MA0748 - FISICA PER I DISPOSITIVI IOT

Lorenzo Santi

AA 2021/22 – Lezione 9 31/03/2022

Argomenti della lezione di oggi

- L’oscilloscopio
- Il generatore di funzioni
- Correnti e campi magnetici
  - L’induzione elettromagnetica
- L’induttore
- I circuiti RL

L’oscilloscopio

Nell’esperienza 3, in cui tratteremo il processo di carica e scarica di un condensatore, avremo a che fare con circuiti nei quali correnti e tensioni cambiano nel tempo.

Per tale ragione, non è possibile usare un multimetro per effettuare le misure: abbiamo bisogno di uno strumento che registri i valori di una data grandezza elettrica in una sequenza temporale.

Tale strumento è l’oscilloscopio. Con esso vengono acquisiti **valori di tensione** in un certo intervallo di tempo e visualizzati o, nei modelli più recenti, digitalizzati e salvabili come file (in una struttura dati chiamata **waveform**).

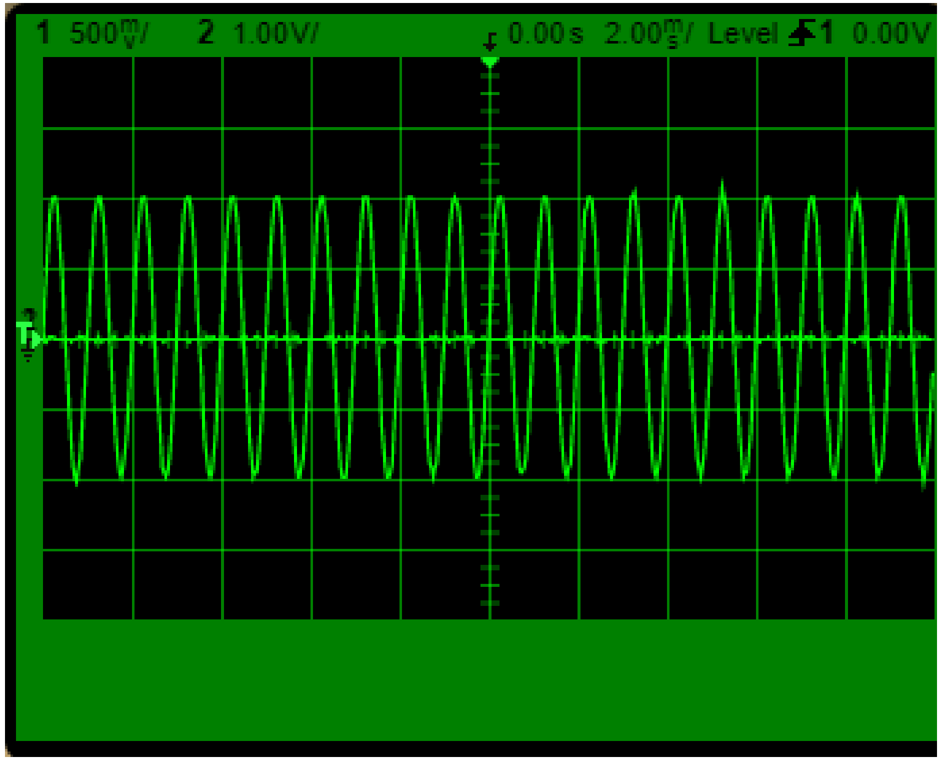
Anche gli oscilloscopi si suddividono in due categorie: analogici e digitali. I principi di funzionamento, dal punto di vista dell’utente, sono simili e quindi li illustrerò riferendomi alla sola versione digitale.

In un **oscilloscopio digitale**, il **segnale di tensione** in ingresso viene **campionato da un ADC**.

Questa conversione può essere effettuata mediante flash ADC o, in dispositivi più economici e meno performanti, con una strategia in cui la portata dello strumento viene suddivisa in più intervalli ed ogni intervallo viene esplorato in sequenza con un flash ADC di dimensioni ridotte, per risparmiare componenti ma non allungare troppo il tempo di conversione.

Ad esempio, con una portata di 100V, si può pensare di suddividere tale intervallo in sottointervalli di 10V, ognuno dei quali viene esplorato successivamente dal flash ADC che fornisce una risposta tra 10 valori possibili (con un «valore fuori dalla scala»). Successivamente le 10 risposte (una per ogni intervallo) vengono combinate in un unico valore di misura. Sono così necessari solo 10 convertitori ADC, ed il tempo di elaborazione è 10 volte quello di una singola conversione (con una rampa di tensione sarebbe stato 100 volte, con la stessa precisione).

Ripetendo l'operazione di conversione ad istanti di tempo successivi, ciascuno ad intervalli costanti Δt (**intervallo di campionamento**) si ottiene una serie di N coppie di valori (t_i, V_i) in cui t_i è il cosiddetto **timestamp** (identificativo dell'istante in cui è stata effettuata la misura) e V_i il valore misurato di tensione in tale istante.



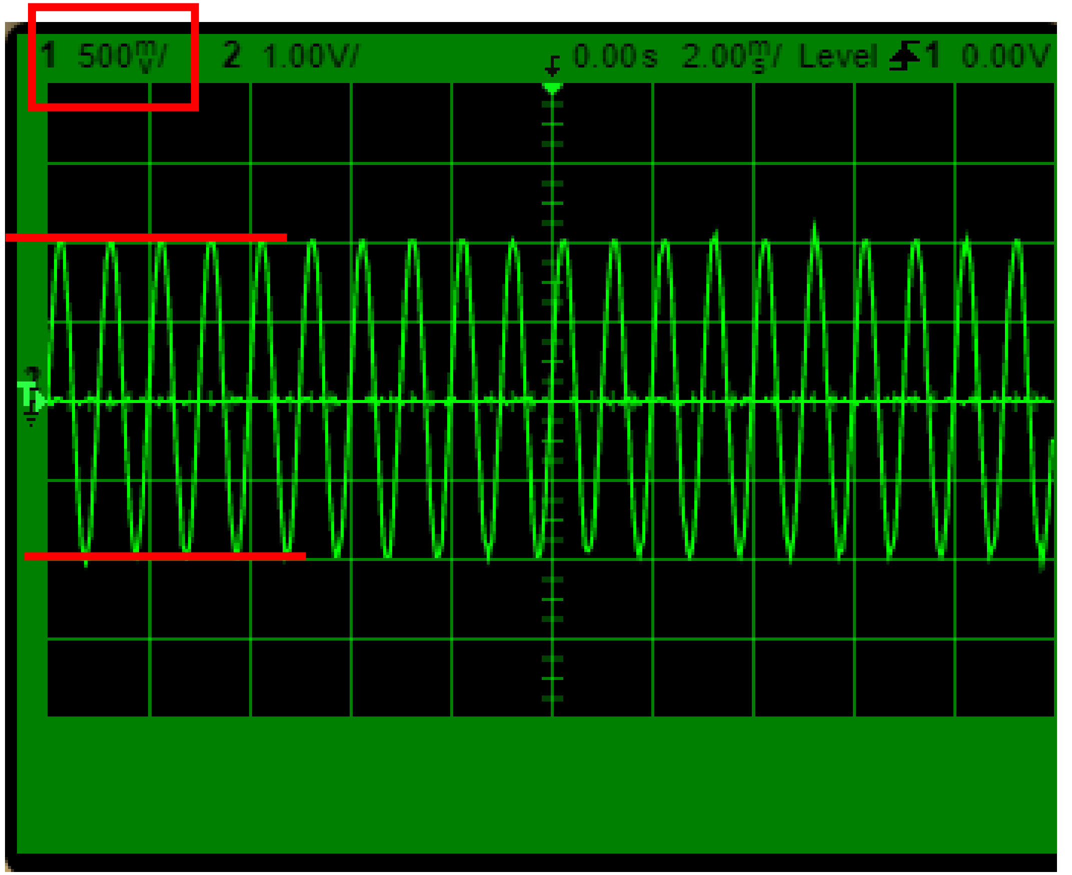
L'insieme delle N coppie costituisce la parte di dati della waveform. L'intervallo di tempo campionato viene chiamato **sweep** (spazzata).

