

# Laboratorio 4: La modulación de M-PSK (GNURADIO)

Carlos Stiven Roa Martinez  
Universidad Industrial de Santander  
Bucaramanga, Colombia  
Email: carlos2201948@correo.uis.edu.co

Dana Cotes Cala  
Universidad Industrial de Santander  
Bucaramanga, Colombia  
Email: dana2212256@correo.uis.edu.co

**Abstract**—Se implementaron esquemas M-PSK y QPSK en GNU Radio mediante dos enfoques: (i) rotación de fase con VCO y (ii) mapeo directo de símbolos con *Vector Source*/tabla de verdad. A partir de la envolvente compleja (EC) se obtuvieron diagramas de constelación, se caracterizó la densidad espectral de potencia (PSD) y se estimó el ancho de banda en función de la tasa de símbolos. Se comparó la eficiencia espectral y la robustez al ruido al variar  $M$ , validando la equivalencia funcional entre ambos métodos de generación de la EC y sentando bases para su integración con hardware SDR.

**Index Terms**—M-PSK, QPSK, GNU Radio, SDR, envolvente compleja, diagrama de constelación, PSD, ancho de banda, tasa de símbolos, VCO, Vector Source.

**Repositorio:** [https://github.com/DamaGit/com2\\_A1\\_G-9/tree/main/Pr%C3%A1ctica\\_4](https://github.com/DamaGit/com2_A1_G-9/tree/main/Pr%C3%A1ctica_4)

## I. INTRODUCCIÓN

Este laboratorio implementa la modulación M-PSK en GNU Radio para conectar los conceptos teóricos con evidencia experimental. El énfasis está en la generación de la envolvente compleja (EC) por dos rutas—VCO y tabla de verdad—y en la medición del comportamiento resultante: nube de constelación, PSD y ancho de banda asociado a la tasa de símbolos. Al comparar M-PSK (con  $M$  variable) y QPSK, se discute la relación entre eficiencia espectral, robustez al ruido (distancia mínima entre símbolos) y tasa de bits, alineando resultados con prácticas típicas en sistemas SDR.

## II. OBJETIVOS

- Implementar un transmisor M-PSK en GNU Radio por dos métodos: VCO y tabla de verdad (*Vector Source*).
- Analizar diagramas de constelación para distintos valores de  $M$  y niveles de ruido.
- Determinar, a partir de la PSD de la EC, el ancho de banda y su relación con la tasa de símbolos y la eficiencia espectral; comparar M-PSK y QPSK.

## III. MARCO TEÓRICO

### A. Fundamentos de Modulación M-PSK

En M-PSK la información se codifica en  $M$  fases equiespaciadas. Una representación pasa-banda típica es

$$s(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi_i), \quad \phi_i = \frac{2\pi i}{M}, \quad i = 0, \dots, M-1. \quad (1)$$

Usando envolvente compleja (EC),  $s(t) = \Re\{\tilde{s}(t) e^{j2\pi f_c t}\}$ , donde

$$\tilde{s}(t) = A \sum_n e^{j\phi_{k(n)}} g(t - nT_s), \quad (2)$$

$g(t)$  es el pulso de símbolo y  $T_s = 1/R_s$  la duración de símbolo. El número de bits por símbolo es  $\log_2 M$  y la tasa de bits resulta  $R_b = R_s \log_2 M$ .

### B. Diagramas de Constelación

Los puntos ideales se ubican en un círculo de radio  $A$ :

$$c_k = A \left( \cos \frac{2\pi k}{M} + j \sin \frac{2\pi k}{M} \right), \quad (3)$$

y la distancia mínima entre símbolos, clave para la robustez al ruido, es

$$d_{\min} = 2A \sin\left(\frac{\pi}{M}\right). \quad (4)$$

Al aumentar  $M$  crece la eficiencia espectral, pero disminuye  $d_{\min}$  y se eleva la probabilidad de error a SNR fija.

