ESERCIZI EM 17/18 1. NOTAZIONE PER INSIEMI E PRIME OPERAZIONI

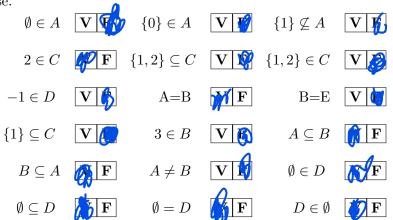
(1) Siano A, B, C, D, E i seguenti insiemi:

$$A = \{0, -1, 1\}, \qquad B = \{x \in \mathbb{Z} : x(x^2 - 1) = 0\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ è un numero pari}\} \quad D = \{x \in \mathbb{N} : x < 0\}$$

$$E = \{x \in \mathbb{N} : x(x^2 - 1) = 0\}.$$

Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali sono false.



(2) Quali fra le seguenti notazioni sono corrette per denotare l'insieme dei numeri naturali che sono potenze del numero 10? In caso negativo, spiegare perché la notazione non è corretta.

a.
$$1, 10, 100, \dots, 10^n, \dots$$
 b. $\{10^n : n \in \mathbb{N}\}$ c. 10^n d. $\{1, 10, 100, \dots, 10^n\}$ e. $\{10^n\} : n \in \mathbb{N}$ f. $\{x : x \text{ è una potenza di } 10\}$ g. $\{x \in \mathbb{N} : x \text{ è una potenza di } 10\}$ h. $\{1, 10, 100, \dots, 10^n, \dots\}$

(3) Trovare (possibilmente più di una) notazione corretta per ognuno dei seguenti insiemi, descritti nel linguaggio naturale. Se viene indicato il termine "con operazione" almeno una notazione deve usare l'unione o l'intersezione fra insiemi (come nella soluzione del primo punto seguente).

1

(a) l'insieme dei numeri naturali compresi fra 4 e 7, con operazione possibili soluzioni:

 $\{n \in \mathbb{N} : 4 < n < 7\}, \text{ oppure } \{n \in \mathbb{N} : 4 < n\} \cap \{n \in \mathbb{N} : n < 7\}$

- (b) l'insieme di numeri naturali maggiori di 7;
- (c) l'insieme vuoto;
- (d) l'insieme che contiene sia i numeri naturali dispari che i multipli di 6, con operazione;
- (e) l'insieme che contiene i numeri naturali dispari maggiori di 11, con operazione;
- (f) l'insieme dei numeri naturali che hanno resto 2 nella divisione per 3;
- (g) l'insieme dei numeri naturali che hanno 1 come ultima cifra decimale;
- (h) l'insieme delle stringhe di 4 caratteri binari 0, 1;
- (i) l'insieme delle stringhe di 4 caratteri binari 0, 1 che iniziano e finiscono con lo stesso carattere, con operazione;
- (j) l'insieme dei numeri interi che non sono divisibili né per 3, né per 4, con operazione.
- (4) Siano A l'insieme dei numeri primi, C l'insieme dei numeri pari, D l'insieme dei multipli di 4. Si ha:

(5) Siano A, B, C, D i seguenti insiemi:

$$A = \{3n : n \in \mathbb{N} \text{ e } n > 2\}, \quad B = \{x \in \mathbb{N} : x(x-1) = 2\}$$

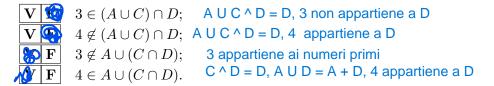
$$C = \{x \in \mathbb{Z} : x(x-1) = 2\}, \quad D = \{n \in \mathbb{N} : n \text{ è divisibile per } 3\}$$

Stabilire la verità o meno delle seguenti affermazioni:

$$A \cup C = A \quad \boxed{\mathbf{V}} \quad A \cap C = C \quad \boxed{\mathbf{V}} \quad B = C \cup B \quad \boxed{\mathbf{F}}$$

$$A \cap B \subseteq C \quad \boxed{\mathbf{F}} \quad D \cup A = D \quad \boxed{\mathbf{F}} \quad D \cap A = D \quad \boxed{\mathbf{V}} \quad \boxed{\mathbf{F}}$$

(6) Siano A l'insieme dei numeri primi, C l'insieme dei numeri pari, D l'insieme dei multipli di 4. Si ha:



