

Biến cố và xác suất của biến cố (P3)

Giảng viên: Hoàng Thị Điệp Khoa CNTT – Đại học Công Nghệ

Nội dung

- » Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu
- » Biến cố và quan hệ giữa chúng
- » Xác suất của một biến cố
- » Các qui tắc tính xác suất
- » Phép thử lặp Công thức Becnuli
- » Xác suất có điều kiện
- » Công thức xác suất đầy đủ
- » Công thức Bayes

Công thức Bayes

» Nếu B₁, B₂,..., B_n là một hệ đầy đủ các biến cố và A là 1 biến cố với P(A) > 0 thì với mỗi k=1,2,...,n

$$P(B_k|A) = \frac{P(B_k)P(A|B_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A|B_i)} = \frac{P(B_k)P(A|B_k)}{P(A)} = \frac{P(AB_k)}{P(A)}$$

- Các xác suất P(B₁),...,P(B_n) được gọi là các xác suất tiên nghiệm (trước thí nghiệm)
- Các xác suất P(B₁|A),...,P(B_n|A) được gọi là các *xác suất hậu nghiệm* (sau thí nghiệm)

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(A \mid Bi) * P(Bi)$$

Ứng dụng trong thống kê

$$P(H \mid D) = \frac{P(D \mid H) \times P(H)}{P(D)}$$

P(H | D): Xác suất hậu nghiệm (posterior probability)

D: Dữ liệu quan sát được (observed Data)

H: Giả thuyết (Hypothesis)

P(D|H): Xác suất của dữ liệu với điều kiện giả thuyết H;

hay được gọi là khả năng (likelihood) của giả thuyết H.

P(H): Xác suất tiên nghiệm của giả thuyết, được xác định trước khi quan sát

D

P(D): Xác suất tiên nghiệm của dữ liệu, giống nhau cho mọi giả thuyết

Kiểm tra ung thư

- » 1% phụ nữ bị ung thư vú (99% không bị)
- » Nếu bị ung thư vú, kiểm tra X-ray phát hiện 80% (20% không phát hiện được).
- » Nếu không bị ung thư vú, 9.6% người bị X-ray trả lời là có ung thư vú (90.4% đúng).

| | Bị ung thư vú (1%) | Không bị (99%) |
|--------------------------------|--------------------|----------------|
| X-ray dương tính (positive) | 80% | 9.6% |
| X-ray âm tính (negative) | 20% | 90.4% |

Kiểm tra ung thư

| | Bị ung thư vú (1%) | Không bị (99%) |
|-----------------------------|---------------------|--------------------------|
| X-ray dương tính (positive) | True pos: 1% x 80% | False pos: 99% x 9.6% |
| X-ray âm tính (negative) | False neg: 1% x 20% | True neg: 99% x 90.4% |

Nếu bạn nhận kết quả X-ray bị ung thư vú, xác suất bạn bị ung thư vú là là bao nhiêu?

Nhà máy có 3 phân xưởng X, Y và Z làm ra tương ứng 25%, 35% và 40% tổng sản phẩm. Biết xác suất làm ra sản phẩm hỏng tương ứng của X, Y và Z là 0,01; 0,02 và 0,025. Bạn mua phải 1 sản phẩm hỏng, tính xác suất sản phẩm đó được làm từ:

- a) phân xưởng X
- b) phân xưởng Y
- c) phân xưởng Z

»
$$P(X)=0.25$$
, $P(Y)=0.35$, $P(Z)=0.4$

»
$$P(H|X)=0.01$$
, $P(H|Y)=0.02$, $P(H|Z)=0.025$

- » P(H)?
- P(X|H)=?
- » P(Y|H)=?
- P(Z|H)=?

$$P(B_k|A) = \frac{P(B_k)P(A|B_k)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i)P(A|B_i)}$$

» Nhà trường có 3 Khoa ĐT, CH, và CNTT với số sinh viên tương ứng là 20%, 30% và 50%. Xác suất 1 sinh viên không tốt nghiệp đúng hạn từ khoa ĐT, CH, CNTT lần lượt là 25%, 35% và 30%. Biết một sinh viên X không tốt nghiệp đúng hạn, tính xác suất sinh viên đó thuộc khoa CH.

» Có 4 nhóm xạ thủ tập bắn. Nhóm thứ nhất có 5 người, nhóm thứ 2 có 7 người, nhóm thứ 3 có 4 người và nhóm thứ tư có 2 người. Xác suất bắn trúng đích của mỗi người trong nhóm thứ nhất, nhóm thứ 2, nhóm thứ 3 và nhóm thứ tư theo thứ tự là 0.3, 0.4, 0.5 và 0.6. Chọn ngẫu nhiên 1 xạ thủ và xạ thủ này bắn trượt. Hãy xác định xem xạ thủ này có khả năng ở trong nhóm nào nhất.

» Trong số bệnh nhân ở một bệnh viện có 50% điều trị bệnh A, 30% điều trị bệnh B, và 20% điều trị bệnh C. Xác suất để chữa khỏi các bệnh A, B, C trong bệnh viện này tương ứng là 0.7, 0.8 và 0.9. Hãy tính tỉ lệ bệnh nhân được chữa khỏi bệnh A trong tổng số bệnh nhân đã được chữa khỏi bệnh.

» Người ta kiểm tra sức bền của một loại cáp. Nếu cáp bền, máy kiểm tra cho kết quả đúng với xác suất 0.85. Ngược lại, nếu cáp không bền, máy vẫn đánh giá là "bền" với xác suất 0.04. Nếu tỉ lệ cáp bền là 98% và một đoạn cáp chọn ngẫu nhiên bị máy đánh giá là "không bền" thì xác suất đoạn cáp này thực sự không bền là bao nhiều?

Chuẩn bị bài tới

- » Luyện tập các thí dụ/bài tập của Chương 1 giáo trình
- » Hoàn thành bài tập gửi qua email