1 1.随机事件

1.1 1.1 基本概念

样本空间Ω中，满足一定条件的子集$A, B, C \ldots\ldots$

1.2 1.2 概率

1.2.1 1.2.1 定义

随机事件A发生的概率$0 \leq P(A) \leq 1$，全概率$P(\Omega) = 1$

1.2.2 1.2.2 性质

主要记忆$P(A \bigcup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$，n个事件的一般情况下公式了解就好（正负号相间很难记）。

1.3 1.3 古典概型

样本空间中只有**有限个**样本点，$P=\{\omega_1,\omega_2,\cdots,\omega_n\}$

$P(A)=\frac{n_A}{n_\Omega}$

1.4 1.4 条件概率

在事件B发生的条件下，事件A发生的概率：

$P(A|B)=\frac{P(AB)}{P(B)}$

1.5 1.5 全概率公式和贝叶斯公式

设$B_1,B_2,\cdots B_n$是对样本空间的一个**划分**，则有：

1. 全概率公式：$P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(AB_i)=\sum_{i=1}^{n}P(A|B_i)P(B_i)$
2. 贝叶斯公式：$P(B_i|A)=\frac{P(B_iA)}{P(A)}=\frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(A|B_j)P(B_j)}$

在贝叶斯公式中，B常被认为是原因，A为结果，因此“执果索因”。常用$B,\overline{B}$将样本空间划分成两块。

2 2.随机变量

2.1 2.1 随机变量及其分布

将一个事件映射为一个实数：$X = X(\omega)$

分布函数定义为：$F(x) = P(X \le x)$

2.2 2.2 离散型随机变量

随机变量 X 的取值为有限个或可列无穷多个：

$P(X = x_k) = p_k, k = 1, 2, \cdots$

2.3 2.3 常见的离散型分布

2.3.1 2.3.1 伯努利试验，二项分布

$P(A) = p, P(\overline{A}) = 1 - p = q$

$P(A_k) = C_n^k p^k q^{n-k}$

2.3.2 2.3.2 泊松分布

$P\{X = k\} = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}$

λ 为泊松分布的参数。

2.3.3 2.3.3 几何分布

首次发生

$P\{X = k\} = (1 - p)^{k-1} p$

2.4 2.4 随机变量的数字特征

2.4.1 2.4.1 数学期望

1. 离散型：$E(X) = \sum_i x_i p_i$
2. 连续型：$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx$

2.4.2 2.4.2 方差

$$Var(X) = D(X) = E([X - E(X)]^2)$$

2.4.3 2.4.3 协方差，相关系数

$$Cov(X,Y) = E\{[X - E(X)][Y - E(Y)]\}$$

$$Corr(X,Y) = \rho(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{E(XY) - E(X)E(Y)}{\sqrt{Var(X)}\sqrt{Var(Y)}}$$

注意：相关系数仅表示线性相关性，因此相关系数等于0并不意味着X与Y相互独立！如Y=sinX