### C. Análisis Espectral y Eficiencia

Para pulsos rectangulares  $g(t)$ , la PSD de la EC incluye el factor  $\text{sinc}^2$ :

$$S(f) \propto \left( \frac{\sin(\pi f T_s)}{\pi f T_s} \right)^2, \quad (5)$$

con ceros en  $f = \pm k/T_s = \pm k R_s$ ,  $k \in \mathbb{Z}^+$ . La eficiencia espectral ideal (banda base, sin filtrado modelado) es

$$\eta = \log_2 M \quad [\text{bits/s/Hz}], \quad (6)$$

tomando como referencia el primer nulo cercano a  $R_s$ . Con filtrado práctico (p.ej., SRRC) la ocupación se ajusta por el factor de roll-off.

### D. Comparativa de Modulaciones

**TABLE I:** Comparación de esquemas M-PSK (idealizados).

Modulación	$M$	Bits/símbolo	$\eta$ [bits/s/Hz]	Robustez
BPSK	2	1	1	Alta
QPSK	4	2	2	Media
8-PSK	8	3	3	Baja
16-PSK	16	4	4	Muy baja

#### IV. METODOLOGÍA

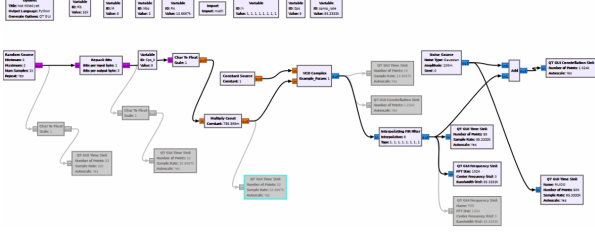


Fig. 1: Flujograma general empleado en GNU Radio.

Se parte de flujogramas base y se implementan dos rutas de generación de la EC: (i) mediante VCO, rotando la fase según el símbolo, y (ii) mediante tabla de verdad con *Vector Source*, que mapea directamente índices de símbolo a puntos complejos. En ambos casos se emplean *sinks* de tiempo, frecuencia (PSD) y constelación para la inspección de resultados.

##### A. Implementación de M-PSK

**Método VCO.** Un generador de bits alimenta un bloque de mapeo a fases  $\phi_i = \frac{2\pi i}{M}$ . Dichas fases excitan un VCO complejo, produciendo la EC  $e^{j\phi_i}$  por símbolo. La cadena incluye *Throttle* (si se simula sin hardware), *Channel Model/Noise* para evaluar robustez y *Constellation/Time/Frequency Sinks* para visualización. Los parámetros clave son:  $M$ ,  $R_s$  (o *samples\_per\_symbol*), longitud de trama, semilla del generador y nivel de ruido.

**Método tabla de verdad (Vector Source).** Se construye un vector de puntos  $c_k$  con el orden de símbolos deseado (por ejemplo, binario o Gray). El *Vector Source* emite la secuencia de  $c_k$  sincronizada con  $R_s$ ; la cadena de observación es análoga a la del método VCO. Este método verifica que, bajo el mismo mapeo, la EC y la constelación coinciden con las del VCO.

**QPSK.** Se repiten ambos métodos fijando  $M = 4$  para contrastar constelación, PSD y ancho de banda de la EC respecto a M-PSK con  $M > 4$  (misma  $R_s$ ).

##### B. Análisis de Señales

**Constelación.** Se captura la nube de puntos para distintos SNR y valores de  $M$ , observándose el incremento de dispersión al aumentar  $M$  o el ruido, en concordancia con  $d_{\min} = 2A \sin(\pi/M)$ .

**PSD y ancho de banda.** Desde la EC (salida I/Q) se mide la PSD y se ubican los ceros en  $f = \pm k/T_s$ . Con  $k = 1$  se estima el primer nulo  $\approx R_s$ , relacionando así el ancho de banda efectivo con la tasa de símbolos. Se documentan capturas con cursores marcando  $R_s$  y el primer nulo.

**Tasas  $R_s$  y  $R_b$ .** Para cada configuración se registran  $R_s$ ,  $M$  y  $R_b = R_s \log_2 M$ , comparando QPSK frente a M-PSK (misma  $R_s$ ): igual ancho de banda de la EC pero distinta tasa de bits por símbolo.

##### C. Modulación Frequency-Shift Keying (FSK)

Se menciona únicamente como contraste conceptual: a diferencia de M-PSK (codificación en fase), FSK conmuta fre-

cuencias discretas. En este trabajo no se implementa FSK; su inclusión solo sitúa M-PSK dentro de las modulaciones digitales de portadora.

