

LINEAR REGRESSION

Oleh: SEC</>DE

PENGERTIAN LINEAR REGRESSION

- ☐ Linear Regression adalah model statistik yang digunakan untuk membangun model hubungan antara dua variabel.
- ☐ Salah satu variabel ini disebut variabel prediktor yang nilainya didapatkan melalui percobaan.
- □ Variabel lain disebut variabel respon yang nilainya berasal dari variabel prediktor.
- ☐ Garis linear menunjukan pola hubungan antara dua variabel misalnya variabel X dan Y.
- ☐ Garis linear sebenarnya hanya merupakan garis taksiran yang dipakai untuk mewakili pola sebaran data tersebut .



TUJUAN LINEAR REGRESSION

- Mencari dan menjelaskan korelasi antara kriterium dengan prediktor.
- Mengukur "seberapa kuat" atau "derajat kedekatan" suatu relasi yang terjadi antar variabel (signifikan).
- Mengetahui pola relasi dalam bentuk persamaan regresi.
- Menemukan sumbangan relatif prediktor.



RUMUS LINEAR REGRESSION SEDERHANA

Linear regression dapat dapat ditulis dengan rumus matematika sederhana, yaitu:

$$y = a + bx$$

$$a = \frac{\sum y - b \sum x}{n}$$

$$b = \frac{n \sum (xy) - (\sum x)(\sum y)}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

Keterangan:

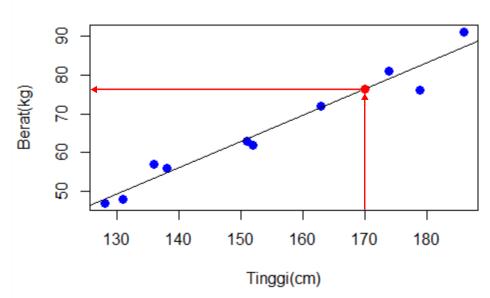
- 1. y adalah variable respon.
- 2. x adalah variable prediktor.
- 3. a dan b adalah konstanta atau kofisien.



CARA KERJA LINEAR REGRESSION

Secara sederhana cara kerja linear regression dapat dijelaskan dengan gambar di bawah ini.

Regresi Tinggi & Berat





CARA KERJA LINEAR REGRESSION

Keterangan:

- Titik-titik biru adalah data-data hasil pengamatan hubungan tinggi dan berat badan. Sebagai contoh untuk titik biru pertama dapat diketahui tinggi badan adalah 128 cm dengan berat badan adalah 47 kg.
- Kemudian garis hitam adalah persamaan yang paling dapat mewakili hubungan relasi seluruh titik-titik biru. Persamaan tersebut dapat ditentukan dengan linear regression.
- Sedangkan titik merah merupakan hasil prediksi data baru dari orang yang memiliki tinggi 170 cm. Dengan menarik garis dari titik 170,0 sampai menyentuh garis hitam, kemudian menarik garis ke arah sumbu y maka dapat diketahui informasi dari orang yang memiliki tinggi 170 cm adalah memiliki berat kira-kira 76 kg.





STUDI KASUS LINEAR REGRESSION

Oleh: SEC</>DE

STUDI KASUS

□ Salah satu contoh kasus yang dapat diselesaikan dengan linear regression adalah prediksi berat badan seseorang ketika diketahui tinggi badannya.





Tabel Tinggi dan Berat Anak

No. (n)	Tinggi (x)	Berat (y)
1	151	63
2	174	81
3	138	56
4	186	91
5	128	47
6	136	57
7	179	76
8	163	72
9	152	62
10	131	48

Data disamping adalah data hasil pengamatan tinggi dan berat badan.

Dari data tersebut kita akan menghitung persamaan linear regression sederhananya.

Tentukan prediksi berat badan jika diketahui tinggi badan 170 dan 185 cm.



