

□

ESERCIZI

1. Dimostrare per induzione che per ogni $n \geq 1$ vale:

$$\left(5 - \frac{5}{2}\right) \cdot \left(5 - \frac{5}{3}\right) \cdot \dots \cdot \left(5 - \frac{5}{n}\right) = \frac{5^{n-1}}{n}$$

2. Sia A l'insieme delle stringhe composte usando le cifre $\{0, 1\}$ e di lunghezza maggiore o uguale a 2:

- (a) Sia E la seguente relazione d'equivalenza su A :

$$a_1 a_2 \dots a_n E b_1 b_2 \dots b_m \Leftrightarrow a_1 = b_1 \text{ e } a_n = b_m$$

- i. Determinare la classe d'equivalenza della stringa 01.
- ii. Determinare il numero di classi d'equivalenza della relazione E ed un insieme di rappresentanti per tali classi.

- (b) Sia R la seguente relazione su A :

$$a_1 a_2 \dots a_n E b_1 b_2 \dots b_m \Leftrightarrow a_1 = b_1 \text{ oppure } a_2 = b_2$$

Determinare se R è riflessiva, simmetrica o transitiva.

3. Sia $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ la funzione definita da $f(n, m) = 2n + m$. Determinare se la funzione f è iniettiva, suriettiva o biunivoca.