#### V. EXPLICACIÓN DE BLOQUES PROGRAMADOS

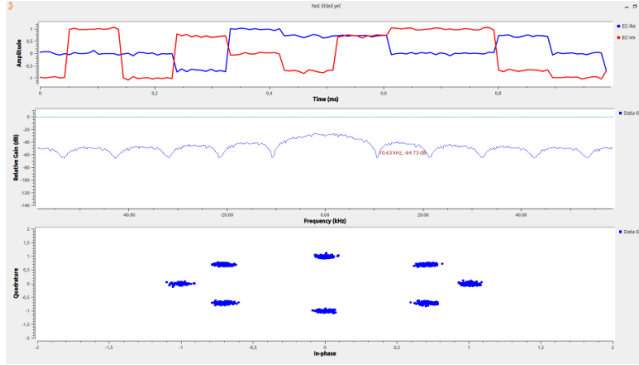
- **Variables (QT GUI / Variable).** Define los parámetros de la práctica:  $R_b=32$  kbit/s,  $M=8$ ,  $N_{\text{bits}}=\log_2 M=3$ ,  $R_s=\frac{R_b}{\log_2 M}=10,667$  kSym/s, y la tasa tras interpolación  $f_s=85,333$  kSa/s. Se fija además el incremento de fase por símbolo  $\Delta\phi=\frac{2\pi}{M}=0,785398$  rad (8-PSK) y el vector de *taps* del filtro interpolador ( $t=[1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1]$ ).
- **Random Source.** Genera una secuencia binaria equiprobable (mín.=0, máx.=1) con repetición activada para reproducibilidad.
- **Repack Bits (1 → 3).** Agrupa los bits de entrada en palabras de 3 bits para obtener los índices de símbolo  $k \in \{0, \dots, 7\}$  propios de 8-PSK.
- **Char to Float (dos instancias).** Convierte los enteros sin signo (bits/símbolos) a punto flotante:
  - Una rama permite visualizar la secuencia en el *Time Sink* a 32 kSa/s.
  - La rama principal alimenta el cálculo de fase para la generación de la EC.
- **Multiply Const ( $\Delta\phi = 0,785398$  rad).** Multiplica el índice de símbolo  $k$  por  $\Delta\phi$  para obtener la fase objetivo  $\phi_k$  (mapeo natural  $k \mapsto \phi_k$  igualmente espaciadas).
- **Constant Source (1).** Establece la amplitud unitaria de la portadora compleja.
- **VCO Complex.** Genera la envolvente compleja  $e^{j\phi[n]}$  a partir de la señal de control de fase; implementa la rotación por símbolo requerida por M-PSK/QPSK.
- **Interpolating FIR Filter.** Eleva la tasa de muestreo con un factor  $L=8$  (de  $R_s$  a  $f_s=85,333$  kSa/s) usando *taps* rectangulares. Equivale a un pulso rectangular (retención de orden cero) adecuado para estimar la PSD de la EC.
- **Noise Source (Gaussian).** Inyecta ruido AWGN (amplitud configurada en 100 m) después de la interpolación para evaluar la robustez de la constelación y la respuesta espectral con SNR controlada.
- **Add.** Suma la señal interpolada con el ruido, produciendo la salida ruidosa usada en los monitores de constelación y espectro.
- **QT GUI Time Sink.**
  - *Time Sink 1* ( $N=32$ ,  $f_s=32$  kSa/s): visualiza la secuencia de bits/símbolos antes del mapeo a fase.
  - *Time Sink 2* ( $N=10$ ,  $f_s=10,667$  kSa/s): observa la EC a nivel de símbolo (pre-interpolación).
- **QT GUI Constellation Sink ( $N=1024$ ).** Muestra la nube de puntos de la EC; se emplea antes y/o después de la adición de ruido para comparar la dispersión.
- **QT GUI Frequency Sink (FFT = 1024,  $f_s=85,333$  kSa/s,  $f_c=0$ ).** Estima la densidad espectral de potencia (PSD) de la EC tras la interpolación. Permite ubicar los ceros en  $f = \pm k/T_s$ ; el primer nulo aparece alrededor de  $R_s$ , útil para estimar el ancho de banda base.

