ de \Rightarrow, \wedge\ identidad >$$

$$(y \Rightarrow x \geq 5) \wedge (\neg y \Rightarrow y \wedge y \Rightarrow x < 5)$$

$$\equiv < Def \Rightarrow, \vee\ idempotencia >$$

$$(y \Rightarrow x \geq 5) \wedge (y \wedge y \Rightarrow x < 5)$$

$$\equiv < Modus\ Ponens\ Fuerte >$$

$$(y \Rightarrow x \geq 5) \wedge (y \wedge x < 5)$$

$$wp(IF \mid (y \Rightarrow x \geq 5) \wedge (y \wedge x < 5))$$

$$\equiv < Definicion\ wp - if >$$

$$((x \geq 2 \wedge \neg y) \vee (y \wedge w)) \wedge (x \geq 2 \wedge \neg y \\ \Rightarrow wp(y := x - 2 \leq 0 | ((y \Rightarrow x \geq 5) \wedge (y \wedge x < 5)) \wedge (y \wedge w \\ \Rightarrow wp(SKIP | ((y \Rightarrow x \geq 5) \wedge (y \wedge x < 5))$$

$$\equiv < Ax\ asignacion >$$

$$\big((x \geq 2 \wedge \neg y) \vee (y \wedge w)\big) \wedge (x \geq 2 \wedge \neg y \Rightarrow (y \Rightarrow x \geq 5) \wedge (y \wedge x < 5)[y \\ := x - 2 \leq 0] \wedge (y \wedge w \Rightarrow wp(SKIP | ((y \Rightarrow x \geq 5) \wedge (y \wedge x < 5))$$

$$\equiv < Sustitucion, Ax\ SKIP >$$

$$\big((x \geq 2 \wedge \neg y) \vee (y \wedge w)\big) \wedge ((x \geq 2 \wedge \neg y) \\ \Rightarrow (x - 2 \leq 0 \Rightarrow x \geq 5) \wedge (x - 2 \leq 0 \wedge x < 5) \wedge (y \wedge w) \\ \Rightarrow (y \Rightarrow x \geq 5) \wedge (y \wedge x < 5))$$

$$\equiv < Solucion\ inecuacion >$$

$$\big((x \geq 2 \wedge \neg y) \vee (y \wedge w)\big) \wedge ((x \geq 2 \wedge \neg y) \\ \Rightarrow (x \leq 2 \Rightarrow x \geq 5) \wedge (x \leq 2 \wedge x < 5) \wedge (y \wedge w) \\ \Rightarrow (y \Rightarrow x \geq 5) \wedge (y \wedge x < 5))$$

$$\equiv < orden\ natural\ de\ los\ enteros >$$

$$\big((x \geq 2 \wedge \neg y) \vee (y \wedge w)\big) \wedge ((x \geq 2 \wedge \neg y) \Rightarrow false \wedge (x \leq 2 \wedge x < 5)) \wedge (y \wedge w) \Rightarrow (y \Rightarrow x \geq 5) \wedge (y \wedge x < 5\ ))$$

$$\equiv <\wedge\ dominancia >$$

$$\big((x \geq 2 \wedge \neg y) \vee (y \wedge w)\big) \wedge ((x \geq 2 \wedge \neg y) \Rightarrow false) \wedge ((y \wedge w) \Rightarrow (y \Rightarrow x \geq 5) \wedge (y \wedge x < 5\ ))$$

$$\equiv < neg\ abs >$$

$$\big((x \geq 2 \wedge \neg y) \vee (y \wedge w)\big) \wedge ((x \geq 2 \wedge \neg y) \Rightarrow false)) \wedge ((y \wedge w) \Rightarrow (y \Rightarrow x \geq 5) \wedge (y \wedge x < 5\ ))$$

PARTE 3:

Anote y verifique el programa del factorial (presentado anteriormente).

Verificar el programa:
var n: int
var fact: int
var j: int
$\{Q: n > 0\}$
j, fact: =1,1
{P: j<=n and j: =fact*j}
do j<n -> j: =j+1
fact: = fact*j;
od
$\{R: t = (\Pi i | 1 \leq i \leq n: i)\}$

Verificación:

1. Verificar ({Q} INIC {P})

$$\{\mathrm{Q}\}\mathrm{j, fact} \coloneqq 1{,}1\{\mathrm{P}\}$$

$$\equiv < \text{Axioma de correccion} >$$

$$n > 0 \Rightarrow \mathrm{wp}(\mathrm{j, fact} \coloneqq 1{,}1 | \mathrm{j} \leq \mathrm{n} \wedge \mathrm{fact} = \mathrm{fact} * \mathrm{j})$$

$$\equiv < \text{Axioma de asignacion} >$$

$$n > 0 \Rightarrow \text{j} \leq \text{n} \wedge \text{fact} = \text{fact} * \text{j}[\text{j}, \text{fact} := 1{,}1]$$

$$\equiv < \text{Sustitucion} >$$

$$n > 0 \Rightarrow 1 \leq \text{n} \wedge 1 = 1 * 1$$

$$\equiv < \text{Aritmetica, igualdad de numeros,} \wedge \text{ identidad} >$$

$$n > 0 \Rightarrow 1 \leq \text{n}$$

$$\equiv < \text{if n} > 0 \text{ then n} \geq 1 >$$

$$true$$

El invariante del programa posee un j! que no es evidenciado correctamente en la solución, debían escribir que j!(j+1) =(j+1)!. Sin embargo, la idea es correcta.

