

Методы моделирования СТС и планирования эксперимента в процессе формирования облика СТС

Математическое и
имитационное
моделирование
функционирования СТС

Моделирование - упрощенное воспроизведение процессов, происходящих в СТС, а также во внешней обстановке, с целью анализа поведения системы и определения ее ТТХ и параметров в заданных условиях.

Модель является основанным на теории подобия представлением объекта, системы или процесса в некоторой форме.

При исследовании СТС используют два основных вида моделирования: Математическое и полунатурное

- Под математическим моделированием будем понимать замену данного **реального объекта** его математической моделью.
- **Математическое моделирование (ММ)** для исследования характеристик процесса функционирования СТС можно разделить на: аналитическое, имитационное и комбинированное
- При аналитическом моделировании процессы функционирования элементов СТС можно записать в виде некоторых **функциональных соотношений** (алгебраических, диф. уравнений) или логических условий.
- При составлении математической модели СТС обычно используют блочный принцип

Приступая к изучению СТС, следует иметь в виду, что **полный экспериментальный анализ** ее функционирования может быть сложен, дорог или **практически невозможен**

- Эксперимент над элементами не может заменить эксперимента над СТС в целом. Поэтому в качестве инструмента исследования СТС исключительную роль приобретает моделирование **полного процесса**, а также его **этапов**. Законы поведения системы выводятся как результаты исследований моделей процессов функционирования этой СТС.
- Моделирование представляет собой некоторое упрощенное воспроизведение процессов, происходящих не только **внутри** СТС, но и **снаружи**, с целью глубокого анализа поведения и расчета характеристик в заданных условиях

Имитационное моделирование (ИМ) -

- одна из разновидностей **математического моделирования**, при котором воспроизводятся (имитируются) элементарные явления, составляющие единый процесс, с сохранением их логической структуры и последовательности протекания во времени

ИМ СТС применяется для следующих целей:

- исследование поведения проектируемой СТС и ее отдельных частей с целью заблаговременной проверки заложенных принципов и ТТХ ;
- накопление статистических данных путем замены части дорогостоящих натурных испытаний системы испытаниями на ее модели;
- проверка функционирования СТС в экстремальных условиях, которые невозможно воспроизвести в реальной обстановке;
- исследование влияния вариации одних ТТХ системы на другие с целью отыскания критичных соотношений и для оптимизации системы в том или ином смысле.

Основным преимуществом **ИМ** по сравнению с аналитическим моделированием является возможность решения более сложных задач менее трудоемкими средствами.

Комбинированное аналитико - имитационное моделирование при анализе и синтезе СТС позволяет объединить достоинства **аналитического** и **имитационного** видов моделирования.

Полунатурное моделирование характерно тем, что в нем, кроме **ММ**, участвуют реальные системы или их **физические аналоги**. При этом вместо ММ в первую очередь используются образцы реальной аппаратуры в тех СТС, где проходят большие потоки информации, например БЦВМ.

Комбинированные ММ намного дороже аналитических, поэтому при выборе предпочтительного варианта многокритериальной СТС сначала решают, какие приемлемые варианты ММ для проверки каких функций СТС лучше всего использовать в конкретном случае

Общая структура математической модели

В наиболее общем виде *математическую модель* системы можно представить с помощью соотношения

$$w = F(u, v),$$

где w – *показатель эффективности* системы, который может быть *скалярным* (один) или *векторным* (несколько показателей, рассматриваемых совместно);

F – *оператор* модели (т.е. *математические соотношения*, с помощью которых вычисляется показатель w);

u – *альтернатива (вариант)* построения системы из множества альтернатив U ;

v – *факторы окружающей среды*, значимо (по мнению разработчика) влияющие на *рассматриваемый* показатель эффективности w .

Различные варианты математической модели и способы нахождения оптимальной альтернативы (т.е. решения *задачи синтеза* системы) определяются свойствами w , F , u и v .

