ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS

CARRERA DE INGENIERIA EN COMPUTACIÓN

(ICCD412) MÉTODOS NÚMERICOS

PROYECTO 1

FECHA DE ENTREGA:

24 DE NOVIEMBRE 2025

AHORRO SEMANAL

INTEGRANTES:

CRISTINA MORENO

DAVID DIAZ

ISAAC GONZALEZ

DOCENTE: JONATHAN ZEA

|

2025 B

Índice

1. Objetivos

1.2. Objetivo General

Desarrollar una calculadora de ahorro en Python que permita estimar la tasa de interés asociada a un plan que incluya depósito inicial y aportes periódicos, mediante la aplicación del método numérico de la secante y la presentación de resultados a través de una interfaz gráfica con herramientas de visualización.

1.3. Objetivos Específicos.

- Determinar el modelo matemático que describa el valor futuro bajo interés compuesto con aportes regulares, estableciendo la función cuya raíz corresponde a la tasa de interés que se desea calcular.
- Implementar un algoritmo basado en el método de la secante que calcule la tasa de interés de manera precisa y eficiente, verificando la convergencia del método para este tipo de problemas financieros.
- Diseñar una interfaz gráfica que permita al usuario ingresar los parámetros del plan de ahorro y visualizar la evolución del capital mediante tablas y gráficas explicativas.

2. Introducción

En un escenario de ahorro real, una persona no solo realiza un depósito inicial, sino que además suele complementar su inversión con aportes periódicos (ya sean semanales, mensuales u otra frecuencia). A pesar de ello, la mayoría de las instituciones financieras emplea la fórmula básica del interés compuesto:

$$V_f = V_0(1+i)^n$$

En esta expresión, (V_f) representa el valor futuro, (V_o) el capital inicial, (i) la tasa de interés por período y (n) el número de períodos. Sin embargo, esta fórmula no incorpora los aportes adicionales, por lo que resulta insuficiente para modelar de forma adecuada un plan de ahorro más completo.

En este proyecto se plantea un modelo que considera:

- depósito inicial (V_o),
- aportes periódicos (A),
- número de períodos (n),
- valor futuro deseado (V_f).

El objetivo central consiste en determinar la tasa de interés por período capaz de generar el valor futuro deseado bajo estas condiciones. La ecuación que surge al combinar depósitos iniciales con aportes regulares es no lineal, por lo que no puede resolverse de forma explícita para i. Debido a esta situación, se opta por utilizar el método numérico de la secante.

3. Metodología

3.1 Desarrollo matemático del modelo

3.1.1 Interés compuesto básico

Al invertir un capital inicial (V_0) a una tasa de interés por período (i) durante (n) períodos, el valor futuro es:

$$V_f^{(\text{solo } V_0)} = V_0(1+i)^n$$

Esta sección va a corresponder al crecimiento compuesto del depósito inicial.

3.1.2 Incorporación de aportes periódicos

Consideremos ahora que, además del capital inicial (V_0), el usuario realiza aportes periódicos de monto fijo (A) al comienzo de cada período. Cada aporte permanece un tiempo distinto dentro del horizonte de inversión: el primer aporte se capitaliza durante casi todos los períodos, mientras que el último apenas alcanza a generar interés.

Si asumimos que los aportes se realizan al inicio de cada período, el valor acumulado en el futuro por estos depósitos puede expresarse como:

$$V_f^{(\text{aportes})} = A(1+i)^{n-1} + A(1+i)^{n-2} + \cdots + A(1+i)^1$$

Esta expresión corresponde a una progresión geométrica, donde:

El primer término es $\left(a_1 = A(1+i)\right)$. La razón (r = 1+i). Y el número de términos (m = n-1)

La suma de la progresión sería:

$$\sum_{k=1}^{n-1} A(1+i)^k = A(1+i)\frac{(1+i)^{n-1}-1}{(1+i)-1} = A\frac{(1+i)^n-(1+i)}{i}$$

Al final, combinando el aporte inicial con los aportes periódicos, el valor futuro total queda:

$$V_f = V_0(1+i)^n + A\frac{(1+i)^n - (1+i)}{i}$$

3.1.3 Ecuación no lineal para la tasa de interés

Se contempla los siguientes datos dentro de la problemática del banco:

- (V_0): depósito inicial
- (A): aporte periódico
- (n): número de períodos
- (V_f): valor futuro deseado

y la incógnita sería la tasa de interés por período (i).

