Projet *Labyrinthe*

Algorithmes et Structures de Donnée

Juan-Carlos Barros et Daniel Kessler

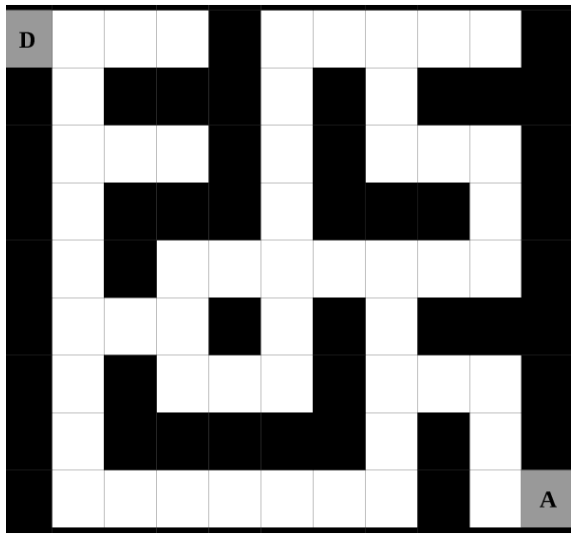
28 mai 2021

Cours d'*Algorithmes* et *Structures de donnée*

Cours d'*Algorithmes* et *Structures de donnée*

Projet *Labyrinthe*

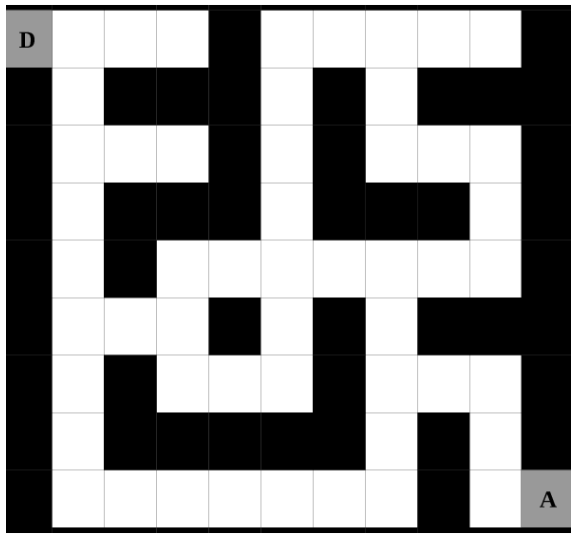
- Algorithme
- Structure de Donnée



Cours d'*Algorithmes* et *Structures de donnée*

Projet *Labyrinthe*

- Algorithme
  A*
- Structure de Donnée



Cours d'*Algorithmes* et *Structures de donnée*

Projet *Labyrinthe*

- Algorithme
  A*
- Structure de Donnée
  Priority Queue

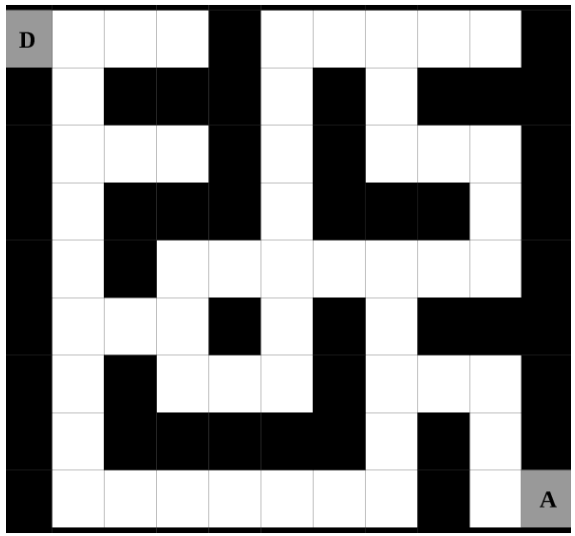


Table des matières

Un labyrinthe, plusieurs problèmes

- Cherche-t-on un chemin quelconque ?

Un labyrinthe, plusieurs problèmes

- Cherche-t-on un chemin quelconque ?
  - Oui, on ne traversera le labyrinthe qu'une seule fois.
  - Non, on veut le chemin le plus court, pour peut-être le réutiliser.

Un labyrinthe, plusieurs problèmes

- Cherche-t-on un chemin quelconque ?
  - Oui, on ne traversera le labyrinthe qu'une seule fois.
  - **Non, on veut le chemin le plus court**, pour peut-être le réutiliser.

Un labyrinthe, plusieurs problèmes

- Cherche-t-on un chemin quelconque ?
  - Oui, on ne traversera le labyrinthe qu'une seule fois.
  - **Non, on veut le chemin le plus court**, pour peut-être le réutiliser.
- Connait-on les coordonnées de la sortie dès le départ ?

Un labyrinthe, plusieurs problèmes

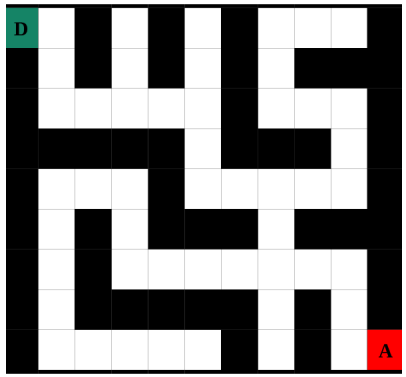
- Cherche-t-on un chemin quelconque ?
  - Oui, on ne traversera le labyrinthe qu'une seule fois.
  - **Non, on veut le chemin le plus court**, pour peut-être le réutiliser.
- Connait-on les coordonnées de la sortie dès le départ ?
  - Oui, et cette information pourra nous aider.
  - Non, le lieu de la sortie fait partie des inconnues.

Un labyrinthe, plusieurs problèmes

- Cherche-t-on un chemin quelconque ?
  - Oui, on ne traversera le labyrinthe qu'une seule fois.
  - **Non, on veut le chemin le plus court**, pour peut-être le réutiliser.
- Connait-on les coordonnées de la sortie dès le départ ?
  - **Oui, et cette information pourra nous aider.**
  - Non, le lieu de la sortie fait partie des inconnues.

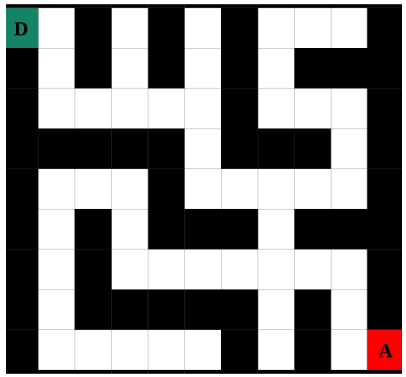
Un problème, plusieurs solutions

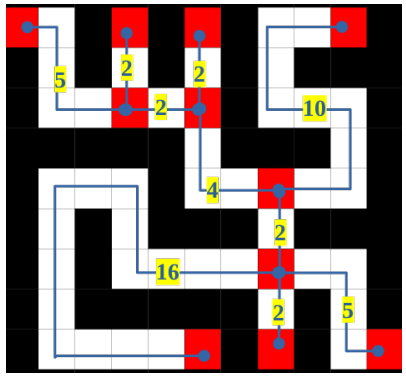
- Breadth-First Search
  - garantit de trouver une solution si elle existe
  - solution optimale si tous les pas sont égaux (même coût)



Un problème, plusieurs solutions

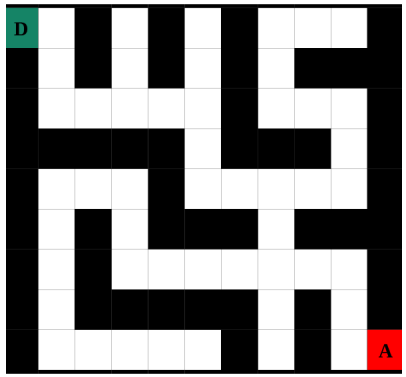
- Breadth-First Search
  - garantit de trouver une solution si elle existe
  - solution optimale si tous les pas sont égaux (même coût)
- Dijkstra
  - choisit où explorer selon les distances déjà parcourues
  - garantit de trouver le plus court chemin (en tenant compte des coûts)

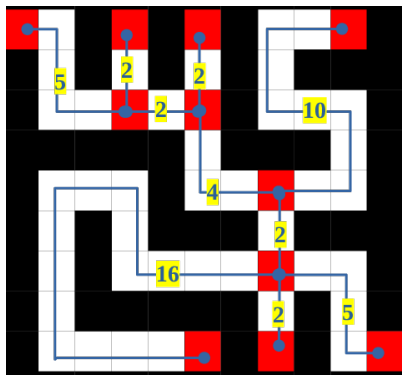




Un problème, plusieurs solutions

- Breadth-First Search
  - garantit de trouver une solution si elle existe
  - solution optimale si tous les pas sont égaux (même coût)
- Dijkstra
  - choisit où explorer selon les distances déjà parcourues
  - garantit de trouver le plus court chemin (en tenant compte des coûts)
- A*
  - nécessite de connaître les coordonnées de la sortie
  - choisit où explorer selon les distances déjà parcourues et une estimation de la distance à la sortie





Algorithme A*

pseudo-code

Démarrer une file d'attente avec la cellule de départ D, une liste de prédécesseurs avec $\{D : Nil\}$ et une liste de coûts d'accès avec $\{D : 0\}$.

Algorithme A*

pseudo-code

Démarrer une file d'attente avec la cellule de départ D, une liste de prédécesseurs avec $\{D : Nil\}$ et une liste de coûts d'accès avec $\{D : 0\}$.

Tant que la file d'attente n'est pas vide,

Algorithme A*

pseudo-code

Démarrer une file d'attente avec la cellule de départ D, une liste de prédécesseurs avec $\{D : Nil\}$ et une liste de coûts d'accès avec $\{D : 0\}$.

Tant que la file d'attente n'est pas vide,

- extraire (pop) la cellule prioritaire C de la file d'attente

Algorithme A*

pseudo-code

Démarrer une file d'attente avec la cellule de départ D, une liste de prédécesseurs avec $\{D : Nil\}$ et une liste de coûts d'accès avec $\{D : 0\}$.

Tant que la file d'attente n'est pas vide,

- extraire (pop) la cellule prioritaire C de la file d'attente
- si C est la cellule d'arrivée A, retourner le chemin qui y amène (via backtracking sur les prédecesseurs)

Algorithme A*

pseudo-code

Démarrer une file d'attente avec la cellule de départ D, une liste de prédécesseurs avec $\{D : Nil\}$ et une liste de coûts d'accès avec $\{D : 0\}$.

Tant que la file d'attente n'est pas vide,

- extraire (pop) la cellule prioritaire C de la file d'attente
- si C est la cellule d'arrivée A, retourner le chemin qui y amène (via backtracking sur les prédecesseurs)
- sinon, pour chaque voisin V de C qui n'est pas déjà accessible à moindre coût

Algorithme A*

pseudo-code

Démarrer une file d'attente avec la cellule de départ D, une liste de prédécesseurs avec $\{D : Nil\}$ et une liste de coûts d'accès avec $\{D : 0\}$.

Tant que la file d'attente n'est pas vide,

- extraire (pop) la cellule prioritaire C de la file d'attente
- si C est la cellule d'arrivée A, retourner le chemin qui y amène (via backtracking sur les prédecesseurs)
- sinon, pour chaque voisin V de C qui n'est pas déjà accessible à moindre coût
  - mémoriser le prédecesseur de V (donc C) et le coût d'accès à V

Algorithme A*

pseudo-code

Démarrer une file d'attente avec la cellule de départ D, une liste de prédécesseurs avec $\{D : Nil\}$ et une liste de coûts d'accès avec $\{D : 0\}$.

Tant que la file d'attente n'est pas vide,

- extraire (pop) la cellule prioritaire C de la file d'attente
- si C est la cellule d'arrivée A, retourner le chemin qui y amène (via backtracking sur les prédecesseurs)
- sinon, pour chaque voisin V de C qui n'est pas déjà accessible à moindre coût
  - mémoriser le prédecesseur de V (donc C) et le coût d'accès à V
  - insérer (push) V dans la file d'attente

Heuristique et Priorité

La priorité d'une cellule C en attente est le coût total (estimé) d'un chemin passant par cette cellule. priorité = coût_réel $(D \to C)$ + coût_estimé $(C \to A)$

Heuristique et Priorité

La priorité d'une cellule C en attente est le coût total (estimé) d'un chemin passant par cette cellule. priorité = coût_réel $(D \rightarrow C)$ + coût_estimé $(C \rightarrow A)$ La distance restante depuis une cellule jusqu'à l'arrivée doit être estimée *sans jamais la surestimer*. $\rightarrow$ choix d'heuristique !

Heuristique et Priorité

La priorité d'une cellule C en attente est le coût total (estimé) d'un chemin passant par cette cellule. priorité = coût_réel $(D \to C)$ + coût_estimé $(C \to A)$ La distance restante depuis une cellule jusqu'à l'arrivée doit être estimée *sans jamais la surestimer*. $\to$ choix d'heuristique !

- La **distance de Manhattan** $|\Delta x| + |\Delta y|$ est un bon estimateur si les mouvements permis sont horizontaux et verticaux.

Heuristique et Priorité

La priorité d'une cellule C en attente est le coût total (estimé) d'un chemin passant par cette cellule. priorité = coût_réel $(D \to C)$ + coût_estimé $(C \to A)$ La distance restante depuis une cellule jusqu'à l'arrivée doit être estimée *sans jamais la surestimer*. $\to$ choix d'heuristique !

- La **distance de Manhattan** $|\Delta x| + |\Delta y|$ est un bon estimateur si les mouvements permis sont horizontaux et verticaux.
- Une **heuristique nulle** ramène A* à l'algorithme de Dijkstra (ou Breadth-First Search si on a un coût identique pour chaque mouvement).

File d'attente : "Priority Queue"

- Structure permettant "push" avec priorité et "pop" rapide de l'élément prioritaire
- Implémentation en Python en tant que **binary heap** avec le module *heapq*
- Dans cette implémentation, vérifier si vide en $O(1)$, "push" et "pop" en $O(\log(n))$ où n est le nombre d'objets en attente [1]

1. cf. https ://www.cs.princeton.edu/ wayne/kleinberg-tardos/pdf/BinomialHeaps.pdf

Preuve de l'algorithme (grandes lignes)

L'heuristique $h(C)$ qui estime le chemin restant depuis une cellule C doit satisfaire deux conditions.

Preuve de l'algorithme (grandes lignes)

L'heuristique $h(C)$ qui estime le chemin restant depuis une cellule C doit satisfaire deux conditions.

1. **Monotonicité** : sorte d'inégalité triangulaire faible $h(C_1) \leq r(C_1, C_2) + h(C_2)$ où C_1, C_2 sont deux cellules, $r(C_1, C_2)$ est la distance réelle entre elles.

   Cette propriété garantit de trouver la sortie, sans se "perdre" dans des boucles éventuelles.

Preuve de l'algorithme (grandes lignes)

L'heuristique $h(C)$ qui estime le chemin restant depuis une cellule C doit satisfaire deux conditions.

1. **Monotonicité** : sorte d'inégalité triangulaire faible $h(C_1) \leq r(C_1, C_2) + h(C_2)$ où C_1, C_2 sont deux cellules, $r(C_1, C_2)$ est la distance réelle entre elles.

   Cette propriété garantit de trouver la sortie, sans se "perdre" dans des boucles éventuelles.

2. **Admissibilité : l'heuristique ne surestime jamais une distance**

Preuve de l'algorithme (grandes lignes)

L'heuristique $h(C)$ qui estime le chemin restant depuis une cellule C doit satisfaire deux conditions.

1. **Monotonicité** : sorte d'inégalité triangulaire faible
   $h(C_1) \leq r(C_1, C_2) + h(C_2)$ où C_1, C_2 sont deux cellules, $r(C_1, C_2)$ est la distance réelle entre elles.

   Cette propriété garantit de trouver la sortie, sans se "perdre" dans des boucles éventuelles.

2. **Admissibilité : l'heuristique ne surestime jamais une distance**

   Cela garantit qu'il n'y a pas de chemin plus court que celui trouvé.

Preuve de l'algorithme (grandes lignes)

L'heuristique $h(C)$ qui estime le chemin restant depuis une cellule C doit satisfaire deux conditions.

1. **Monotonicité** : sorte d'inégalité triangulaire faible $h(C_1) \leq r(C_1, C_2) + h(C_2)$ où C_1, C_2 sont deux cellules, $r(C_1, C_2)$ est la distance réelle entre elles.

   Cette propriété garantit de trouver la sortie, sans se "perdre" dans des boucles éventuelles.

2. **Admissibilité : l'heuristique ne surestime jamais une distance**

   Cela garantit qu'il n'y a pas de chemin plus court que celui trouvé.

   Par contradiction :

Preuve de l'algorithme (grandes lignes)

L'heuristique $h(C)$ qui estime le chemin restant depuis une cellule C doit satisfaire deux conditions.

1. **Monotonicité** : sorte d'inégalité triangulaire faible $h(C_1) \leq r(C_1, C_2) + h(C_2)$ où C_1, C_2 sont deux cellules, $r(C_1, C_2)$ est la distance réelle entre elles.

