Corso di Programmazione

I Prova di accertamento del 22 Gennaio 2018 / A

cognome e nome

Selezione degli esercizi proposti.

3. Programmazione in Scheme

Dato un intero $n \geq 0$, la procedura `powers-of-two` restituisce la lista delle potenze di due distinte che lo compongono, la cui somma è n, ordinate in ordine decrescente. In altri termini, ciascuna delle potenze di due rappresentate nella lista corrisponde a uno dei bit '`1`' della notazione binaria di n, a partire da quello più significativo. Esempi:

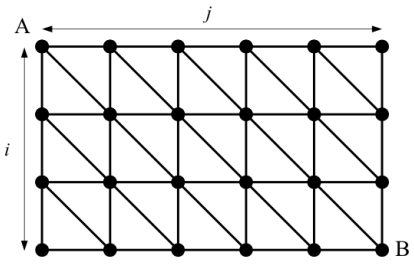
```
(powers-of-two  0)  →  ()              (powers-of-two  8)  →  (8)
(powers-of-two  1)  →  (1)             (powers-of-two 26)  →  (16 8 2)
(powers-of-two  5)  →  (4 1)           (powers-of-two 45)  →  (32 8 4 1)
```

Definisci un programma in Scheme per realizzare la procedura `powers-of-two`.

```
(define powers-of-two    ;restituisce la stringa binaria
  (lambda (n)    ;n: INTERO >= 0
    (cond ( (= n 0)   ;CASO BASE
          null
        )
        ( (= n 1)
          (list 1)
        )
        (else
          (let ( (lg (inexact->exact
                    (floor (/ (log n) (log 2)) )
                  )
                ) ;Log2(n) : approssimato difetto INTERO
              )
              (cons (expt 2 lg) ;(potenza di 2) < n più vicina a n stesso
                  (powers-of-two (- n (expt 2 lg))) ; n - (potenza di 2)
              )
          )
        )
    )
  )
)
```

4. Ricorsione ad albero

Completa la definizione della procedura `manhattan-var`, progettata per risolvere una variante del "problema di Manhattan" in cui i nodi sono connessi, oltre che dai consueti tratti orizzontali e verticali, anche da tratti diagonali che scendono verso destra come illustrato nella figura a fianco. Interessa conoscere in quanti modi diversi ci si può spostare dal nodo A al nodo B lungo un percorso di lunghezza minima che attraversi *esattamente k* tratti diagonali (e non di più: osserva che gli spostamenti in diagonale abbreviano i percorsi rispetto al caso di spostamenti orizzontali a destra e verticali in basso, ma non è consentito utilizzarne più di k; se $k = 0$, in particolare, ci si riconduce alla soluzione del problema originale). Esempi:




```
(manhattan-var 3 2 0) → 10    (manhattan-var 3 2 2) → 3    (manhattan-var 2 2 2) → 1
```

```
(define manhattan-var          ; val: intero
  (lambda (i j k)              ; i, j, k: interi non negativi tali che k ≤ i e k ≤ j
    (let (
          (x (if (= i k) 0 (manhattan-var (- i 1) j k)))

          (y (if ..... 0 (manhattan-var i (- j 1) k)))

          (z (if (= k 0) 0 (manhattan-var ..... )))
          )
      (if (and (> i 0) (> j 0))

          (+ ..... )

          .....

          ))
    ))
```

5. Verifica formale della correttezza

In relazione alla procedura `ufo`, riportata qui a fianco, si può dimostrare che per ogni intero $k \geq 0$:

$$(\texttt{ufo}\ 7 \cdot 2^k) \quad \rightarrow \quad 3 \cdot 2^{k+1} + 1$$

Dimostra questa proprietà per induzione sui valori di k attenendoti allo schema delineato qui sotto.

```
(define ufo
  (lambda (n)
    (cond ((= n 1)
           1)
          ((even? n)
           (- (* 2 (ufo (quotient n 2))) 1))
          (else
           (+ (* 2 (ufo (quotient n 2))) 1))
          )))
```

- Formalizza la proprietà generale da dimostrare:

- Formalizza la proprietà che esprime il caso / i casi base:

- Formalizza l'ipotesi induttiva:

- Formalizza la proprietà da dimostrare come passo induttivo:

- Dimostra il caso / i casi base:

- Dimostra il passo induttivo:

Riporta in modo chiaro negli appositi spazi le soluzioni degli esercizi, oppure precise indicazioni se alcune soluzioni si trovano in un foglio separato. Scrivi inoltre il tuo nome nelle intestazioni e su ciascun ulteriore foglio che intendi consegnare.