Menghitung nilai a dan b

n	x	у	ху	x ²	y²
1	151	63	9513	22801	3969
2	174	81	14094	30276	6561
3	138	56	7728	19044	3136
4	186	91	16926	34596	8281
5	128	47	6016	16384	2209
6	136	57	7752	18496	3249
7	179	76	13604	32041	5776
8	163	72	11736	26569	5184
9	152	62	9424	23104	3844
10	131	48	6288	17161	2304
Jumlah	1538	653	103081	240472	44513



Menghitung nilai a dan b

$$b = \frac{n \sum (xy) - (\sum x)(\sum y)}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$\boldsymbol{b} = \frac{10(103081) - (1538)(653)}{10(240472) - (2364444)}$$

$$\boldsymbol{b} = \frac{1030810 - 1004314}{2404720 - 236444}$$

$$\boldsymbol{b} = \frac{26496}{39276}$$

$$b = 0.67461$$

$$a = \frac{\sum y - b \sum x}{n}$$

$$a = \frac{653 - ((0,67461) * (1538)}{10}$$

$$a = \frac{-384,55}{10}$$

$$a = -38,4551$$

Persamaan Linear Regression-nya:

$$y = -38,4551 + 0,67461x$$



Menghitung prediksi tinggi badan 170 cm dan dan 185 cm

Persamaan Linear Regression-nya:

$$y = -38,4551 + 0,67461x$$

Prediksi berat badan dengan tinggi 170 cm:

$$y = -38,4551 + 0,67461(170)$$

$$y = 76,22869$$

Prediksi berat badan dengan tinggi 185 cm:

$$y = -38,4551 + 0,67461(185)$$

$$y = 86,34785$$





IMPLEMENTASI LINEAR REGRESSION PADA PEMROGRAMAN R

Oleh: SEC</>DE

Untuk melakukan linear regression pada lingkungan R maka perlu dilakukan langkah-langkah sederhana di bawah ini:

- 1. Temukan data nyata hasil pengamatan dari tinggi dan berat badan.
- Buat model hubungan antar tinggi dan berat badan dengan menggunakan fungsi lm() pada lingkungan R.
- 3. Setelah mendapatkan koefisien dari model yang telah dibuat kemudian dapat dibuat persamaan matematikanya.
- 4. Dapatkan rangkuman (summary) dari model untuk mengetahui rata-rata error pada proses prediksi, atau sering disebut sebagai residual.
- 5. Gunakan fungsi predict() untuk memprediksi berat badan dari data yang baru

Implementasi langkah-langkah di atas pada lingkungan R dijelaskan dibawah ini.



Data nyata hasil pengamatan untuk tinggi dan berat dapat dilihat pada kode di bawah ini.

```
1 # input data tinggi dan berat badan
2 tinggi = c(151, 174, 138, 186, 128, 136, 179, 163, 152, 131)
3 berat = c(63, 81, 56, 91, 47, 57, 76, 72, 62, 48)
4 tinggi
5 berat
6
```

Variable tinggi adalah variable prediktor sedangkan variable berat adalah variabel respon. Selanjutnya akan dibuat model dari data tersebut dengan menggunakan fungsi lm(). Fungsi lm() mempunyai sintaks seperti berikut:

```
7 # sintaks fungsi lm()
8 # lm(formula, data)
```

Dalam penggunaannya untuk membuat model hubungan antara tinggi dan berat badan dapat dilakukan dengan cara seperti berikut ini.

```
10 # membuat model hubungan antara tinggi dan berat badan
11 relasi <- lm(berat~tinggi)
12
```



Setelah model dibuat maka dapat diketahui koefisien dari model dengan menggunakan memanggil variable relasi.

```
> # mengetahui koefisien dari model
> relasi

Call:
lm(formula = berat ~ tinggi)

Coefficients:
(Intercept) tinggi
    -38.4551 0.6746

> |
```

Dengan didapatkannya koefisien tersebut maka dapat dibuat persamaan sebagai berikut:

```
16  # persamaan linear regression

17  # berat = 0.6746x -38455

18  # berat = 0.6746tinggi -38455

19  y <- -384551 + 0.6746
```



Sedangkan untuk mengetahui rangkuman (summary) dari model dapat digunakan fungsi summary() atau summary.lm(), berikut ini digunakan fungsi summary.lm().

```
call:
lm(formula = berat ~ tinggi)
Residuals:
   Min 10 Median 30
                                 Max
-6.3002 -1.6629 0.0412 1.8944 3.9775
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -38.45509 8.04901 -4.778 0.00139 **
tinggi 0.67461 0.05191 12.997 1.16e-06 ***
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 3.253 on 8 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.9548, Adjusted R-squared: 0.9491
F-statistic: 168.9 on 1 and 8 DF, p-value: 1.164e-06
```