2. $(P \wedge \neg BC) \Rightarrow \text{R}$

$$\text{j} \leq \text{n} \wedge \text{fact} = \text{fact} * \text{j} \wedge \text{j} \geq n \Rightarrow t = (\Pi i | 1 \leq i \leq n : i)$$

$$\equiv < \text{Orden total de enteros} >$$

$$\text{false} \wedge \text{fact} = \text{fact} * \text{j} \Rightarrow t = (\Pi i | 1 \leq i \leq n : i)$$

$$\equiv < \wedge \text{ dominance} >$$

$$\text{false} \Rightarrow t = (\Pi i | 1 \leq i \leq n : i)$$

$$\equiv < \text{false} \Rightarrow \text{q} \equiv \text{true} >$$

$$true$$

Que r sea menor a b no quiere decir que b sea mayor que 0 a menos que se especifique que r es mayor o igual a 0. No puede ser transitivo por que falta la relación de r con los naturales. Tocaba usar debilitamiento, ya que se tenía que p y q implica p y eso es verdadero.

3. $\{\boldsymbol{P} \wedge \boldsymbol{B}\}\boldsymbol{S}\{\boldsymbol{P}\}$

$$\equiv < \text{Ax de correccion, Ax. Asignacion} >$$

$$(\text{j} \leq \text{n} \wedge \text{fact} = \text{fact} * \text{j}) \wedge \text{j} < \text{n} \Rightarrow \text{j} \leq \text{n} \wedge \text{fact} = \text{fact} * \text{j}[\text{j} := \text{j} + 1, \text{fact} = \text{fact} * \text{j}]$$

$$\equiv < \text{Sustitucion} >$$

$$(\mathrm{j} \leq \mathrm{n} \wedge \mathrm{fact} = \mathrm{fact} * \mathrm{j}) \wedge \mathrm{j} < \mathrm{n} \Rightarrow \mathrm{j} + 1 \leq \mathrm{n} \wedge \mathrm{fact} * \mathrm{j} = \mathrm{fact} * \mathrm{j} * (\mathrm{j} + 1)$$

$$\equiv < \text{Sacar el ultimo termino, aritmetica} >$$

$$\mathrm{fact} = \mathrm{fact} * \mathrm{j} \wedge \mathrm{j} < \mathrm{n} \Rightarrow \mathrm{j} + 1 \leq \mathrm{n} \wedge -\mathrm{fact} * \mathrm{j}^2 - \mathrm{fact} * \mathrm{j}$$

$$\equiv < \text{aritmetica, resolver inecuacion} >$$

$$\mathrm{fact} = \mathrm{fact} * \mathrm{j} \wedge \mathrm{j} < \mathrm{n} \Rightarrow \mathrm{j} \leq \mathrm{n} - 1 \wedge -\mathrm{fact} * \mathrm{j}^2 - \mathrm{fact} * \mathrm{j} = 0$$

$$\equiv < \text{aritmetica} >$$

$$\mathrm{fact} = \mathrm{fact} * \mathrm{j} \wedge \mathrm{j} < \mathrm{n} \Rightarrow \mathrm{j} \leq \mathrm{n} - 1 \wedge -\mathrm{fact} * \mathrm{j}(\mathrm{j} + 1) = 0$$

$$\equiv < \text{aritmetica} >$$

$$\mathrm{fact} = \mathrm{fact} * \mathrm{j} \wedge \mathrm{j} < \mathrm{n} \Rightarrow \mathrm{j} \leq \mathrm{n} - 1 \wedge (\mathrm{fact} = 0 \vee \mathrm{j} = 0)$$

$$\equiv < \text{if } \mathrm{j} < \mathrm{n} \text{ then } \mathrm{j} \leq \mathrm{n} - 1 \equiv \text{true, if } \mathrm{j} < \mathrm{n} \text{ then } \mathrm{j} = 0 \equiv \text{true} >$$

$$\mathrm{fact} = \mathrm{fact} * \mathrm{j} \wedge \mathrm{j} < \mathrm{n} \Rightarrow \text{true} \wedge \text{true}$$