## VI. RESULTADOS Y ANÁLISIS

### A. Modulación M-PSK

#### 1) Ancho de banda de la EC y su relación con la tasa de símbolos

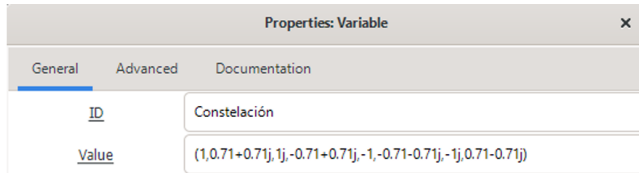
Con el flujo base de 8-PSK (secuencia aleatoria), la envolvente compleja (EC) exhibe en la PSD los ceros característicos en múltiplos de la tasa de símbolos. El primer nulo permite estimar el ancho de banda base de la EC; en una configuración típica se observa  $BW \approx 10,63$  kHz. De forma coherente, al incrementar  $R_s$  los nulos se separan más y el ancho de banda ocupado crece (según el video guía y las instrucciones del laboratorio).



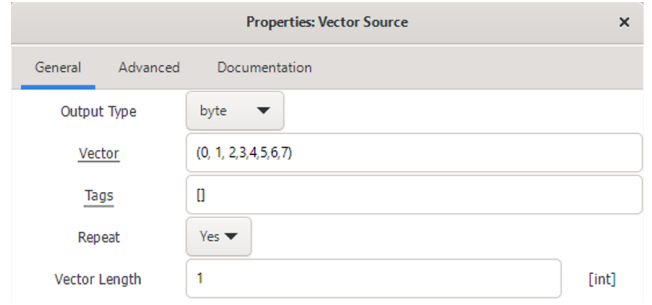
**Fig. 2:** 8-PSK sin tabla de verdad: constelación y PSD; el primer nulo de la EC permite estimar el ancho de banda.

#### 2) EC por tabla de verdad y Vector Source: equivalencia con el flujo aleatorio

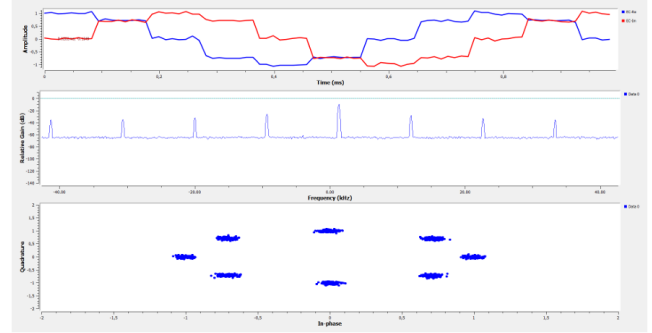
Se replica el montaje usando (i) una constelación programada (tabla de verdad) y (ii) una *Vector Source* con secuencia definida. Con el mismo mapeo y parámetros, la EC resultante presenta los mismos niveles que el caso aleatorio; la diferencia visible proviene del patrón determinístico de símbolos (tal como se sugiere en el video y las instrucciones del laboratorio).



**Fig. 3:** Configuración de la constelación (tabla de verdad) para igualar la EC respecto al flujo aleatorio.



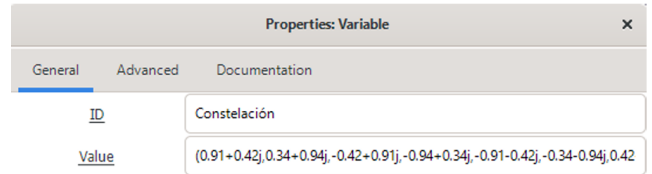
**Fig. 4:** Ajuste de *Vector Source* para generar la misma EC con una secuencia definida.



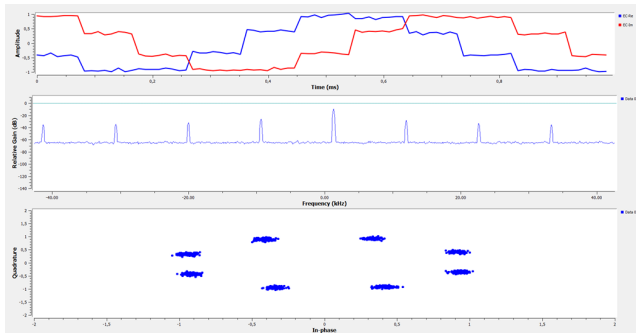
**Fig. 5:** 8-PSK con tabla de verdad + *Vector Source*: niveles de EC coincidentes con el caso aleatorio.