Il risultato può poi essere visualizzato su uno schermo, come nella figura sopra: le coppie (t_i, V_i) sono rappresentate da punti di ascissa t_i e ordinata V_i.

Il segnale rappresentato ha la forma di un andamento sinusoidale nel tempo.

Ha una ampiezza che è leggibile direttamente sullo schermo: le due righe rosse corrispondono ai valori massimi e minimi dell’andamento.

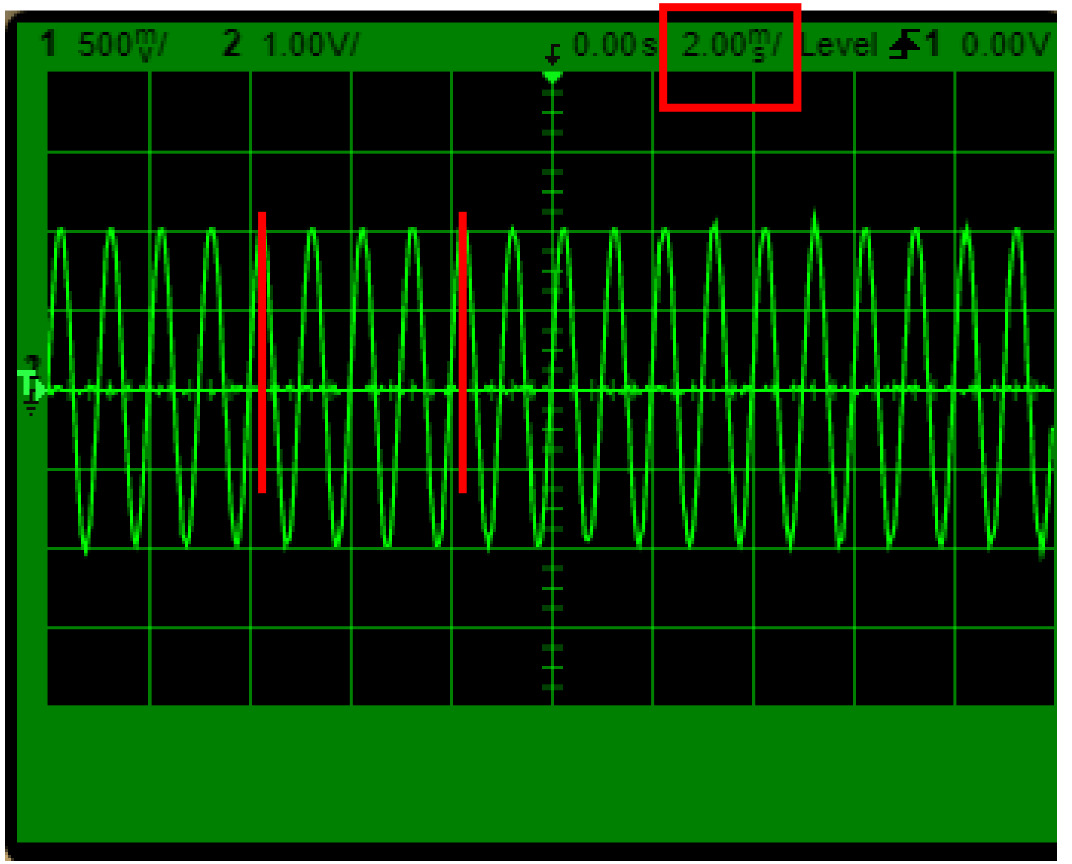
Queste righe distano tra di loro quattro divisioni verticali. Nel riquadro rosso in alto a sinistra è riportato il **valore di tensione corrispondente ad una divisione**.



Esso risulta di 500 mV per divisione, per cui il segnale varia tra -1 V e +1 V (ammesso che la linea centrale corrisponda a tensione nulla)

La scala verticale può essere modificata, per meglio visualizzare il segnale.

In maniera analoga si possono leggere dei tempi: ad esempio le due righe rosse (corrispondenti agli istanti di tempo in cui l'andamento raggiunge un valore massimo) distano tra di loro di quattro divisioni orizzontali.



Nel riquadro in rosso è riportato il **valore di intervallo di tempo equivalente ad una divisione orizzontale**: 2.00 ms.

Le due linee rosse corrispondono allora a istanti di tempo distanti 4.00 ms.

Poiché esse corrispondono a due massimi distanti quattro oscillazioni, il periodo del segnale risulta di 1.00 ms.

Anche la scala orizzontale (**base dei tempi**) è configurabile opportunamente.

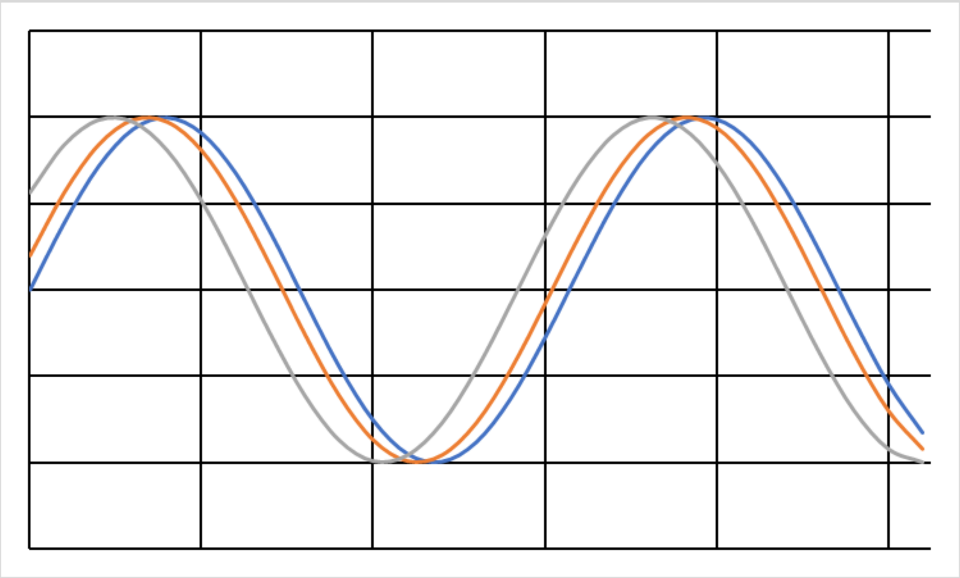
Un problema sorge quando si vuole vedere come l’andamento evolve nel tempo.