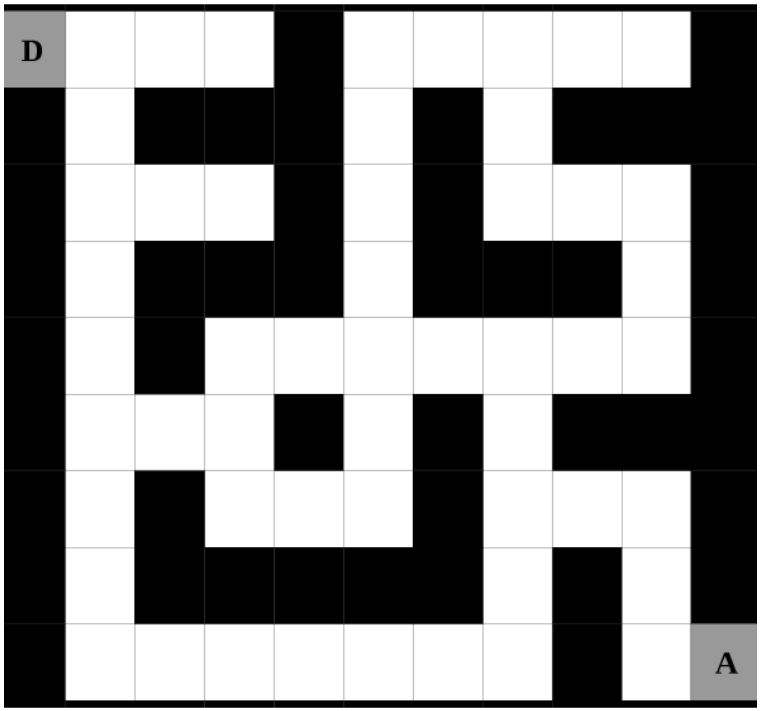
   Cette propriété garantit de trouver la sortie, sans se "perdre" dans des boucles éventuelles.

2. **Admissibilité : l'heuristique ne surestime jamais une distance**

   Cela garantit qu'il n'y a pas de chemin plus court que celui trouvé.

   Par contradiction :s'il y en avait un, il aurait été estimé correctement ou sous-estimé, et serait donc prioritaire par rapport à un chemin complet trop long, vu qu'**un chemin complet a une priorité calculée en coût réel. (heuristique de A = 0)**

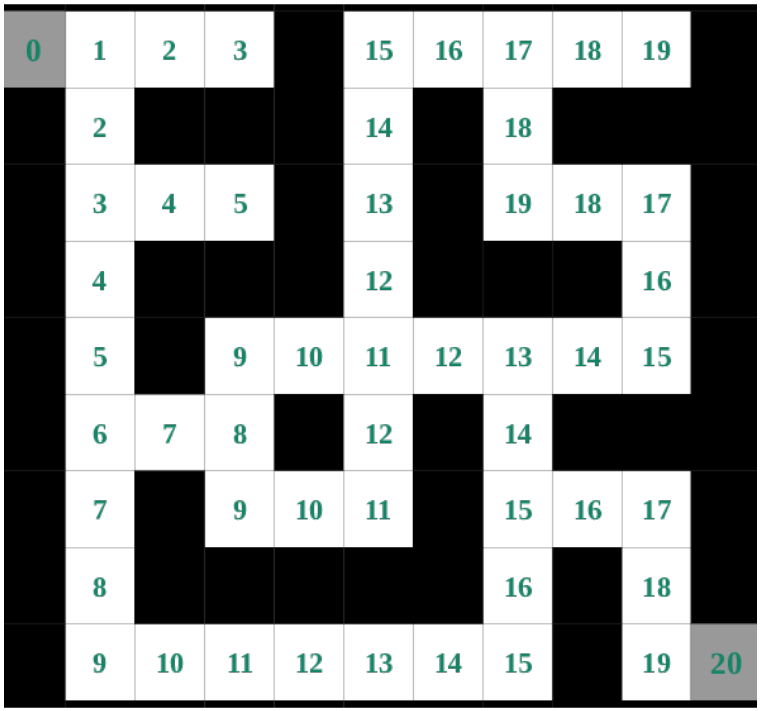
Exemple de résolution



Objectif

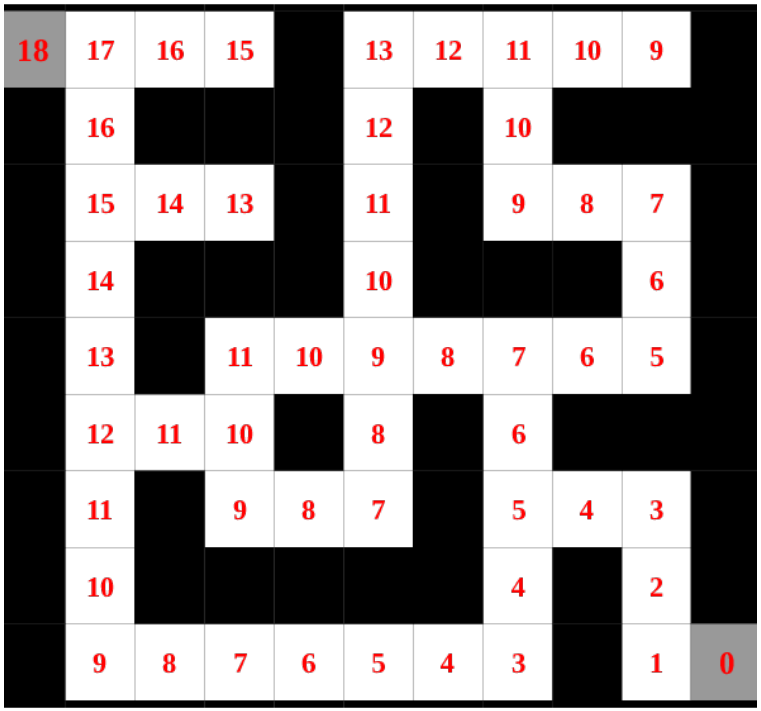
Trouver le chemin le plus court entre le **D**épart et l'**A**rrivée

Exemple de résolution



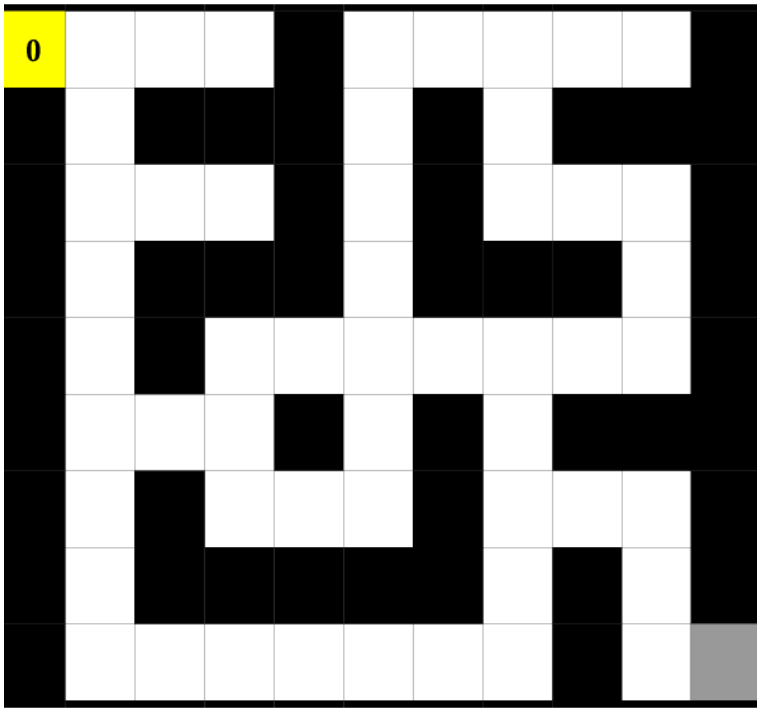
Chaque noeud est à une distance réelle du départ, qui sera découverte en cours de route.

Exemple de résolution



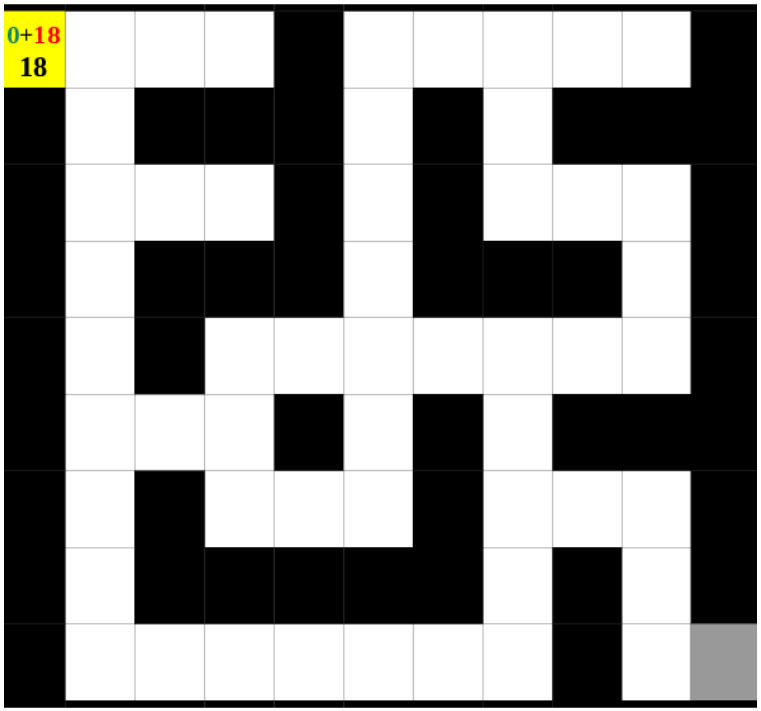
Estimation de la distance réelle de l'arrivée pour chaque cellule (Heuristique "Manhattan").

Exemple de résolution



Le départ est mis en file d'attente, avec une priorité 0.

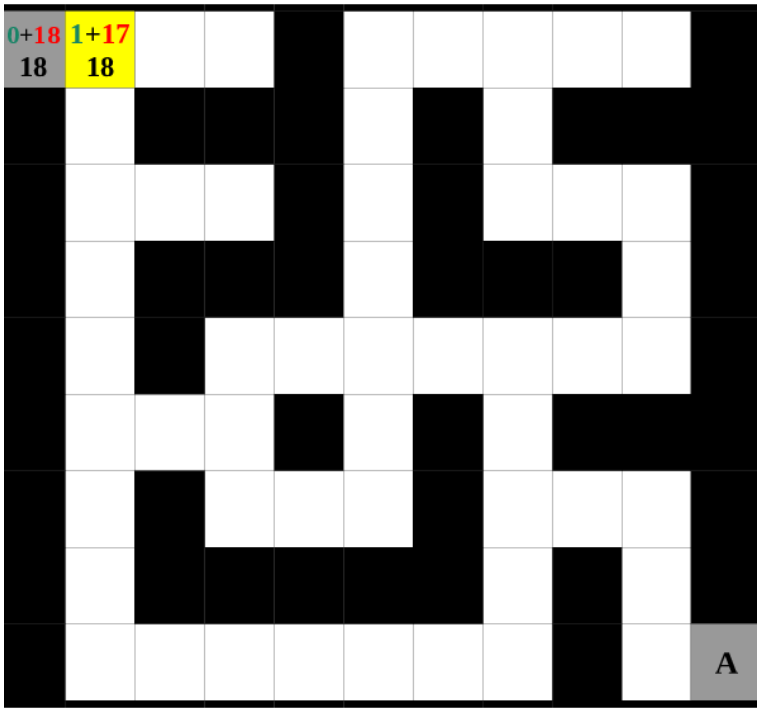
Exemple de résolution



Le seul voisin est évalué :

- coût réel pour y accéder : 1
- coût heuristique pour la suite : 17
- coût heuristique total (priorité) : 18

Exemple de résolution

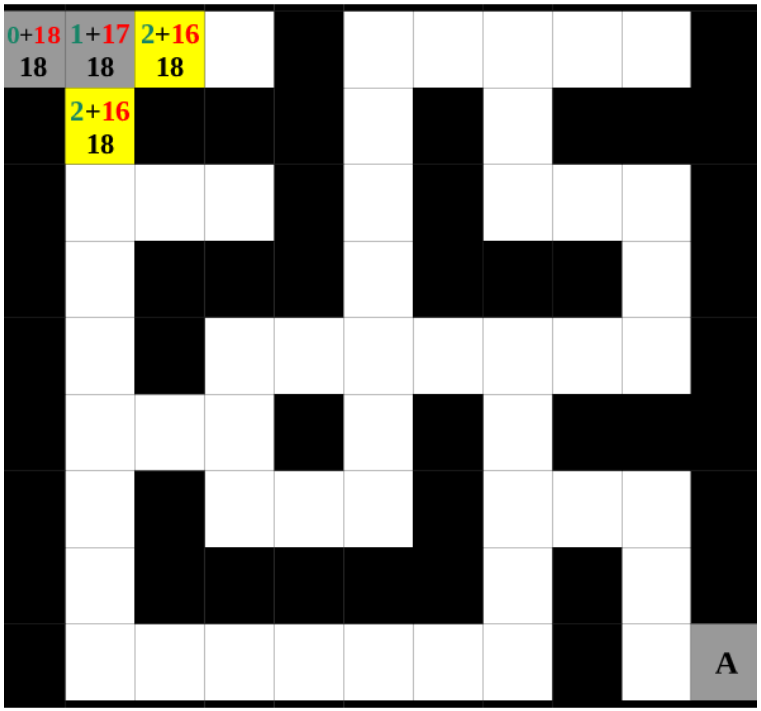


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution



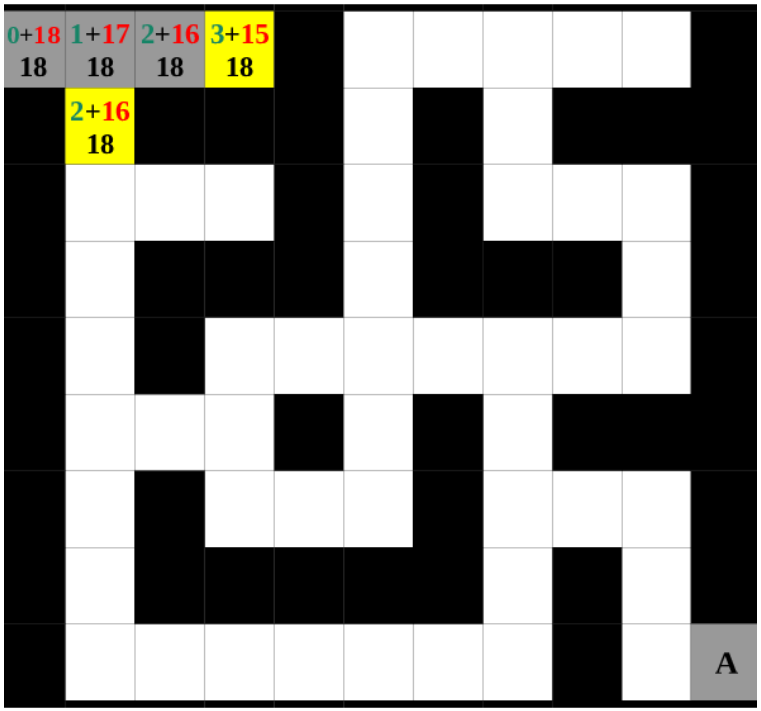
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois deux choix ont la même priorité, le choix est arbitraire.

Exemple de résolution



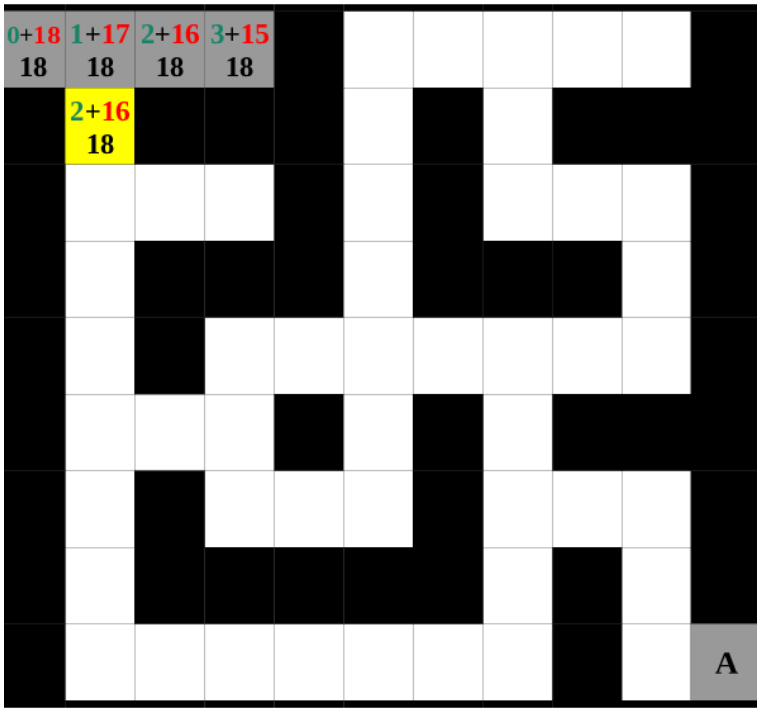
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois deux choix ont la même priorité, le choix est arbitraire.