#### 3) Variación de la constelación y efecto en la EC

Al modificar los puntos de la constelación (p. ej., reordenamiento o leve desalineación angular), cambian los niveles complejos entregados por la EC, tal como se anticipa por el nuevo mapeo de símbolos. La configuración y el resultado ilustran el efecto (alineado con el ejercicio propuesto en el video y en las instrucciones).



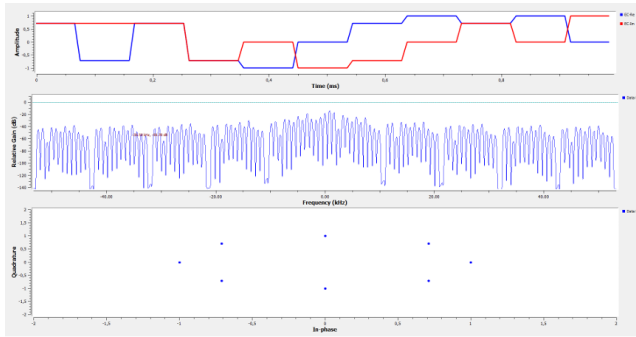
**Fig. 6:** Constelación alternativa para 8-PSK definida por el usuario.



**Fig. 7:** EC resultante de 8-PSK con la constelación modificada: niveles complejos acordes al nuevo mapeo.

#### 4) Visualización de la EC sin componente de ruido

Al suprimir el ruido gaussiano del canal, la EC se observa sin dispersión adicional, enfatizando el patrón ideal de la secuencia y la geometría de la constelación.

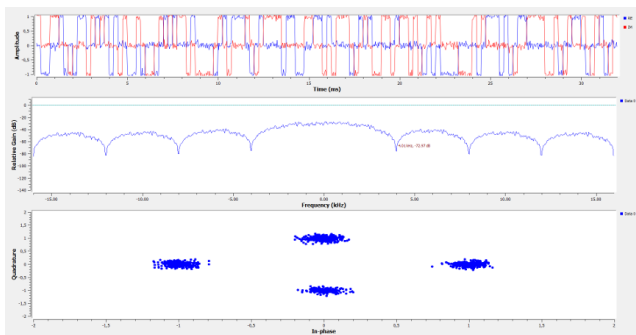


**Fig. 8:** 8-PSK sin ruido: representación de EC y nube ideal sin dispersión.

### B. Modulación Q-PSK

#### 1) Ancho de banda de la EC y su relación con la tasa de símbolos

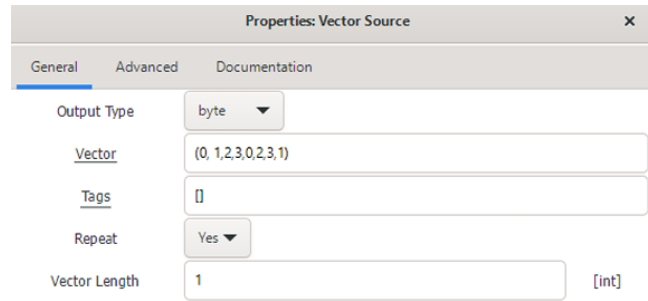
Para Q-PSK y flujo aleatorio, la PSD vuelve a mostrar ceros en múltiplos de  $R_s$ . En una configuración típica se aprecia  $BW \approx 4$  kHz. Aunque  $R_s$  condiciona los nulos, el ancho de banda observado puede verse afectado por la interpolación y el filtrado del esquema (según lo indicado en el video y las instrucciones).