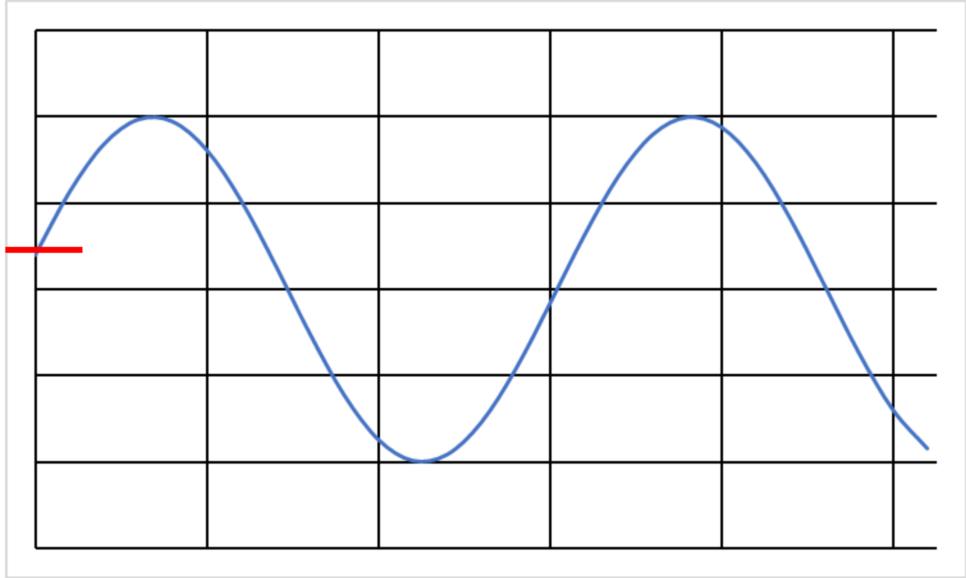
Sempre nell’ipotesi di un segnale sinusoidale, se facciamo partire la conversione ad un istante scelto a caso, sweep successive risultano disallineate in tempo, generando confusione sullo schermo.

Si può risolvere il problema, richiedendo che l’acquisizione del segnale incominci ad istanti di tempo corrispondenti sempre alla stessa fase.

Ad esempio, che l’istante iniziale della conversione sia quello in cui il valore della tensione superi quello indicato dalla linea rossa.

In questo modo tutte le successive sweep saranno allineate tra di loro.



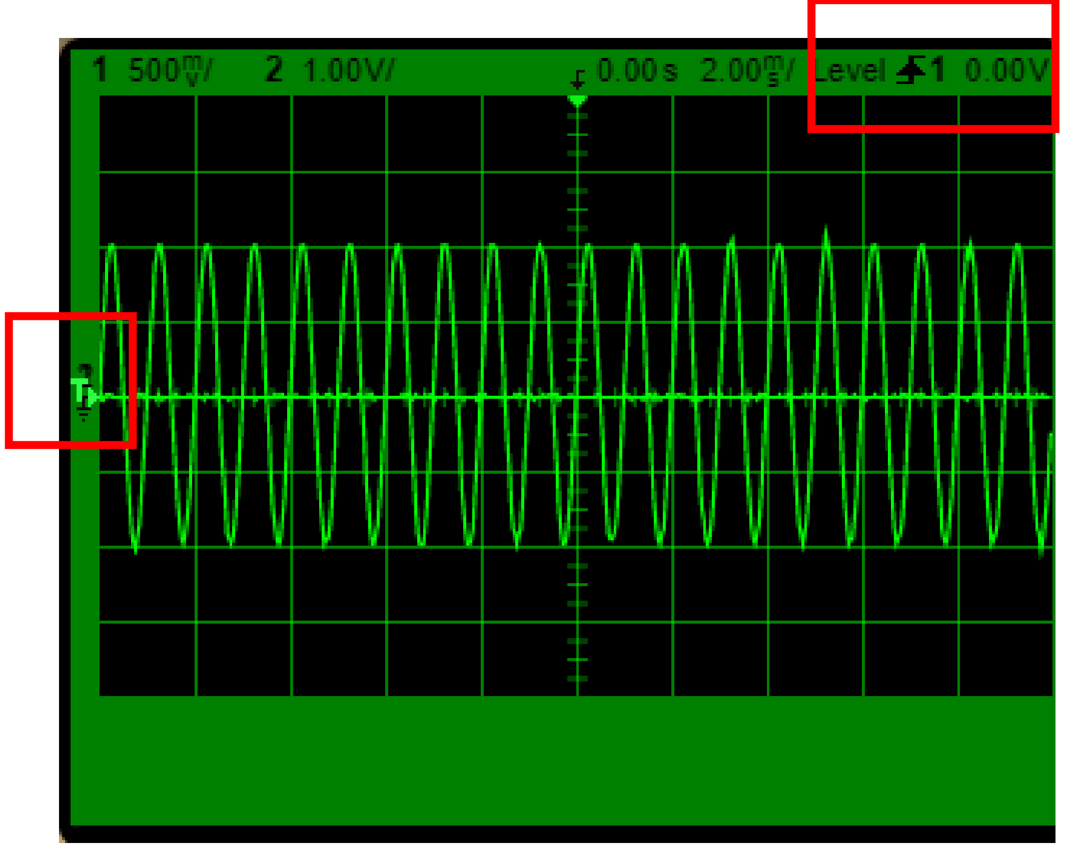


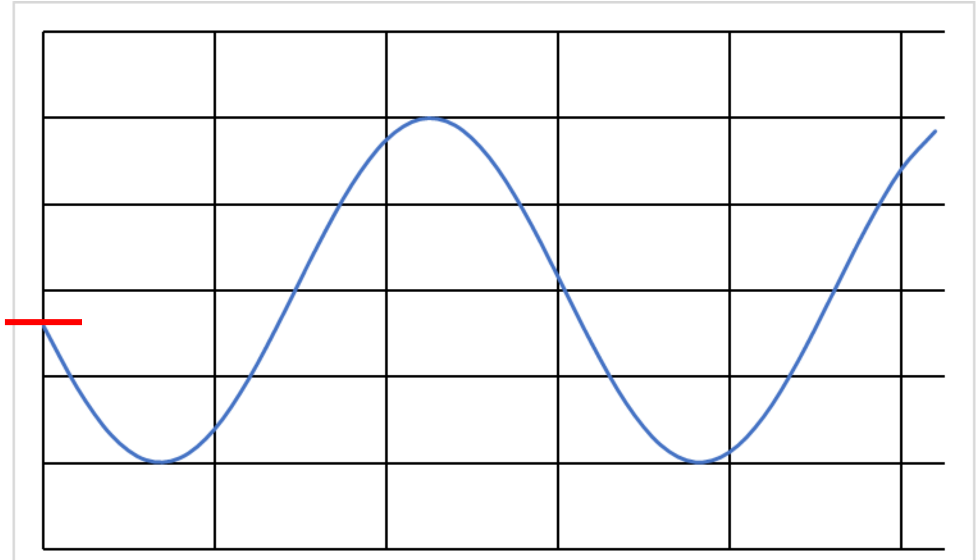
Questo può essere effettuato attivando il **trigger**.