La condición de consistencia entre el modelo teórico y el valor futuro deseado se va expresar como:

$$V_0(1+i)^n + A\frac{(1+i)^n - (1+i)}{i} = V_f$$

Para poder trabajar con esta ecuación dentro de un método numérico, hay que llevar todo al lado izquierdo y se define la siguiente función:

$$f(i) = V_0(1+i)^n + A\frac{(1+i)^n - (1+i)}{i} - V_f$$

De modo que encontrar la tasa de interés equivale a resolver:

$$f(i) = 0$$

La dificultad surge porque la expresión es trascendental en i: incluye potencias, cocientes y i tanto en el numerador como el denominador. Esto impide despejar la tasa de interés mediante pasos algebraicos tradicionales. En consecuencia, es necesario utilizar un método numérico de búsqueda de raíces, siendo la secante una alternativa adecuada para este tipo de ecuaciones.

3.2 Método numérico usado: secante

3.2.1 Definición del método

El método de la secante es un procedimiento iterativo para aproximar raíces de una ecuación (f(x)=0) usando solo evaluaciones de la función, sin derivadas.

Dados dos valores iniciales (p_0) y (p_1), se generan nuevas aproximaciones según:

$$p_{k+1} = p_k - f(p_k), \frac{p_k - p_{k-1}}{f(p_k) - f(p_{k-1})}$$

En este proyecto:

- (x) es la tasa de interés por período (i),
- (f(i)) es la función definida en la sección anterior.

El método se detiene cuando se cumple alguno de los siguientes criterios:

$$|p_{k+1} - p_k| < \text{TOL}$$

Es decir, cuando la diferencia entre dos aproximaciones consecutivas es menor que la tolerancia establecida. Otra situación para considerar es cuando se alcanza el número máximo de iteraciones que se permite (N_0).

3.2.2 Justificación de la elección

Se considero algunos de los métodos numéricos trabajados en clase para encontrar la variable del interés, pero no se los encontraron óptimos dado que el método de Bisección nos va a dar una solución, pero es más robusto y requiere un buen intervalo [a,b] con cambio de signo y converge más lento. El de Newton converge rápido, pero necesita la derivada (f'(i)), que en este problema resulta muy larga y compleja de calcular y mantener sin errores. Por estas razones se utilizó el método de la secante ofrece un punto medio ideal y no necesita derivadas explícitas, suele converger más rápido que la bisección. Es el que generalmente es utilizado en problemas financieros para calcular tasas implícitas (tasas efectivas, etc.). Por estas razones, se selecciona la secante como el método numérico central del proyecto.

3.2.3 Estabilidad y convergencia en este problema

En el contexto del modelo de ahorro para i > -1 condición natural en tasas de interés reales dado que no existe el interés negativo, la función (f(i)) suele ser **monótona** en el intervalo de interés (tasas pequeñas y positivas). Para la elección de valores iniciales (p0) y (p1) cercanos a cero se usaron (0.01) y (0.02) proporciona un buen punto de partida, pues las tasas por período (semanales, mensuales) suelen ser mínimas. En la práctica, el método converge en pocas iteraciones (< 50) para los casos probados.

3.3 Descripción de la implementación

3.3.1 Lógica principal

Pasos:

1. El usuario ingresa los valores de:

    (V0) (depósito inicial)

    (A) (aporte periódico)

    (n) (número de períodos)

    (Vf) (valor futuro deseado)

    periodo de aportes (semanal, bimestral, etc.)

2. Se construye la función(interes_compuesto) que dependa de i, remplazando los valores V0, A, n, Vf que eligió el usuario.

3. Se aplica el método de la secante, donde se le envía la función recientemente armada, los puntos, la tolerancia y las iteraciones

4. Según la frecuencia seleccionada (semanal, diaria, bimestral, etc.) se convierte la tasa por período en tasa anual

    $$i_{anual} = i_{periodo} \cdot m$$

    donde (m) es el número de períodos por año (52 semanal, 12 mensual, etc.).

