高级宏观经济学讲义

MATLAB 与 Dynare 实践

作者：孙宁华 & 付大利

组织：南京大学经济系

时间：Aug 17, 2022

版本：0.1

自定义：信息

ElegantLATEX Program

源泉混混，不舍昼夜，盈科而近，放乎四海。

目录

第一章 MATLAB 与 Dynare 实践

内容提要

- MATLAB 介绍
- Dynare 介绍
- DSGE 环境配置
- 几个例子
- 未来研究展望
- 参考文献

教学相长，一来是自己将过往的学习内容进行一个系统梳理，二来希望能够有助于同学们入门量化宏观

1.1 MATLAB 介绍

1.1.1 基本命令与运算

```
%%向量/矩阵的创建I
a = [1 2 3]

b = [1; 4]

A = [1, 2, 3; 4 5 6]

%中括号包裹，行内用空格或英文逗号分隔，行间用英文分号分隔。
a = 1 : 3
a = 1 : 0.3 : 2
%仅用于创建向量，且为行向量。
%英文冒号分隔，默认步长为1，也可自定义步长。
%向量的最后一个元素不一定是终止值。

a = linspace (1, 3, 3)
a = rand (2, 3)
%部分创建向量/矩阵的函数及其关键词列表如下，可通过help或doc指
%令查看具体功能。
linspace 线性向量 logspace 对数向量
zeros 全0         ones 全1
eye 单位          diag 对角
rand 均匀随机     randn 正态随机
randi 整数随机    magic 幻方
```

```
更多信息参见help elmat。

%%由其他向量/矩阵组合

A = [linspace(1,10,4); logspace(0,1,4)]

a = 1 : 3;
b = [4; 7];
c = [5, 6; 8 9];
B = [a; b, c]
%切片操作，MATLAB是按列读取矩阵元素的。
A = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9];
A(1, 3)
A(2, :)
A(:, 2)
A([1 , 3], 1 : 2)
A(:)
A(7)
%% 矩阵的运算
% 矩阵乘法要求两边矩阵的行列匹配。
% 带点号的运算符号为对应位置元素运算，要求两边矩阵规模一致。
% 区分左除和右除主要是因为除数可能为矩阵，上述例子分别等价于A右乘B逆和A左乘B逆。
a = [1 2];
b = [3 4; 5 6];
a * b
b * a %会出错
A = [1 2; 3 4];
B = [5 6; 7 8];
A * B
A .* B
A / B
B \ A

%% 常用函数
x=[0:pi/4:pi];
A=[1,2,3; 4,5,6];
y1=sin(x)
y2=exp(A)
y3=sqrt(A)
```

```
% 函数作用在矩阵的每个分量上!
```

1.1.2 可视化：作图

```
%% 可视化 绘制函数图像
x = linspace (0, 2 * pi , 100) ;
y1 = sin (x);
plot (x, y1);
title ('figure  of sin (x)');%添加标题
xlabel ('x');%添加横坐标
ylabel ('y');%添加纵坐标
legend ('sin (x)');%添加图例

y2 = cos (x);
plot (x, y1 , '-ro ', x, y2 , '-b*');
y3 = log (x);
hold on;%保留当前绘图窗口中的图像
grid on;%显示网格
plot (x, y3 , '-mx ');
% 更多信息参见doc plot。
```

标记属性

线型		点标记		颜色	
-	实线	.	点	r	红色
--	虚线	o	圆圈	g	绿色
:	点虚线	x	叉号	b	蓝色
-.	点划线	+	十字	c	青色
		*	星号	m	洋红
		d	菱形	y	黄色
		s	正方形	k	黑色
		^v<>	三角形	w	白色

1.1.3 编程：函数与脚本

```
%% 函数编程
%函数的主要目的是将一些相似操作的共同点提取出来，不同点通过参数的形式来体现
%点击【新建】【函数】，建立一个一个可以验证某个正整数是否为素数的函数isPrime
isPrime(1)
```

```
% 匿名函数是针对较简短的函数而设计的，可以避免编写函数文件。
f = @(x, y) x^2 + y^2;
y = f(2, 3)
f = @(x) cos (x) .* sin (x) + 1;
x = 0 : pi / 20 : pi;%x从0到 间隔20，共21个点
y = f(x);
plot (x, y, 'ro -');
% *注意区分实际变量和函数的参数*。

% 根据函数表达式自动绘图
f = @(x) cos (x) .* sin (x) + 1;
fplot(f);
fplot(f,'b-*') % 指定曲线性质：点、线、颜色
fplot(f,'b-*',[-5,1]) % 指定绘图区间
%% 绘制变化路径图像I
% 1.二维图像绘制
%   step1.编写simulationPath函数
%   step2.编写绘制图像的脚本
% 2.三维图像绘制
%   在福利分析与最优政策制定时会使用到

t=0:pi/20:10*pi;
x=sin(t);
y=cos(t);
z=2*t;
plot3(x,y,z);

 [X,Y]=meshgrid(-3:1/8:3);
Z=peaks(X,Y);
mesh(X,Y,Z);%绘制三维曲面的网格图
doc mesh

x=-8:0.5:8; y=-8:0.5:8;
 [X,Y]=meshgrid(x,y);
r=sqrt(X.^2+Y.^2)+eps;
Z=sin(r)./r;
surf(X,Y,Z);
doc surf %绘制三维曲面的表面图
```

绘制变化路径图像首先新建函数来模拟变量的变化路径。simulationPath.m

```
function y = simulationPath(initialValue, limitValue, length)
x = 0 : length;
y = sign(initialValue - limitValue) ./ (x + 1 / abs(initialValue - limitValue)) +
    limitValue;
end
```