Nell’esempio di figura, lo sweep incomincia quando il segnale è in crescita (simbolo nel riquadro rosso in alto) e supera un valore di 0.00 V

Nel riquadro a sinistra viene mostrato il livello di trigger sullo schermo.

È possibile anche selezionare trigger per segnali in discesa, come mostrato nella figura sottostante.





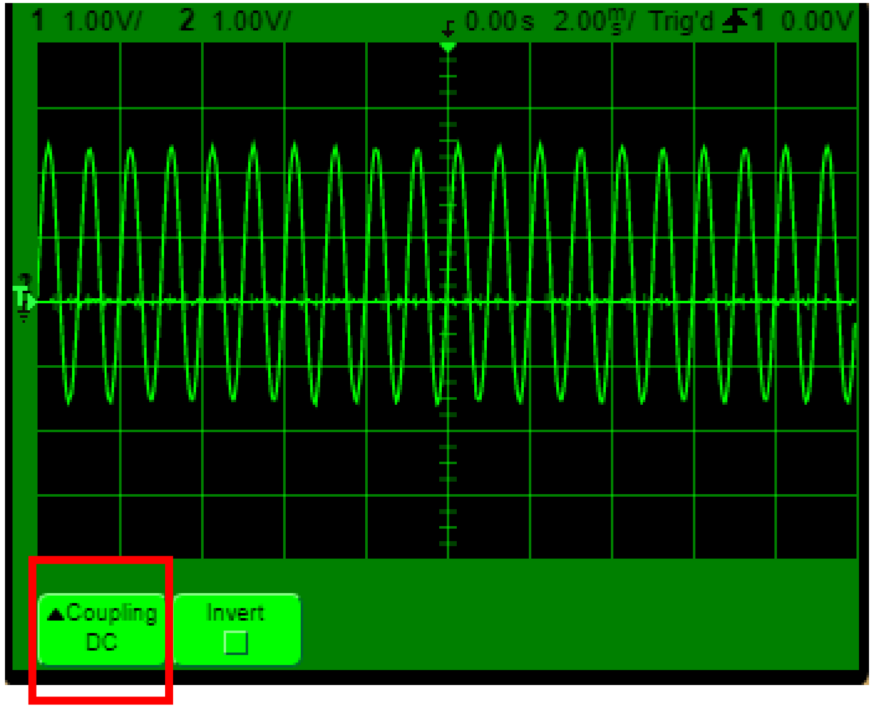
Un’altra funzionalità importante è l’accoppiamento (**coupling**) del segnale in ingresso.

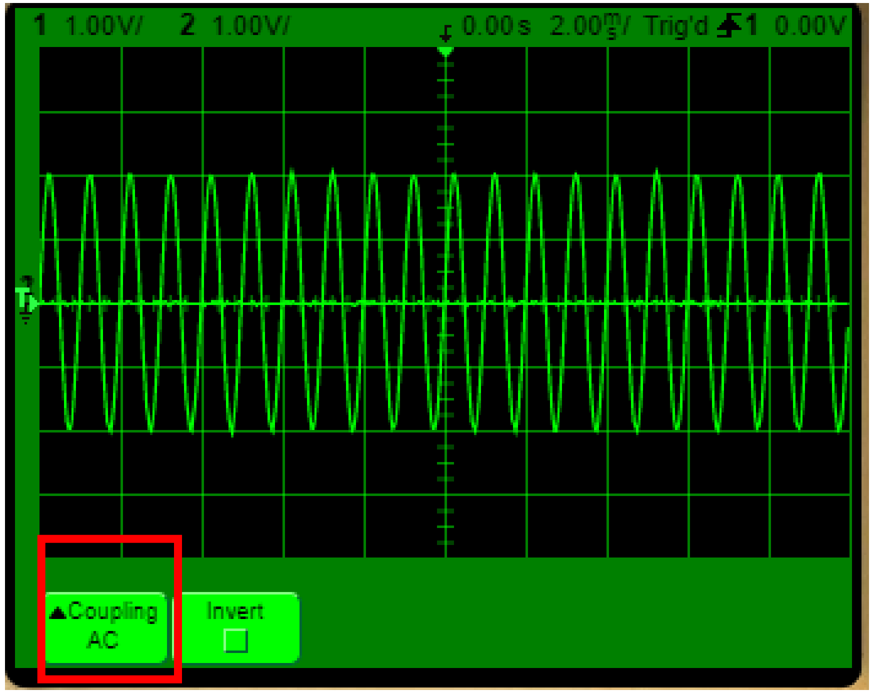
Consideriamo il segnale sinusoidale mostrato nella figura in alto, che ha un piccolo offset positivo: il segnale non è centrato sullo zero.

Ciò si vede bene nel cosiddetto accoppiamento **DC** (Direct Current): il segnale viene mostrato così come è.

Selezionando invece l’accoppiamento **AC** (Alternate Current) il segnale viene filtrato e l’offset eliminato, centrandolo sullo zero.

Questa funzionalità è utile quando si vuole osservare piccoli segnali sommati a grandi valori di tensione.





Il generatore di funzioni

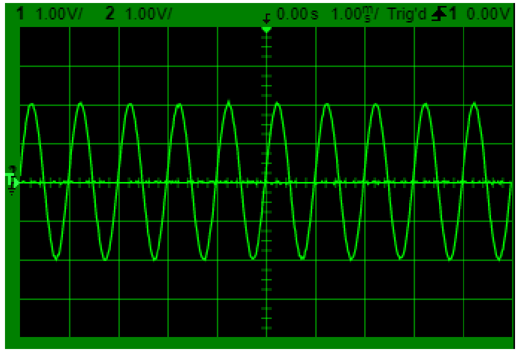
Il generatore di funzioni è un dispositivo che genera in uscita una waveform elettrica, cioè un segnale in tensione periodico di forma particolare.

