

□

ESERCIZI

1. Dimostrare per induzione che per ogni $n \geq 2$ si ha

$$3^n + 4^n \leq 5^n$$

2. Considerare la relazione d'equivalenza R sull'insieme $A = \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*$ delle coppie di numeri naturali non nulli definita da:

$$(m, n)R(k, h) \Leftrightarrow (\text{resto della divisione intera di } m \text{ per } n) = (\text{resto della divisione intera di } k \text{ per } h).$$

- (a) Determinare la classe d'equivalenza della coppia $(1, 1)$.
- (b) Quali dei seguenti insiemi è un insieme di rappresentanti per le classi d'equivalenza di R su A ?
(giustificare le risposte!)
- (i) $\{(n, n) : n \in \mathbb{N}^*\}$; (ii) $\{(n, m) : n, m \in \mathbb{N}^*, n < m\}$; (iii) $\{(1, 1)\} \cup \{(n, n+1) : n \in \mathbb{N}^*\}$.
3. (a) Inventare un codice RSA con modulo $m = 85$.
- (b) Trovare un numero n con $0 \leq n < 24$ tale che $n \equiv_{24} 26^{10} - 22 \cdot 23^{12}$.