

Risolvi i seguenti esercizi giustificando sinteticamente le risposte.

### 1. Programmazione in Scheme

Data una lista di interi  $s$ , la procedura `lis` calcola la *lista* delle sottosequenze crescenti più lunghe di  $s$ . Per esempio:

`(lis '(27 90 7 29 49 8 53 1 28 6))`  $\rightarrow$  `((7 29 49 53) (27 29 49 53))`

Il programma si basa sull'idea sviluppata nell'esercizio di laboratorio su questo tema. Il terzo argomento di `lis-rec` rappresenta un prefisso *rovesciato* (per ragioni di efficienza) di qualche soluzione.

```
(define lis
  (lambda (s) (lis-rec s 0 null) )) ; val : lista di liste (di interi)
                                   ; s : lista di interi

(define lis-rec
  (lambda (s t p)
    (cond ((null? s) (list (reverse p)))
          ((<= (car s) t) (lis-rec (cdr s) t p))
          (else (best (lis-rec (cdr s) t p)
                        (lis-rec (cdr s) (car s) (cons (car s) p))))
    )))
```

La lista restituita da `lis-rec` deve quindi contenere liste di interi, tutte della stessa lunghezza. Data una lista con queste caratteristiche, il compito della procedura `best` è quindi di mettere insieme *tutte e sole* le liste che fanno parte della soluzione per gli argomenti  $s$ ,  $t$ ,  $p$ .

Scrivi un programma in Scheme per realizzare la procedura `best`, tenendo conto del contesto in cui è applicata.

### 2. Programmazione in Scheme

Considera il programma discusso a lezione per determinare la *rappresentazione ternaria bilanciata* (BTR) di un numero intero  $n$ , riportato qui sotto per comodità:

```
(define btr-rep
  (lambda (n)
    (let ((r (remainder n 3)) (q (quotient n 3)))
      (cond ((= r -2)
              (string-append (btr-rep (- q 1)) (btd-rep +1)))
            ((= r +2)
              (string-append (btr-rep (+ q 1)) (btd-rep -1)))
            ((= q 0)
              (btd-rep r))
            (else
              (string-append (btr-rep q) (btd-rep r)))
      )))

(define btd-rep
  (lambda (v)
    (cond ((= v -1) "-")
          ((= v 0) ".")
          ((= v +1) "+")
          )
  ))
```

Scrivi un programma in Scheme, basato sulla procedura `btr-list` per calcolare la lista dei “contributi” delle cifre ternarie bilanciate alla composizione del valore  $n$ , ciascun contributo essendo pari al valore della cifra stessa moltiplicato per il peso (cioè la potenza di tre) corrispondente. Per esempio:

`(btr-list -25) → (-27 0 3 -1)`      [ dove `(btr-rep -25) → "-.+-"` ]

### 3. Programmazione dinamica

Applica la tecnica *bottom-up* di *programmazione dinamica* per realizzare una versione più efficiente del metodo statico `q` riportato qui di seguito:

```
public static long q( int i, int j, int k ) { //i,j,k >= 0
    long x = ( i < 2 ) ? i : q( i-2, j, k );
    long y = ( j < 2 ) ? j : q( i, j-2, k );
    long z = ( k < 2 ) ? k : q( i, j, k-2 );
    long m = x + y + z;
    return ( m == 0 ) ? 1 : m;
}
```

#### 4. Ricorsione e iterazione

Il seguente programma ricorsivo in Java calcola l'elenco di tutte le permutazioni di una stringa *u*, rappresentandolo attraverso la struttura predefinita `Vector<String>`.

```
public static Vector<String> perm( String u ) { // u non vuota
    Vector<String> p = new Vector<String>();
    permRec( u, 0, p );
    return p;
}

public static void permRec( String u, int k, Vector<String> p ) {
    int n = u.length();
    if ( k == n-1 ) {
        p.add( u );
    } else {
        permRec( u, k+1, p );
        for ( int i=k+1; i<n; i=i+1 ) {
            String v = u.substring( 0, k ) + u.substring( i, i+1 ) + u.substring( k+1, i )
                      + u.substring( k, k+1 ) + u.substring( i+1, n );
            permRec( v, k+1, p );
        }
    }
}
```

Completa la definizione del metodo statico `permIter`, riportato nel riquadro sottostante, che trasforma la struttura ricorsiva di `permRec` in una struttura iterativa basata sull'uso di *stack*.

```

public static Vector<String> permIter( String u ) { // u non vuota

    Vector<String> p = new Vector<String>();
    int n = u.length(), k;

    Stack<String> s = new Stack<String>();
    Stack<Integer> t = new Stack<Integer>();

    s.push( u ); t.push( 0 );
    do {

        .....

        if ( k == n-1 ) {
            p.add( u );
        } else {

            .....
            .....
            .....
            .....

        }
    } while ( !s.empty() );
    return p;
}

```

### 5. Correttezza dei programmi e invarianti

Completa il programma riportato nel riquadro per calcolare la quarta potenza di un intero positivo  $n$  utilizzando solo somme e confronti. A tal fine, le espressioni introdotte negli spazi previsti devono garantire che le proprietà invarianti siano effettivamente soddisfatte.

```

public static int pow4( int n ) { // Pre:  $n > 0$ 

    int x = 0 , y = 0;

    int z = 2x + 1 , u = Math.min(y+z,n*n);

    while ( x < u ) { // Inv:  $(x \leq n^2) \wedge (y = x^2) \wedge (z = 2x+1) \wedge (u = \min(y+z, n^2))$ 
        x = x + 1;

        y = y + 2x - 1 ;

        z = z + 2 ;

        if ( (y+z) <= (n*n) ) {
            u = y + z;
        }
    }

    return y; // Post:  $y = n^4$ 
}

```