然后编写绘制图像的脚本。drawFigure1.m

```
x = 0 : 200;
k = simulationPath(-1, 0, 200);
c = simulationPath(-0.63, 0, 200);
y = simulationPath(-0.25, 0, 200);
n = simulationPath(0.3, 0, 200);
i = simulationPath(0.72, 0, 200);
plot(x, k, 'ks-', x, c, 'r+-', x, y, 'bd-', x, n, 'g^-', x, i, 'm^-', 'Markersize'
    , 3);
title('Figure 1: Transition dynamics, percentage deviations');
ylabel('Percent Deviations');
xlabel('Quarters');
legend('k', 'c', 'y', 'n', 'i');
```

drawFigure2.m

```
x = 0 : 200;
c = simulationPath(0.38, 0.72, 200);
y = simulationPath(0.77, 1, 200);
n = simulationPath(0.27, 0.2, 200);
i = simulationPath(0.58, 0.29, 200);
plot(x, c, 'r+-', x, y, 'bd-', x, n, 'g^-', x, i, 'm^-', 'Markersize', 3);
title('Figure 2: Transition dynamics, levels');
ylabel('Levels');
xlabel('Quarters');
legend('c', 'y', 'n', 'i');
```

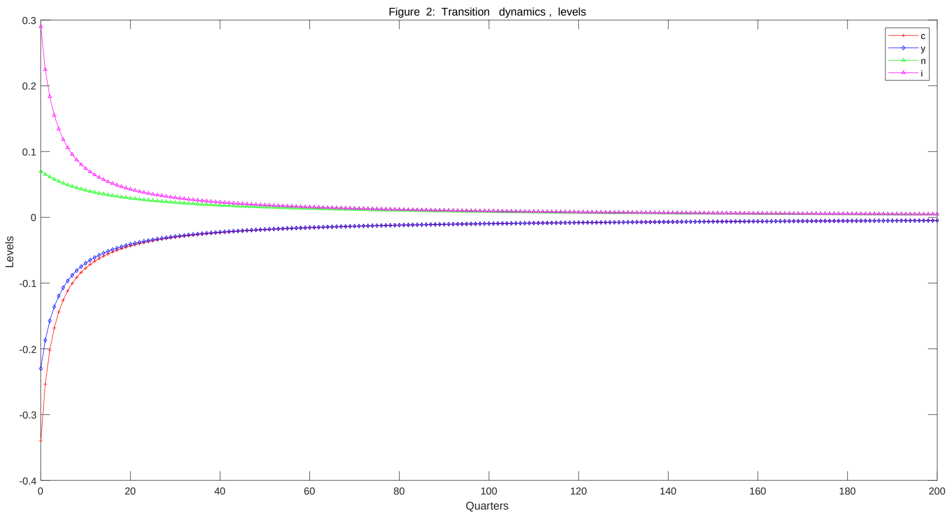


Figure 2: Transition dynamics , levels
Levels
Quarters
c
y
n
i
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
-0.2
-0.3
-0.4
0
20
40
60
80
100
120
140
160
180
200