Exemple de résolution

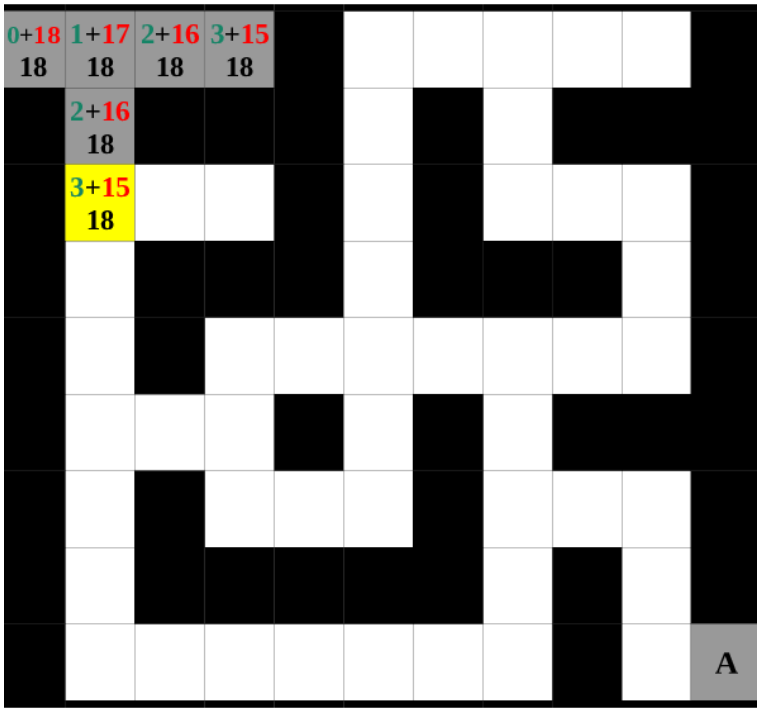


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

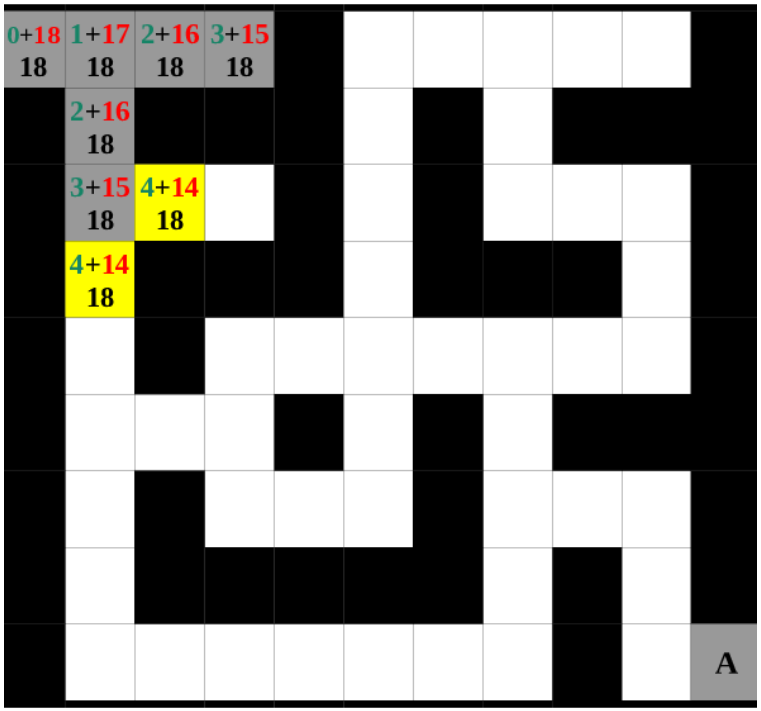


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

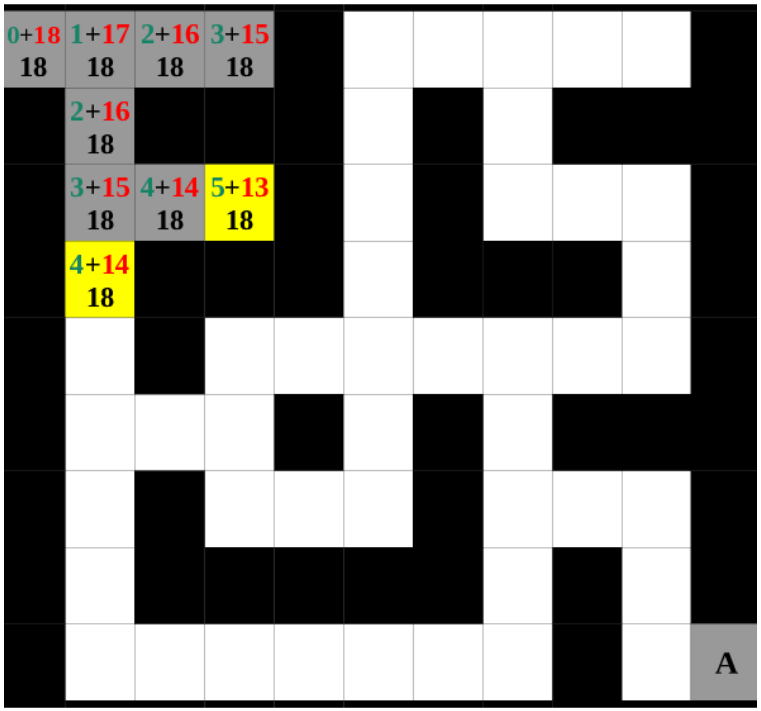


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

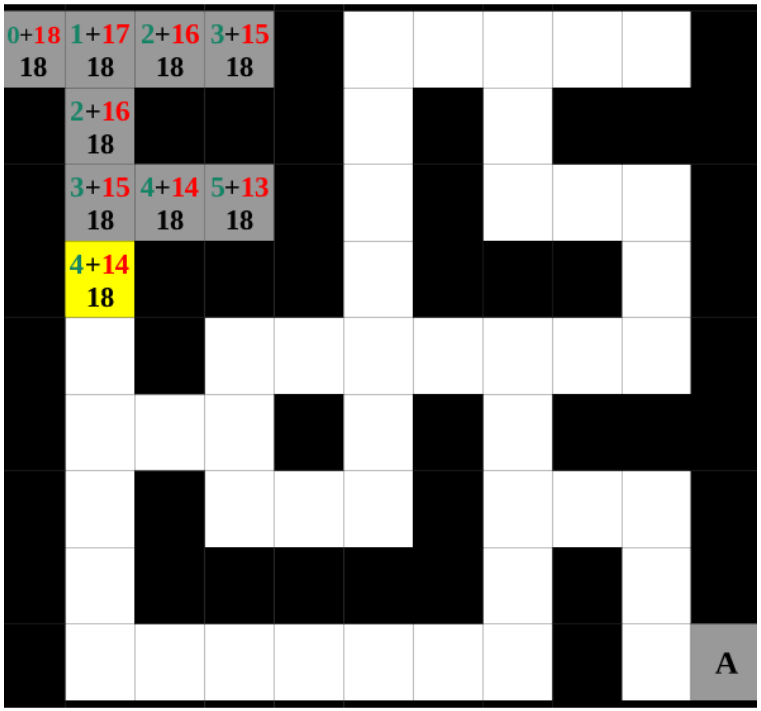


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

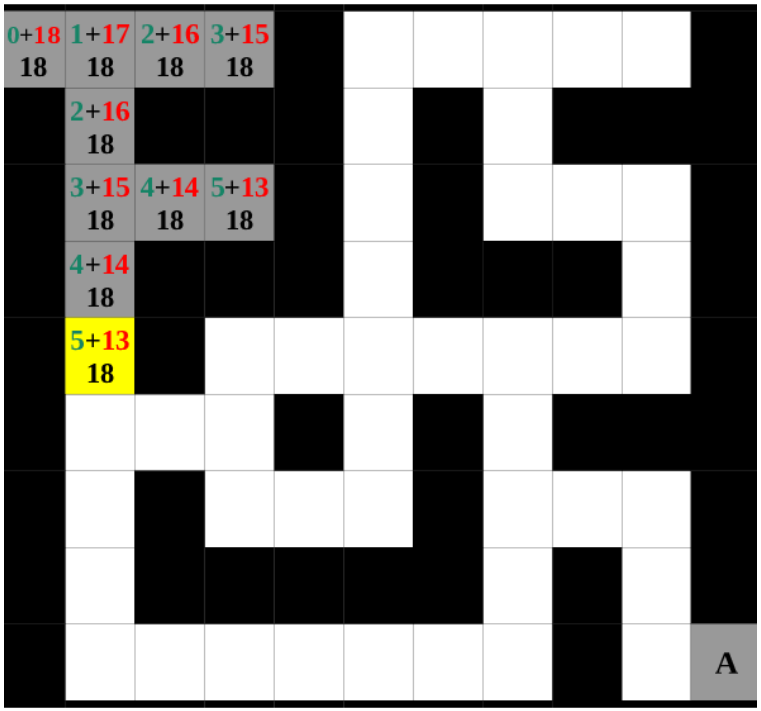


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

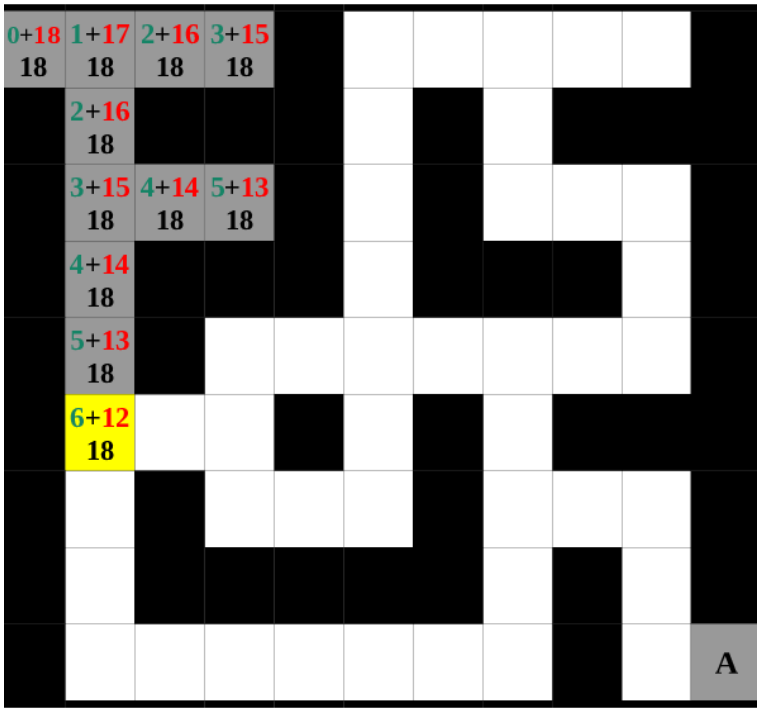


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

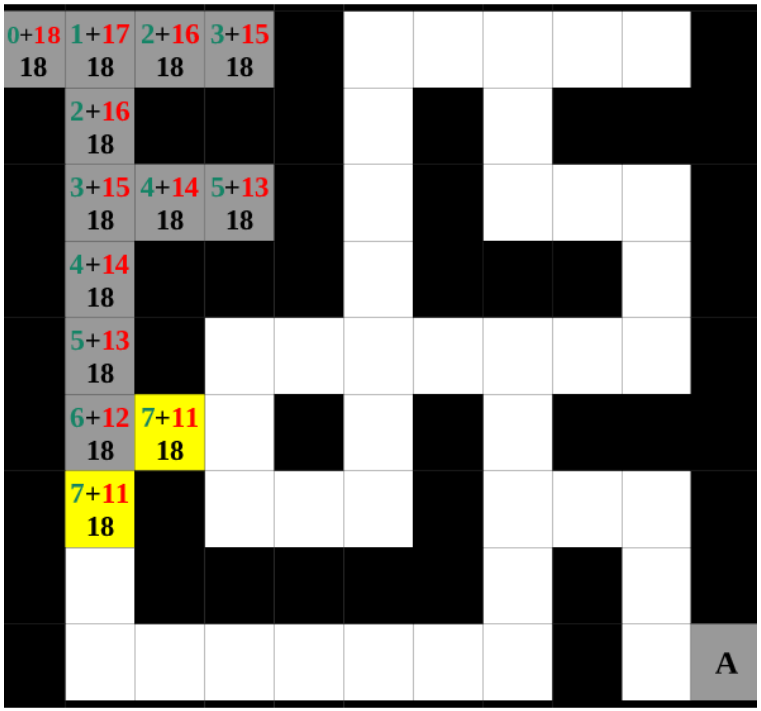


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

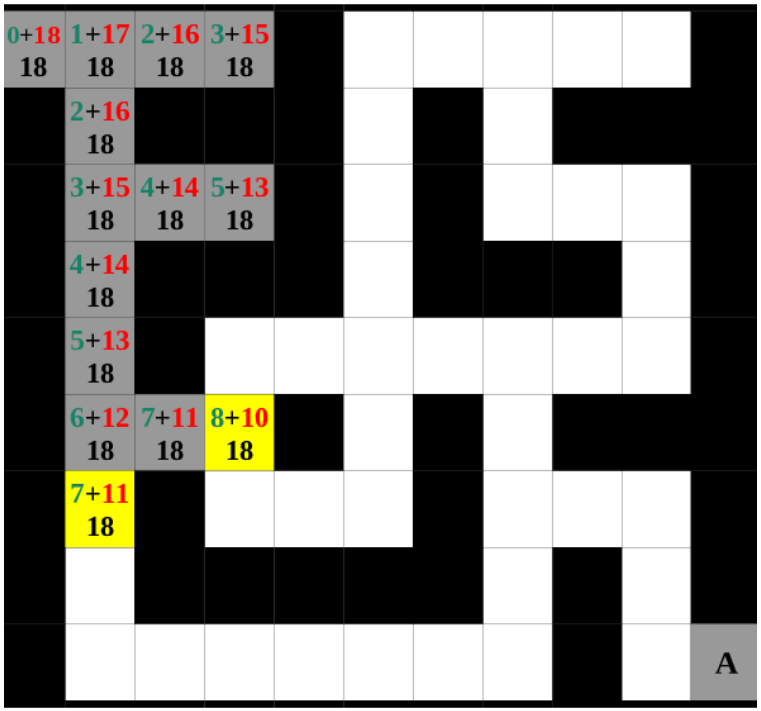


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

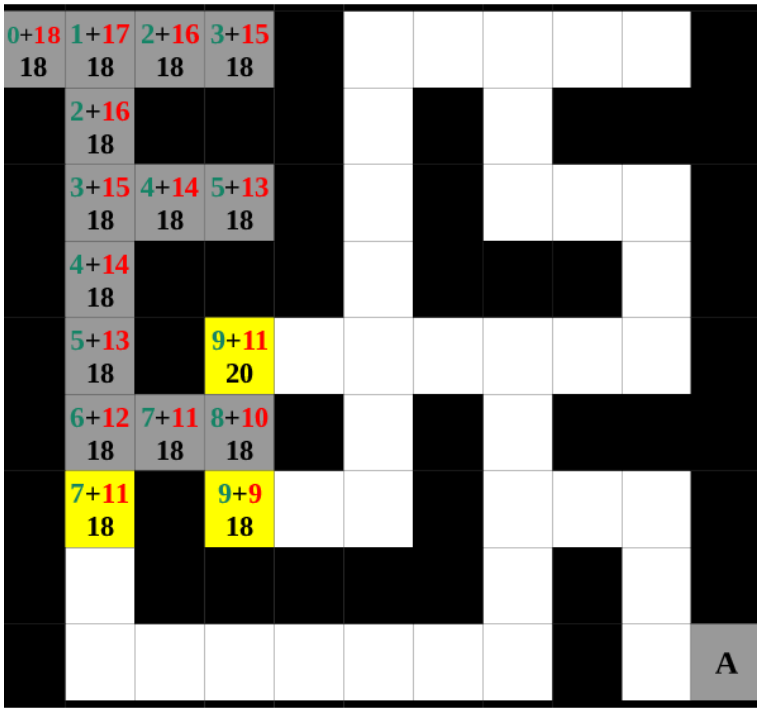


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution



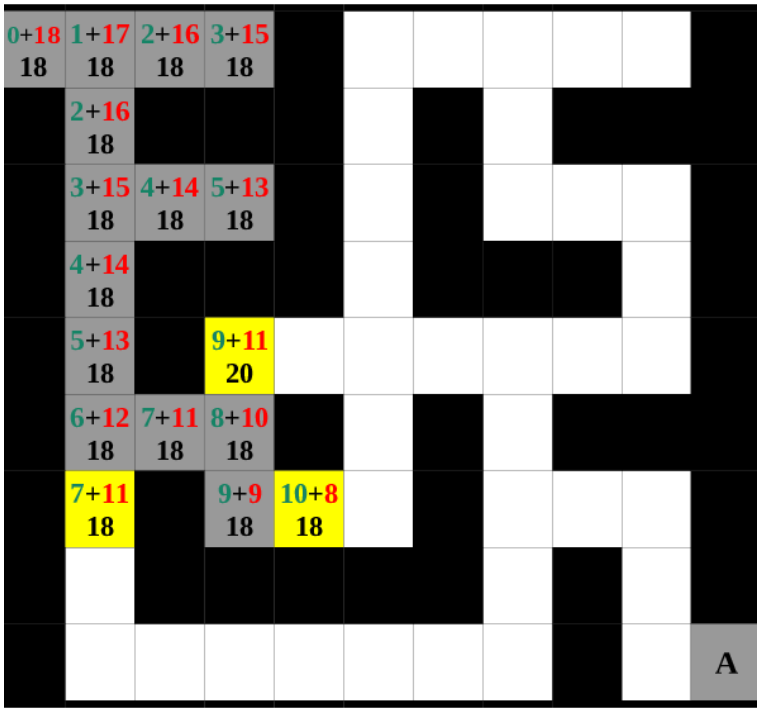
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois la priorité participe vraiment au choix.

Exemple de résolution



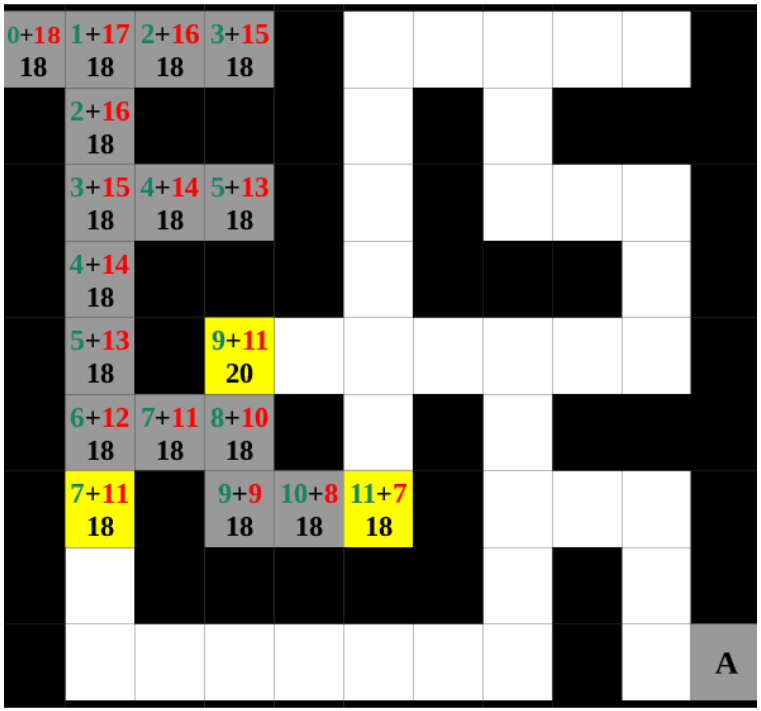
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois la priorité participe vraiment au choix.

