

ESERCIZI SUI NUMERI COMPLESSI 2

- (1) Sia $z = 1/2 + i\sqrt{3}/2$. Calcolare la forma trigonometrica di z e di z^3 .
Risolvere lo stesso esercizio per i numeri: $1/2 - i\sqrt{3}/2$, $\sqrt{3}/2 + i/2$
e $3/\sqrt{2} - i3/\sqrt{2}$.
- (2) Determinare la parte reale e la parte immaginaria del numero complesso z che ha modulo 2 e argomento $\frac{5\pi}{6}$. Svolgere lo stesso esercizio se il modulo è $\sqrt{2}$ e l'argomento è 75° .
- (3) Trovare la parte reale, la parte immaginaria, il modulo e l'argomento principale dei seguenti numeri complessi:

$$z = 3, \quad z = -3, \quad z = i - \sqrt{3}, \quad z = -i\pi/2.$$

- (4) Sia z il numero complesso $1 + i$. Il numero complesso z^3 è:

il doppio di $i - 1$;

$$2\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{4}));$$

$$2(\cos(90^\circ) + i\sin(90^\circ))$$

V	F
---	---

V	F
---	---

V	F
---	---

- (5) Sia $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ un numero complesso non nullo, scritto in forma trigonometrica. Trovare la forma trigonometrica del coniugato di z e quella dell'inverso di z .
- (6) Trovare un numero complesso z_0 tale che per qualsiasi numero complesso z il numero $z_0 z$ sia ottenuto ruotando il vettore z intorno all'origine in senso antiorario di 45 gradi.
Svolgere lo stesso esercizio per la rotazione oraria di $\frac{\pi}{2}$ radianti.
- (7) Siano $z = \rho(\cos(\theta) + i\sin(\theta))$ e $z' = \rho'(\cos(\theta') + i\sin(\theta'))$ due numeri complessi in forma trigonometrica. L'argomento di

$$\frac{z^2}{2z'}$$

è:

$$2\theta - \theta';$$

$$\frac{\theta^2}{2\theta'};$$

$$\theta - \theta'$$

V	F
---	---

V	F
---	---

V	F
---	---

- (8) Sia $z = 1/2 + i\sqrt{3}/2$. Determinare il numero $z^{39} - z^{36}$.
- (9) Trovare tutte le soluzioni delle seguenti equazioni, verificando la correttezza del risultato.

$$z^4 = -1, \quad z^3 = 1+i, \quad z^3 = -1+i, \quad z^7 = 1, \quad z^5 = -1/2 + i\sqrt{3}/2.$$

- (10) Sia ρ la relazione d'equivalenza definita sui numeri complessi non nulli da

$$z\rho z' \Leftrightarrow \operatorname{Arg}(z) = \operatorname{Arg}(z')$$

Determinare la classe del numero i ed un insieme di rappresentanti per le classi d'equivalenza di ρ su \mathbb{C} .

- (11) Sia $z = 2/\sqrt{2} - i2/\sqrt{2}$. Calcolare la forma trigonometrica di z , di z^{10} e di z^{-2} .