Разработка математической модели системы

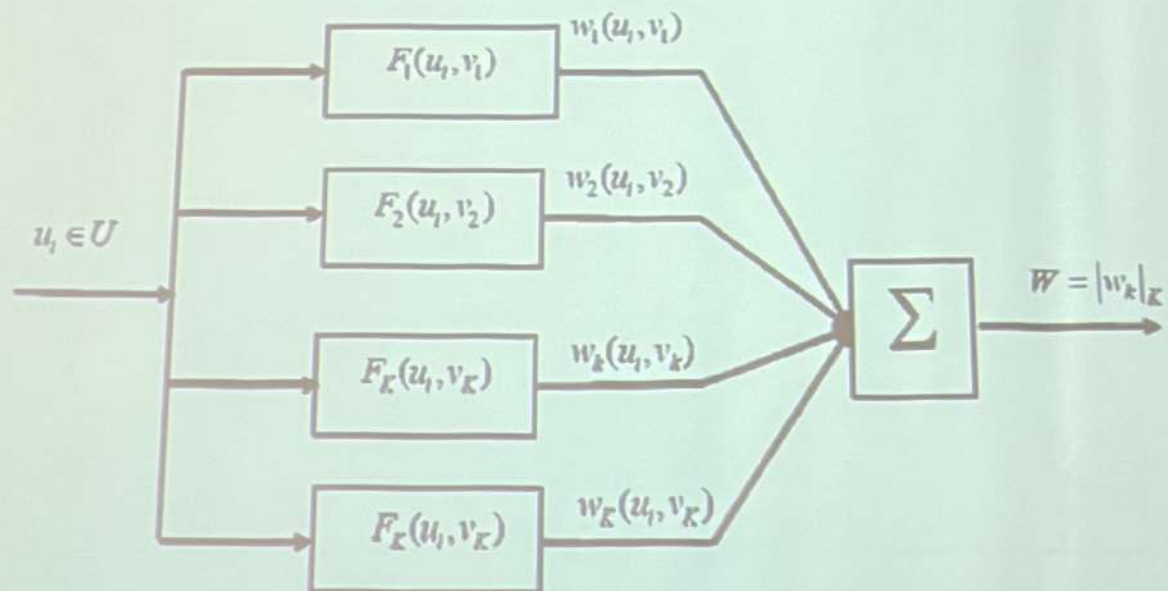


Рис. 1. Схема решения задачи анализа системы при **векторном** показателе ее эффективности

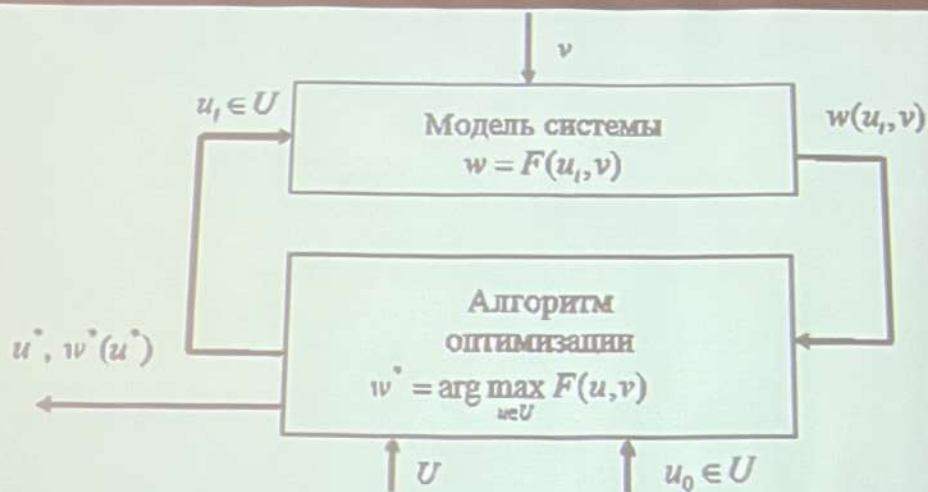


Рис. 2. Схема решения задачи синтеза системы при скалярном критерии ее эффективности

Процесс решения задачи оптимизации скалярного критерия с помощью **рекуррентного** алгоритма иллюстрирует структурная схема, показанная на рис. 2. На этом рис. u_0 - начальное приближение, которое должно быть задано при запуске алгоритма, u^* и $w^*(u^*)$ - результаты решения задачи оптимизации.

Множество альтернатив СТС

1) множество U — *дискретное*, состоящее из конечного числа отдельных альтернатив u_i , т.е. $U = \{u_i, i = \overline{1, N}\}$, где i — номер альтернативы;

2) множество U — *непрерывное*, состоящее из заданного числа M параметров системы $\lambda_m, m = \overline{1, M}$. Параметры λ_m являются действительными величинами (т.е. в компьютерной терминологии относятся к классу *real*).

Каждый непрерывный параметр может быть *неограниченным*, т.е. принимать произвольные значения $\lambda_m \in [-\infty, +\infty], m = \overline{1, M}$, или принадлежать *заданной области* возможных (*допустимых*) значений $D: \lambda_m \in [\lambda_{m \min}, \lambda_{m \max}], m = \overline{1, M}$;

3) множество U — *смешанное*. Оно состоит из N дискретных альтернатив $u_i, i = \overline{1, N}$, каждая из которых, в свою очередь, содержит M_i непрерывных параметров $\lambda_{im}, i = \overline{1, N}, m = \overline{1, M_i}$.