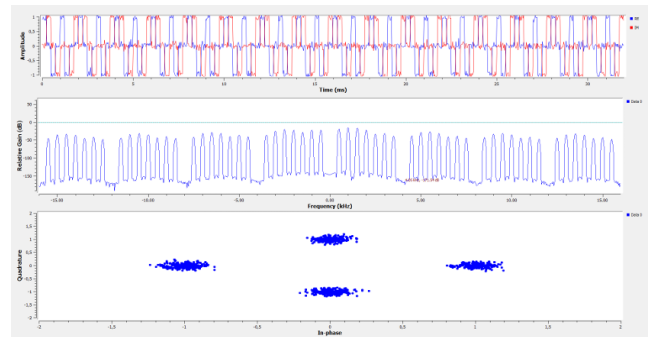
**Fig. 9:** Q-PSK con fuente aleatoria: constelación y PSD con BW típico en torno a 4 kHz.

#### 2) EC por Vector Source y comparación con la fuente aleatoria

Repetir con *Vector Source* produce niveles de EC equivalentes a la generación con flujo aleatorio, siempre que la constelación y el mapeo se conserven.



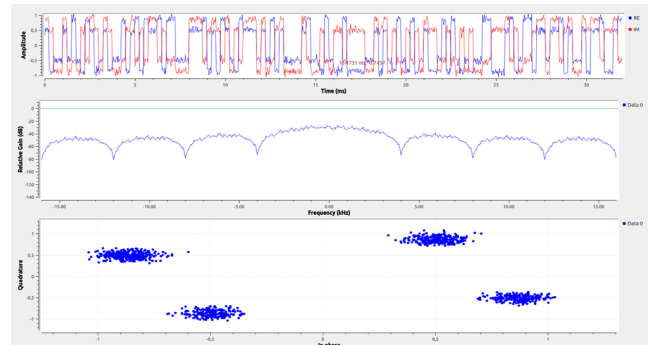
**Fig. 10:** Configuración de *Vector Source* para Q-PSK.



**Fig. 11:** Resultados de Q-PSK con *Vector Source*: niveles de EC acordes al mapeo.

#### 3) Efecto de variar la constelación en Q-PSK

Se exploran variantes de constelación en Q-PSK para evidenciar que los niveles complejos de la EC cambian conforme a la nueva asignación de símbolos, tal como se propone en el material del laboratorio.



**Fig. 12:** Q-PSK con constelación modificada (caso 1).

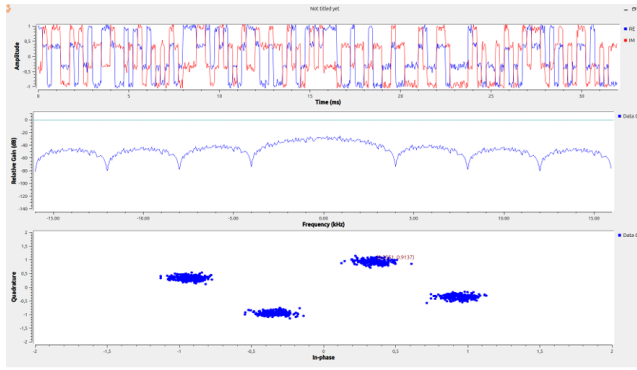


Fig. 13: Q-PSK con constelación modificada (caso 2).

### C. Comparación de M-PSK y Q-PSK

La Tabla II resume valores de referencia para el ancho de banda de la EC,  $R_s$  y  $R_b$  observados en la práctica (configuraciones guiadas por el video del laboratorio y las instrucciones). En general, a  $R_s$  dado, el ancho de banda base de la EC está gobernado por los nulos en  $\pm kR_s$ , mientras que  $R_b$  escala con  $\log_2 M$ .

TABLE II: Resumen comparativo (valores de referencia en la práctica).

Modulación	BW (kHz)	$R_s$ (bd)	$R_b$ (bps)
Q-PSK	4.00	32000	64000
M-PSK (8-PSK)	10.67	10670	32010