Exemple de résolution



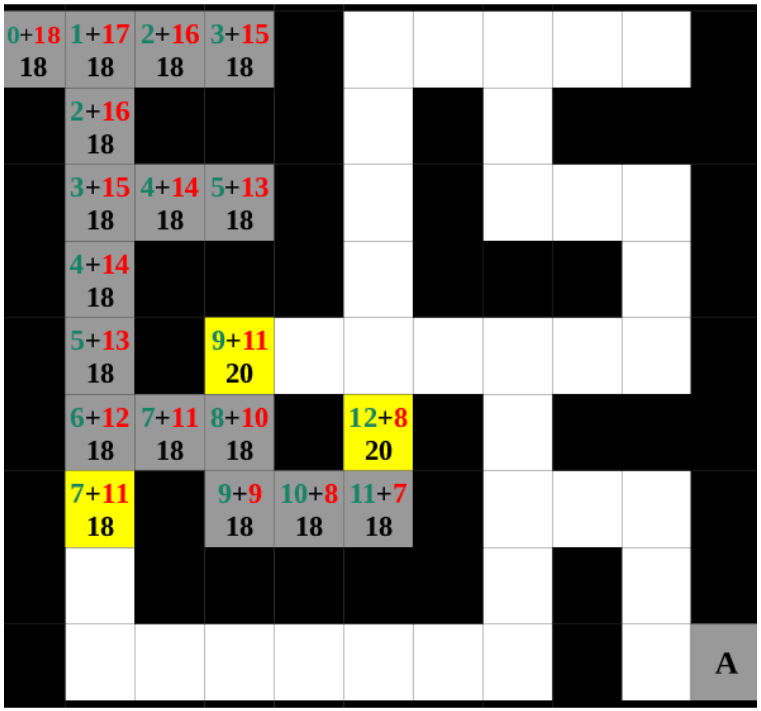
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois la priorité participe vraiment au choix.

Exemple de résolution



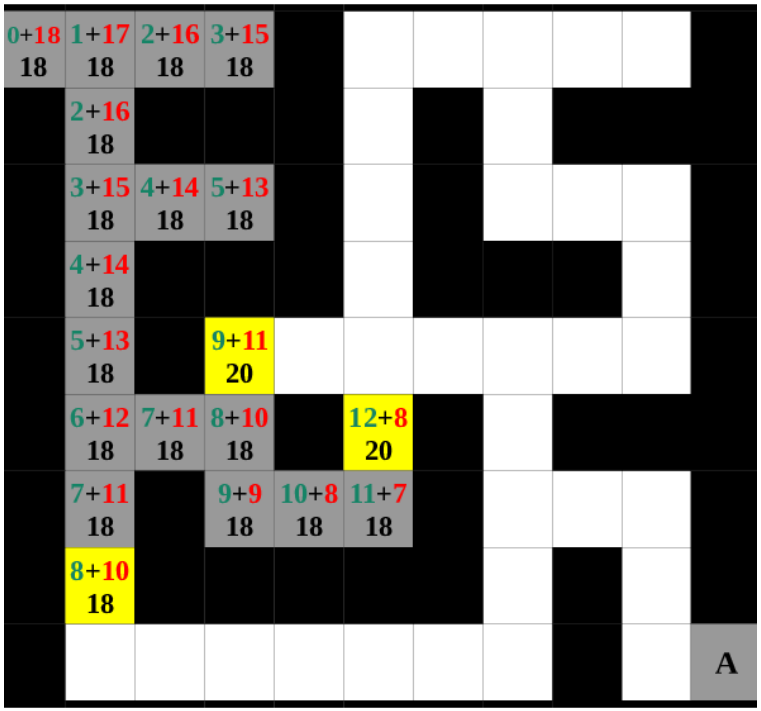
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois la priorité participe vraiment au choix.

Exemple de résolution



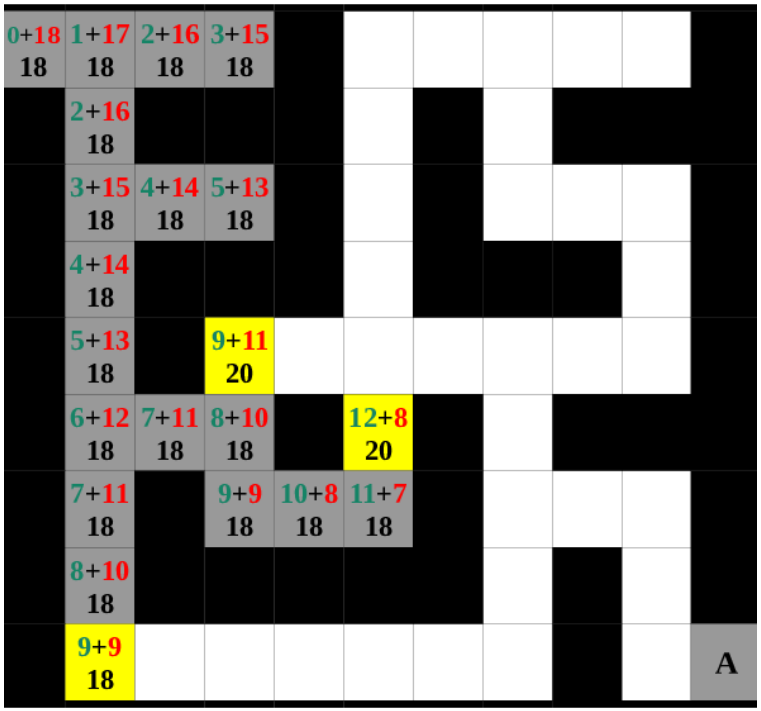
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois la priorité participe vraiment au choix.

Exemple de résolution



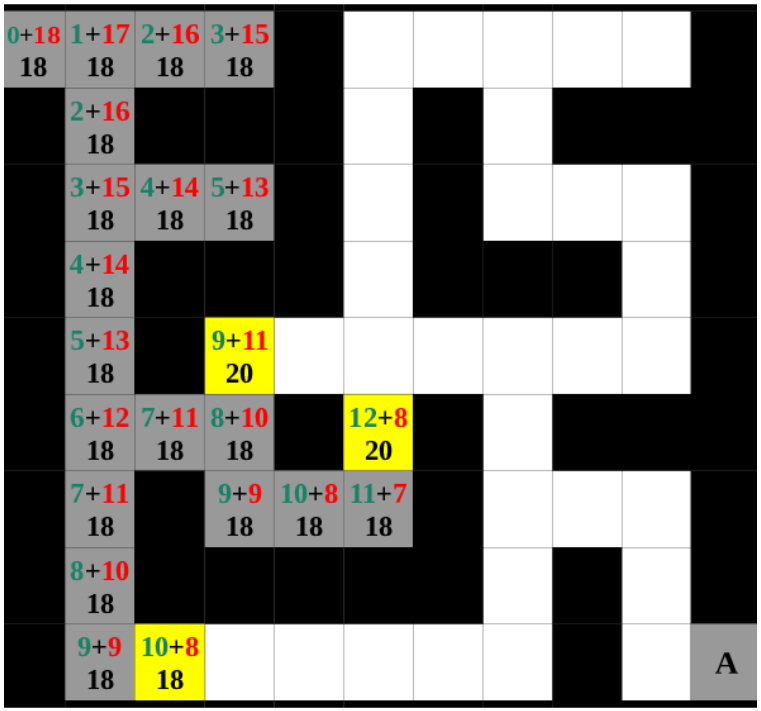
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois la priorité participe vraiment au choix.

Exemple de résolution



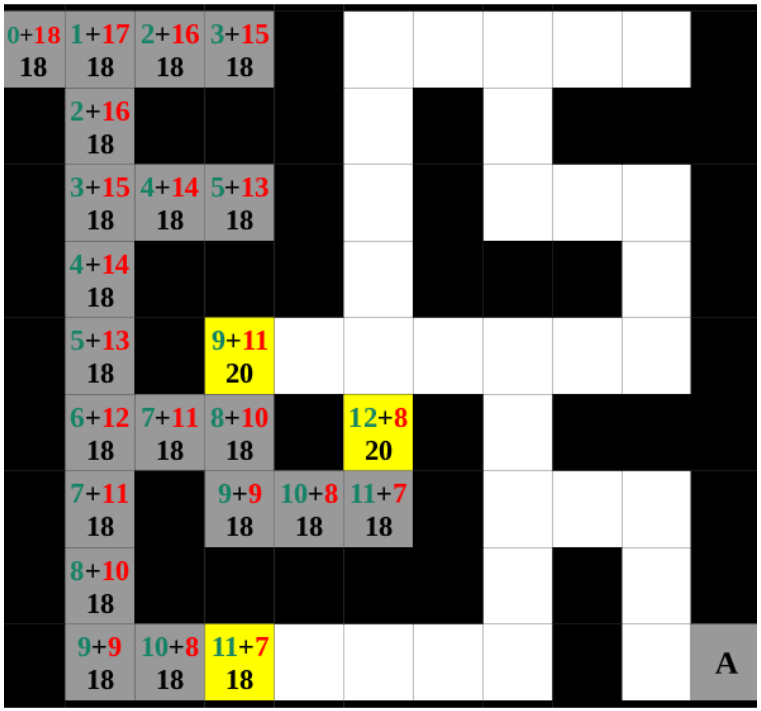
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois la priorité participe vraiment au choix.

Exemple de résolution



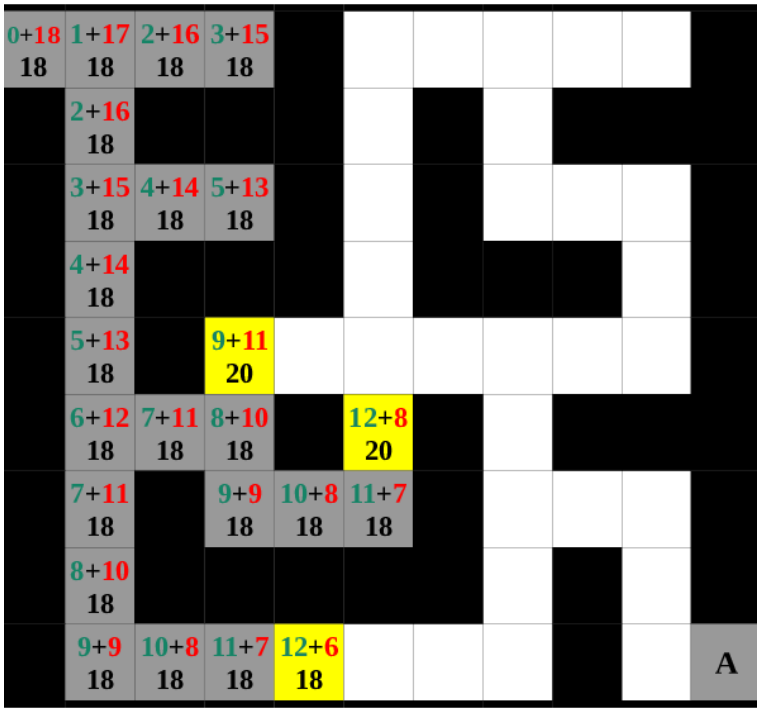
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois la priorité participe vraiment au choix.

Exemple de résolution



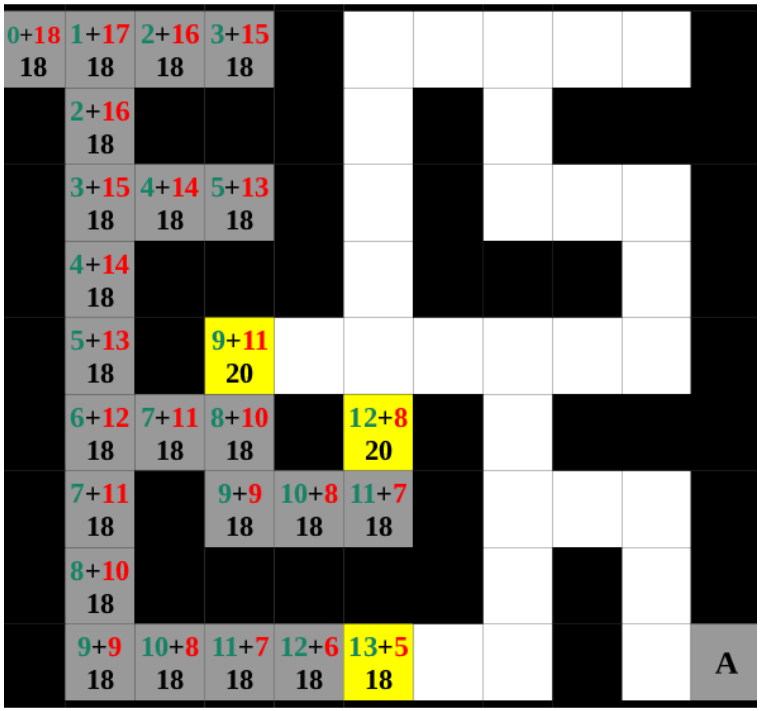
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois la priorité participe vraiment au choix.

Exemple de résolution



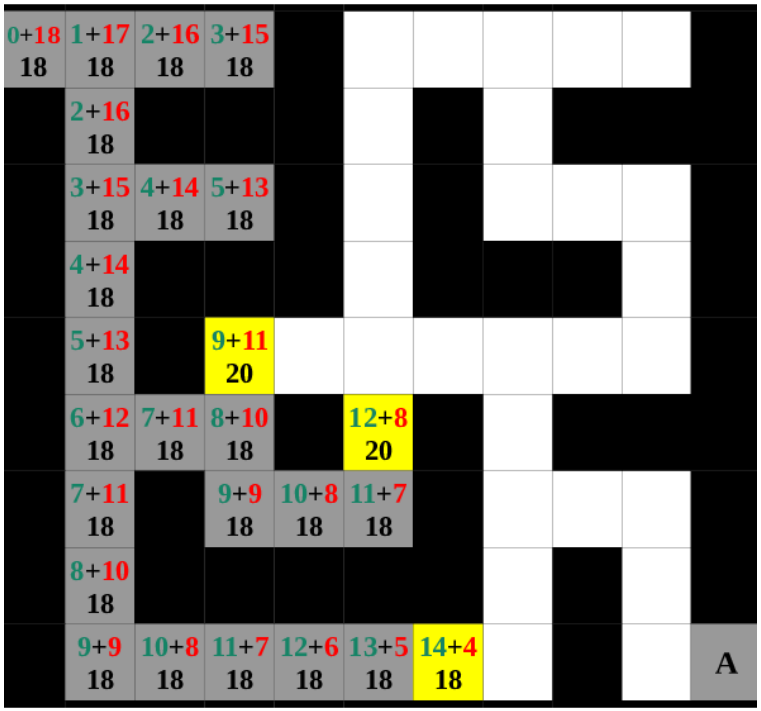
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois la priorité participe vraiment au choix.

Exemple de résolution



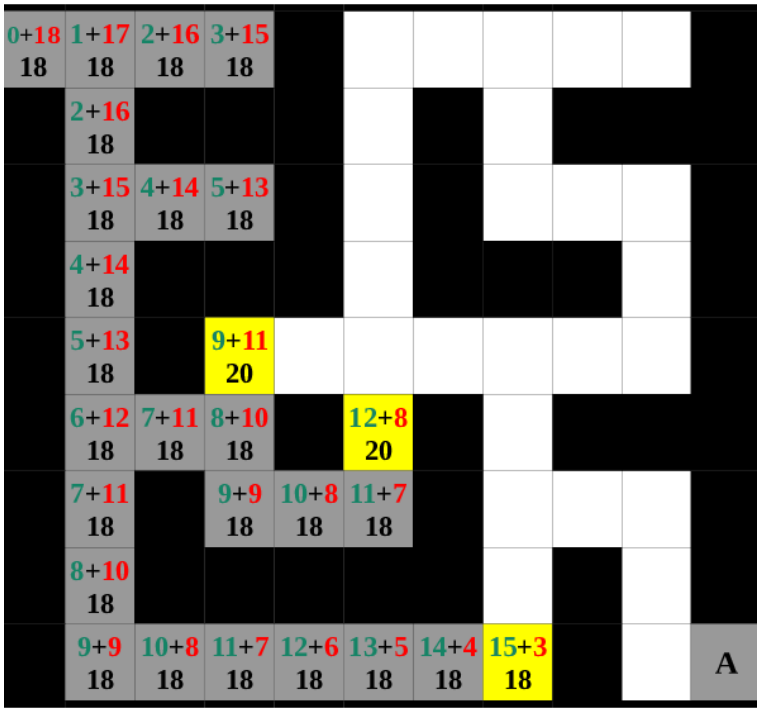
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois la priorité participe vraiment au choix.