5. Con la tasa por período se genera una tabla de evolución del saldo, que devuelve una lista de tuplas con: periodo, aporte, capital, ganancia, total.

6. Se genera una gráfica con la función del caso y la interfaz gráfica

3.3.2 Diagrama de flujo / pseudocódigo

Pseudocódigo:

Método Secante

Input

Función f; Aproximaciones iniciales p0, p1; tolerancia TOL; número máximo de iteraciones N0.

Output

Solución aproximada p o mensaje de falla.

Inicio:

Paso 1:
Calcular:
q0 = f(p0)
q1 = f(p1)

Paso 2:
Mientras i ≤ N0 hacer los pasos 3 a 6:

Paso 3:
Determinar:
p = p1 - q1 * (p1 - p0) / (q1 - q0)

Paso 4:
Si |p − p1| < TOL entonces:

retornar p

Paso 5:

Determinar i = i + 1.

Paso 6:

Actualizar valores:

p0 = p1

q0 = q1

p1 = p

q1 = f(p)

Fin;

Método de interes_compuesto

Input

V0, A, n, Vf, Tipo de interés seleccionado por el usuario.

Output

Tasa periódica i, Tasa anual i_anual

Inicio:

Paso 1:

Retornar

$$V0 \cdot (1 + i)^n + A \cdot \frac{\left((1+i)^n - (1+i)\right)}{i} - Vf$$

Paso 2:

Leer entrada como tipo de interés (semanal, mensual, bimestral, trimestral)

Si entrada = “semanal” entonces:

```
        i = secante (interes_compuesto, 0.01, 0.02, 10^-3, 15)
         i_anual = i * 52
         Mostrar i_anual
         Mostrar i

Si entrada = "mensual" entonces:

    i = secante(interes_compuesto, 0.01, 0.02, 10^-3, 15)
    i_anual = i * 12

Si entrada = "bimestral" entonces:

    i = secante (interes_compuesto, 0.01, 0.02, 10^-3, 15)
    i_anual = i * 6

Si entrada = "trimestral" entonces:

    i = secante (interes_compuesto, 0.01, 0.02, 10^-3, 15)
    i_anual = i * 4

Si entrada = "anual" entonces:

    i = secante (interes_compuesto, 0.01, 0.02, 10^-3, 15)
    i_anual = i

Si entrada = "diaria" entonces:

    i = secante (interes_compuesto, 0.01, 0.02, 10^-3, 15)
    i_anual = i*365

Paso

Definir función interés compuesto básico(i):
    retornar V0 · (1 + i)^n − V(f)
```

4. Resultados

4.1 Casos de prueba

Prueba 1:

Dado un capital inicial de $100, aporte periódico (mensual) de $23 durante 12 periodos, y esperamos llegar a $373.79 total, obtenemos:

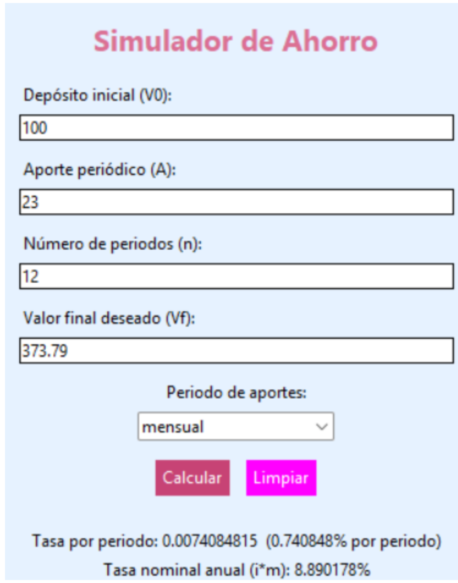

Figura 1: Prueba 1 - Gráfico de cálculo de interés anual haciendo aportes mensuales

Tabla de evolución

Mes	Aporte ($)	Capital ($)	Ganancia ($)	Total ($)
1	100.00	100.00	0.74	100.74
2	23.00	123.74	0.92	124.66
3	23.00	147.66	1.09	148.75
4	23.00	171.75	1.27	173.02
5	23.00	196.02	1.45	197.48
6	23.00	220.48	1.63	222.11
7	23.00	245.11	1.82	246.93
8	23.00	269.93	2.00	271.93
9	23.00	294.93	2.18	297.11
10	23.00	320.11	2.37	322.48
11	23.00	345.48	2.56	348.04
12	23.00	371.04	2.75	373.79