## VII. CONCLUSIONES

- 1) Se comprobó la **equivalencia funcional** de los dos métodos de generación de la envolvente compleja (EC) de M-PSK: VCO complejo y tabla de verdad mediante *Vector Source*. Manteniendo el mismo mapeo y la misma tasa de símbolo, ambos producen **idéntica EC, constelación y PSD**, por lo que cualquiera de los dos es válido para instrumentación y pruebas.
- 2) El **ancho de banda de la EC** quedó gobernado por la tasa de símbolos  $R_s$ : los **nulos de la PSD** se ubicaron en  $f = \pm kR_s$ . Con los cursores se verificó esta relación y, bajo la configuración empleada, se observaron valores de referencia coherentes (p. ej., BW  $\approx 10,67$  kHz para 8-PSK y en torno a 4 kHz para QPSK), resaltando el papel de la **interpolación y del pulso equivalente** en la ocupación espectral.
- 3) A  $R_s$  dado, **QPSK y 8-PSK comparten el mismo ancho de banda base de EC**; lo que cambia es la **tasa de bits**  $R_b = R_s \log_2 M$ . En consecuencia, **al aumentar  $M$  crece la eficiencia espectral** (más bits por símbolo) sin necesidad de ampliar el ancho de banda de la EC.
- 4) El incremento de  $M$  reduce la **distancia mínima**  $d_{\min} = 2A \sin(\pi/M)$  y, por tanto, **empeora la robustez al ruido** a SNR constante. Las nubes de constelación mostraron mayor dispersión relativa y proximidad a los límites de decisión cuando  $M$  fue más alto.
- 5) La adición controlada de **ruido AWGN** evidenció el efecto esperado: **ensanchamiento** de la nube y aumento de puntos mal clasificados a medida que disminuye la

SNR. Al retirar el ruido, la constelación volvió a su geometría ideal, lo cual valida el encadenamiento de bloques y la correcta ubicación del punto de inyección de ruido.

- 6) El **filtro FIR interpolador** con *taps* rectangulares actuó como un pulso de retención, reproduciendo la envolvente  $\text{sinc}^2$  en la PSD y facilitando la lectura del primer nulo. De ello se desprende que el **pulso de transmisión** es determinante en la ocupación espectral; con pulsos conformantes (p. ej., SRRC) se podría **ajustar el roll-off** y controlar mejor el ancho de banda ocupado.
- 7) La **selección del mapeo** de símbolos influye en el desempeño frente a errores de fase. Un orden **Gray** (cuando se use) minimiza la probabilidad de error de bit ante decisiones cercanas, mientras que un orden natural puede penalizar la BER para la misma SNR. El flujo con *Vector Source* permite verificarlo de forma inmediata.
- 8) Las **mediciones instrumentadas** con *Time/Constellation/Frequency Sinks* proporcionaron trazabilidad: de la secuencia binaria al índice de símbolo (Repack Bits), de éste a la fase ( $\Delta\phi = \frac{2\pi}{M}$ ) y finalmente a la EC tras interpolación. La consistencia entre lecturas temporales y espectrales confirma la **correcta parametrización** de  $R_b$ ,  $R_s$ ,  $\Delta\phi$  y  $f_s$ .
- 9) El flujograma implementado es **reutilizable** para integrar hardware SDR: basta con sustituir el *Throttle* por bloques de *source/sink* de RF y mantener el mismo tratamiento de EC, sincronización de tasas y monitoreo de PSD para caracterizar ocupación y sensibilidad a ruido en escenario real.
- 10) En términos formativos, el laboratorio permitió **vincular teoría y práctica**: se visualizaron las consecuencias de las ecuaciones de M-PSK/QPSK (constelación,  $R_s$ ,  $R_b$ ,  $\eta$ ,  $d_{\min}$ ) directamente en los monitores de GNU Radio, consolidando criterios para el **diseño y la verificación** de transmisores digitales basados en EC.

## REFERENCES

- [1] Comunicaciones Plus, *Comunicaciones Plus Volumen II*, Comunicaciones Plus, 2022.
- [2] GitHub, "Repositorio del proyecto COM2\_A1\_G-9," Available: [https://github.com/DamaGit/com2\\_A1\\_G-9](https://github.com/DamaGit/com2_A1_G-9).
- [3] OpenAI, "ChatGPT: Language Model for Conversational AI," Available: <https://openai.com/chatgpt>.
- [4] YouTube, "Laboratorio M-PSK/QPSK en GNU Radio (video guía)," Available: <https://www.youtube.com/watch?v=47FUTpV7y4A>.

## VIII. ANEXOS

El código y archivos asociados a este trabajo se encuentran disponibles en el siguiente repositorio de GitHub:

- [https://github.com/DamaGit/com2\\_A1\\_G-9](https://github.com/DamaGit/com2_A1_G-9)