1.2 Dynare 介绍

1.2.1 Dynare 基本介绍（why Dynare）

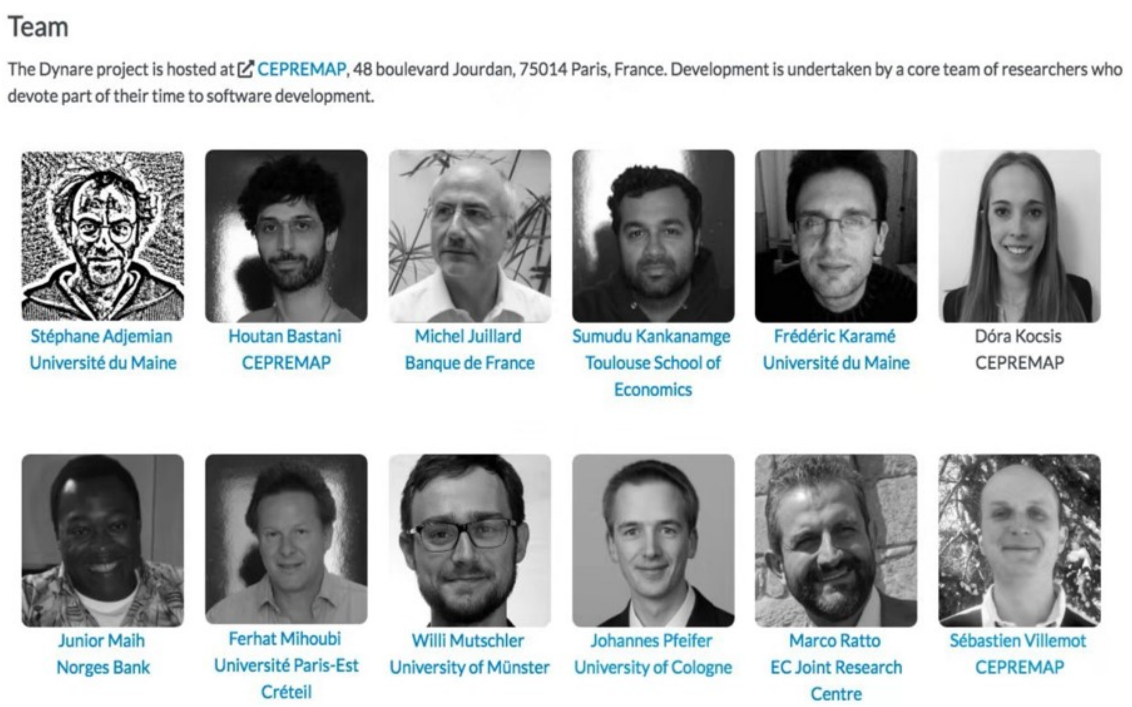
Dynare 的理想——构建整个世界的宏观经济学模型

DSGE 求解软件

MATLAB、R、GAUSS、mathematica、C

Python、Julia、Fortan

DSGE 的一般建模平台有 Dynare、gEcon、IRIS 等等。



最初创建者：Michel Juillard （Paris, France）

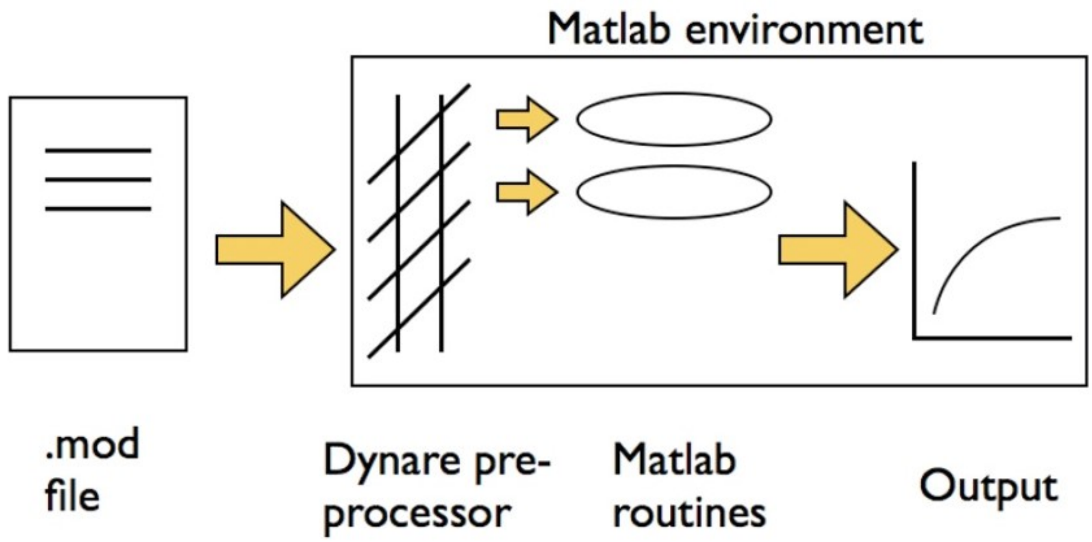
目前维护团队：

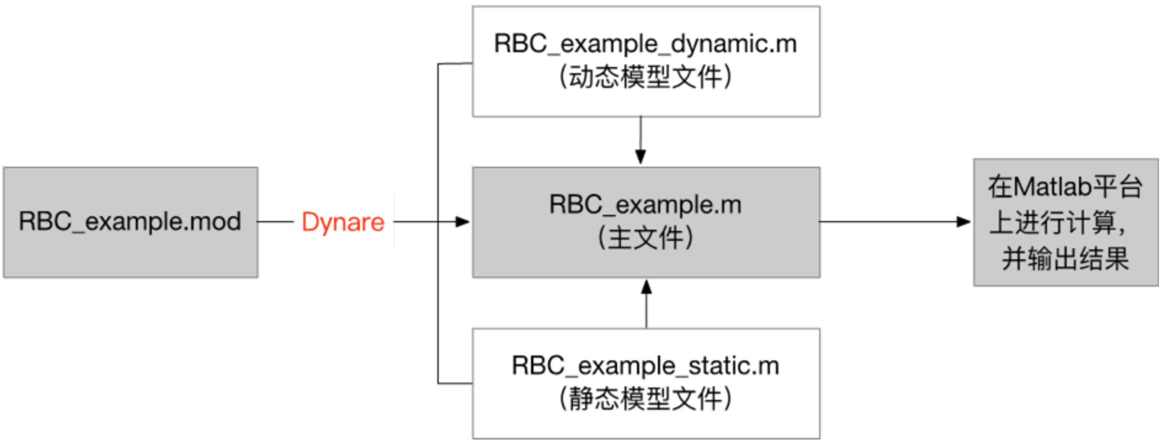
1. Stephane Adjemian <stephane.adjemian@univ-lemans.fr>
2. Houtan Bastani <houtan@dynare.org>
3. Michel Juillard <michel.juillard@mjui.fr>
4. Frederic Karame <frederic.karame@univ-lemans.fr>
5. Junior Maih <junior.maih@gmail.com>
6. Ferhat Mihoubi <ferhat.mihoubi@cepremap.org>
7. George Perendia <george@perendia.orangehome.co.uk
8. Johannes Pfeifer <jpfeifer@gmx.de>
9. Marco Ratto <marco.ratto@jrc.ec.europa.eu>
10. Sebastien Villemot <sebastien@dynare.org>

1.2.2 工作原理

- 一个预处理机使用非常简洁的语言将复杂的经济学模型转化为计算机程序。
- 一个 M 文件的集合 Dynare 的底层代码均由 Matlab 的 m 文件 (函数文件) 构成，极大简化了繁琐的编程工作。
- 一个开源的傻瓜软件编写模型文件 (XXX.mod)，输入 dynare XXX.mod 指令，两步即可进行计算和模拟。

在 Dynare 工具出现之前，对于 DSGE 的求解较为复杂:
参考 Harald Uhlig（1997）及案例代码





1.2.3 可以用来做什么？

- 计算出模型的稳态值
- 计算确定性模型的解
- 计算随机模型的一阶和二阶近似值
- 利用最大似然法或者贝叶斯方法估计 DSGE 模型的参数估计
- 计算二次线性模型的最优策略
- 作出模型在不同冲击情况下的脉冲响应图