Exemple de résolution



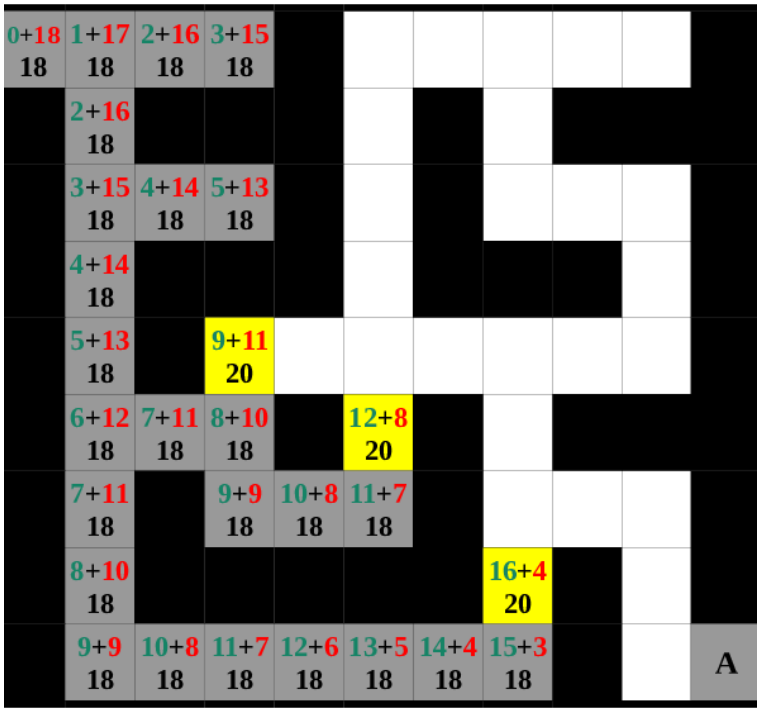
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois la priorité participe vraiment au choix.

Exemple de résolution

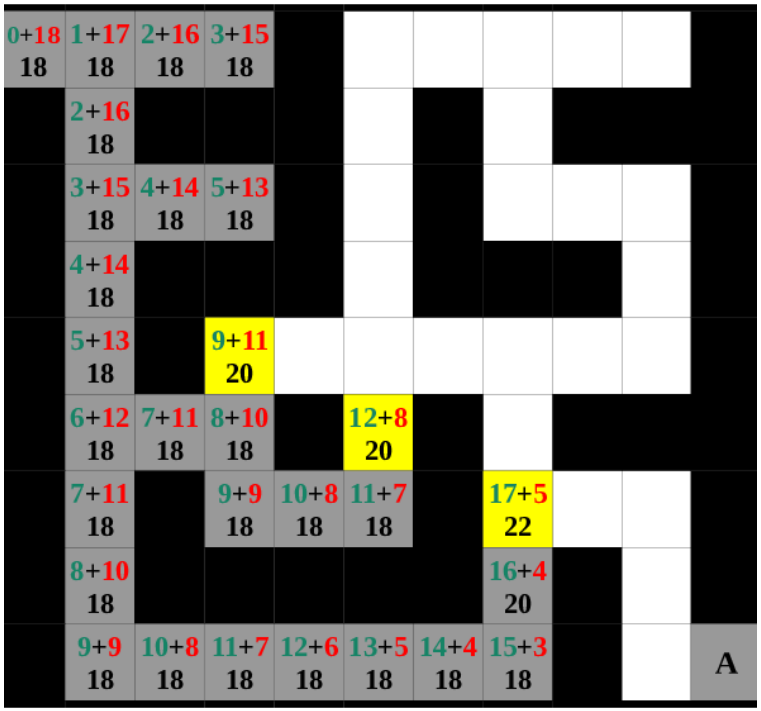


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

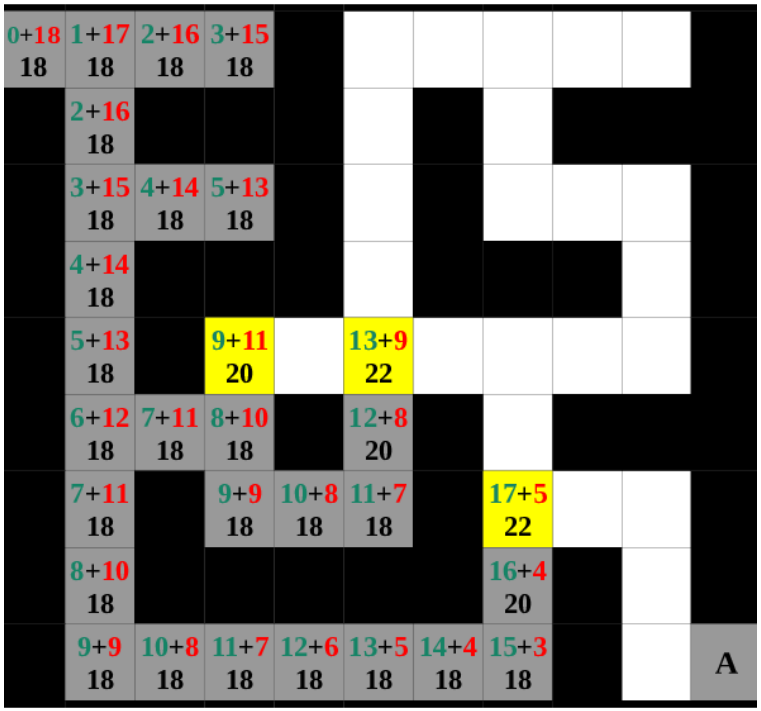


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

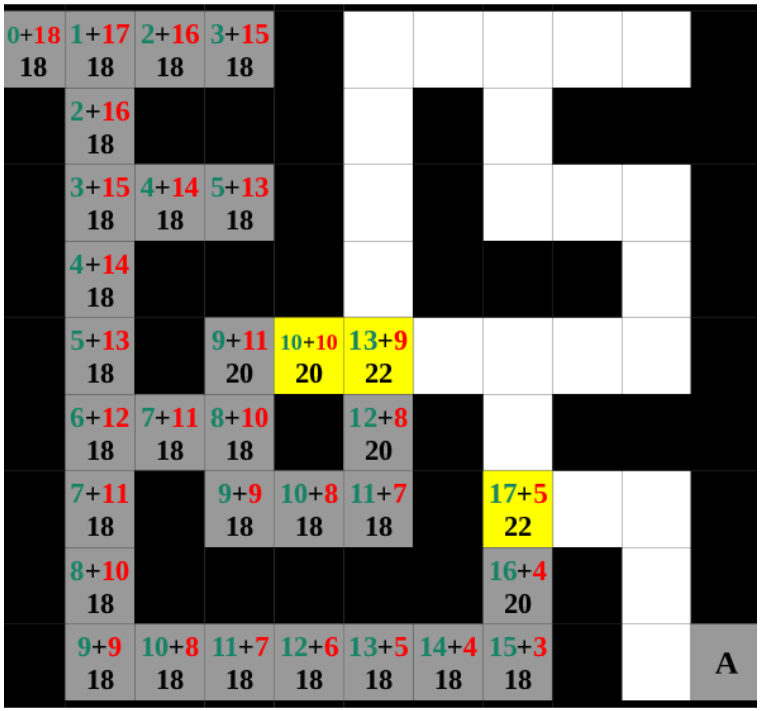


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

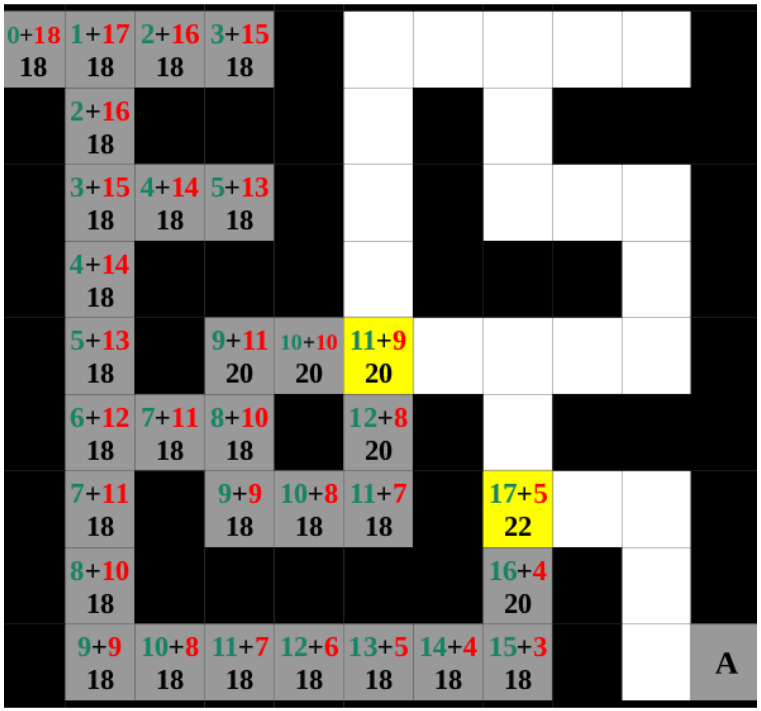


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution



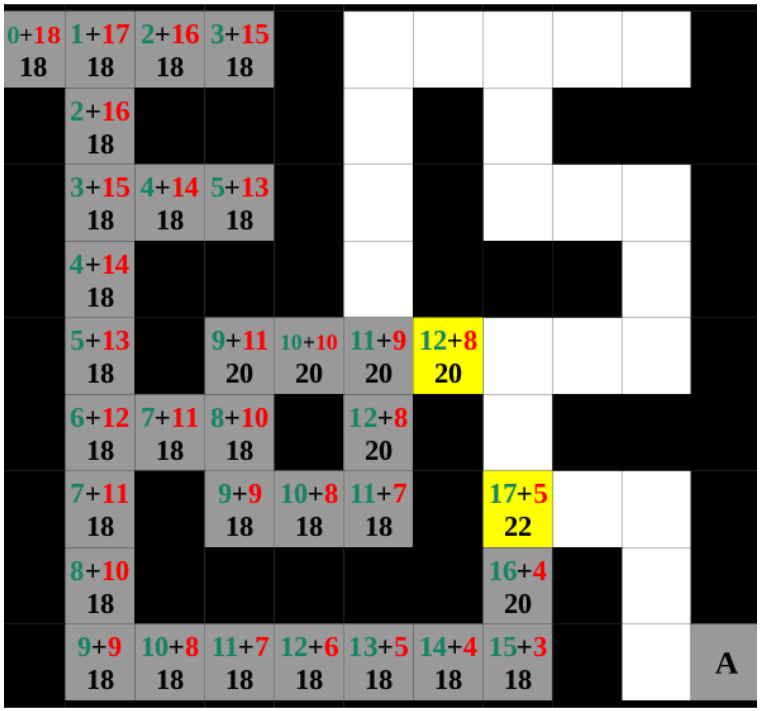
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois un nouveau chemin améliore l'accès à une même cellule.

Exemple de résolution

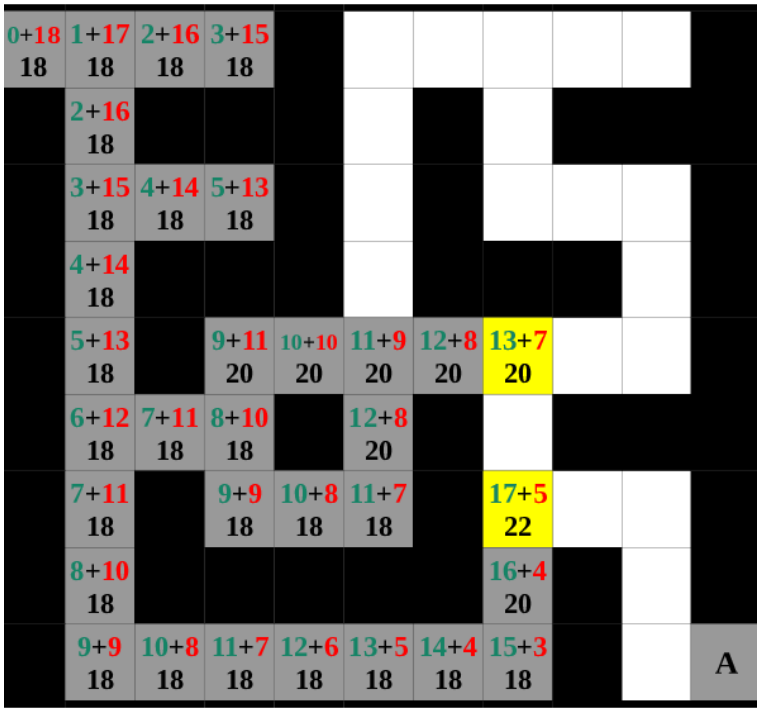


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

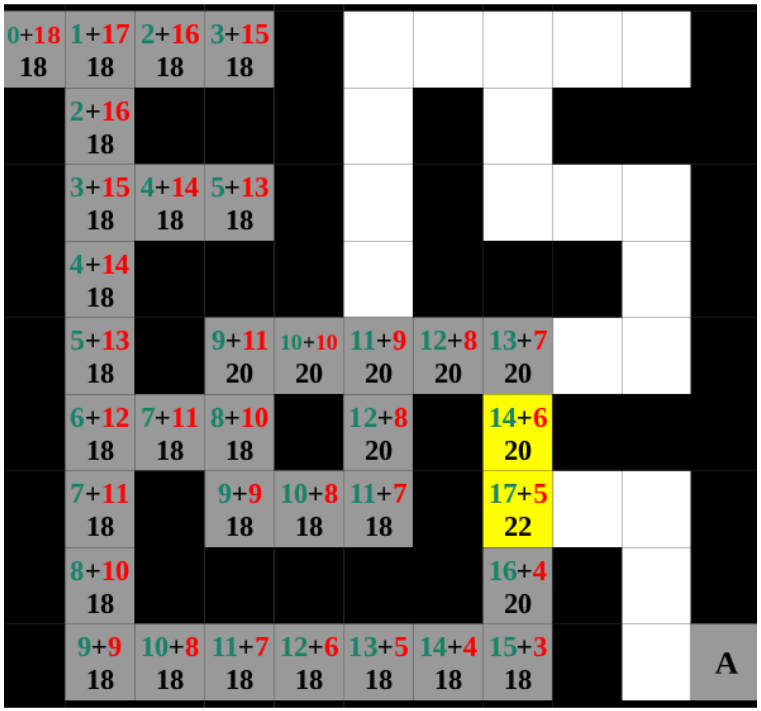


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

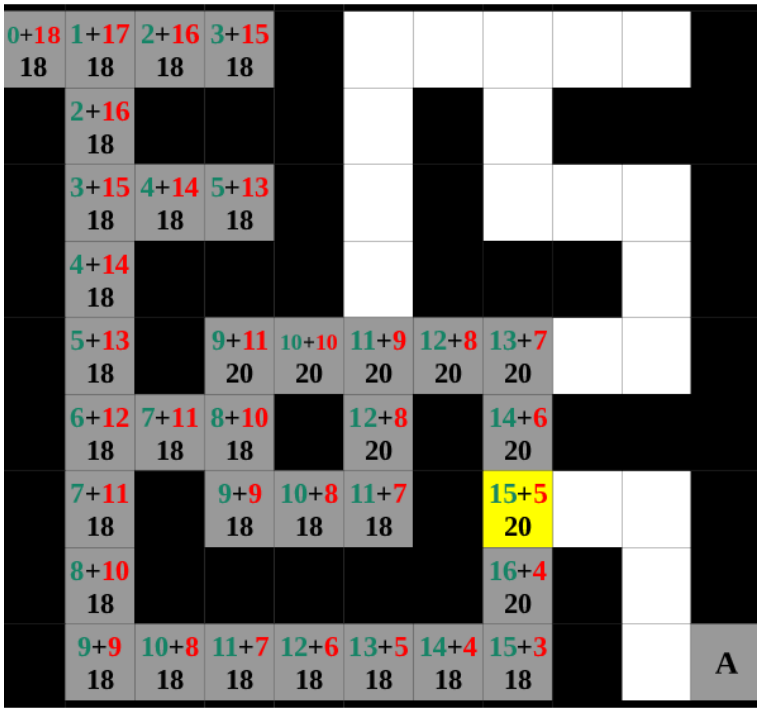


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution



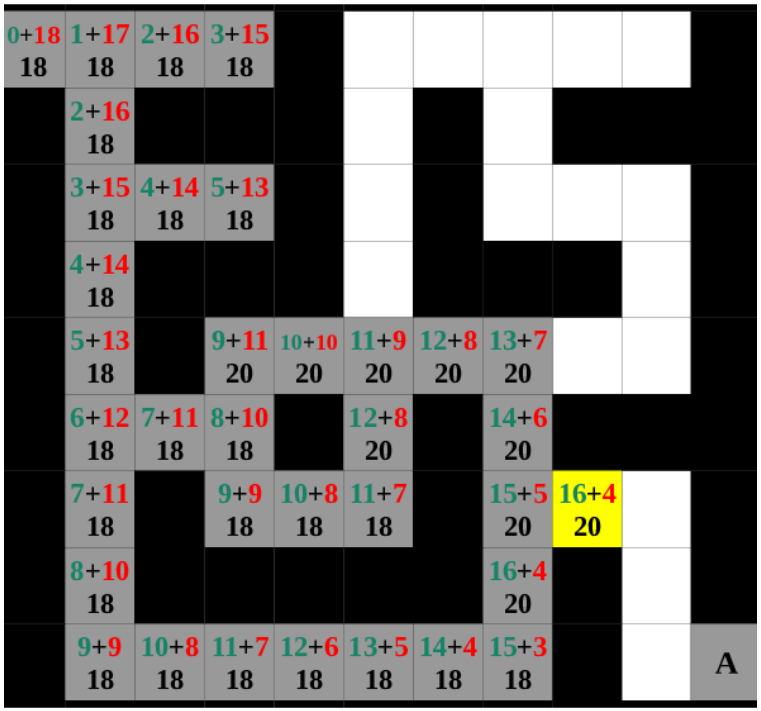
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Parfois un nouveau chemin améliore l'accès à une même cellule.