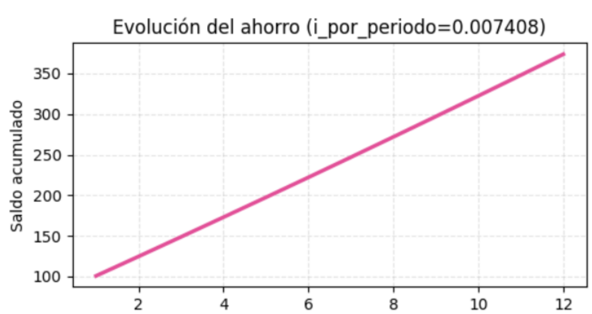

Figura 2: Prueba 1 - Tabla de cálculos en base a aportaciones mensuales y gráfico de la evolución del ahorro

Prueba 2:

Utilizando un capital inicial de $110, aporte periódico (semanal) de $6 durante 52 periodos y esperamos llegar a un capital de $400, tenemos:

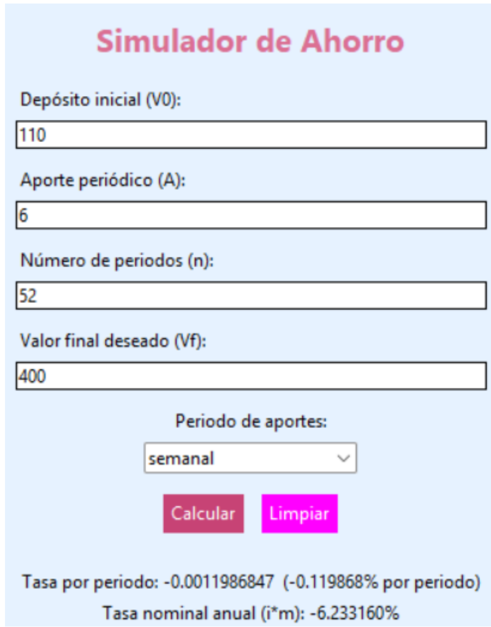

Figura 3: Prueba 2 - Gráfico de cálculo de interés anual haciendo aportes semanales

Tabla de evolución

Semana	Aporte ($)	Capital ($)	Ganancia ($)	Total ($)
1	110.00	110.00	-0.13	109.87
2	6.00	115.87	-0.14	115.73
3	6.00	121.73	-0.15	121.58
4	6.00	127.58	-0.15	127.43
5	6.00	133.43	-0.16	133.27
6	6.00	139.27	-0.17	139.10
7	6.00	145.10	-0.17	144.93
8	6.00	150.93	-0.18	150.75
9	6.00	156.75	-0.19	156.56
10	6.00	162.56	-0.19	162.37
11	6.00	168.37	-0.20	168.16
12	6.00	174.16	-0.21	173.96

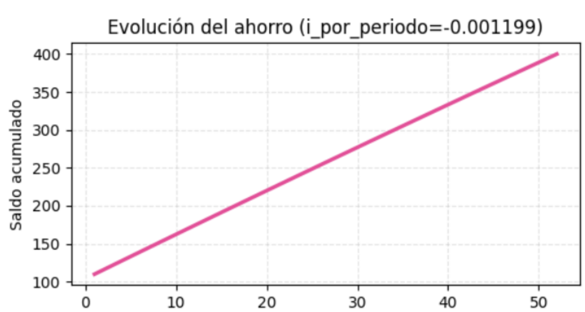

Figura 4: Prueba 2 - Tabla de cálculos en base a aportaciones semanales y gráfico de la evolución del ahorro

Prueba 3:

Dado un capital inicial de $10, aporte periódico (diario) de $1 durante 365 periodos y esperamos llegar a un capital de $400, tenemos:

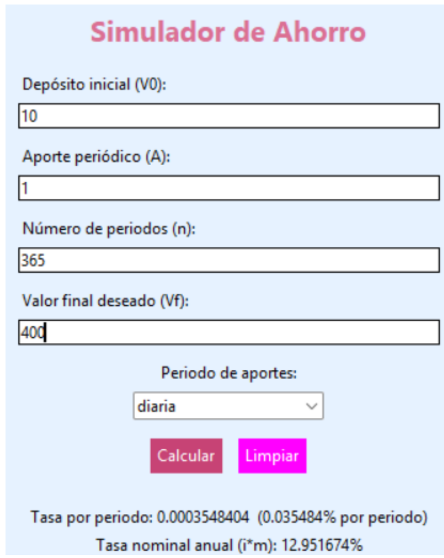

Figura 5: Prueba 3 - Gráfico de cálculo de interés anual haciendo aportes diarios

Tabla de evolución

Día	Aporte ($)	Capital ($)	Ganancia ($)	Total ($)
1	10.00	10.00	0.00	10.00
2	1.00	11.00	0.00	11.01
3	1.00	12.01	0.00	12.01
4	1.00	13.01	0.00	13.02
5	1.00	14.02	0.00	14.02
6	1.00	15.02	0.01	15.03
7	1.00	16.03	0.01	16.03
8	1.00	17.03	0.01	17.04
9	1.00	18.04	0.01	18.04
10	1.00	19.04	0.01	19.05
11	1.00	20.05	0.01	20.06
12	1.00	21.06	0.01	21.07

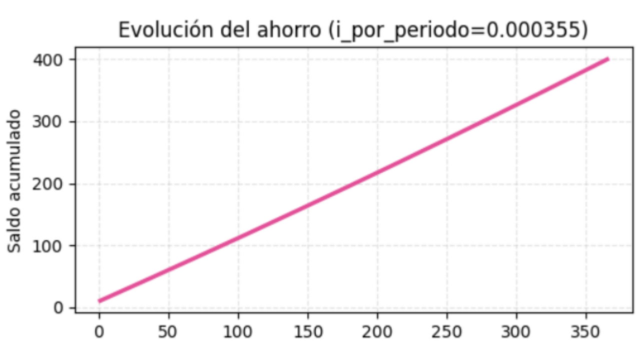

Figura 6: Prueba 3 - Tabla de cálculos en base a aportaciones diarias y gráfico de la evolución del ahorro

Prueba 4:

Utilizando un capital inicial de \$500, aporte periódico (anual) de \$350 durante 16 periodos y esperamos llegar a un capital de \$25000, tenemos:

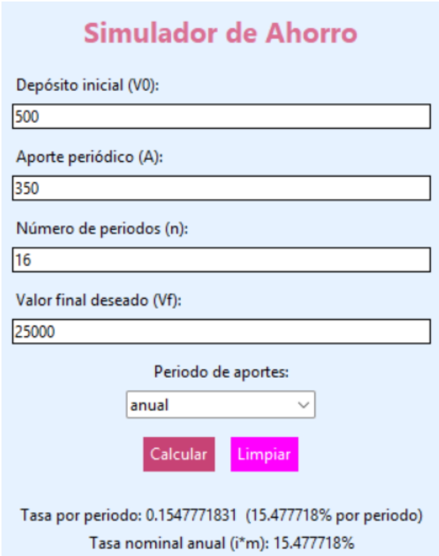

Figura 7: Prueba 4 - Gráfico de cálculo de interés anual haciendo aportes anuales

Tabla de evolución

Año	Aporte ($)	Capital ($)	Ganancia ($)	Total ($)
5	350.00	2648.99	410.00	3059.00
6	350.00	3409.00	527.63	3936.63
7	350.00	4286.63	663.47	4950.10
8	350.00	5300.10	820.34	6120.44
9	350.00	6470.44	1001.48	7471.92
10	350.00	7821.92	1210.65	9032.57
11	350.00	9382.57	1452.21	10834.78
12	350.00	11184.78	1731.15	12915.93
13	350.00	13265.93	2053.26	15319.19
14	350.00	15669.19	2425.23	18094.42
15	350.00	18444.42	2854.78	21299.20
16	350.00	21649.20	3350.80	25000.00