Понятие окружающей среды моделирования

Как указывалось, при построении модели (моделей) необходимо учитывать все значимые («существенные», по мнению разработчика системы) *взаимодействия* (*целевые* и *вынужденные* (нецелевые)) системы с окружающей средой на входе и на выходе.

Решение задач моделирования и синтеза системы зависит от *типа информации* о предполагаемой окружающей среде ν , которой располагает разработчик системы на этапе ее разработки.

В зависимости от «качества» информации, учитываемой при построении модели системы, различают окружающую среду *двух* типов:

- *определенная (детерминированная)*, т.е. заранее точно известная разработчику системы;

- *неопределенная* (разработчику заранее точно не известная).

В случае если разработчик системы считает, что внешняя среда, которая будет влиять на работу системы, ему *точно известна*, т.е. он ее относит к классу «детерминированная», то показатель эффективности системы w также будет *детерминированной* функцией ν и u .

Например, моделируя движение ЛА в земной атмосфере, разработчик ЛА на этапе проектирования может полагать, что параметры *атмосферы* (плотность, температура, скорость звука и т.д.) являются *определенными*, указанными в таблицах (моделях) *стандартной атмосферы*, хотя на самом деле все атмосферные параметры могут отличаться от их значений, представленных в таблицах, из-за ветра, турбулентности и т.п.

Окружающая среда считается *неопределенной*, если ее характеристики (свойства) разработчику системы *точно не известны*.

- Различают три основных типа неопределенностей факторов окружающей среды в зависимости от информации, которой может располагать исследователь:

1. **Статистически неопределенные факторы.** Эти факторы окружающей среды могут быть случайными событиями, величинами, функциями (процессами) или полями.
2. **Интервально неопределенные факторы.** О них разработчику системы заранее известны только интервалы (в общем случае области) их возможных значений.

Функционирование системы в присутствии интервально неопределенных факторов непосредственно влияет на решение задачи синтеза системы. Для решения задачи синтеза в подобной ситуации могут применяться следующие подходы: **максиминный (минимаксный)** подход или его модификации, а также **адаптивный** подход.

Максиминный подход (критерий **Вальда**) применяется в тех случаях, когда при синтезе системы необходимо выбрать постоянные значения структуры и параметров системы, характеризуемые альтернативой

- Различают три основных типа неопределенностей факторов окружающей среды в зависимости от информации, которой может располагать исследователь:

1. **Статистически неопределенные факторы.** Эти факторы окружающей среды могут быть случайными событиями, величинами, функциями (процессами) или полями.
2. **Интервально неопределенные факторы.** О них разработчику системы заранее известны только интервалы (в общем случае области) их возможных значений.

Функционирование системы в присутствии интервально неопределенных факторов непосредственно влияет на решение задачи синтеза системы. Для решения задачи синтеза в подобной ситуации могут применяться следующие подходы: **максиминный (минимаксный)** подход или его модификации, а также **адаптивный** подход.

Максиминный подход (критерий **Вальда**) применяется в тех случаях, когда при синтезе системы необходимо выбрать постоянные значения структуры и параметров системы, характеризуемые альтернативой

$$u^* \in U$$

и обеспечивающие наилучшее (например, **максимальное**) значение скалярного показателя эффективности $w(u, v)$ при наихудшем сочетании значений факторов окружающей среды $v^* \in D$, приводящих к получению **наихудшего (минимального)** значения показателя.

Математически решение задачи формирования системы с использованием **максиминного** подхода записывается в виде выражения :

$$\{u^*, v^*\} = \arg \max_{u \in U} \min_{v \in V} w(u, v)$$

Минимаксный (максиминный) подход особенно целесообразно применять при разработке уникальных (дорогостоящих) систем (проектов), реализуемых в одном-двух экземплярах.

Адаптивный подход предполагает возможность изменения структуры и параметров СТС в процессе ее функционирования в зависимости от текущих значений контролируемых факторов окружающей среды, влияющих на ее работу. Для реализации такого подхода необходимо измерять в реальном времени текущие значения неопределенных факторов окружающей среды $v(t)$ и реагировать на эти изменения соответствующими изменениями характеристик системы $u^*(t, v(t))$.

3. Многосторонний выбор. Часто могут возникать ситуации, в которых две или несколько систем создаются и управляются разными разработчиками (сторонами), преследующими разные индивидуальные цели.

Эти цели могут полностью совпадать (**кооперативный выбор**) или различаться до полной их противоположности (**выбор в конфликтной ситуации**) Возможны также промежуточные ситуации: **коалиционный выбор**, **компромиссный выбор** и т.д.