Exemple de résolution

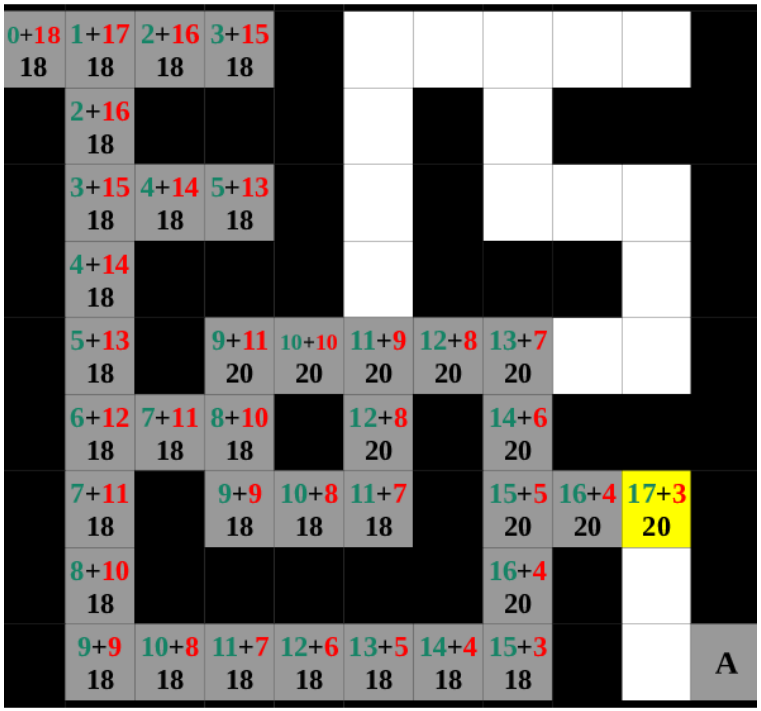


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

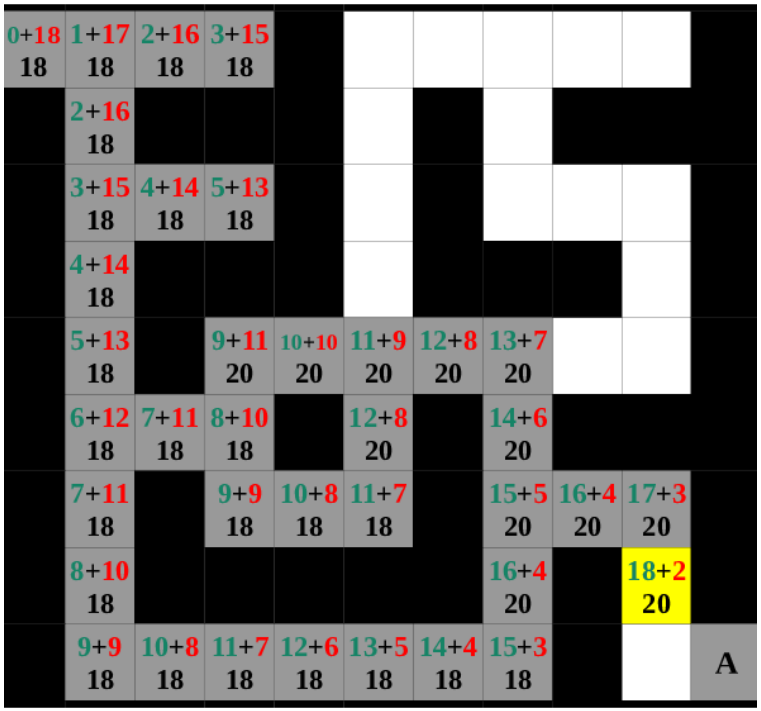


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

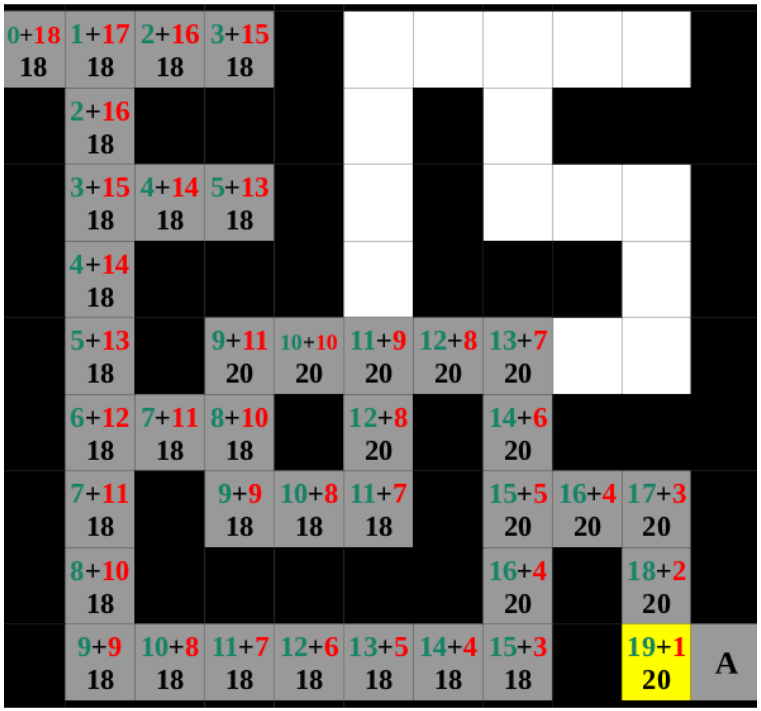


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution

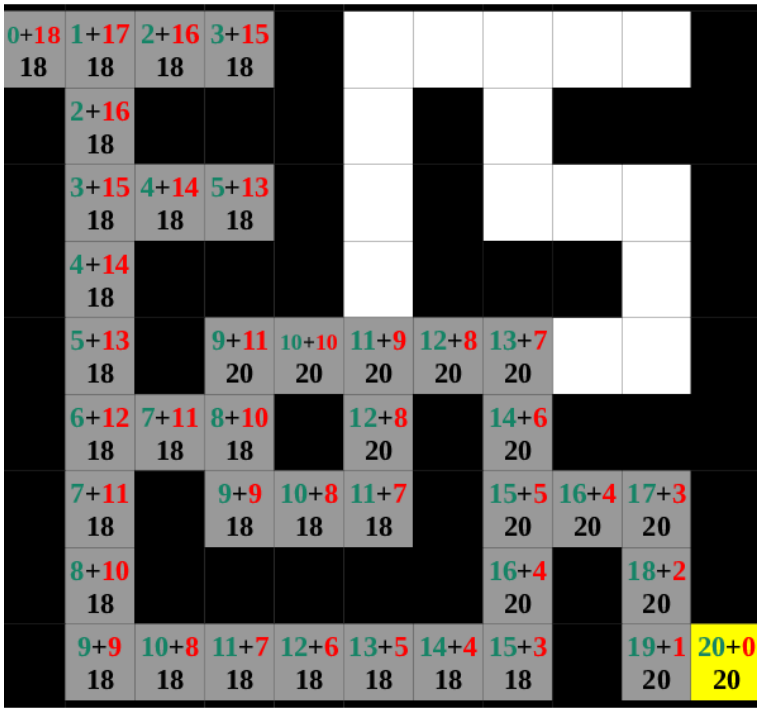


Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

Exemple de résolution



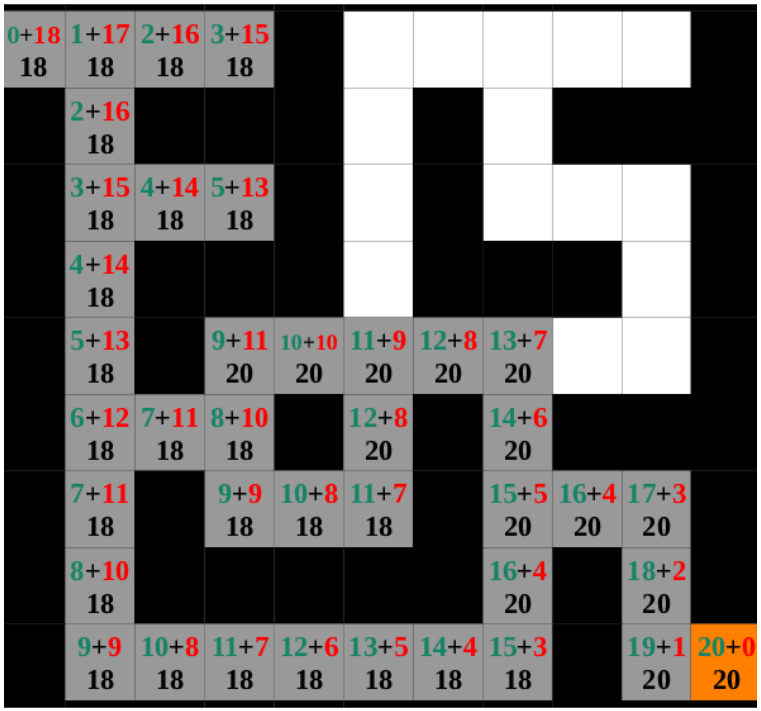
Légende :

- coût réel jusqu'ici
- coût heuristique pour la suite
- coût heuristique total

L'algorithme poursuit son chemin.

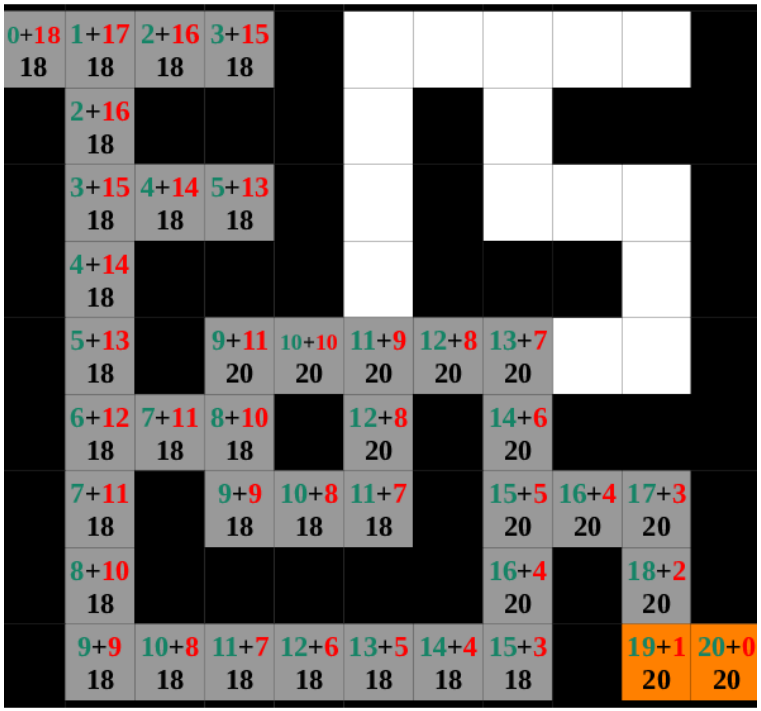
Un chemin vers la sortie a été trouvé !

Exemple de résolution



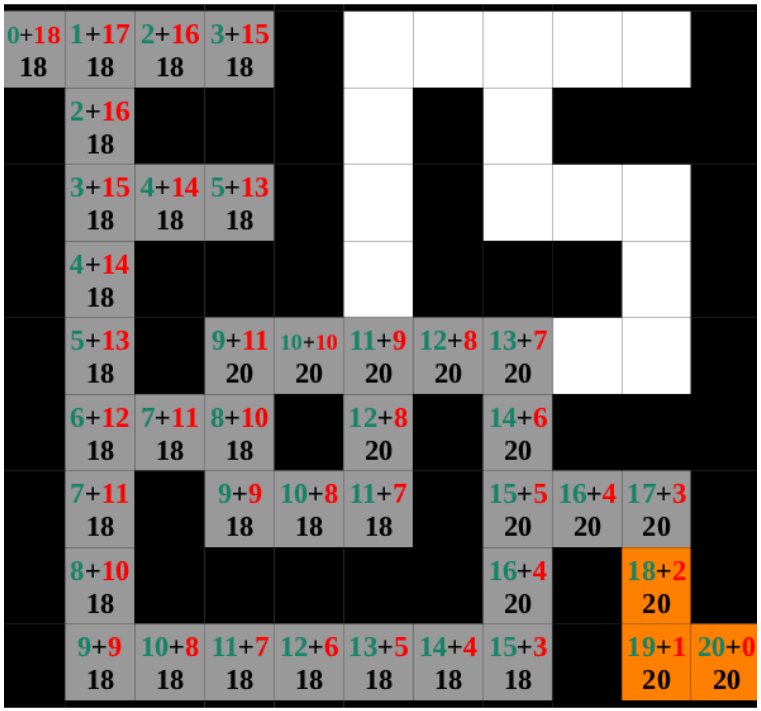
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



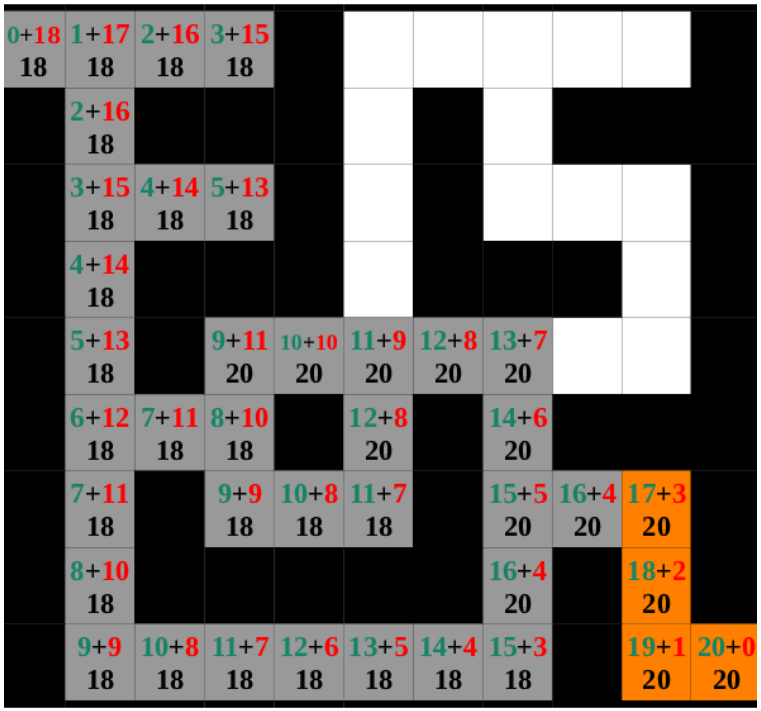
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



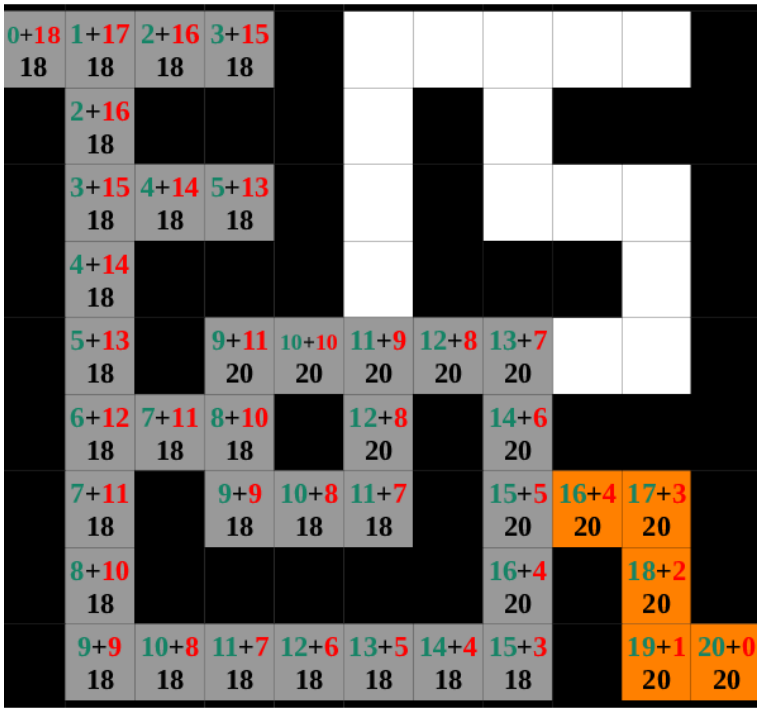
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



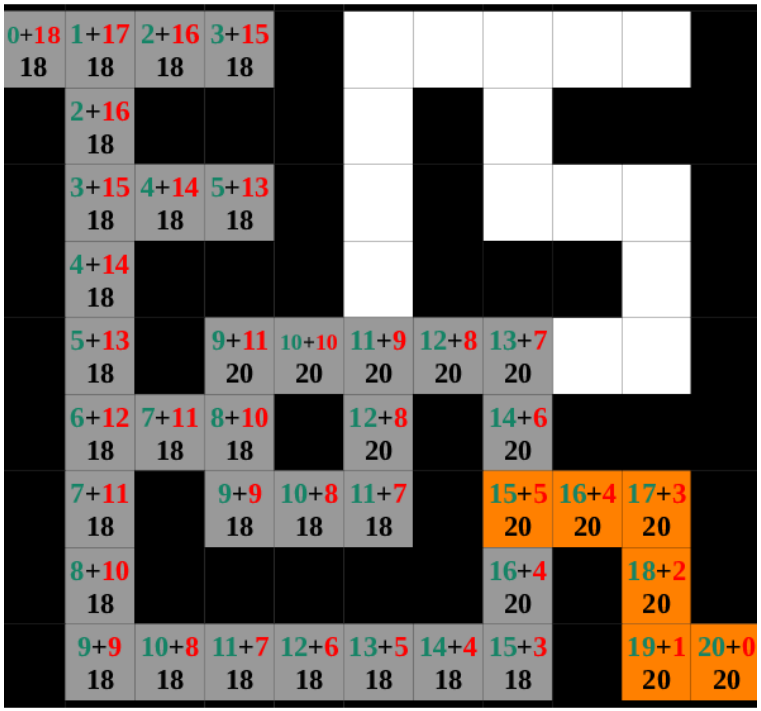
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