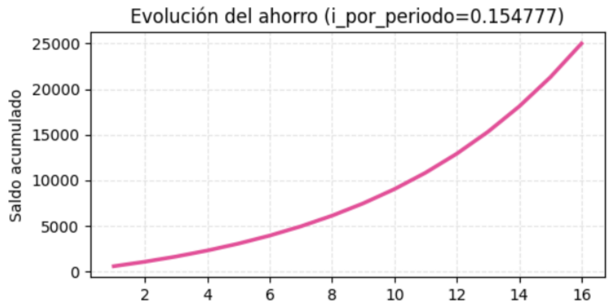

Figura 8: Prueba 4 - Tabla de cálculos en base a aportaciones anuales y gráfico de la evolución del ahorro

Prueba 5:

Dado un capital inicial de $300, aporte periódico (bimestral) de $47 durante 20 periodos y esperamos llegar a un capital de $4000, tenemos:

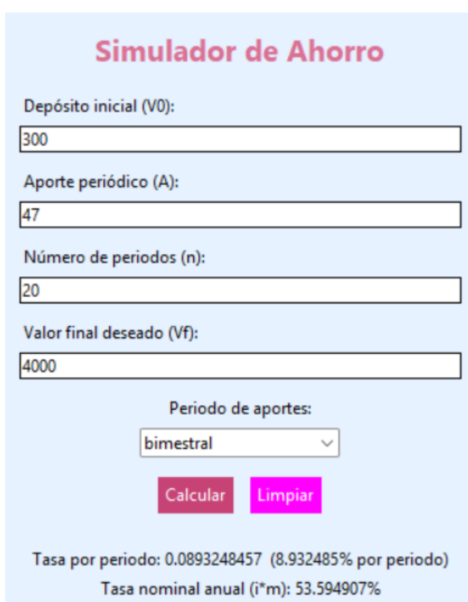

Figura 9: Prueba 5 - Gráfico de cálculo de interés anual haciendo aportes bimestrales

Tabla de evolución

Bimestre	Aporte ($)	Capital ($)	Ganancia ($)	Total ($)
5	47.00	637.15	56.91	694.06
6	47.00	741.06	66.20	807.26
7	47.00	854.26	76.31	930.56
8	47.00	977.56	87.32	1064.89
9	47.00	1111.89	99.32	1211.20
10	47.00	1258.20	112.39	1370.59
11	47.00	1417.59	126.63	1544.22
12	47.00	1591.22	142.14	1733.35
13	47.00	1780.35	159.03	1939.38
14	47.00	1986.38	177.43	2163.82
15	47.00	2210.82	197.48	2408.30
16	47.00	2455.30	219.32	2674.62

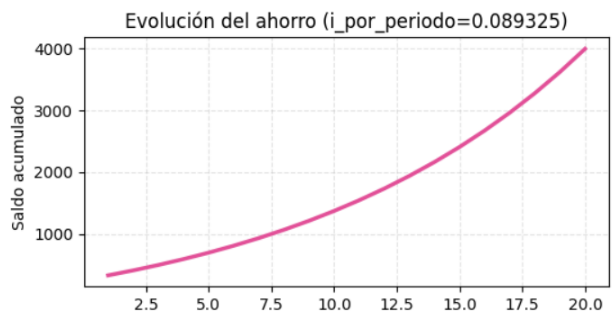

Figura 10: Prueba 5 - Tabla de cálculos en base a aportaciones bimestrales y gráfico de la evolución del ahorro

Prueba 6:

Utilizando un capital inicial de $350, aporte periódico (trimestral) de $90 durante 16 periodos y esperamos llegar a un capital de $2000, tenemos:

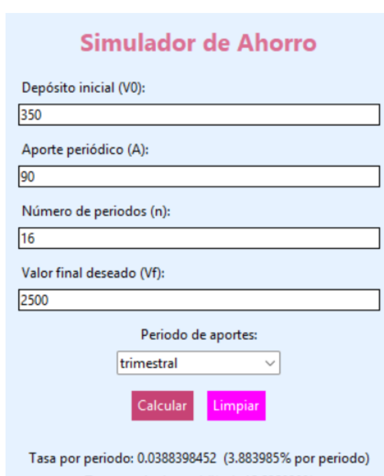

Figura 11: Prueba 6 - Gráfico de cálculo de interés anual haciendo aportes trimestrales

