

Exercícios Propostos¹△ Funções elementares

1. Classifique cada função como uma *função afim*, *função potência*, *função raiz*, *função polinomial* (estabeleça seu grau), *função racional*, *função algébrica*, *função trigonométrica*, *função exponencial* ou *função logarítmica*.

(a) $f(x) = x^9 + x^4 + 2$

(e) $s(x) = \tan 2x$

(i) $h(x) = 10^x$

(b) $g(x) = \sqrt[5]{x}$

(f) $t(x) = \log_{10} x$

(j) $r(x) = x^{10}$

(c) $h(x) = \sqrt{1 - x^2}$

(g) $f(x) = \frac{x - 6}{x + 6}$

(k) $s(t) = 2t + \pi$

(d) $r(x) = \frac{x^2 + 3x - 1}{x^3 + x}$

(h) $g(x) = x + \frac{x^2}{\sqrt{x - 1}}$

(l) $t(\theta) = \cos \theta + \sin \theta$

△ Composição de funções

2. Encontre as funções $f \circ g$, $g \circ f$, $f \circ f$ e $g \circ g$ e seus domínios.

(a) $f(x) = 2x^2 - x$, $g(x) = 3x + 2$

(c) $f(x) = x + \frac{1}{x}$, $g(x) = x^3 + 2x$

(b) $f(x) = \sqrt{x - 1}$, $g(x) = x^2$

(d) $f(x) = \cos x$, $g(x) = 1 - \sqrt{x}$

3. Encontre uma fórmula para $(f \circ g \circ h)(x) = f(g(h(x)))$.

(a) $f(x) = 3x - 2$, $g(x) = \sin x$, $h(x) = x^2$

(b) $f(x) = |x - 4|$, $g(x) = 2^x$, $h(x) = \sqrt{x}$

(c) $f(x) = \sqrt{x - 3}$, $g(x) = x^2$, $h(x) = x^3 + 2$

(d) $f(x) = \tan x$, $g(x) = \frac{x}{x - 1}$, $h(x) = \sqrt[3]{x}$

4. Dada a função $f(x) = \frac{1 + x}{1 - x}$, mostre que $f(-x) = \frac{1}{f(x)}$ e $f(f(x)) = -\frac{1}{x}$.

△ Inversão de funções

5. Seja f uma função bijetora, isto é, uma função um a um (injetora) e sobrejetora.

(a) Se $f(3) = 7$, encontre $f^{-1}(7)$.

(b) Se $f(x) = 3 + x^2 + \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right)$, onde $-1 < x < 1$, encontre $f^{-1}(3)$.

(c) Se $f(x) = 3 + x + e^x$, determine $f^{-1}(4)$.

(d) Se $f(x) = 2x + \ln x$, encontre $f^{-1}(2)$.

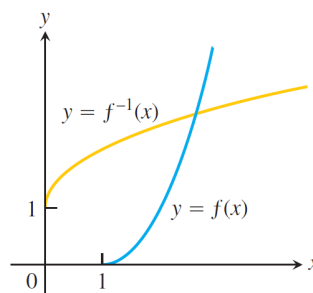
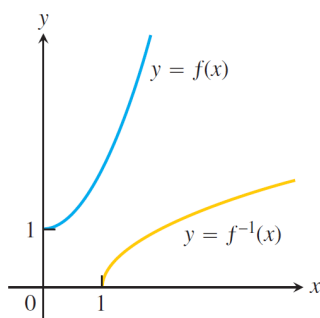
6. Em cada item, esboce o gráfico das funções dadas usando os mesmos eixos coordenados. Qual é a relação entre essas funções?

¹Resolva os exercícios sem omitir nenhuma passagem em seus cálculos. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. **Data máxima de entrega: 26/09/2024 até 14:00 horas**

- (a) $y = e^x$; $y = \ln x$; $y = x$
 (b) $y = x^2$ (com $x \geq 0$); $y = \sqrt{x}$; $y = x$
 (c) $y = \sin x$ (com $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$); $y = \arcsin x$; $y = x$
 (d) $y = \tan x$ (com $-\pi/2 < x < \pi/2$); $y = \arctan x$; $y = x$

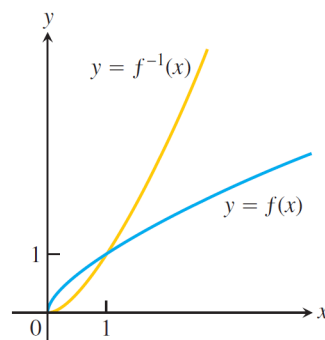
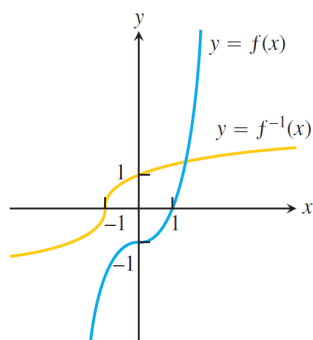
7. Dada a função bijetora $y = f(x)$, encontre uma fórmula para f^{-1} .

- (a) $f(x) = x^2 + 1$, $x \geq 0$ (c) $f(x) = x^2 - 2x + 1$, $x \geq 1$



(b) $f(x) = x^3 - 1$

(d) $f(x) = x^{2/3}$, $x \geq 0$



8. Escreva uma fórmula para a função inversa f^{-1} fornecendo o domínio e o conjunto imagem. [Observação: lembre-se de que $\text{Im}(f^{-1}) = \text{Dom}(f)$ e $\text{Dom}(f^{-1}) = \text{Im}(f)$.]

- (a) $f(x) = 1 + \sqrt{2 + 5x}$ (d) $y = 2^{10^x}$ (g) $y = \frac{1 + e^x}{1 - e^x}$
 (b) $f(x) = \frac{4x - 1}{2x + 3}$ (e) $y = \ln(x + 3)$ (h) $y = \frac{e^x}{1 + 2e^x}$
 (c) $f(x) = e^{2x-1}$ (f) $f(x) = \frac{1 + 3x}{5 - 2x}$

Aplicação das funções inversas

9. Resolva cada equação em x .

- (a) $e^x = 16$ (d) $\ln x = -1$ (g) $\ln(\ln x) = 1$
 (b) $e^{e^x} = 2$ (e) $\ln(2x - 1) = 3$ (h) $2^{x-5} = 3$
 (c) $e^{2x+3} - 7 = 0$ (f) $\ln x + \ln(x - 1) = 0$ (i) $1 + \arctan x = \sqrt{3}$

10. Mostre que $\cos(\arcsin x) = \sqrt{1 - x^2}$ para $-1 \leq x \leq 1$. Use este resultado para calcular $\sin(2 \arcsin x)$, $\cos(2 \arcsin x)$ e $\tan(\arcsin x)$.