(7) Considerare i seguenti insiemi:

$$A = \{2n+1 : n \in \mathbb{N}\}, B = \{2n-1 : n \in \mathbb{N} \text{ e } n \ge 1\},$$

$$C = \{2(n+1) : n \in \mathbb{N}\}, D = \{2(n+1)-1 : n \in \mathbb{N}\}$$

Stabiire quali delle seguenti affermazioni sono vere:

```
A = B; 2n + 1 e 2n - 1= insieme dei numeri dispari
A \subseteq B; A={1, 3, 5, ...} = B= {1, 3, 5, ...}
\overline{\mathbf{V}} A\subseteq C; i numeri dispari partono da 1, ma 1 non appartiene a \mathbf{C}
         A \subseteq D; A = \{1, 3, 5, 7, ...\} = D

D \subseteq A.
```

 $B \setminus C = vuoto - C = vuoto$

- (8) (a) Se $B=\emptyset$, a cosa è uguale l'insieme $A\setminus (B\setminus C)$? E l'insieme A vuoto = A $(A \setminus B) \setminus C?A \setminus vuoto = A --> A \setminus C$
 - (b) L'operzione di differenza fra insiemi è associativa?
- (9) Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono sempre vere, qualsiasi siano gli insiemi A, C, D. Nel caso in cui l'affermazione non sia sempre vera, indicare concretamente tre insiemi A, C, D per cui la proprietà non vale.

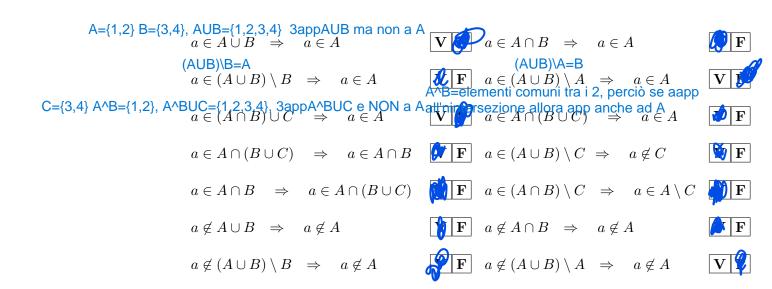
qualsiasi insieme intersecato a D dà gli elementi comuni tra l'insieme e $(A \cup C) \cap D \subseteq D;$ $\stackrel{\cdot}{\mathsf{D}}$, di conseguenza sarà un sotto insieme di D

$$(A \cup C) \cap D \subseteq A; \qquad \mathsf{A} = \{1,2\} \ \mathsf{C} = \{3,4\} \ \mathsf{D} = \{1,3\} \quad \mathsf{A} \ \mathsf{U} \ \mathsf{C} = \{1,2,3,4\} \ ^\mathsf{D} = \{1,3\} \ \mathsf{NON}$$
 sottoinsieme di A

 $(A \cup C) \cap D \subseteq A \cup D;$ A ^ D = tutti gli elementi comuni tra A e D appartengono all'unione di A e B

tutti gli elementi comuni tra C e D, appartengono all'insieme di tutti i numeri comuni tra AUC e D, perche AUC contiene tutti gli elementi di C

(10) Siano A, B insiemi qualsiasi. Stabilire quali delle seguenti affermazioni sono sempre vere e quali sono false per opportune scelte di A, B.



(11) Considera i seguenti insiemi A_i , con $i \in \mathbb{N}$:

Determinare gli insiemi
$$\bigcup_{i=0}^3 A_i, \quad \bigcup_{i=0}^n A_i, \quad \bigcup_{i=0}^\infty A_i, \quad \bigcap_{i=0}^3 A_i, \quad \bigcap_{i=0}^n A_i, \quad \bigcap_{i=0}^\infty A_i.$$

 $A_i = \{-i, -(i-1), \dots, -1, 0, 1, \dots, i-1, i\}$

(12) Dimostrare che, dati due insiemi A, B vale:

$$A \setminus B = B \setminus A \ \text{ se e solo se } \ A = B$$
 (not
are il se e solo se. . .)

A\B = tutti gli elementi di A senza quelli di B B\A = tutti gli elementi di B senza quelli di A affinchè sia vero i due insiemi devono essere uguali in modo che A\B=vuoto = B\A