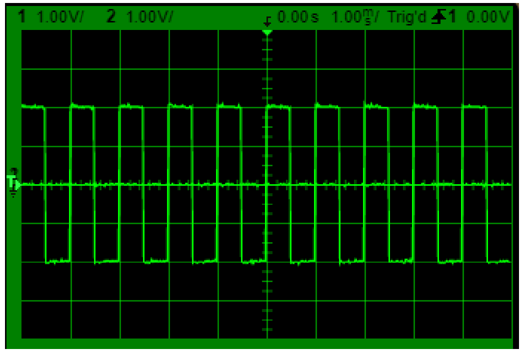
Tipicamente le forme disponibili sono quelle illustrate a fianco: di seguito

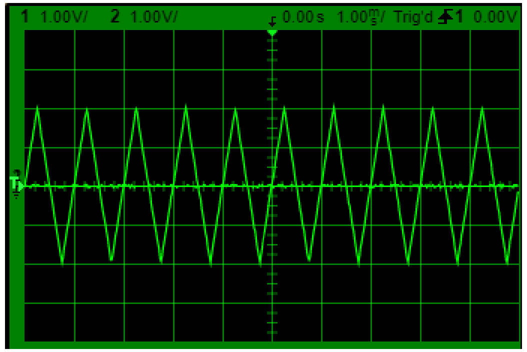
- Onda sinusoidale - Onda quadra
- Onda triangolare - Onda a dente di sega

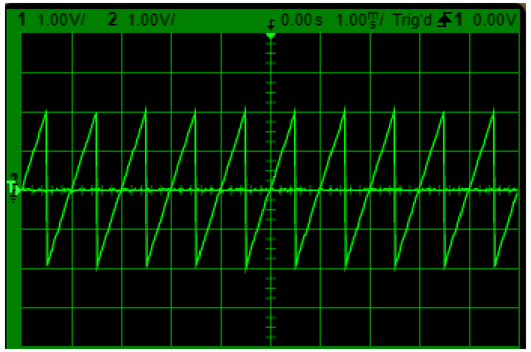
I parametri utili per caratterizzare il segnale prodotto sono

- La frequenza ν, legata al periodo T: $\nu = 1/T$
- L'ampiezza A
- L'offset: un valore costante intorno al quale oscilla il segnale.







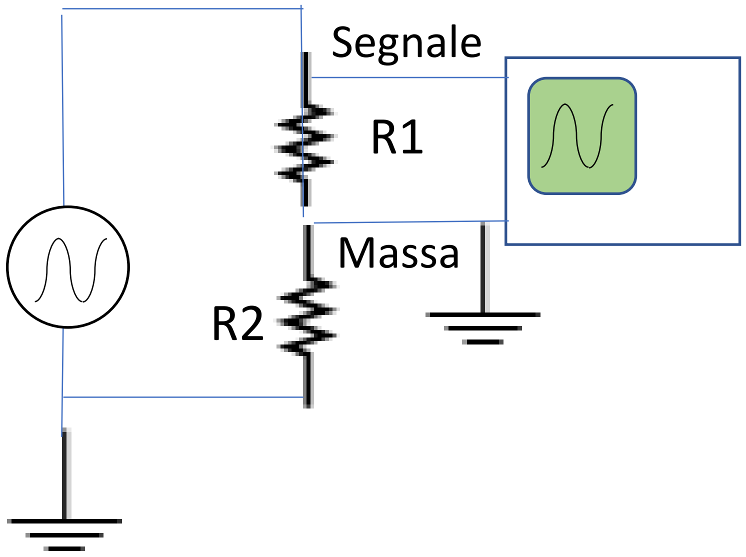


Gli oscilloscopi ed alcuni generatori di funzioni hanno una caratteristica comune per le connessioni rispettivamente di ingresso e di uscita:

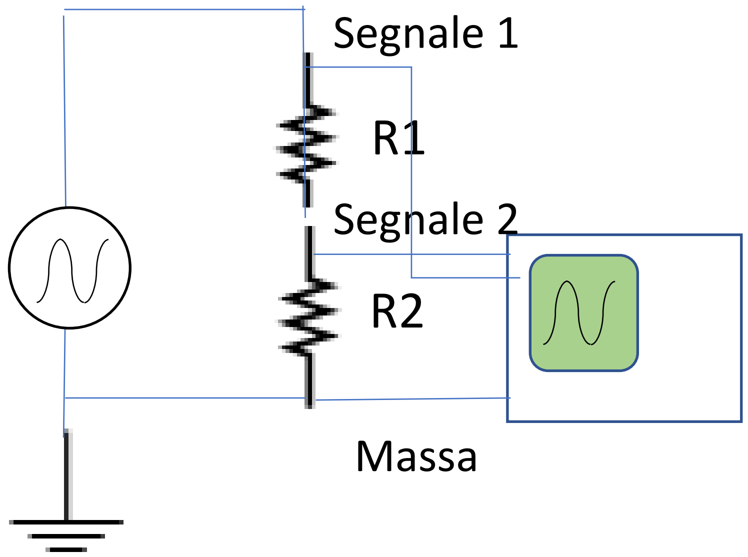
- **Il terminale negativo** è di **riferimento** ed è collegato internamente alla massa dello strumento (la quale, attraverso la linea di alimentazione elettrica, **è collegata alla terra**)

Ne segue che in questi strumenti solo il **polo positivo** (chiamato **di segnale**) può essere collegato ad un punto qualsiasi di un circuito e la tensione è riferita al collegamento a terra.

Ad esempio, nel circuito accanto, l’oscilloscopio (rappresentato dall’icona rettangolare con uno schermo) non può essere usato per acquisire direttamente il segnale ai capi della resistenza R1: in figura la resistenza R2 è in **corto circuito** con la terra e quindi il circuito è formato dalla sola R1.



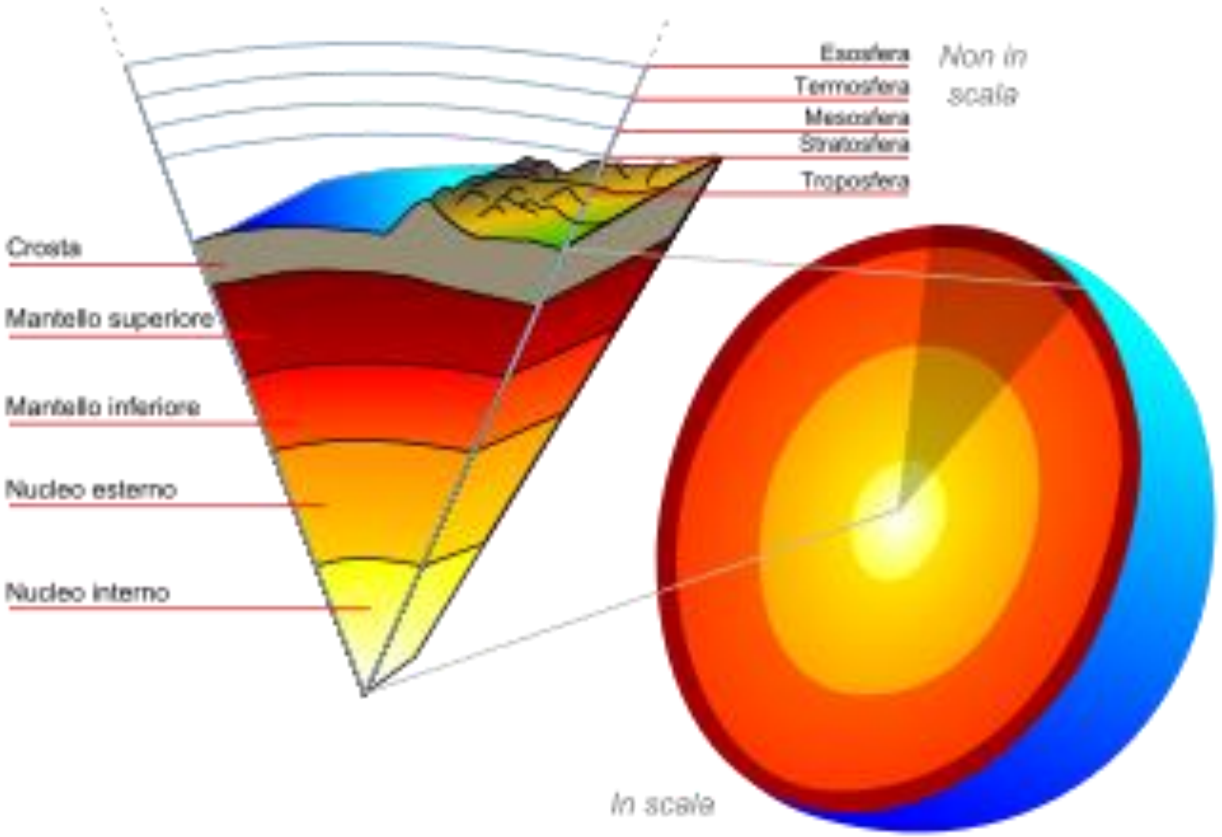
Si può ovviare al problema in maniera semplice, acquisendo contemporaneamente i segnali ai capi di R2 e di R1+R2, facendo poi una differenza dei segnali acquisiti.