反事实推断与政策模拟

不仅可以用于解决 DSGE 问题，DGE，CGE 同样可以解决

不仅可以用于研究周期波动也可以研究经济增长问题

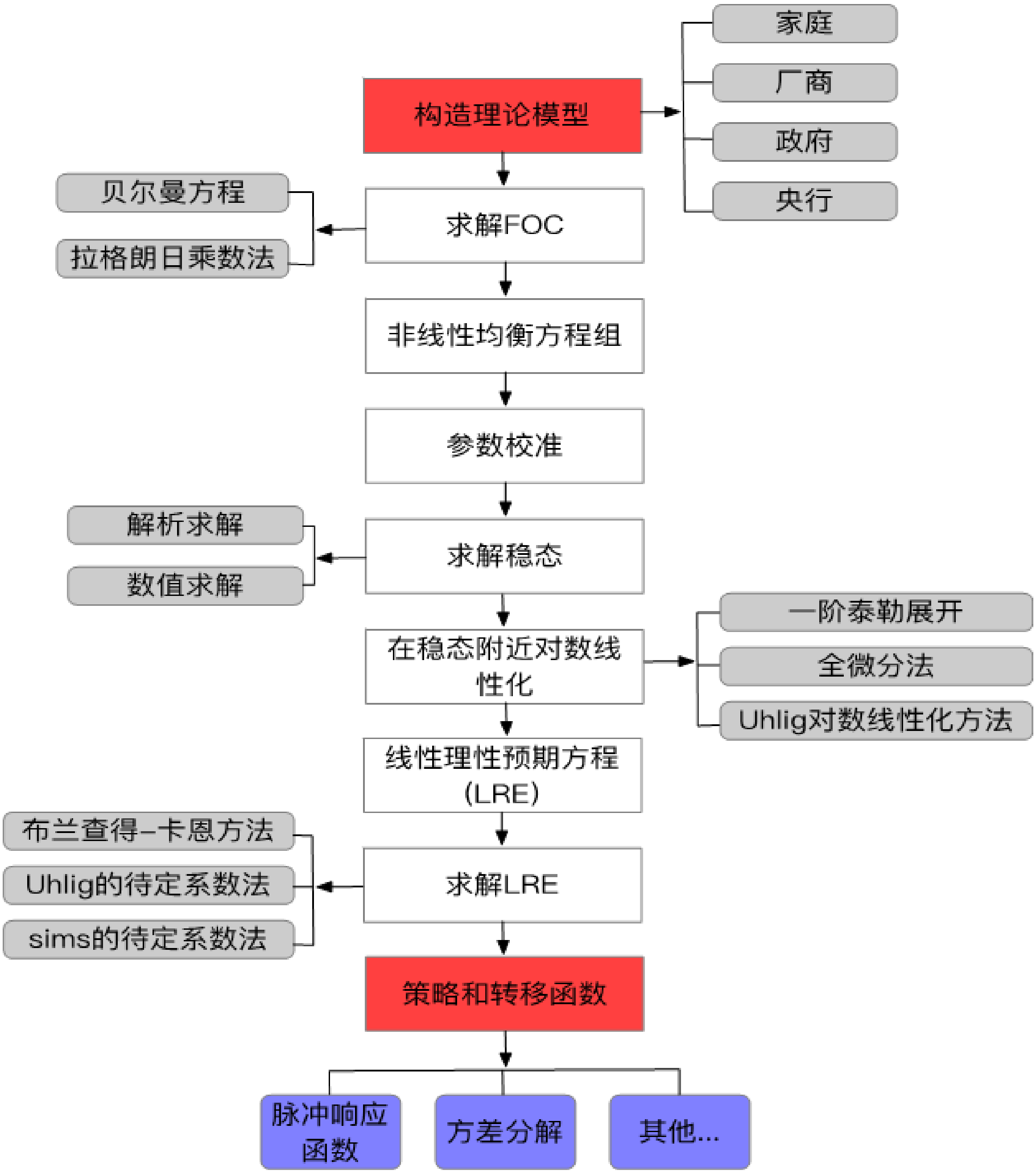


图 1.1: DSGE 建模和求解的技术流程

1.2.4 在线学习资源

- MMB、Dynare 论坛 http://www.dynare.org，
- 微信公众号（宏观经济研学会，东周宏观，周潮学习 DSGE 的 Notes 系列等等）
- Bilibili，YouTube
- 大牛网站
    - Johannes Pfeifer
    - Karel Mertens（康奈尔）
    - Eric Sims
    - 兰弘
    - 许志伟
- Top 期刊
    - AER、ECTA、JPE、QJE、RES
    - AEJ、JME、RED、JEDC、EJ、EER et.al
- 经典的文献阅读
    - SW 模型 NK 模型 BGG 模型等
- 经典教材：见参考文献

1.3 DSGE 环境配置

MATLAB + Dynare PLUS (LATEX)

1. 下载并安装 Matlab（如版本 Matlab R2015a）, 下载并安装 Dynare（如版本 Dynare 4.4.3）
2. 打开 matlab 在命令窗口配置路径

```
addpath d:\4.5.1\matlab              %将dynare加载到matlab中
Mkdir d:\4.5.1\matlab\filename   %建立目录
cd  d:\4.5.1\matlab\filename        %覆盖目录

>> addpath d:\dynare\4.4.3\matlab
>> cd d:\dynare\4.4.3\modelexercise

mac版本
addpath /Applications/Dynare/4.5.7/matlab (添加路径)
cd /applications/Dynare/4.5.7/examples (导入当前工作目录)
注: 每次打开Matlab时需重新输入以上两个指令
```

1.4 几个例子

内容提要

- 新古典增长模型
- RBC
- RBC-Nonlinear

1.1 (基准模型 (benchmark model))

RBC（linear）

RBC(Nonlinear)

MIU

CIA

NK(9 Equation)

NK(3 Equation)

Medium NK

1.1 (拓展模型)

消费习惯

借贷约束（非李嘉图等价主体）

投资调整成本

投资专有技术变化

税收

公共支出

公共资本

人力资本

家庭生产

不完全竞争

1.4.1 从新古典模型开始

单期效用函数

$$u(C, L) = \ln C + \theta \ln L$$

边际效用函数

$$u_c(C, L) = \frac{1}{C}$$
$$u_l(C, L) = \frac{\theta}{L}$$

生产函数

$$F(K, N) = AK^{1-\alpha} N^{\alpha}$$

边际生产函数

$$F_k(K,N) = (1-\alpha)AK^{-\alpha}N^{\alpha} = (1-\alpha)\frac{F(K,N)}{K}$$
$$F_n(K,N) = \alpha AK^{1-\alpha}N^{\alpha-1} = \alpha\frac{F(K,N)}{N}$$

模型方程对于每一期 t

生产方程

$$Y_t = F(K_t, N_t)$$

资本积累方程

$$K_{t+1} = I_t + (1-\delta)K_t$$

资源约束

$$C_t + I_t = Y_t$$

劳动和闲暇归一化

$$L_t + N_t = 1$$

欧拉方程

$$u_c(C_t, L_t) = \beta[u_c(C_{t+1}, L_{t+1})(F_k(K_{t+}, N_{t+1}) + 1 - \delta)]$$
$$u_l(C_t, L_t) = u_c(C_t, L_t)F_n(K_t, N_t)$$

点击【新建】→【脚本】，再点击【保存】，命名为“neoclassical_growth.mod”，注意文件后缀名需要更改为“mod”。

首先将生产函数方程写在 model 模块中。

```
model;
[name = 'Production Function']
Y = A * K(-1)^(1 - alpha) * N^alpha;
end;
```

