Exercícios Propostos[1]

⚠ *Domínio e imagem de funções*

1. O que é uma função? Comente usando os conceitos de domínio, contradomínio, conjunto imagem e lei de associação. Dê dois exemplos.

2. Esboce os gráficos das funções abaixo. Observe que os gráficos de funções do tipo $y = ax^2 + bx$ passam pela origem.

(a) $y = (x-3)^2$
(b) $y = -3x^2$
(c) $y = x(x+4)$
(d) $y = x^2 - 3x + 2$
(e) $y = -x^2/5 - 2$
(f) $y = x^3$
(g) $y = -(x+2)^3$
(h) $y = |x|^3$
(i) $y = |x-3|^3$

3. Encontre o domínio de existência das seguintes funções:

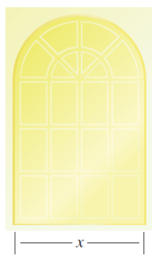
(a) $f(x) = 3 - 4x$
(b) $f(x) = 1 - 3x - x^2$
(c) $F(x) = \sqrt{3x+9}$
(d) $f(t) = \dfrac{4}{3-t}$
(e) $g(x) = 1 - \sqrt{x}$
(f) $g(x) = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$
(g) $g(x) = \sqrt{|x|}$
(h) $g(x) = \sqrt{-x}$
(i) $h(t) = \dfrac{1}{|t^2 - \pi|}$
(j) $h(t) = \dfrac{t}{|t|}$
(k) $F(x) = \sqrt{\dfrac{x^2-4}{x+2}}$
(l) $G(t) = \dfrac{2}{\sqrt{9t^2 - 25}}$
(m) $H(x) = \log_{10}(2x^2 + 5x - 3)$

4. Resolva os exercícios a seguir.

(a) Encontre o domínio de existência de $f(x) = \dfrac{x+3}{4-\sqrt{x^2-25}}$.
(b) Encontre o conjunto imagem de $f(x) = 2 + \sqrt{16 + x^2}$.

5. Encontre uma fórmula para a função descrita e obtenha seu domínio.

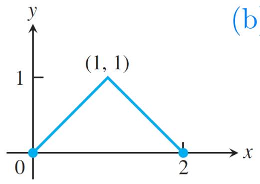
(a) Um retângulo tem um perímetro de 20 m. Expresse a área do retângulo como uma função do comprimento de um dos seus lados.
(b) Expresse a área de um triângulo equilátero como uma função do comprimento de um lado.
(c) Uma janela *normanda* tem o formato de um retângulo em cima do qual se coloca um semicírculo. Se o perímetro da janela for de 10 m, expresse a área A da janela como uma função de sua largura x.

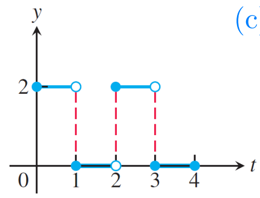


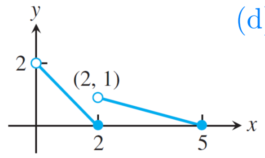
⚠ *Funções definidas por partes*

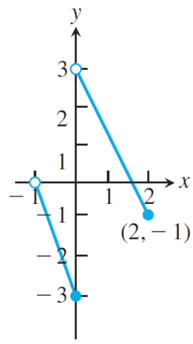
6. Encontre a fórmula da função graficada nos itens a seguir, especificando seu domínio e imagem.

[1] Resolva os exercícios sem omitir nenhuma passagem em seus cálculos. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. **Data máxima de entrega: 26/09/2024 até 14:00 horas**

(a)


(b)


(c)


(d)


7. Faça o gráfico das funções a seguir e especifique os intervalos nos quais as funções são crescentes ou decrescentes e também o conjunto imagem.

(a) $g(x) = \begin{cases} 1-x, & 0 \le x \le 1 \\ 2-x, & 1 < x \le 2 \end{cases}$

(b) $f(x) = \begin{cases} 1-x, & x \le -1 \\ x^2, & x > -1 \end{cases}$

(c) $f(x) = \begin{cases} 4-x^2, & x \le 1 \\ x^2+2x, & x > 1 \end{cases}$

(d) $g(x) = \begin{cases} 1/x, & x < 0 \\ x, & x \ge 0 \end{cases}$

⚠ *Paridade de funções*

8. Verifique a paridade das seguintes funções:

(a) $f(x) = 4$
(b) $f(x) = 3x^2 + 1$
(c) $f(x) = x^2 + x$
(d) $g(x) = x^3 + x$
(e) $g(x) = x^4 + 3x^2 - 1$
(f) $g(x) = \dfrac{x}{x^2-1}$
(g) $h(t) = \dfrac{1}{t-1}$
(h) $h(t) = 2t + 1$
(i) $h(t) = 2|t| + 1$
(j) $f(x) = \operatorname{sen} 2x$
(k) $f(x) = \operatorname{sen} x^2$
(l) $f(x) = \cos 3x$
(m) $f(x) = 1 + \operatorname{sen}^3 x$

9. (a) Dada uma função f qualquer, definida em toda a reta, ou em um intervalo $(-a, a)$, mostre que a função $h(x) = f(x) - f(-x)$ é ímpar.

(b) Demonstre que uma função f, definida em toda a reta, ou em um intervalo $(-a, a)$, se decompõe univocamente na forma $f = g + h$, onde g é uma função par e h é uma função ímpar.

⚠ *Álgebra de funções*

10. Encontre as funções $f+g$, $f-g$, fg e f/g e estabeleça os respectivos domínios. (Observação: o domínio será dado pela interseção entre os domínios de f e g.)

(a) $f(x) = x^3 + 2x^2, \quad g(x) = 3x^2 - 1$
(b) $f(x) = 2, \quad g(x) = x^2 + 1$
(c) $f(x) = 1, \quad g(x) = 1 + \sqrt{x}$
(d) $f(x) = \sqrt{1+x}, \quad g(x) = \sqrt{1-x}$
(e) $f(x) = x, \quad g(x) = 1/x$
(f) $f(x) = x, \quad g(x) = \sqrt{x-1}$

11. Encontre a função f (inclusive o seu domínio) que satisfaça a propriedade $\dfrac{f(x)-3}{f(x)+3} = x$.