$$\equiv < \wedge \text{ identidad} >$$

$$\mathrm{fact} = \mathrm{fact} * \mathrm{j} \wedge \mathrm{j} < \mathrm{n} \Rightarrow \text{true} \wedge \text{true}$$

$$\equiv < \mathrm{q} \Rightarrow \text{true} \equiv \text{true} >$$

$$true$$

4. $(P \wedge BC) \Rightarrow t > 0$

Definimos t = n-j

$$(\mathrm{j} \leq \mathrm{n} \wedge \mathrm{fact} = \mathrm{fact} * \mathrm{j}) \wedge j < n \Rightarrow \mathrm{n} - \mathrm{j} > 0$$

$$\equiv < \text{Sacar el ultimo termino, conmutatividad } \wedge >$$

$$\mathrm{fact} = \mathrm{fact} * \mathrm{j} \wedge j < n \Rightarrow \mathrm{n} - \mathrm{j} > 0$$

$$\equiv < \text{resolver desigualdad, } \mathrm{n} < \mathrm{j} \equiv \mathrm{j} < \mathrm{n} >$$

$$\mathrm{j} = \mathrm{fact} * \mathrm{j} \wedge j < n \Rightarrow \mathrm{j} < \mathrm{n}$$

- Prueba por hipotesis

$H1 \equiv j = fact * j$
$H2 \equiv j < n$
A demostrar $\equiv j < n$

$$j < n$$

$$\equiv < H2 >$$

$$true$$

5. $\{P \wedge B1 \wedge t = C\} S1 \{t < C\}$

$$\equiv < \text{Ax de correccion, Ax. Asignacion} >$$

$$(j \leq n \wedge fact = fact * j) \wedge j < n \wedge n - j = C \Rightarrow n - j < C[fact := fact * j][j := j + 1]$$

$$\equiv < \text{sustitucion} >$$

$$(j \leq n \wedge fact = fact * j) \wedge j < n \wedge n - j = C \Rightarrow n - (j + 1) < C$$

$$\equiv < C = j - n >$$

$$(j \leq n \wedge fact = fact * j) \wedge j < n \wedge n - j = C \Rightarrow n - (j + 1) < n - j$$

$$\equiv < \text{resolver inecuacion} >$$

$$(j \leq n \wedge fact = fact * j) \wedge j < n \wedge n - j = C \Rightarrow 0 > 1$$

$$\equiv < 0 > 1 \equiv true >$$

$$(j \leq n \wedge fact = fact * j) \wedge j < n \wedge n - j = C \Rightarrow true$$

$$\equiv < q \Rightarrow true \equiv true >$$

$$true$$

No se puede hacer orden total de enteros sin antes haber hecho prueba por hipótesis, debido a que si b fuera negativo el valor de r-b<r sería falso

- Se completó la demostración con true.

¿Qué hace el siguiente programa? Verifique el programa utilizando r como cota

var a,b,q,r : nat

{Q:b>0}

q,r := 0,a;

{P:b>0 ∧ a = q*b + r}

do r ≥ b → q,r := q+1,r-b

od

{R:a = q*b + r ∧ r < b}

Verificación:

1. Verificar ({Q} INIC {P})

$$\{Q\}q, r \coloneqq \{P\}$$

$$\equiv < \text{Axioma de correccion} >$$

$$b > 0 \Rightarrow wp(q, r \coloneqq 0, a | b > 0 \wedge a = q * b + r)$$

$$\equiv < \text{Axioma de asignacion} >$$

$$b > 0 \Rightarrow (b > 0 \wedge a = q * b + r)[q, r \coloneqq 0, a]$$

$$\equiv < \text{Axioma de sustitucion} >$$

$$b > 0 \Rightarrow (b > 0 \wedge a = 0 * b + a)$$

$$\equiv < \text{Aritmetica} >$$

$$b > 0 \Rightarrow (b > 0 \wedge a = a)$$

$$\equiv < a = a \equiv \text{true} >$$

$$b > 0 \Rightarrow (b > 0 \wedge \text{true})$$

$$\equiv < \wedge \text{ identidad} >$$

$$b > 0 \Rightarrow b > 0$$

$$\equiv < q \Rightarrow q \equiv \text{true} >$$

$$\text{true}$$

2. $(P \wedge \neg BC) \Rightarrow$ R

$$(b > 0 \wedge a = q * b + r) \wedge r < b \Rightarrow a = q * b + r \wedge r < b$$

$$\equiv < \text{if } r < b \text{ then } b > 0 >$$

$$(\text{true} \wedge a = q * b + r) \wedge r < b \Rightarrow a = q * b + r \wedge r < b$$