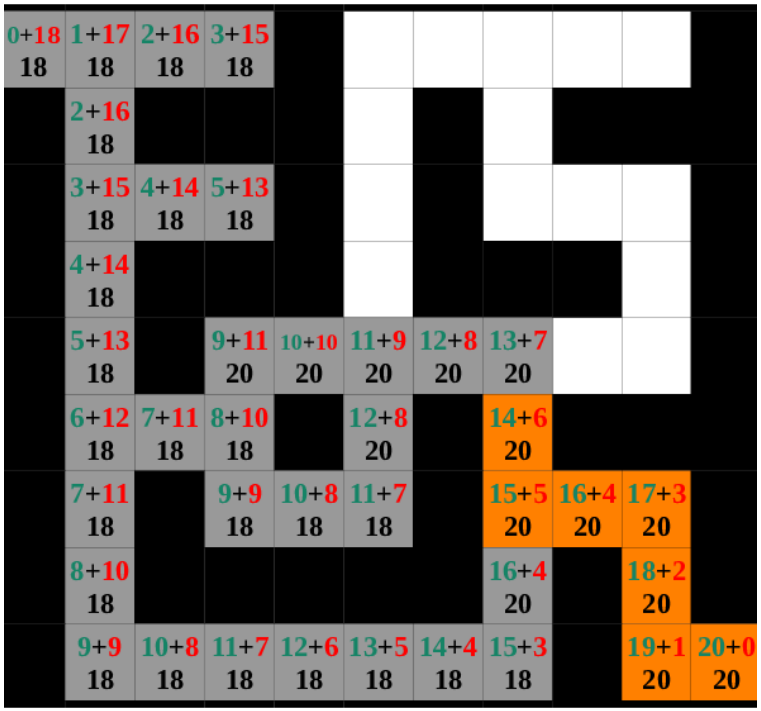
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



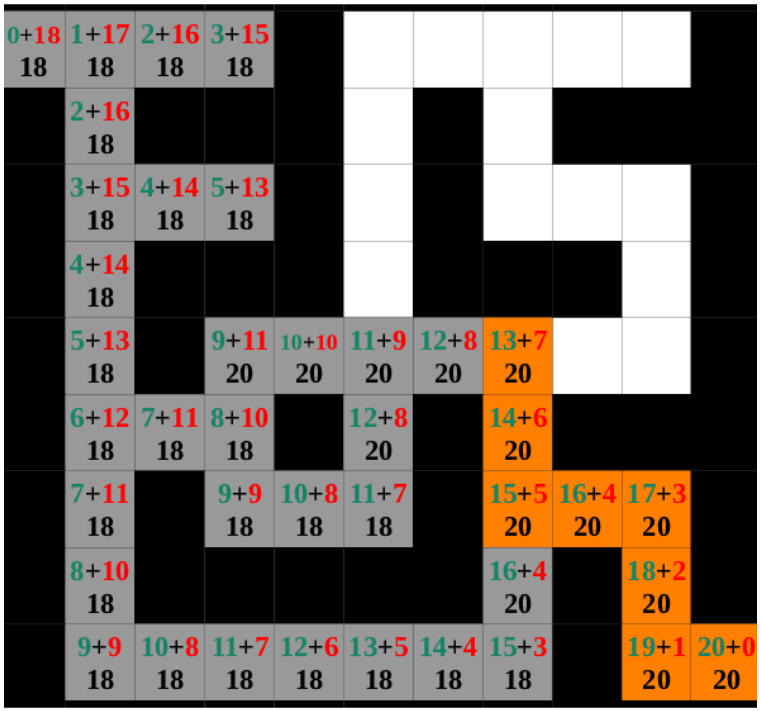
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



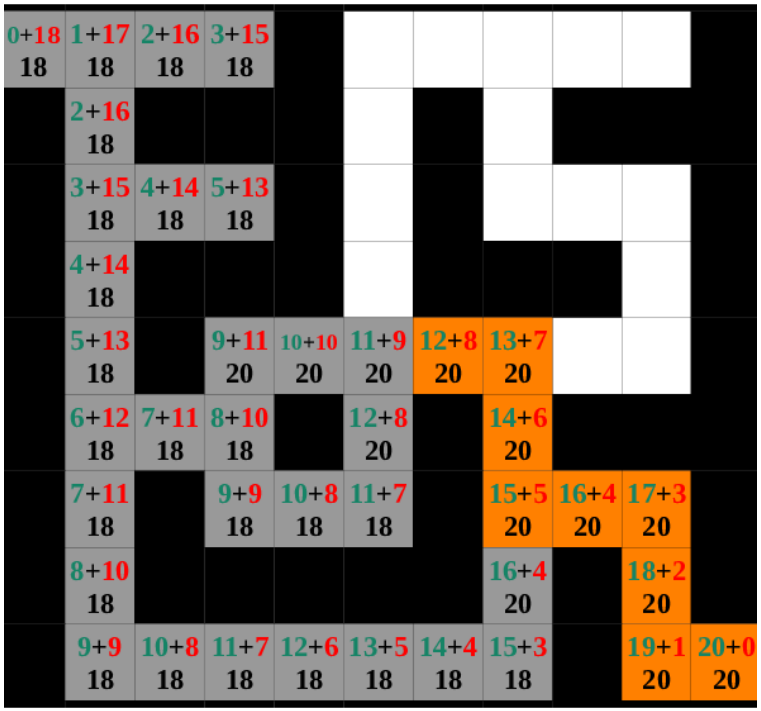
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



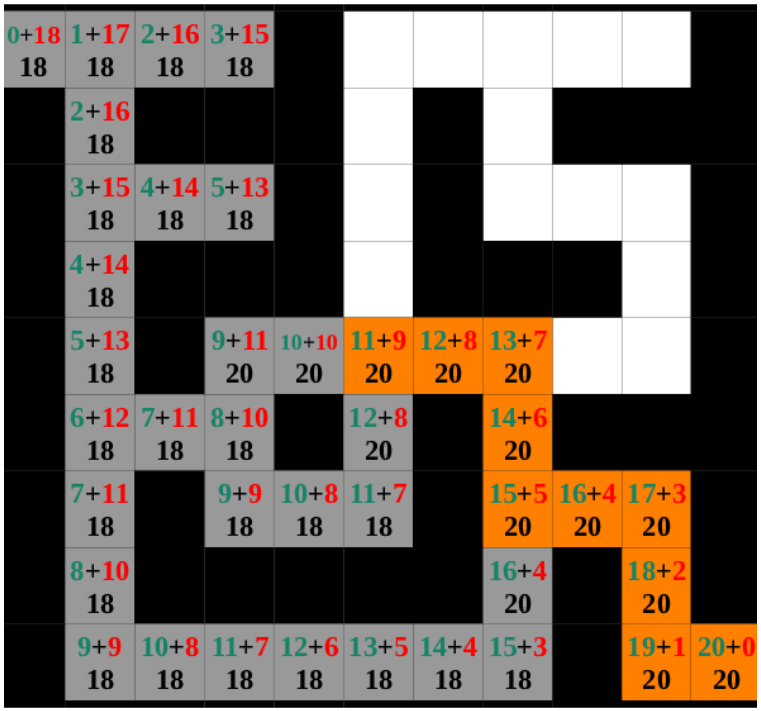
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



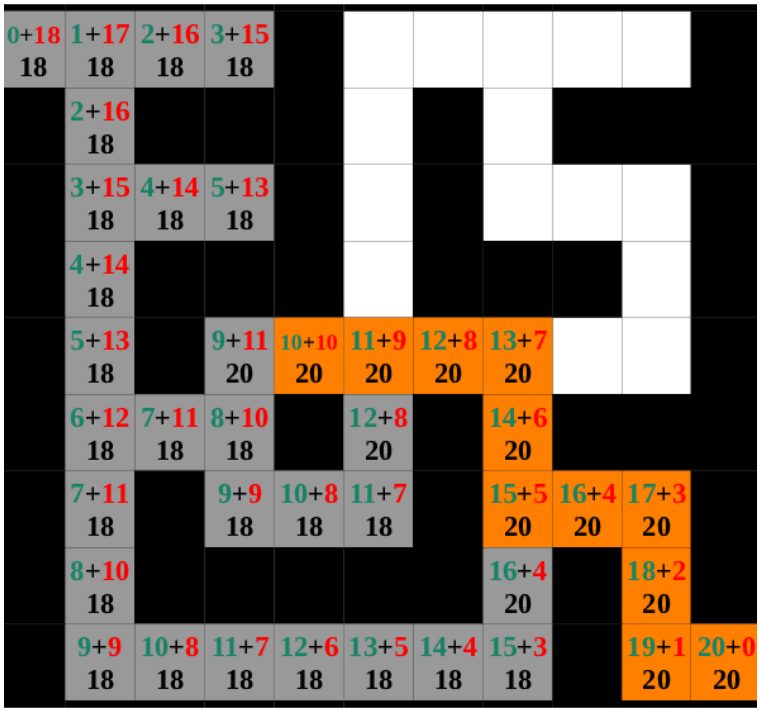
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



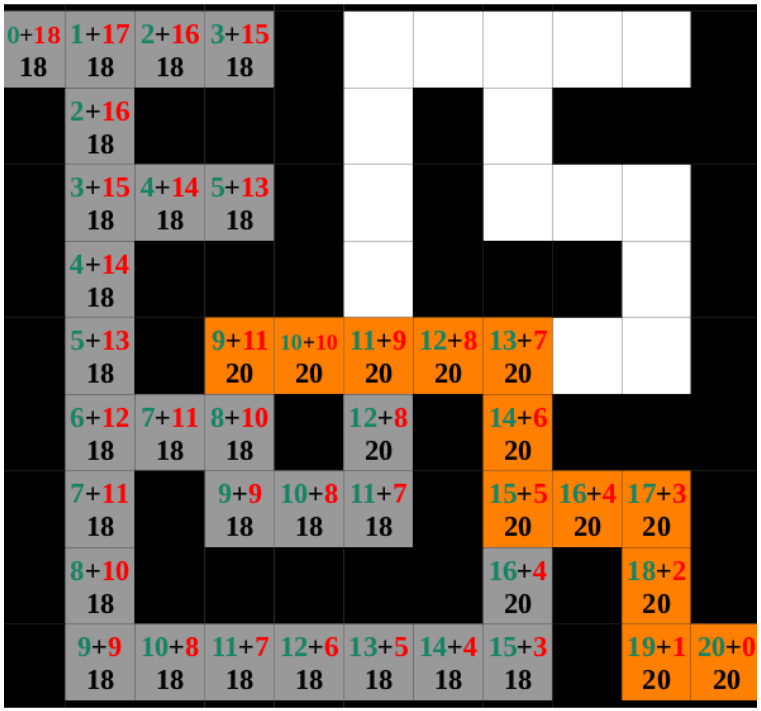
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



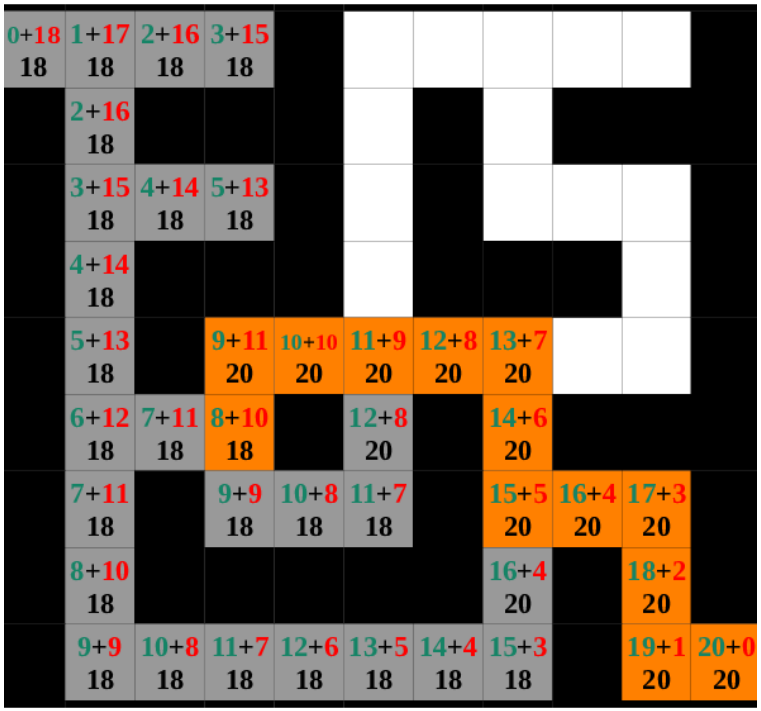
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



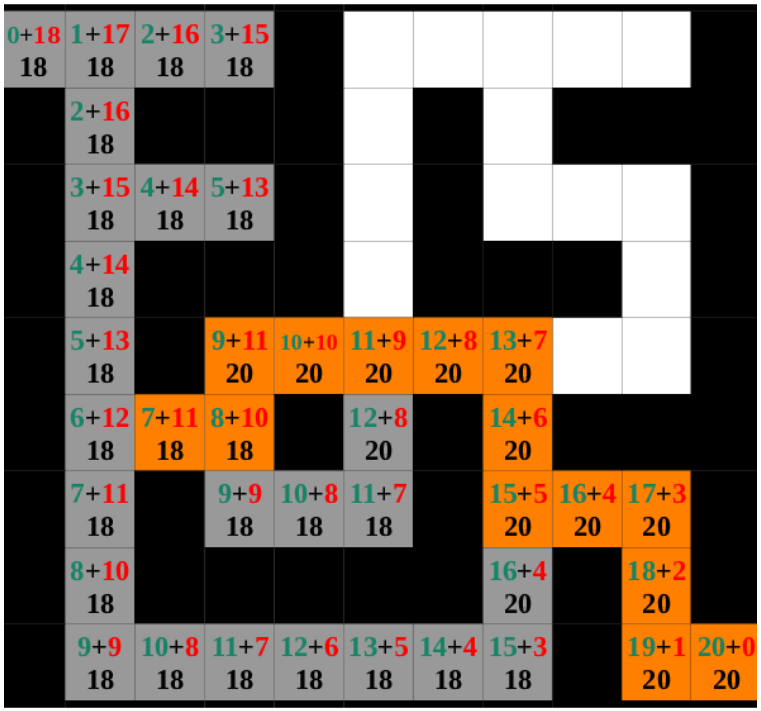
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



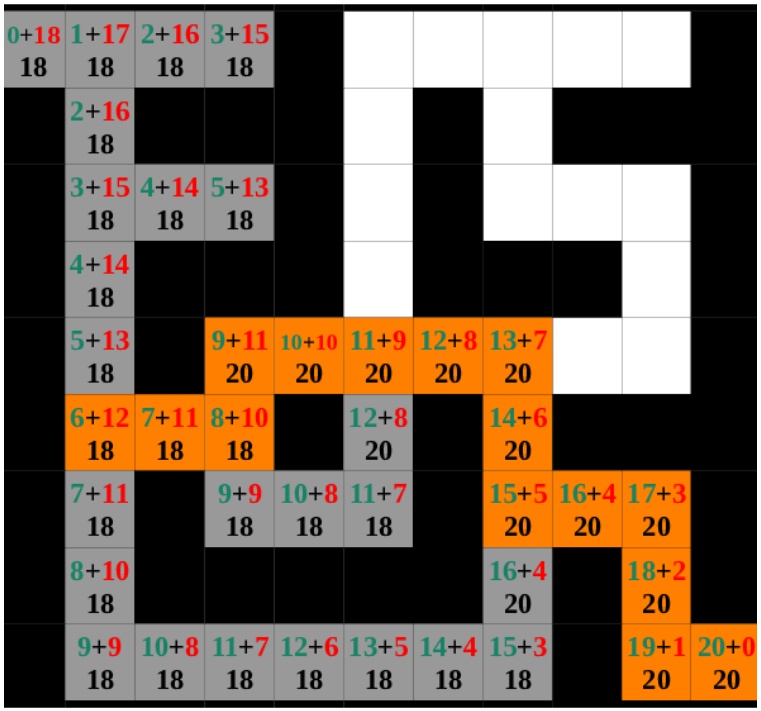
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



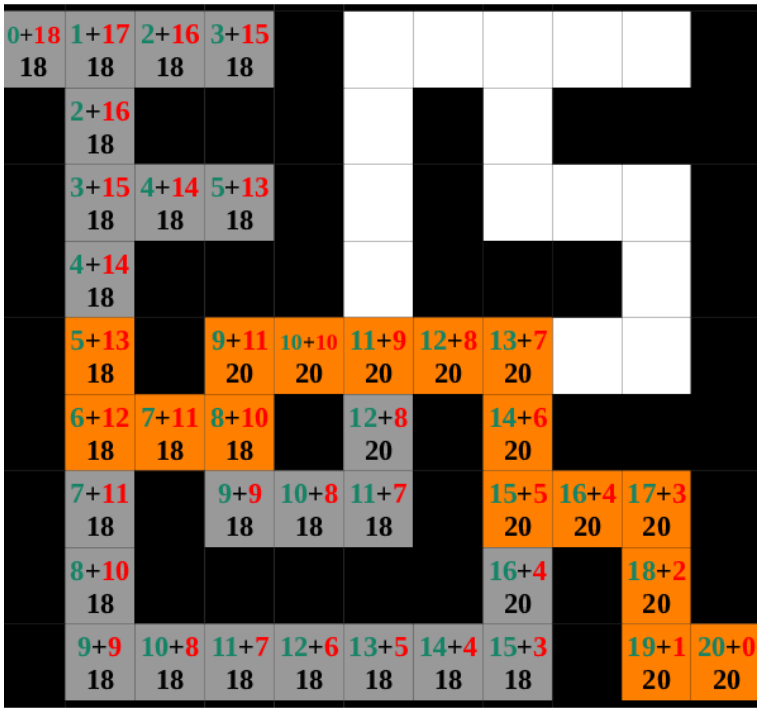
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