该方程中涉及到多个变量和参数，因此需要在文件开始处声明：

```
var Y K;
parameters A alpha;

model;
[name = 'Production Function']
Y = A * K(-1)^(1 - alpha) * N^alpha;
end;
```

- 对于跨期的变量，`X(-1)`、`X` 和 `X(+1)` 分别代表 X_{t-1},、X_t 和 X_{t+1}。
- 这里使用 `K(-1)` 而非 `K` 是因为 Dynare 中约定时间下标是该变量的被决定期数，而资本存量在上一期末便已被决定。

注意到生产函数在模型中会经常用到，所以可以定义局部变量来简化表达式。（以“#”开头）

```
var Y K;
parameters A alpha;

model;
# F = A * K(-1)^(1 - alpha) * N^alpha;
[name = 'Production Function']
Y = F;
end;
```

接下来将其他方程补充完整：

```
var Y C I K N;
parameters A alpha beta delta theta;

model;
# u_c = 1 / C;
# u_l = theta / (1 - N);
# u_c1 = 1 / C(+1);
# F = A * K(-1)^(1 - alpha) * N^alpha;
# F_n = alpha * F / N;
# F1 = A * K^(1 - alpha) * N(+1)^alpha;
# F_k1 = (1 - alpha) * F1 / K;

[name = 'Production Function']
Y = F;
[name = 'Capital Accumulation']
K = I + (1 - delta) * K(-1);
[name = 'Resource Constraint']
C + I = Y;
[name = 'Euler Equation1']
u_c = beta * u_c1 * (F_k1 + 1 - delta);
[name = 'Euler Equation2']
u_l = u_c * F_n;
end;
```

- 局部变量本质只是替换文本，因此需要写出其参数在不同期时对应的表达式。
- 约束条件 $L_t + N_t = 1$ 比较简单，于是直接将 L_t 替换为 $1 - N_t$。

接下来对参数进行校准（也即确定参数的取值），根据讲义第 12 页的说明，各参数取值如下：

```
alpha = 0.58;
beta = 0.988;
delta = 0.025;
theta = 4 *(alpha * (1 - beta) + alpha * beta * delta) / (1 - beta + alpha * beta
    * delta);
A = ((beta * (1 - alpha)) / (1 + beta * (delta - 1)))^(alpha - 1) * 0.2^(-alpha);
```

- θ 和 A 的取值是通过稳态要求计算得到的。
- 该部分放在变量声明之后，model 模块之前。

根据稳态下的模型方程以及 $\bar{N}=0.2$、$\bar{Y}=1$ 可得 θ 和 A 的计算公式。

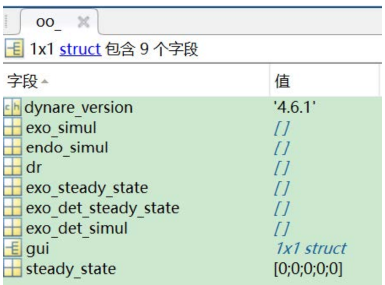
$$
\begin{aligned}
&\bar{Y}=F(\bar{K},\bar{N})=A\bar{K}^{1-\alpha}\bar{N}^{\alpha}\Rightarrow A=\bar{Y}\bar{K}^{\alpha-1}\bar{N}^{-\alpha}\\
&\bar{K}=\bar{I}+(1-\delta)\bar{K}\Rightarrow \bar{I}=\delta\bar{K}\\
&\bar{C}+\bar{I}=\bar{Y}\Rightarrow \bar{C}=\bar{Y}-\delta\bar{K}\\
&\bar{L}+\bar{N}=1\Rightarrow \bar{L}=1-\bar{N}\\
&u_c(\bar{C},\bar{L})=\beta u_c(\bar{C},\bar{L})(F_k(\bar{K},\bar{N})+1-\delta)\\
\Rightarrow&(1-\alpha)\frac{\bar{Y}}{\bar{K}}=\frac{1}{\beta}+\delta-1\\
\Rightarrow&\bar{K}=\frac{\beta(1-\alpha)}{1+\beta(\delta-1)}\bar{Y}\Rightarrow \bar{C}=\frac{1-\beta+\alpha\beta\delta}{1-\beta+\beta\delta}\bar{Y}\\
&u_l(\bar{C},\bar{L})=u_c(\bar{C},\bar{L})F_n(\bar{K},\bar{N})\\
\Rightarrow&\theta=\frac{\alpha\bar{Y}\bar{L}}{\bar{C}\bar{N}}=\frac{\alpha(1-\beta)+\alpha\beta\delta}{1-\beta+\alpha\beta\delta}\frac{1-\bar{N}}{\bar{N}}
\end{aligned}
$$

运行模型和查看结果

在 MATLAB 命令行输入以下指令运行模型。

```
>> dynare neoclassical_growth
```

工作区会生成一系列变量和结构体，其中 `oo_` 是我们要重点关注的结构体。双击打开后，会看到该结构体包含如下变量：



- `steady_state` 储存模型的稳态值。
- `endo_simul` 储存内生变量在每一期的取值，模拟后便形成内生变量的变化路径。
- `exo_simul` 储存外生变量在每一期的取值。

之后的模拟过程中可以随时观察 oo_.endo_simul 和 oo_.exo_simul 的变化，从而加深对各个模块功能的理解。

对于确定性模型，一般会研究一下五种问题：

1. 给定内生和外生变量的值，求从该值出发迭代获得的稳态解（如果存在的话）。
2. 给定部分初值和终值，求模型的演化路径。
3. 在稳态下给定内生变量的微小变化，求模型回归稳态的演化路径。
4. 给定不同的外生变量值，求模型从一个稳态到另一个稳态的演化路径。
5. 给定外生变量的扰动，求模型在扰动后的演化路径。

1.4.1.1 求稳态解

```
initval;
Y = 1;
C = 0.5;
I = 0.5;
K = 11;
N = 0.2;
end;

steady;
```

- 注意初值一般不要取 0。
- 本模型只有一个稳态，若模型存在多个稳态，求得的稳态是距初值最“近”的那个。

1.4.1.2 求任意演化路径

```
initval;
K = 11;
end;

endval;
C = 0.5;
N = 0.2;
end;

perfect_foresight_setup(periods=200);
perfect_foresight_solver;
```

