

Exercícios Propostos¹△ Equação reduzida da elipse

1. Especifique e calcule a distância focal, a medida do eixo maior, a medida do eixo menor, os vértices e os focos das equações que descrevem elipses.

(a) $4x^2 = 16 - 4y^2$

(c) $8x^2 + 3y^2 = 24$

(e) $5x^2 + 9y^2 = 45$

(b) $x^2 + \frac{2y^2}{3} = 8$

(d) $\left(\frac{3x}{5}\right)^2 + y^2 = 9$

(f) $(1 + m^2)x^2 + y^2 = 1 + 2m^2 + m^4$

2. Escreva uma equação reduzida da elipse e faça um esboço, nos casos:

- (a) O centro é $(0,0)$, os focos estão no eixo x , o eixo menor mede 6 e a distância focal é 8.
- (b) Os focos são $(0,6)$ e $(0,-6)$, e o eixo maior mede 34.
- (c) Os focos são $(5,0)$ e $(-5,0)$ e um dos vértices é $(-13,0)$.
- (d) As extremidades do eixo menor são $(0,4)$ e $(0,-4)$, e a amplitude focal é $8/5$.
- (e) Os focos são $(0, 2\sqrt{3})$ e $(0, -2\sqrt{3})$, e a amplitude focal é 2.
- (f) O centro é a origem, $(0, -\sqrt{40})$ é um foco, e o ponto $(\sqrt{5}, 14/3)$ pertence à elipse.

3. Escreva uma equação reduzida da elipse com centro na origem, focos em um dos eixos coordenados e que contém os pontos $A = (5, 2)$ e $B = (2, 4)$.

△ Equação reduzida da hipérbole

4. Especifique os focos e os vértices, e calcule a distância focal, as medidas dos eixos transversos e conjugados, e as equações das assíntotas das hipérboles abaixo.

(a) $9x^2 - 4y^2 = 36$

(c) $25x^2 - 100y^2 = 10$

(f) $-m^2x^2 + 9y^2 = 36,$
 $m > 0$

(b) $\frac{9x^2}{25} - y^2 + 9 = 0$

(d) $5x^2 - 9y^2 - 45 = 0$

(e) $x^2 - y^2 + 1 = 0$

5. Obtenha, em cada caso, uma equação reduzida da hipérbole e faça um esboço.

- (a) Os vértices são $(2,0)$ e $(-2,0)$, e os focos, $(3,0)$ e $(-3,0)$.
- (b) Os vértices são $(-15,0)$ e $(15,0)$ e as assíntotas têm equações $5y - 4x = 0$ e $5y + 4x = 0$
- (c) Os focos são $(-5,0)$ e $(5,0)$, e amplitude focal é $9/2$
- (d) Os focos são $(-5,0)$ e $(5,0)$ e as assíntotas têm equações $2y = x$ e $2y = -x$.
- (e) O ponto $(5,9)$ pertence à hipérbole, e as assíntotas têm equações $y = x$ e $y = -x$.
- (f) Os focos estão no eixo y , as assíntotas têm equações $2y + 3x = 0$ e $2y - 3x = 0$, e o eixo conjugado mede 8.

¹Resolva os exercícios sem omitir nenhuma passagem em seus cálculos. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. **Data máxima de entrega: 03/07/2024 até 14:00 horas**

6. Escreva uma equação reduzida da hipérbole que tem centro na origem, focos em um dos eixos coordenados e contém os pontos $A = (2, \sqrt{2})$ e $B = (4, -\sqrt{5})$.

△ Equação reduzida da parábola

7. Determine o foco, o vértice, o parâmetro e a diretriz da parábola e faça um esboço.

- (a) $y^2 = 4x$ (c) $y^2 + 8x = 0$ (e) $x^2 + 6y = 0$
(b) $5y^2 = 8x$ (d) $5x^2 = 8y$ (f) $5x^2 = 16y$

8. Obtenha, em cada caso, uma equação reduzida da parábola de vértice $V = (0, 0)$ utilizando as informações dadas.

- (a) O parâmetro é $2/3$ e o foco está no semi-eixo positivo das abscissas.
(b) O foco é $(8, 0)$.
(c) A diretriz tem equação $y = 2$.
(d) O eixo é Ox e o ponto $(5, 10)$ pertence à parábola.
(e) O foco pertence ao semi-eixo positivo das abscissas e a amplitude focal é 8.

9. Obtenha uma equação reduzida da parábola de vértice $V = (0, 0)$ que contém os pontos $(6, 18)$ e $(-6, 18)$.

10. São dados o foco e a reta diretriz de uma parábola. Obtenha uma equação algébrica de segundo grau em x e y que todo ponto (x, y) da parábola deva satisfazer.

- (a) $F = (2, 3)$, $r : x = 0$ (c) $F = (-1, 0)$, $r : x - 1 = 0$
(b) $F = (3, 1)$, $r : y + 3 = 0$

△ Excentricidade das cônicas

11. Escreva uma equação reduzida da elipse de excentricidade $\eta = 3/5$, sabendo que dois vértices são $(5, 0)$ e $(-5, 0)$ e que os focos estão em

- (a) Ox (eixo x) (b) Oy (eixo y)

12. Obtenha uma equação reduzida da elipse de centro $(0, 0)$ que tem focos em um dos eixos coordenados, excentricidade $\sqrt{3}/2$, e contém o ponto $(\sqrt{3}, 1/2)$.

13. Escreva, em cada caso, uma equação reduzida da hipérbole.

- (a) Os focos são $(-13, 0)$ e $(13, 0)$, e a excentricidade, $13/12$.
(b) Os vértices são $(0, -4)$ e $(0, 4)$, e a excentricidade, $\sqrt{2}$.
(c) A excentricidade é $\sqrt{5}$, e as assíntotas têm equações $y = 2x$ e $y = -2x$.
(d) As extremidades do eixo conjugado são $(-2, 0)$ e $(2, 0)$, e a excentricidade é $2/\sqrt{3}$.
(e) As assíntotas têm equações $y = x/\sqrt{3}$ e $y = -x/\sqrt{3}$, e a excentricidade é 2.

14. Obtenha uma equação reduzida da hipérbole de centro $(0, 0)$ que tem focos em um dos eixos coordenados, excentricidade 2, e contém o ponto $(2, \sqrt{7})$.