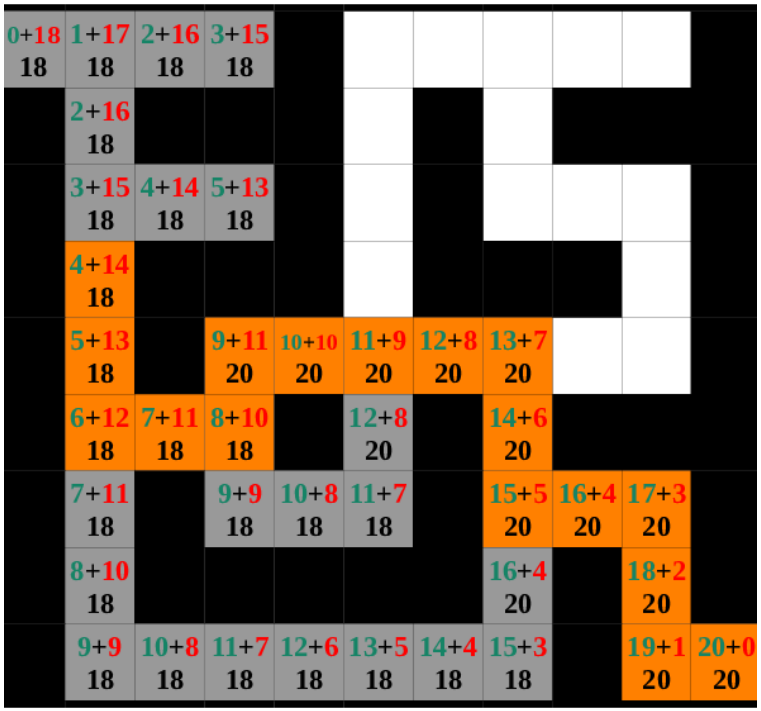
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



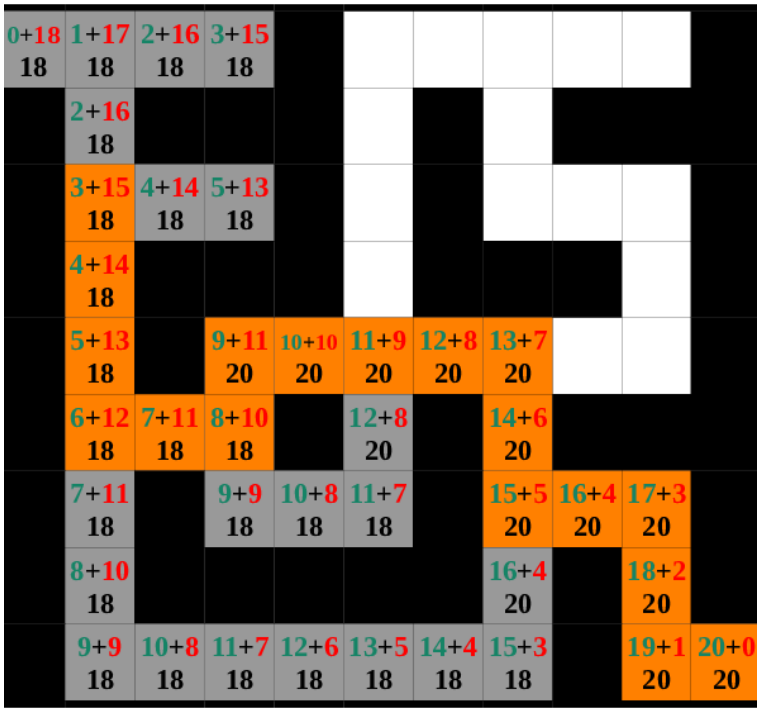
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



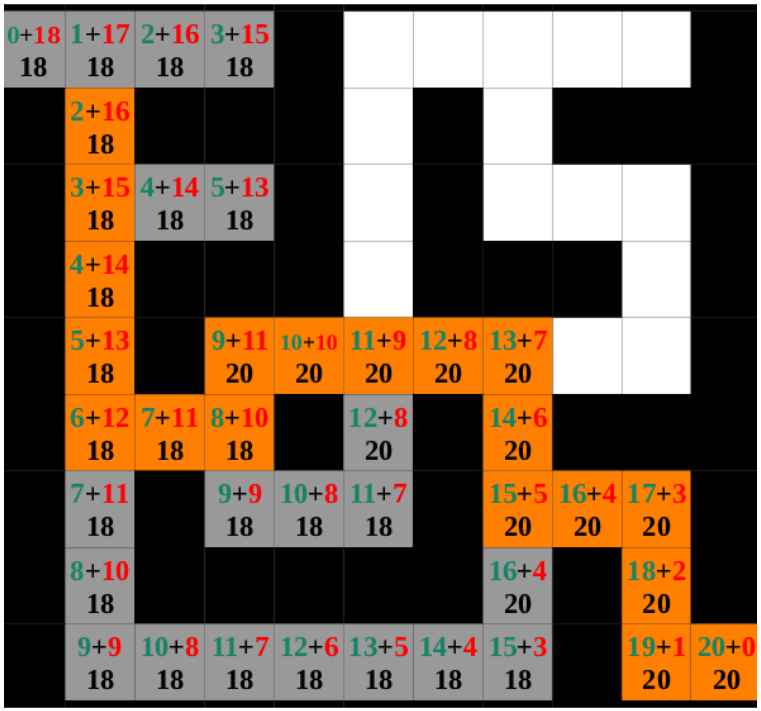
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



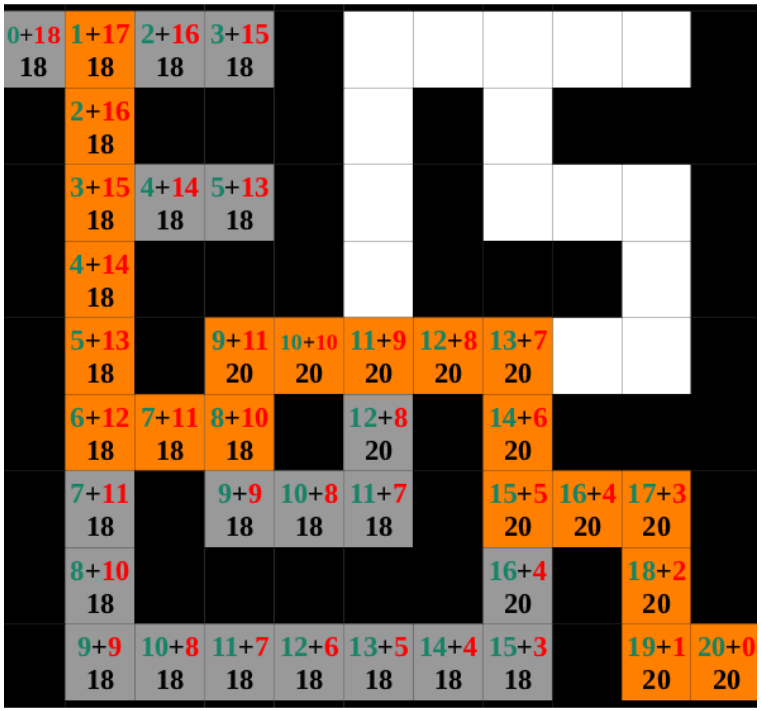
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



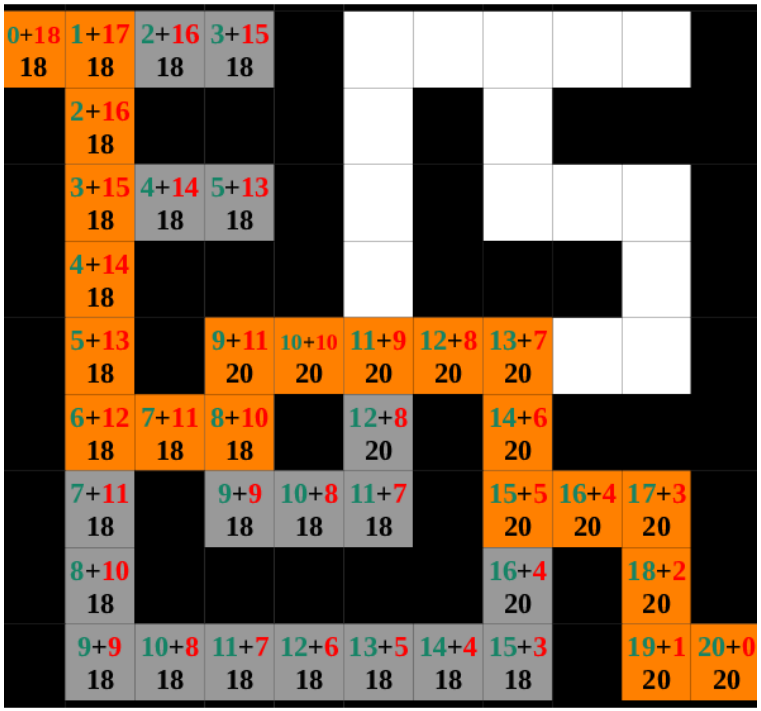
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



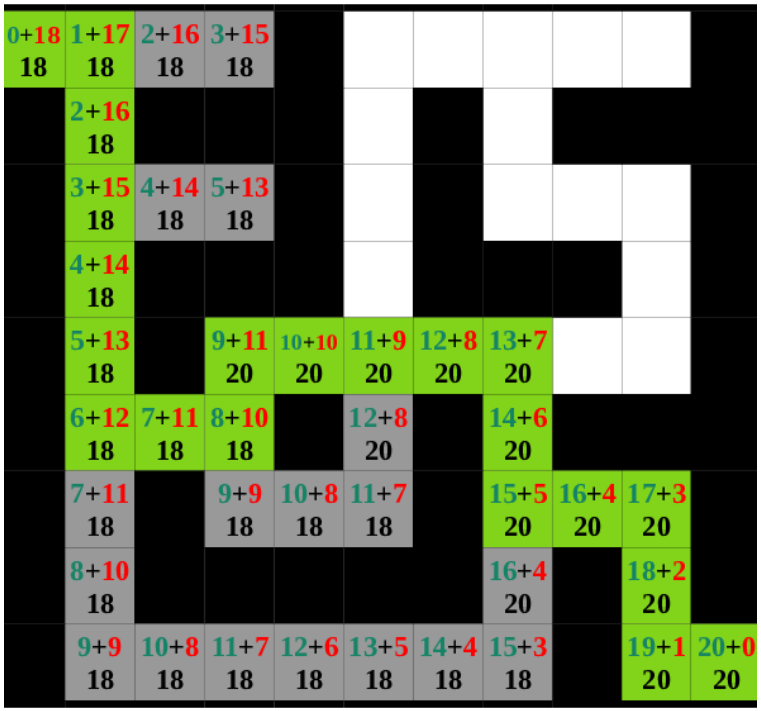
Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Exemple de résolution



Un chemin vers la sortie a été trouvé !
Backtracking pour reconstituer le chemin

Complexité

Le pire des cas sera réalisé par un labyrinthe dont le meilleur chemin revient souvent en arrière (s'éloigne de l'arrivée). Dans ce cas, aucun gain n'est réalisé par rapport à l'algorithme de Dijsktra (ou "heuristique nulle").

Complexité

Le pire des cas sera réalisé par un labyrinthe dont le meilleur chemin revient souvent en arrière (s'éloigne de l'arrivée). Dans ce cas, aucun gain n'est réalisé par rapport à l'algorithme de Dijsktra (ou "heuristique nulle").

Dans le "worst case", on visite toutes les N cellules. Pour chaque cellule visitée, on a fait un pop puis on push chaque voisin atteignable. Au total, le nombre de pop et éventuellement de raffraichissement du coût sera de A où A est le nombre d'arêtes conduisant à une cellule d'exploration, donc $A \sim O(N)$ vu que chaque noeud possède au maximum 4 arêtes (voisins). Au final, on aura maximum N x (pop + $push$) + A x ($raffraichissement$) L'implémentation de la liste d'attente est cruciale. Les coûts de *push*, *pop* et *raffraichissement* dépendent en effet du type de file mise en oeuvre !

Complexité - structure de données

- tableau : Pour un simple tableau, les coûts sont les suivants : *push* et *raffraichissement* = $O(1)$, *pop* est en $O(N)$ car il faut parcourir tout le tbleau pour trouver la cellule prioritaire. Donc, la complexité finale est N x (pop + $push$) + A x $raffraichissement$ = N x ($O(N)$ + $O(1)$) + A x $O(1)$, soit au final, $O(N^2)$.
- arbre de tri binaire : Avec une file d'attente implémentée sous forme d'arbre de tri binaire, les coûts sont les suivants : *push* et *raffraichissement* sont en $O(\log(N))$ et *pop* en $O(1)$. Donc, la complexité finale est N x (pop + $push$) + A x $raffraichissement$ = N x ($O(1)$ + $O(logN)$) + A x $O(logN)$, soit $O((N + A)logN)$. Comme A est $O(N)$, au final, on a du $O(NlogN)$.

Complexité - structure de données

- tableau : Pour un simple tableau, les coûts sont les suivants : *push* et *raffraichissement* = $O(1)$, *pop* est en $O(N)$ car il faut parcourir tout le tbleau pour trouver la cellule prioritaire. Donc, la complexité finale est N x (pop + $push$) + A x $raffraichissement$ = N x ($O(N)$ + $O(1)$) + A x $O(1)$, soit au final, $O(N^2)$.
- arbre de tri binaire : Avec une file d'attente implémentée sous forme d'arbre de tri binaire, les coûts sont les suivants : *push* et *raffraichissement* sont en $O(\log(N))$ et *pop* en $O(1)$. Donc, la complexité finale est N x (pop + $push$) + A x $raffraichissement$ = N x ($O(1)$ + $O(logN)$) + A x $O(logN)$, soit $O((N + A)logN)$. Comme A est $O(N)$, au final, on a du $O(NlogN)$.

Cependant, le "worst case" ne rend pas justice à A* dont le but est justement d'éviter la plupart du temps le "worst case" avec un bon choix d'heuristique.

Tests avec Python

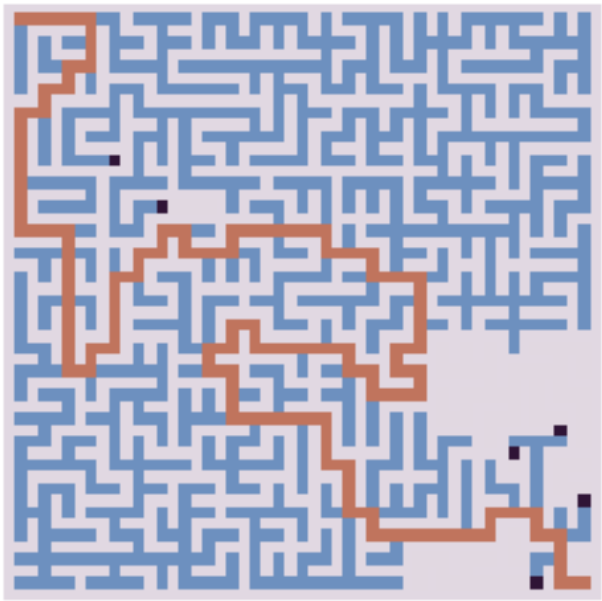
```
marge = QueuePrioritaire(grid.start)
cout_reel = {grid.start: 0}
parent = {grid.start: None}

while True:
    noeud_courant = marge.pop()
    if noeud_courant is None:
        raise ValueError("la grille n'a pas de solution")
    if noeud_courant == grid.out:
        break  # chemin optimal trouvé
    # ... traiter noeud courant
```

la suite dans : https://github.com/Dalker/ASD_labyrinthe/

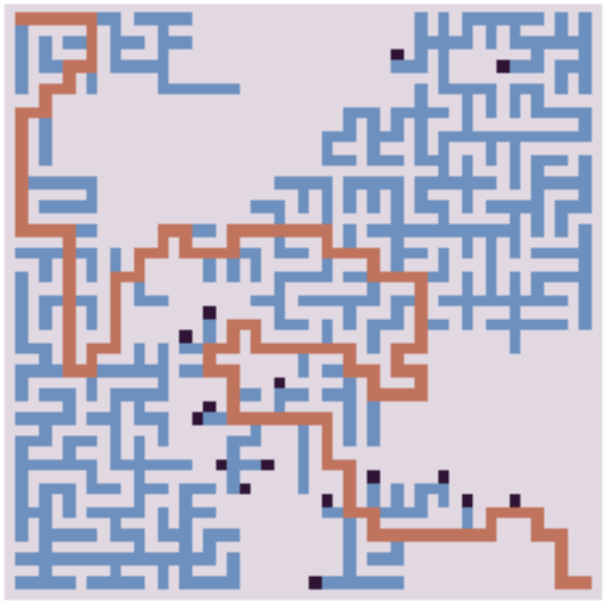
1. cloner le dossier `implementation`
2. exécuter `visual_test.py` et `time_test.py`

Tests avec Python

A* with null heuristic



A* with Manhattan heuristic



Tests avec Python

```
* Comparaison heuristique nulle vs Manhattan distance *
solveur1 = heuristique 0, solveur2 = heuristique Manhattan
30x30 : generate=0.1019s solve1=0.0060s solve2=0.0022s
40x40 : generate=0.1814s solve1=0.0096s solve2=0.0086s
50x50 : generate=0.5002s solve1=0.0228s solve2=0.0204s
60x60 : generate=0.8701s solve1=0.0280s solve2=0.0199s
70x70 : generate=1.0461s solve1=0.0451s solve2=0.0391s
80x80 : generate=1.4218s solve1=0.0563s solve2=0.0423s
```

Conclusion

- Fourmis
- Robot-Aspirateur

Références

- Liste des sources consultées : `https://github.com/Dalker/ASD_labyrinthe/wiki/Sources`
- Notre implémentation en Python, avec tests temporels et "tests visuels" (animations) : `https://github.com/Dalker/ASD_labyrinthe/tree/main/implementation`