Corso di Programmazione

Esame del 24 Settembre 2019

cognome e nome

Risolvi i seguenti esercizi giustificando sinteticamente le risposte.

1. Programmazione e argomenti procedurali in Scheme

Data una lista `s` di interi positivi e diversi fra loro, la procedura `lis-list` restituisce la *lista* delle sottosequenze crescenti più lunghe di `s`. Per esempio:

```
(lis-list '(27 7 18 49 8 15 53 1 28 6))   →   ((7 8 15 28) (7 8 15 53) (7 18 49 53))
```

Completa il programma riportato nel riquadro sottostante, che si basa sull'idea sviluppata nell'esercizio di laboratorio in relazione al problema in esame.

```
(define lis-list    ; s: lista non vuota di interi positivi e diversi fra loro
  (lambda (s)
    (lis-rec s 0)
    ))


(define lis-rec
  (lambda (s t)
    (cond ((null? s)
           ..................................................................... )
          ((< (car s) t)
           ..................................................................... )
          (else
           (better (lis-rec (cdr s) t)
                   (map ..........................................................
                        (lis-rec (cdr s) (car s))
                        )))
          )))


(define better
  (lambda (u v)
    (cond ( ..........................................................
           v)
          ( ..........................................................
           u)
          (else
           ..................................................................... )
          )))
```

2. Verifica formale della correttezza

```
(define square        ; val: intero
  (lambda (n)         ; n ≥ 0  intero
    (sqr-rec n 1 0)
    ))
```

```
(define sqr-rec
  (lambda (x y z)
    (if (> x 0)
        (sqr-rec (- x 1) (+ y 2) (+ z y))
        z
        )))
```

In relazione alla procedura `sqr-rec`, riportata qui sopra a destra, si può dimostrare che:

$$\forall\, i, j, k \in \mathbf{N} \;.\; \texttt{(sqr-rec } i\ j\ k\texttt{)} \;\rightarrow\; k + i \cdot (i + j - 1)$$

Dimostra questa proprietà per induzione sul valore di i attenendoti allo schema impostato qui sotto.

- Formalizza la proprietà che esprime il caso / i casi base:

- Formalizza l'ipotesi induttiva:

- Formalizza la proprietà da dimostrare come passo induttivo:

- Dimostra il caso / i casi base:

- Dimostra il passo induttivo:

- Infine, in relazione alla procedura `square` riportata sopra a sinistra, dimostra che `(square` n`)` $\rightarrow n^2$:

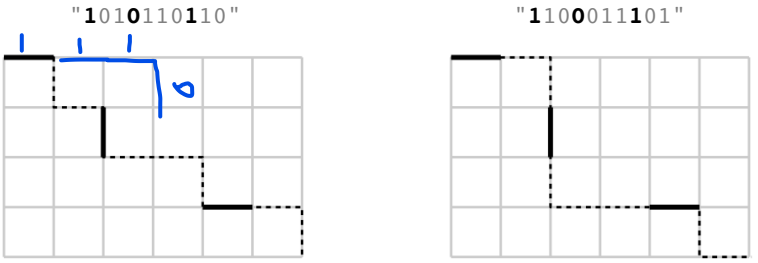
3. Programmazione in Java

Gli argomenti del metodo statico `commonStretches` sono due stringhe `u`, `v` composte solo dai caratteri `'0'` e `'1'`, entrambe con esattamente *m* occorrenze di `'0'` ed *n* occorrenze di `'1'`. Tali stringhe rappresentano due *percorsi di Manhattan* in un reticolo di *m* x *n* tratti di strada, dove `'0'` denota uno spostamento verticale e `'1'` orizzontale. Date le stringhe `u`, `v`, il metodo `commonStretches` calcola il numero di tratti di strada comuni ai due percorsi, numero che può variare da *0* a *m*+*n*, nel secondo caso quando i due percorsi (e quindi le due stringhe) coincidono. Per esempio:

```
commonStretches( "1010110110", "1100011101" )   →   3   // m = 4, n = 6
```

Affinché un certo tratto sia comune a due percorsi, questi devono passare per lo stesso nodo (incrocio) e lo spostamento successivo deve chiaramente procedere nella stessa direzione (orizzontale o verticale). I due percorsi passano per lo stesso nodo se una parte iniziale (prefisso) delle stringhe che li rappresentano è composta dallo stesso numero di `'0'` e dallo stesso numero di `'1'`; inoltre, lo spostamento che segue va nella stessa direzione se il carattere successivo delle due stringhe coincide.

Nell'esempio questa situazione si verifica in corrispondenza ai caratteri in posizione *0*, *3* e *7* come illustrato dalla figura qui a lato.



Definisci in Java il metodo statico `commonStretches` in accordo con le specifiche indicate.

4. Programmi ricorsivi in Java

```
public static long q( int i, int j, int k ) {   // i, j, k >= 0
  long x = ( i < 2 ) ? i : q( i-2, j, k );
  long y = ( j < 2 ) ? j : q( i, j-2, k );
  long z = ( k < 2 ) ? k : q( i, j, k-2 );
  long m = x + y + z;
  return ( m == 0 ) ? 1 : m;
}
```

In relazione al metodo statico riportato sopra, determina il risultato restituito dalle seguenti invocazioni:

`q(0,0,0)` → ..... `q(3,2,1)` → .....

`q(1,1,1)` → ..... `q(2,1,5)` → .....

`q(1,3,1)` → ..... `q(3,3,3)` → .....

5. Memoization

Applica la tecnica *top-down* di *memoization* per realizzare una versione più efficiente del metodo `q` dell'esercizio **4**.