- 求演化路径时只需提供特定变量的初值和终值（其他变量提供初终值也无影响）。
- 后向变量（含 (-1) 项）需要提供初值，前向变量（含 (+1) 项）需要提供终值。

1.4.1.3 求内生变量微小变化的演化路径（求得稳态后）

```
ss = oo_.steady_state;

histval;
K(0) = 0.99 * ss(4);
end;

perfect_foresight_setup(periods=200);
perfect_foresight_solver;
```

- 求得稳态后模拟路径的初终值均会设置为稳态，此时将 K 的历史值（也即初值）设置为稳态的 99%，即可以模拟 K 的变动对模型的影响。

1.4.1.4 求从一个稳态到另一个稳态的演化路径（需先将 A 外生化）

```
initval;
Y = 1;
C = 0.5;
I = 0.5;
K = 11;
N = 0.2;
A = 1;
end;

steady;

endval;
Y = 1;
C = 0.5;
I = 0.5;
K = 11;
N = 0.2;
A = 1.1;
end;

steady;

perfect_foresight_setup(periods=200);
perfect_foresight_solver;
```

外生化需要在模型文件开头将参数 `A` 修改成外生变量，并且参数校准和模型方程可能也需做相应调整。

```
var Y C I K N;
varexo A;
parameters alpha beta delta theta;
```

1.4.1.5 求外生变量扰动后的变化路径（需先将 A 外生化）

```
initval;
Y = 1;
C = 0.5;
I = 0.5;
K = 11;
N = 0.2;
A = 1;
end;

steady;

shocks;
var A;
periods 1;
values 1.1;
end;

perfect_foresight_setup(periods=200);
perfect_foresight_solver;
```

- 观察运行后的 `oo_.exo_simul` 变量，可以发现该变量只有第一期时值为 1.1，其他时期值均为 1，这也是确定性模拟区别于随机性模拟的地方。

对于随机性模型，主要研究的是在外生变量的随机扰动下，内生变量的演化路径，这可以通过修改 shocks 模块来实现：

```
shocks;
var A;
stderr 0.01;
end;

stoch_simul(periods = 200);
```

- 家庭：
-
- s.t.
- $$C_t + I_t = W_t L_t + R_t K_t$$
- 资本积累方程：
- $$K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t$$
- 效用最大化FOC:
- $$\begin{cases} E_t\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right) = E_t(R_{t+1} + 1 - \delta) \\ W_t = \frac{(1-\gamma)C_t}{\gamma(1-L_t)} \end{cases}$$
- 厂商
- $$Y_t = A_t K_t^{\alpha} L_t^{(1-\alpha)}$$
- 利润最大化的FOC：
- $$\begin{cases} R_t = \alpha A_t K_t^{\alpha-1} L_t^{1-\alpha} = \alpha \frac{Y_t}{K_t} \\ W_t = (1-\alpha) A_t K_t^{\alpha} L_t^{-\alpha} = (1-\alpha)\frac{Y_t}{L_t} \end{cases}$$
- 市场出清条件
- $$Y_t = C_t + I_t$$
- 技术冲击
- $$\ln(A_t) = \rho \ln(A_{t-1}) + \varepsilon_t^A$$

- 观察运行后的 `oo_.exo_simul` 变量，并与确定性模拟的扰动进行比较，可以对随机性的体现有进一步的理解。

1.4.2 RBC

1.4.3 Dynare 源码

自主编程 MIU 代码详解结果输出解释

- 模型的内生变量（8个）：
- $$\{C_t, I_t, K_t, L_t, R_t, W_t, Y_t, A_t\}$$

- 均衡方程组(非线性):
- $$\begin{cases} E_t\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right) = E_t(R_{t+1} + 1 - \delta) \\ W_t = \frac{(1-\gamma)C_t}{\gamma(1-L_t)} \\ Y_t = A_t K_t^{\alpha} L_t^{(1-\alpha)} \\ R_t = \alpha \frac{Y_t}{K_t} \\ W_t = (1-\alpha)\frac{Y_t}{L_t} \\ Y_t = C_t + I_t \\ K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t \\ \ln(A_t) = \rho \ln(A_{t-1}) + \varepsilon_t^A \end{cases}$$

- 稳态均衡方程（**静态方程：去期望符号，去时间下标**）：
- $$\begin{cases} 1 = \bar{R} + 1 - \delta \\ \bar{W} = \frac{(1-\gamma)\bar{C}}{\gamma(1-\bar{L})} \\ \bar{Y} = \bar{A}\bar{K}^{\alpha}\bar{L}^{1-\alpha} \\ \bar{R} = \alpha\bar{A}\bar{K}^{\alpha-1}\bar{L}^{1-\alpha} \\ \bar{W} = (1-\alpha)\bar{A}\bar{K}^{\alpha}\bar{L}^{1-\alpha} \\ \bar{Y} = \bar{C} + \bar{I} \\ \bar{I} = \delta\bar{K} \\ \bar{A} = 1 \end{cases}$$

$$
\begin{cases}
\bar{A}=1 \\
\bar{R}=\dfrac{1}{\beta}+\delta-1 \\
\bar{L}=\dfrac{\gamma(1-\alpha)(1-\beta+\beta\delta)}{(1-\gamma)[1-\beta+(1-\alpha)\beta\delta]+\gamma(1-\alpha)(1-\beta+\beta\delta)} \\
\bar{Y}=\bar{A}^{\frac{1}{1-\alpha}}\left(\dfrac{\alpha\beta}{1-\beta+\beta\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}\bar{L} \\
\bar{K}=\dfrac{\alpha\beta}{1-\beta+\beta\delta}\bar{Y} \\
\bar{I}=\dfrac{\alpha\beta\delta}{1-\beta+\beta\delta}\bar{Y} \\
\bar{C}=\dfrac{1-\beta+(1-\alpha)\beta\delta}{1-\beta+\beta\delta}\bar{Y}
\end{cases}
$$