Correnti e campi magnetici

Il flusso di una corrente modifica le proprietà dello spazio circostante, generando quello che viene chiamato campo magnetico.

Storicamente, una delle evidenze sperimentali di questo fenomeno deriva dal campo magnetico generato dalla rotazione del nucleo esterno della Terra.

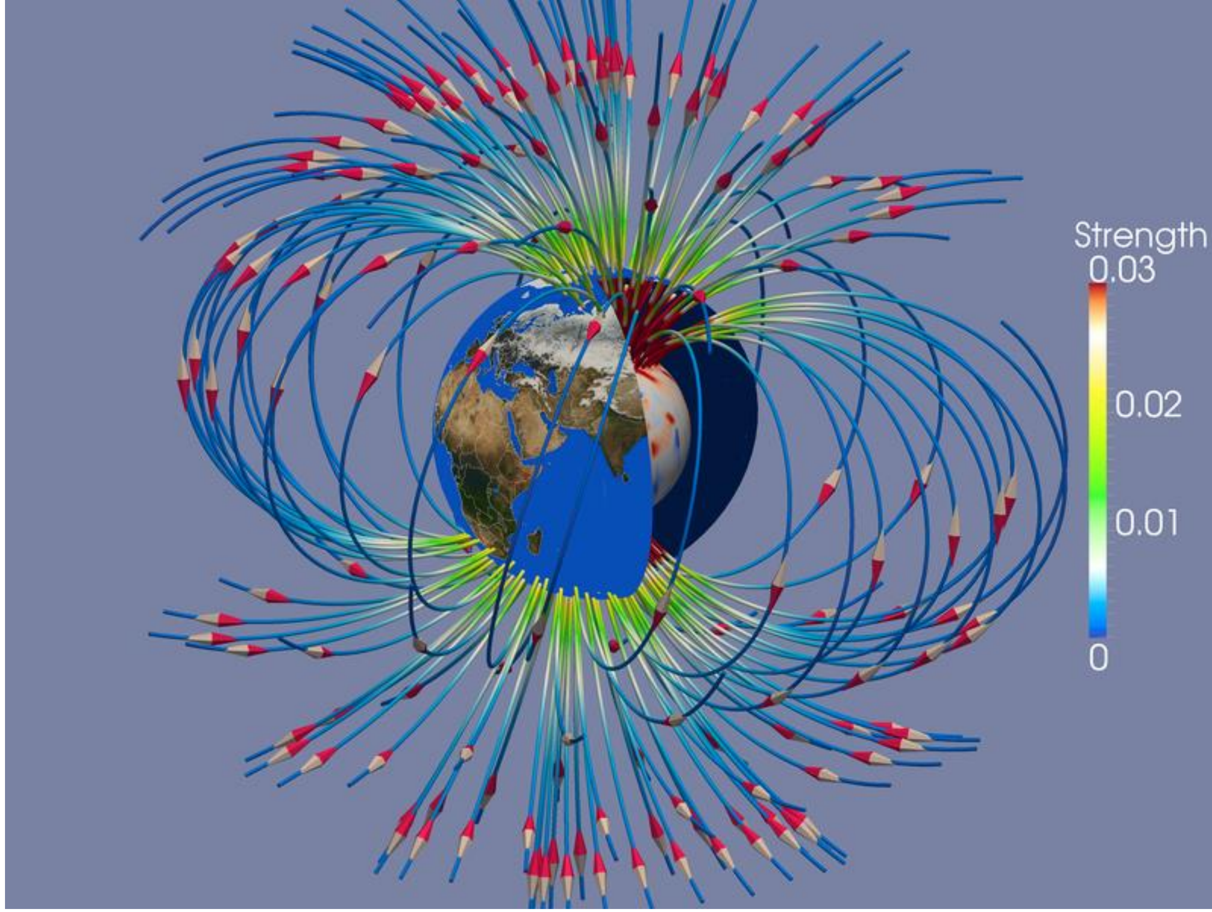


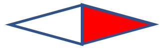
Il nucleo esterno è un guscio dello spessore di circa 2000 km formato da composti di ferro ad alta temperatura ed allo stato liquido.

La rotazione di tale guscio genera correnti intense, circolanti approssimativamente attorno all’asse di rotazione terrestre.

Le correnti associate alla rotazione del nucleo esterno generano a loro volta un **campo magnetico**, che può essere **esplorato mediante una bussola**.