Setelah model dibuat maka dapat dipergunakan untuk melakukan prediksi dengan fungsi predict(). Sebagai contoh jika ingin mengetahui berat seseorang yang memiliki tinggi 170, maka proses prediksi dapat dilakukan dengan cara di bawah ini.

```
24 # melakukan prediksi dengan fungsi predict()
25 # jika ingin mengetahui berat seseorang yang memiliki tinggi 170,
26 # maka proses prediksi dapat dilakukan dengan cara di bawah ini.
27 data_baru <- data.frame(tinggi = 170)
28 prediksi_data_baru <- predict(relasi, data_baru)
```

Hasil prediksi berat orang dengan tinggi 170 dapat dilihat dengan memanggil variabel prediksi_data_baru. Di bawah ini diketahui beratnya adalah 76.22869.

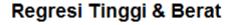
```
> prediksi_data_baru
1
76.22869
> |
```

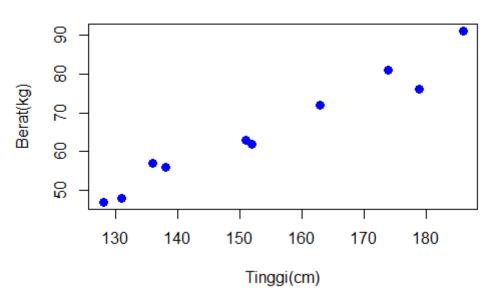


Untuk membuat visualisasi model dan prediksi yang dibuat di atas maka dibuat kode berikut ini.



Baris pertama dari kode di atas akan melakukan plot data tinggi dan berat. Hasil dari kode baris pertama adalah seperti gambar di bawah ini.

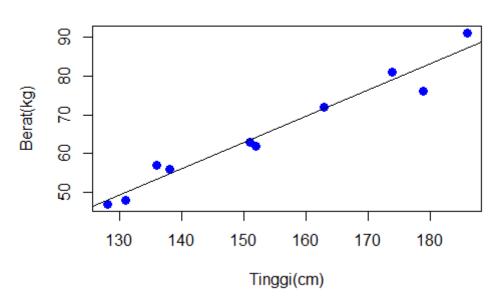






Sedangkan baris kedua bertujuan untuk menggambar garis linear hasil dari model yang dibuat dari fungsi Im(). Garis tersebut mempunyai persamaan: y = 0.6746x - 38.4551.

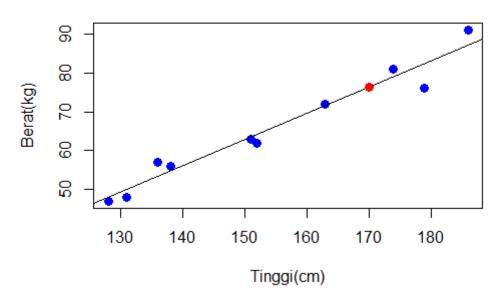
Regresi Tinggi & Berat





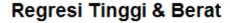
Baris terakhir berfungsi untuk menunjukkan titik memprediksi data baru, dimana diketahui tinggi seseorang adalah 170 cm. Dari gambar dapat dilihat titik merah yang berada pada garis model linear regression.

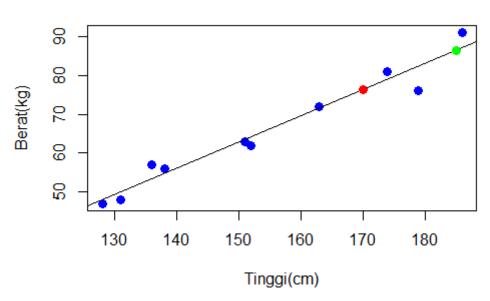
Regresi Tinggi & Berat





Sedangkan pada gambar di bawah ini adalah prediksi data baru untuk tinggi 185 cm yang hasilnya bisa dilihat pada titik warna hijau.