Задачи многостороннего выбора являются предметом изучения в **теории игр**, являющейся одним из разделов курса «Исследование операций».

Частью данного курса является **теория антагонистических игр**. В ней рассматриваются ситуации, когда в игре участвуют две стороны (А и В) с противоположными интересами (целями). Такие игры еще называют «**играми с нулевой суммой**».

При выборе оптимальных альтернатив u_A^* и u_B^* естественно предположить, что каждая сторона стремится добиться *наилучшего* для себя результата при *худших* действиях *другой* стороны. Например, если полагать, что сторона A стремится *максимизировать* свой «выигрыш», характеризуемый показателем $w_A(u_A, u_B)$, а сторона B — *минимизировать* $w_B(u_A, u_B)$, то математически их выборы записываются в виде соотношений:

$$\{u_A^*, \bar{u}_B\} = \arg \max_{u_A \in U_A} \min_{u_B \in U_B} w(u_A, u_B), \text{ приводящего к получению}$$

$w_A^*(u_A^*, \bar{u}_B)$ для стороны A ;

$$\{u_B^*, \bar{u}_A\} = \arg \min_{u_B \in U_B} \max_{u_A \in U_A} w(u_B, u_A), \text{ приводящего к получению}$$

$w_B^*(u_B^*, \bar{u}_A)$ для стороны B .

Гарантированное решение (седловая точка игры):

$$\{u_A^*, u_B^*\} = \arg \left(\max_{u_A \in U_A} \min_{u_B \in U_B} w(u_A, u_B) = \arg \min_{u_B \in U_B} \max_{u_A \in U_A} w(u_B, u_A) \right).$$

Значение $w^*(u_A^*, u_B^*)$, называемое *ценой игры*, обеспечивает *фиксированный* результат игры для каждой из сторон, т.е. *выигрыш* для стороны A и такой же *проигрыш* для стороны B . Это означает, что если, например, сторона A попытается *увеличить* свой выигрыш, применив стратегию $\tilde{u}_A \in U_A \neq u_A^*$, то сторона B , видя (зная) это, может отреагировать на ситуацию, выбрав такую стратегию $\tilde{u}_B \in U_B \neq u_B^*$, при которой $\tilde{w}(\tilde{u}_A, \tilde{u}_B) < w^*(u_A^*, u_B^*)$, т.е. *выигрыш* стороны A *уменьшится*, а для стороны B , соответственно, *уменьшится* ее *проигрыш*.

Иными словами, применяя стратегии u_A^*, u_B^* , стороны *вынуждены* смириться с результатом $w^*(u_A^*, u_B^*)$, возможно *неприемлемо* малым для стороны A и, соответственно, *неприемлемо* большим для стороны B .

Множества U_A и U_B могут быть такими, что при стратегиях $u_{Ai} \in U_{Ai}, i = \overline{1, N_A}$ и $u_{Bi} \in U_{Bi}, i = \overline{1, N_B}$, называемых «*чистыми стратегиями*», решения игры просто *не существует* (такая ситуация

возможна). В теории игр в подобных ситуациях предлагается использовать решение игры в так называемых *смешанных стратегиях*, т.е. применять не *конкретные* чистые стратегии, а их *случайные* значения из имеющегося набора чистых стратегий, *разыгрываемые* с помощью генератора случайных чисел в соответствии дискретными распределениями вероятностей $p_{u_A} = |p_{u_{Ai}}|, i = \overline{1, N_A}$ и

$p_{u_B} = |p_{u_{Bi}}|, i = \overline{1, N_B}$. Эти распределения можно рассчитать заранее.

Результатом решения антагонистической игры в смешанных стратегиях является не фиксированное значение цены игры $w^*(u_A^*, u_B^*)$,

а среднее значение этой цены $m_w^*(u_A^*, u_B^*)$, достигаемое при многократных розыгрышах.

Важной особенностью рассмотренной постановки игровой задачи является предположение о *полной информированности* сторон о действиях (применяемых стратегиях) другой стороны.

Если какая-либо из сторон не удовлетворена получаемым гарантированным решением (т.е. хотела бы «поймать журавля в небе»), то она может поступить следующим образом:

- во множество U ее стратегий она может ввести дополнительные стратегии, повышающие (для стороны A) или понижающие (для стороны B) цену игры, т.е. создавая более эффективные средства борьбы с «противником»;

- повысить скрытность применения своих стратегий, чтобы помешать противной стороне узнать, какую стратегию применяет другая сторона, и адекватно реагировать на ее действия подбором своей стратегии или даже лишить ее такой возможности.