$$\equiv < \wedge \text{ identity}, \wedge \text{ conmutativity} >$$

$$a = q * b + r \wedge r < b \Rightarrow a = q * b + r \wedge r < b$$

$$\equiv < q \Rightarrow q \equiv \text{true} >$$

$$\text{true}$$

3. $\{\boldsymbol{P} \wedge \boldsymbol{B}\}\boldsymbol{S}\{\boldsymbol{P}\}$

$$\equiv < \text{Ax de correccion, Ax. Asignacion} >$$

$$(b > 0 \wedge a = q * b + r) \wedge r \geq b \Rightarrow (b > 0 \wedge a = q * b + r)[q, r := q + 1, r - b]$$

$$\equiv < \text{Sustitucion} >$$

$$(b > 0 \wedge a = q * b + r) \wedge r \geq b \Rightarrow (b > 0 \wedge a = (q + 1) * b + (r - b))$$

$$\equiv < \text{Aritmetica} >$$

$$(b > 0 \wedge a = q * b + r) \wedge r \geq b \Rightarrow (b > 0 \wedge a = q * b + b + r - b)$$

$$\equiv < \text{Aritmetica} >$$

$$(b > 0 \wedge a = q * b + r) \wedge r \geq b \Rightarrow (b > 0 \wedge a = q * b + b + r - b)$$

$$\equiv < \text{Aritmetica} >$$

$$(b > 0 \wedge a = q * b + r) \wedge r \geq b \Rightarrow (b > 0 \wedge a = q * b + r)$$

- Prueba por hipótesis

  H1 $\equiv (b > 0 \wedge a = q * b + r)$
  H2 $\equiv r \geq b$
  A demostrar $\equiv (b > 0 \wedge a = q * b + r)$

$$(b > 0 \wedge a = q * b + r)$$

$$\equiv < \text{H1} >$$

$$true$$

4. $(P \wedge BC) \Rightarrow t > 0$
   t=r

$$(\mathrm{b} > 0 \wedge \mathrm{a} = \mathrm{q} * \mathrm{b} + \mathrm{r}) \wedge \mathrm{r} \geq \mathrm{b} \Rightarrow \mathrm{r} > 0$$

$$\equiv < \text{if b} > 0 \text{ then r} > 0 >$$

$$(\mathrm{a} = \mathrm{q} * \mathrm{b} + \mathrm{r}) \wedge \mathrm{r} > 0 \Rightarrow \mathrm{r} > 0$$

- Prueba por hipotesis

  H1 $\equiv (\mathrm{a} = \mathrm{q} * \mathrm{b} + \mathrm{r})$
  H2 $\equiv \mathrm{r} > 0$
  A demostrar $\equiv \mathrm{r} > 0$

$$\mathrm{r} > 0$$

$$\equiv < \mathrm{H2} >$$

$$true$$

5. $\{P \wedge B1 \wedge t = C\} S1 \{t < C\}$

$$\equiv < \text{Ax de correccion, Ax. Asignacion} >$$

$$(\mathrm{b} > 0 \wedge \mathrm{a} = \mathrm{q} * \mathrm{b} + \mathrm{r}) \wedge r \geq b \wedge r = C \Rightarrow r < C[\mathrm{q}, \mathrm{r} := \mathrm{q} + 1, \mathrm{r} - \mathrm{b}]$$

$$\equiv < \text{Sustitucion} >$$

$$(\mathrm{b} > 0 \wedge \mathrm{a} = \mathrm{q} * \mathrm{b} + \mathrm{r}) \wedge r \geq b \wedge r = C \Rightarrow r - b < C$$

$$\equiv < \mathrm{r} = \mathrm{C} >$$

$$(\mathrm{b} > 0 \wedge \mathrm{a} = \mathrm{q} * \mathrm{b} + \mathrm{r}) \wedge r \geq b \wedge r = C \Rightarrow r - b < r$$

$$\equiv < \text{orden total de enteros} >$$

$$true$$

- Se completó la demostración con true.

4. Para cada uno de los siguientes pares de funciones $f(n)$ y $g(n)$, determine si $f(n) = O(g(n))$, $f(n) = \Omega(g(n))$, $f(n) = \Theta(g(n))$.

a. $\lim_{\mathrm{n} \to \infty >} \left(\frac{\mathrm{n}^2+3\mathrm{n}+4}{6\mathrm{n}+7}\right) = \infty$

Como el límite de f/g es infinito sabemos que f es dominante y por lo tanto g solo es cota inferior.

b. $\lim_{n \to \infty >} \left(\frac{n\sqrt{n}}{n^2 - n} \right) = 0$

Como el límite de f/g es cero sabemos que g es dominante y por lo tanto g solo es cota superior.

c. $\lim_{n \to \infty >} \left(\frac{2^n - n^2}{n^4 - n^2} \right) = \infty$

Como el límite de f/g es infinito sabemos que f es dominante y por lo tanto g solo es cota inferior.