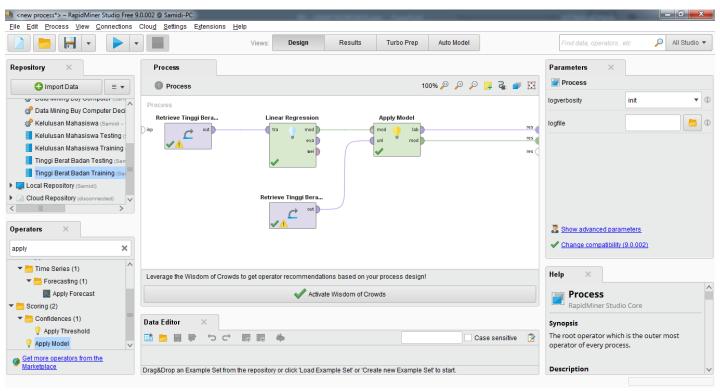




IMPLEMENTASI LINEAR REGRESSION PADA RAPID MINER

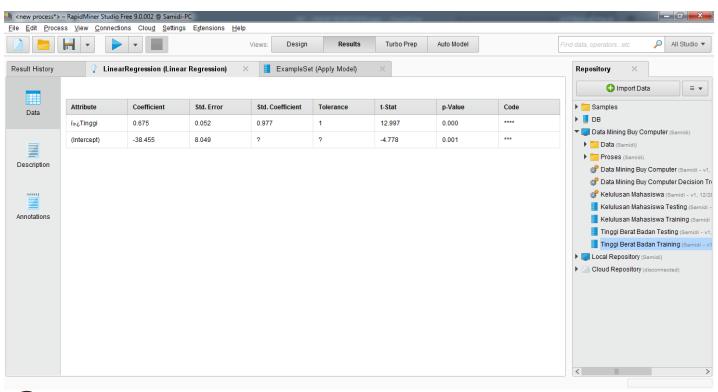
Oleh: SEC</>DE

Menggunakan operator Linear Regression pada Rapid Miner



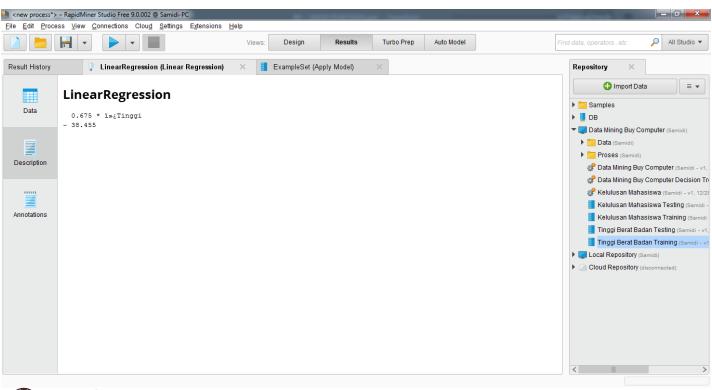


Hasil Persamaan Linear Regression dengan Rapid Miner



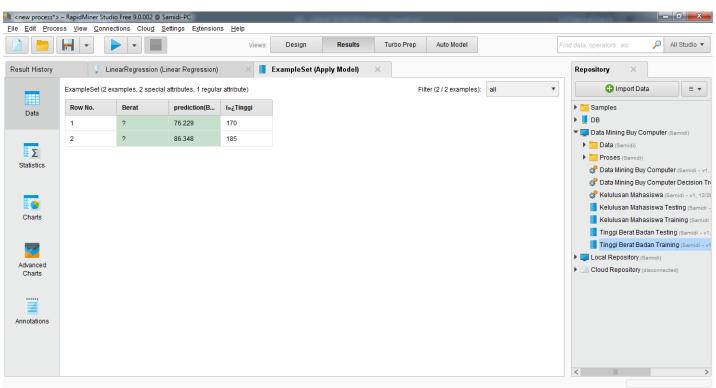


Hasil Persamaan Linear Regression dengan Rapid Miner





Hasil Prediksi Linear Regression dengan Rapid Miner





Plot Linear Regression dengan Rapid Miner