Corso di Programmazione

I Prova di accertamento del 22 Gennaio 2018 / B

cognome e nome

Selezione degli esercizi proposti.

3. Programmazione in Scheme

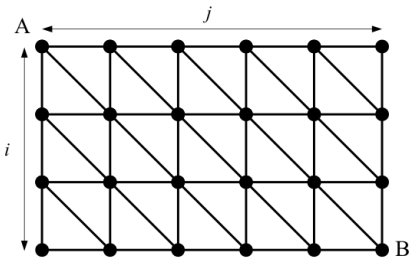
Dato un intero $n \geq 0$, la procedura `powers-of-two` restituisce la lista delle potenze di due distinte che lo compongono, la cui somma è n, ordinate in ordine crescente. In altri termini, ciascuna delle potenze di due rappresentate nella lista corrisponde a uno dei bit '`1`' della notazione binaria di n, a partire dal quello meno significativo. Esempi:

```
(powers-of-two  0)  →  ()              (powers-of-two 16)  →  (16)
(powers-of-two  1)  →  (1)             (powers-of-two 22)  →  (2 4 16)
(powers-of-two  9)  →  (1 8)           (powers-of-two 53)  →  (1 4 16 32)
```

Definisci un programma in Scheme per realizzare la procedura `powers-of-two`.

4. Ricorsione ad albero

Completa la definizione della procedura `manhattan-var`, progettata per risolvere una variante del "problema di Manhattan" in cui i nodi sono connessi, oltre che dai consueti tratti orizzontali e verticali, anche da tratti diagonali che scendono verso destra come illustrato nella figura a fianco. Interessa conoscere in quanti modi diversi ci si può spostare dal nodo A al nodo B lungo un percorso di lunghezza minima che attraversi *esattamente k* tratti diagonali (e non di più: osserva che gli spostamenti in diagonale abbreviano i percorsi rispetto al caso di spostamenti orizzontali a destra e verticali in basso, ma non è consentito utilizzarne più di k; se $k = 0$, in particolare, ci si riconduce alla soluzione del problema originale). Esempi:




```
(manhattan-var 3 2 0) → 10   (manhattan-var 3 2 2) → 3   (manhattan-var 2 2 2) → 1
```

```
(define manhattan-var          ; val: intero
  (lambda (i j k)              ; i, j, k: interi non negativi tali che k ≤ i e k ≤ j
    (if (or (= i 0) (= j 0))

        ____________________________________________________________________________

        (let (
              (x (if (> i k) (manhattan-var (- i 1) j k) 0))

              (y (if ____________________________ (manhattan-var i (- j 1) k) 0))

              (z (if (> k 0) (manhattan-var ____________________________ ) 0))
              )

          (+ ____________________________________________________________________ )
          ))
    ))
```

5. Verifica formale della correttezza

In relazione alla procedura `ufo`, riportata qui a fianco, si può dimostrare che per ogni intero $k \geq 0$:

$$\texttt{(ufo } 5 \cdot 2^k \texttt{)} \quad \rightarrow \quad 2^{k+1} + 1$$

Dimostra questa proprietà per induzione sui valori di k attenendoti allo schema delineato qui sotto.

```
(define ufo
  (lambda (n)
    (cond ((= n 1)
           1)
          ((even? n)
           (- (* 2 (ufo (quotient n 2))) 1))
          (else
           (+ (* 2 (ufo (quotient n 2))) 1))
          )))
```

- Formalizza la proprietà generale da dimostrare:

- Formalizza la proprietà che esprime il caso / i casi base:

- Formalizza l'ipotesi induttiva:

- Formalizza la proprietà da dimostrare come passo induttivo:

- Dimostra il caso / i casi base:

- Dimostra il passo induttivo:

Riporta in modo chiaro negli appositi spazi le soluzioni degli esercizi, oppure precise indicazioni se alcune soluzioni si trovano in un foglio separato. Scrivi inoltre il tuo nome nelle intestazioni e su ciascun ulteriore foglio che intendi consegnare.