Tabla de evolución

Trimestre	Aporte ($)	Capital ($)	Ganancia ($)	Total ($)
5	90.00	789.15	30.65	819.80
6	90.00	909.80	35.34	945.14
7	90.00	1035.14	40.20	1075.34
8	90.00	1165.34	45.26	1210.60
9	90.00	1300.60	50.52	1351.12
10	90.00	1441.12	55.97	1497.09
11	90.00	1587.09	61.64	1648.73
12	90.00	1738.73	67.53	1806.26
13	90.00	1896.26	73.65	1969.91
14	90.00	2059.91	80.01	2139.92
15	90.00	2229.92	86.61	2316.53
16	90.00	2406.53	93.47	2500.00

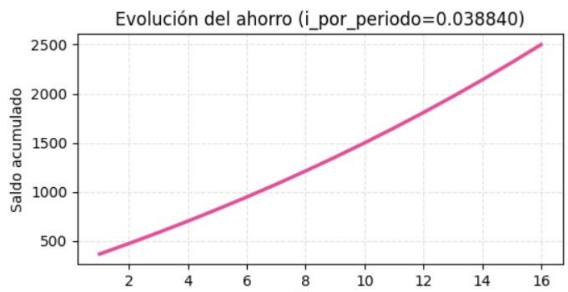

Figura 12: Prueba 6 - Tabla de cálculos en base a aportaciones trimestrales y gráfico de la evolución del ahorro

4.2 Comparación con soluciones analíticas

En este caso si existe solución analítica en caso de encontrar i, pero para la ecuación $V0(i+1)^n + A\frac{(1+i)^n-(i+1)}{i} - Vf$ es imposible de encontrar mediante álgebra normal, por lo que podemos aproximar a una solución utilizando algún método, en este caso el de la secante, hasta estar dentro de un error esperado.

4.3 Análisis de resultados

Podemos observar que la calculadora de interés compuesto funciona correctamente en la mayoría de los escenarios. Cada prueba estuvo sometida a diversos valores de depósito inicial, distintos aportes en distinta cantidad de periodos y distintos periodos de aporte para analizar los distintos comportamientos de interés.

En el caso de la con aportes semanales, nos arroja un valor de interés negativo debido a que el valor total esperado es menor la cantidad del aporte inicial junto con la cantidad resultante de los aportes, por lo que para ajustar con el valor esperado deberíamos tener un interés lo cual no tiene sentido

5. Conclusiones

- El modelo matemático que se planteó permitió relacionar el capital inicial, los aportes periódicos y el valor deseado con el interés compuesto. Al reorganizar esta expresión se obtiene una función donde el interés es nuestra variable desconocida, y cuya raíz corresponde al interés que estamos buscando.
- La implementación del método de la secante funciona bien para calcular la tasa del interés, ya que este tipo de problemas no se pueden solucionar analíticamente, por lo que es necesario acudir a métodos numéricos. Este método permitió obtener la tasa con una buena precisión sin necesidad de calcular derivadas ni procesos complejos, presentando como único desafío la elección de los dos puntos de aproximación inicial.
- La implementación de una interfaz gráfica permitió integrar todos los elementos del cálculo financiero de una forma clara. Al poder ingresar directamente los parámetros del ahorro, se vuelve mucho más sencillo experimentar con distintos escenarios. Adicional a esto, la tabla y la gráfica ayudar a visualizar de que manera crece el capital con respecto a cada periodo.

5.1 Recomendaciones

- El manejo de la expresión $\left(\frac{(1+i)^n-(1+i)}{i}\right)$, para valores de (i) cercanos a cero generaba inestabilidades numéricas; se resolvió utilizando el **límite analítico** cuando (|i|) es muy pequeño.
- La implementación inicial del método de la secante podía fallar cuando $\left(f(p_k) \approx f(p_{k-1})\right)$; se añadieron verificaciones para evitar divisiones por cero y retornar None en esos casos.
- El diseño de la interfaz gráfica requirió coordinar correctamente los eventos de cálculo y actualización de tabla y gráfica, lo que se solucionó modularizando el código en funciones bien definidas.