- 含期望算子的方程对数线性化与Jansen不等式：
- $$E_t\left(\frac{C_{t+1}}{C_t}\right)=E_t(R_{t+1}+1-\delta)$$
- $$\ln E_tC_{t+1}-\ln C_t=\ln(E_tR_{t+1}+1-\delta)$$
- 对等式两边在稳态附近取全微分：
- $$E_t\frac{dC_{t+1}}{\bar{C}}-\frac{dC_t}{\bar{C}}=\frac{\bar{R}}{\bar{R}+1-\delta}E_t\frac{dR_{t+1}}{\bar{R}}$$
- 即：
- $$E_t\hat{C}_{t+1}-\hat{C}_t=\beta\bar{R}\hat{R}_{t+1}$$
- 上式成立暗含的假定：
- $$\ln E_tC_{t+1}=E_t\ln C_{t+1}$$
- 事实上，在稳态附近：
- $$\ln E_tC_{t+1}>E_t\ln C_{t+1}$$

- 若f(x)是区间(a,b)上的(经济学中)凹函数，则对任意的$x_1,x_2,\dots,x_n \in (a,b)$

有不等式：

$$f\left(\frac{x_1+x_2+\cdots x_n}{n}\right) \geq \frac{f(x_1)+f(x_2)+\cdots+f(x_n)}{n}$$

- 若f(x)是区间(a,b)上的(经济学中)凸函数，则对任意的$x_1,x_2,\dots,x_n \in (a,b)$

有不等式：

$$f\left(\frac{x_1+x_2+\cdots x_n}{n}\right) \leq \frac{f(x_1)+f(x_2)+\cdots+f(x_n)}{n}$$

当且仅当$x_1 = x_2 = \cdots = x_n$时，等式成立

根据詹森不等式，我们有：

$$\ln E_t X \geq E_t \ln X$$

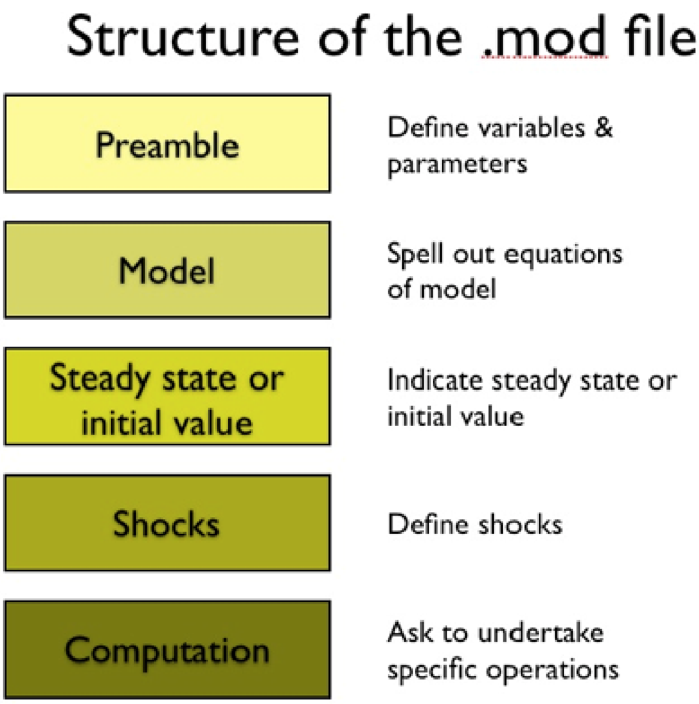
- Uhlig的对数线性化方法：
- 对数化偏离的定义：
- 某个变量μ_t在其稳态值$\bar{\mu}$附近的对数化偏离可表示为：$\hat{\mu}_t = \ln u_t - \ln\bar{\mu}$

- 线性化的一些法则：
- $\mu_t = \bar{\mu} e^{\hat{\mu}_t} \approx \bar{\mu}(1+\hat{\mu}_t)$
- $\mu_t z_t \approx \bar{\mu}(1+\hat{\mu}_t)\,\bar{z}(1+\hat{z}_t) \approx \overline{\mu z}(1+\hat{\mu}_t+\hat{z}_t)$ $\quad(\hat{\mu}_t\hat{z}_t \approx 0)$
- $\mu_t^\alpha = \overline{\mu^\alpha}(1+\hat{\mu}_t)^\alpha \approx \overline{\mu^\alpha}(1+\alpha\hat{\mu}_t)$
- $E_t[\mu_{t+1}] \approx \bar{\mu}(1+E_t[\hat{\mu}_{t+1}])$

- 对数线性化均衡方程组(线性理性预期方程（LRE）)：
-
-

$$\begin{cases} \hat{c}_t - E_t\hat{c}_{t+1} + \beta\bar{R}E_t\hat{r}_{t+1} = 0 \\ \hat{c}_t + \frac{1}{1-\bar{L}}\hat{l}_t = \hat{y}_t \\ \hat{y}_t = \hat{a}_t + \alpha\hat{k}_t + (1-\alpha)\hat{l}_t \\ \hat{r}_t = \hat{y}_t - \hat{k}_t \\ \hat{w}_t = \hat{y}_t - \hat{l}_t \\ \hat{c}_t = \frac{\bar{Y}}{\bar{C}}\hat{y}_t - \frac{\bar{I}}{\bar{C}}\hat{\imath}_t \\ \hat{a}_t = \rho\hat{a}_{t-1} + \varepsilon_t \end{cases}$$

参数	定义	数值
α	资本产出弹性	0.35
β	贴现因子	0.97
γ	偏好参数	0.4
δ	折旧率	0.06
ρ_A	技术冲击继续系数	0.95
σ_A	技术冲击标准差	0.01



```
%内生变量声明
var Y C I K L W R A;

%外生冲击声明
varexo epsilon_a; %技术冲击

%参数声明
parameters alpha delta beta gamma rho;

%参数校准
alpha=0.35;  %资本产出弹性
beta=0.97;   %贴现因子
delta=0.06;  %资本折旧率
gamma=0.4;   %偏好系数
rho=0.95;    %技术冲击持续系数
```