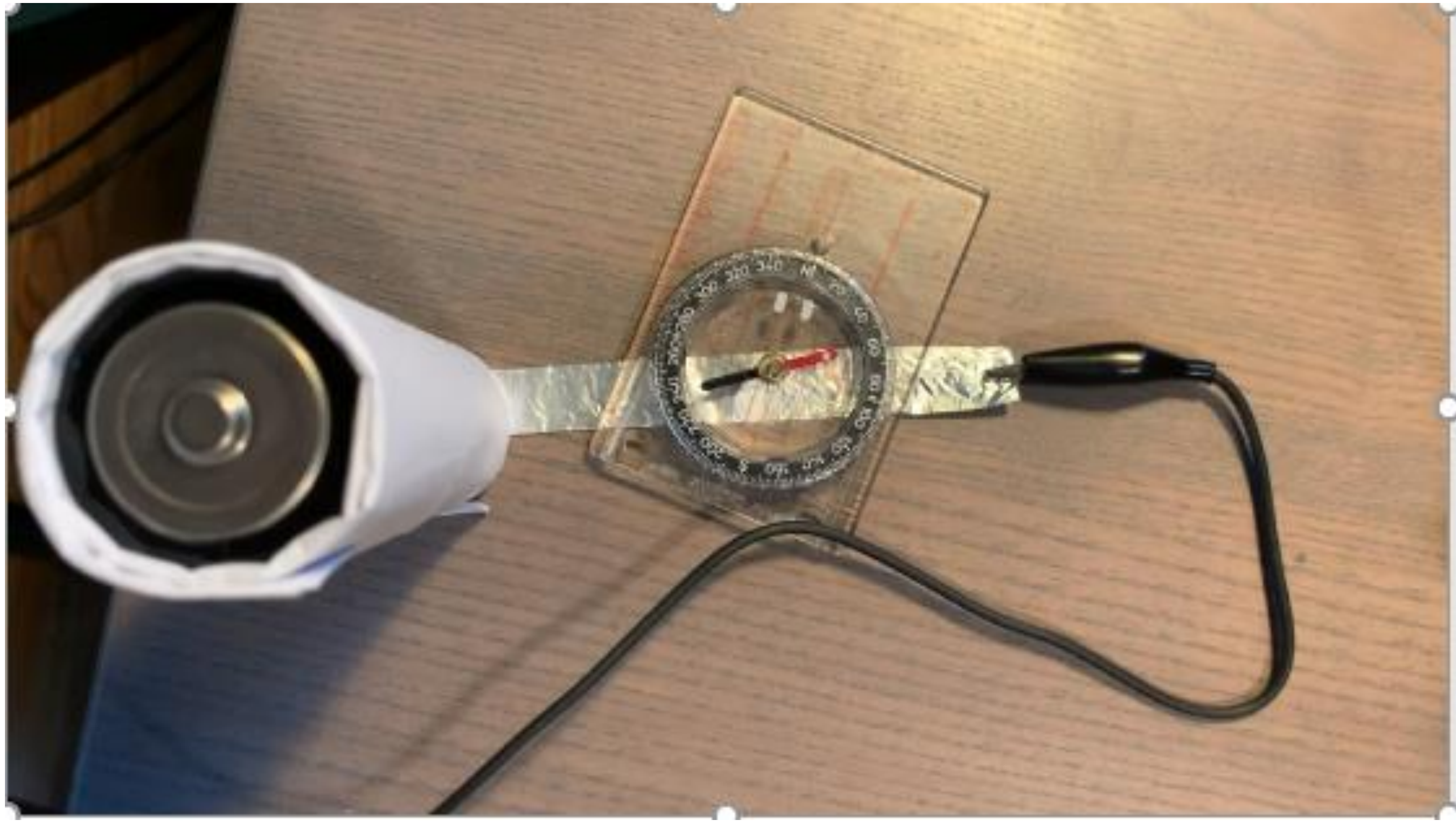
Il **campo magnetico** è una grandezza che è caratterizzata oltre che da un valore numerico (**intensità**) anche da una direzione: ad esempio la **direzione** lungo la quale si allinea l'ago di una bussola.



Nella figura sono illustrate le direzioni del campo magnetico in vari punti al di sopra della superficie terrestre, mediante le direzioni degli aghi di varie bussole (rappresentate dal simbolo )

Le linee su cui giacciono sono le cosiddette linee di campo magnetico, curve per ogni punto delle quali la direzione indicata dalla bussola è tangente ad esse.

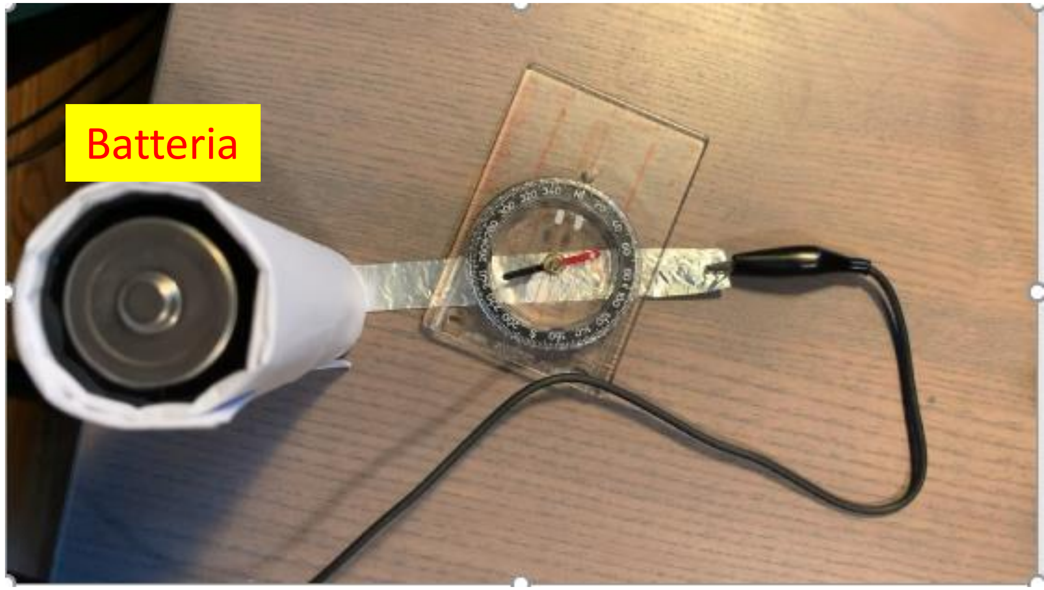
Si può realizzare in piccolo, facendo scorrere in un conduttore una corrente (relativamente grande) ed osservando il suo effetto sull'ago di una bussola posta accanto.

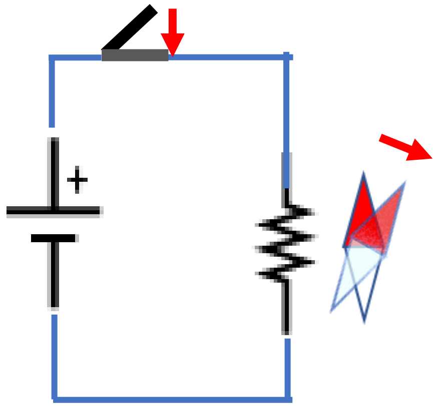


(video di YouTube https://www.youtube.com/watch?v=drAqUTJ7WTs&t=1s)

Col circuito aperto, l’ago della bussola risulta allineato con la direzione locale del campo magnetico terrestre.

Chiudendo il circuito e collegando così la batteria, della corrente fluisce nel conduttore e l’ago tende a ruotare in una direzione ortogonale al flusso di tale corrente (non ci riesce completamente, poiché c’è ancora l’effetto del campo magnetico terrestre).





L’effetto dipende da due parametri tipici

- l’intensità della corrente circolante (maggiore è la corrente, maggiore è il campo magnetico)
- la geometria del conduttore in cui circola la corrente: ad esempio, nel solenoide rappresentato in figura, il campo magnetico generato da una corrente circolante in esso risultato all’interno del solenoide tanto più intenso quanto più dense sono le spire nell’avvolgimento

Il caso del campo magnetico prodotto da una corrente circolante in un solenoide è particolare: risulta approssimativamente costante nel volume cilindrico racchiuso dall’avvolgimento e praticamente nullo al di fuori di esso.