内生变量类型	定义	Dynare表达式
静态变量 (static variable)	仅出现时间下标t Y_t	Y
前瞻变量 (forward-looking variable)	仅出现时间下标t和t+1 C_t , C_{t+1}	C , C(+1)
后顾变量 (backward-looking variable)	仅出现时间下标t和t-1 A_t , A_{t-1}	A , A(-1)
混合变量 (mixed variable)	同时出现t,t-1,t+1的变量 消费习惯	

- 一个特殊的后顾变量（资本存量）：
- $K_{t+1} = (1-\delta)K_t + I_t$

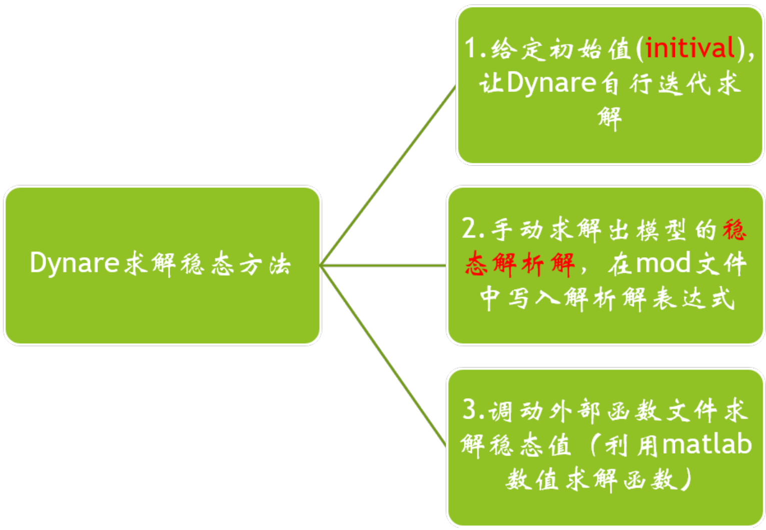
- 资本积累方程在Dynare中的表达形式（一）：
- $K_t = (1-\delta)K_{t-1} + I_t$
- $K = (1-\delta)K(-1) + I$

- 资本积累方程在Dynare中的表达形式（二）：
- 先进行前定变量声明(predetermined_variables K;)
- $K(+1) = (1-\delta)K + I$

```
model; %非线性模型

%(1)消费的欧拉方程
C(+1)/C=beta*(R(+1)+1-delta);
%(2)家庭的劳动供给方程
W=(1-gamma)*C/(gamma*(1-L));
%(3)生产函数
Y=A*K(-1)^alpha*L^(1-alpha);
%(4)厂商的资本需求方程
R=alpha*Y/K;
%R=alpha*A*K(-1)^(alpha-1)*L^(-alpha);
%(5)厂商的劳动需求方程
W=(1-alpha)*Y/L;
%W=(1-alpha)*A*K(-1)^alpha*L^(-alpha);
%(6)资本积累方程
K=(1-delta)*K(-1)+I;
%(7)市场出清条件
Y=C+I;
%(8)技术冲击方程
log(A)=rho*log(A(-1))+epsilon_a;

end;
```




```
%为Dynare迭代求解稳态提供初始值
initval;

Y=1;
C=0.8;
L=0.3;
K=3.5;
I=0.2;
W=0.1;
R=0.1;
A=1;

end;

%利用Matlab或Dynare内置算法求解稳态
steady;

%验证静态方程残差
resid;

%布兰查得-卡恩秩条件检验
check;
```

```
%手动求解的稳态解析解
steady_state_model;

A=1;
R=1/beta+delta-1;

% 为方便书写，引入辅助表达式
U=gamma*(1-alpha)*(1-beta+beta*delta);
V=(1-gamma)*(1-beta+(1-alpha)*beta*delta);
X=alpha*beta/(1-beta+beta*delta);

L=U/(U+V);
Y=A^(1/(1-alpha))*X^(alpha/(1-alpha))*L;
K=X*Y;
I=delta*K;
C=Y-I;
W=(1-alpha)*Y/L;

end;

%此处的steady是为了验证手动计算的解析解是否正确
steady;

%验证静态方程残差
resid;

%布兰查得-卡恩秩条件检验
check;
```

```
%定义外生冲击
shocks;

var epsilon_a;

stderr 0.01;%外生冲击的大小（一个标准差）

end;
```

1.5 经典论文复现

Replications should focus on the baseline exercises in the papers, not robustness checks. Replications do not need to be perfect or exact –indeed, it is virtually impossible to exactly replicate any paper. If some key figure or statistic cannot be approximately replicated, the student should be upfront about this and discuss possible reasons why.

——Eric Sims

复现总是天下第一难事，复现的目的在于学习，掌握两个原则， 只需要复现基准结果，稳健性检验不做要求， 如果复现不了，应该要找到出现错误的原因。

BGG(1999)→CGG(99,02)，CK(08)→CF97→CFP2017→

Iacoviello2005→Jermann_Quadrini2012

Iacoviello2010

SM(2007)

CW09

GM07

1.6 未来研究展望

- 异质性代理人模型 HANK
    - 计算是个大的问题
    - HANK_RBC
    - MONETARY POLICY ACCORDING TO HANK
- 连续时间

宏观研究入门的门槛较高，出成果较慢，风险较大，但是宏观经济研究者在所有经济学的研究人员中，影响也是最大的。

参考文献

[1] Jordi Galí. *Monetary policy, inflation, and the business cycle: an introduction to the new Keynesian framework and its applications*. Princeton University Press, 2015. ISBN: 0691164789.

[2] George McCandless. *The ABCs of RBCs: an introduction to dynamic macroeconomic models*. Harvard University Press, 2008. ISBN: 0674033787.

[3] Sébastien Villemot. "Dynare: Reference manual, version 4". In: *Dynare Working Paper* (2011).

[4] Carl E Walsh. *Monetary theory and policy*. MIT press, 2017. ISBN: 0262338505.

[5] 李向阳. *动态随机一般均衡 (DSGE) 模型：理论、方法和 Dynare 实践*. 北京: 清华大学出版社, 2017.

[6] 刘斌. *动态随机一般均衡模型及其应用*. 北京: 中国金融出版社, 2010.

[7] 托雷斯. *动态宏观经济一般均衡入门*. 北京: 中国金融出版社, 2015.