L’induzione elettromagnetica

Per creare un campo magnetico in una regione di spazio (ad esempio, nel volume racchiuso dal solenoide) **è necessario spendere energia**: l’energia complessiva associata al sistema comprende un termine di energia dipendente dall’intensità del campo magnetico.

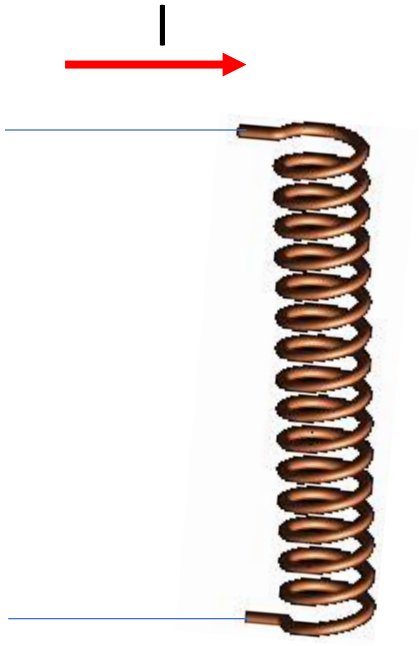
Indichiamo con B l’intensità di tale campo (nel Sistema Internazionale B viene espresso con una unità di misura chiamata Tesla ed è equivalente a $\frac{J}{Am^2}$): il termine di energia associata al campo magnetico sarà $U_{magn}(B)$.

$\boldsymbol{U_{magn}(B)}$ risulta essere **proporzionale a $\boldsymbol{B^2}$**, con una costante che dipende dalla geometria del solenoide.

Sia I il valore di corrente circolante che genera il campo di valore B: sarà $\boldsymbol{B} \propto \boldsymbol{I}$ (questo perché la corrente associata al moto di ogni portatore di carica contribuisce indipendentemente al valore di campo magnetico ed i contributi si sommano tra di loro).

In condizioni stazionarie il conduttore che forma il solenoide si comporta come una normale resistenza e non ha altri effetti sulla circolazione di I.

Se supponiamo di variare la corrente, diminuendola di una quantità ΔI in un intervallo di tempo Δt, allora anche il valore del termine di energia $U_{magn}(B)$ deve variare di una quantità ΔU_{magn} (negativa).

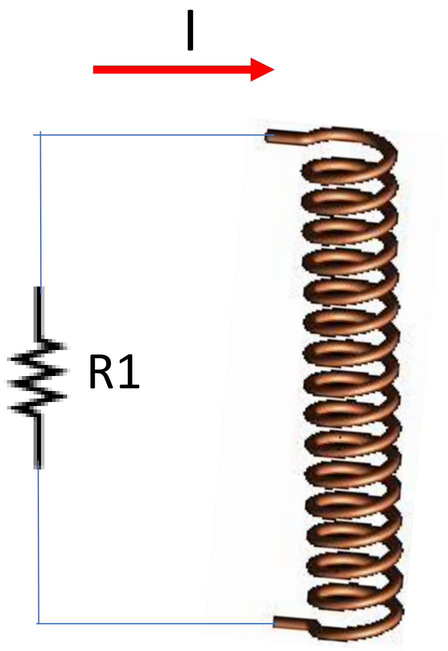


Questo è quanto succede nel circuito rappresentato in figura.

Consideriamo l’espressione dell’energia totale associata

$$E = U_{int}(T) + U_{magn}$$

($U_{int}(T)$ è l’energia interna del resistore, che tende a scaldarsi per effetto Joule, mentre non consideriamo l’energia cinetica associata al moto dei portatori di carica, perché comunque molto più piccola degli effetti che stiamo considerando).



Per la conservazione dell’energia $\Delta E = 0$ avremo

$$\Delta U_{int}(T) + \Delta U_{magn} = 0$$

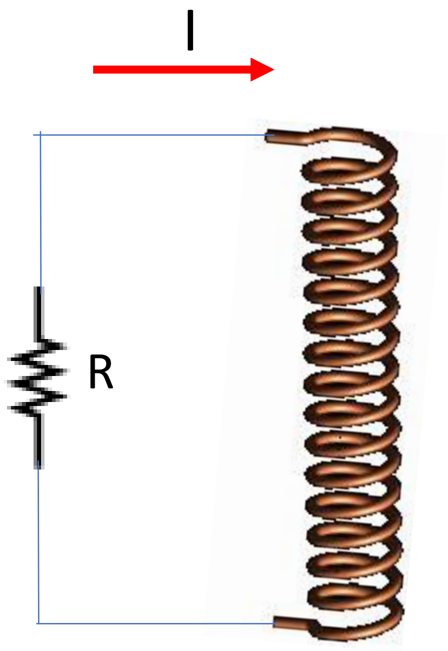
Avremo così

$$\Delta U_{int}(T) = -\Delta U_{magn}$$

Poiché la variazione di energia interna è pari alla potenza dissipata $|\Delta V_R\ I|$ dalla resistenza per l'intervallo di tempo considerato Δt avremo

$$|\Delta V_R I\ \Delta t|\ \cong \Delta U_{int}(T) = -\Delta U_{magn}$$

(come al solito, il simbolo di approssimazione è dovuta che in Δt sia la corrente che la tensione ai capi del resistore variano: la relazione è tanto più corretta quanto più piccolo è l'intervallo Δt considerato)

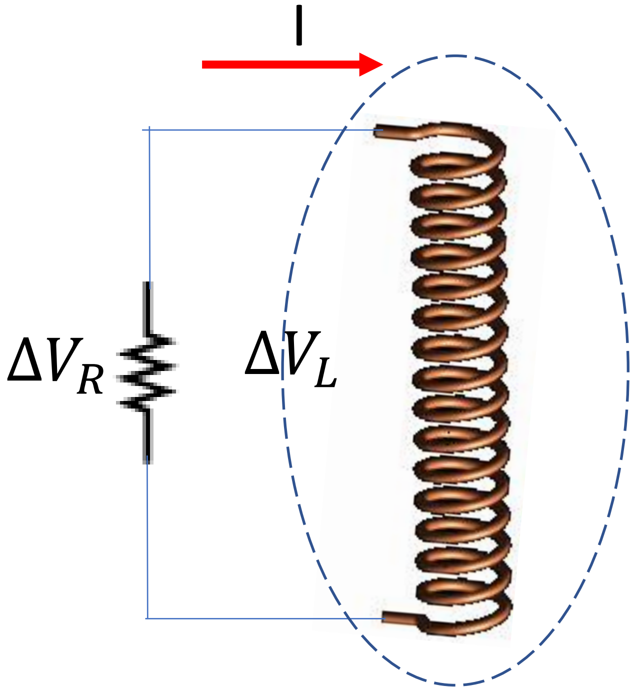


$$\Delta U_{magn} \cong -|\Delta V_R I \,\Delta t|$$

Quindi l'energia immagazzinata nel solenoide diminuisce col tempo.

All'interno del solenoide, le leggi di Kirchhoff non funzionano. Però possiamo considerare (dall'esterno) l'intero avvolgimento come una componente circuitale, con una corrente circolante I ed una ddp ΔV_L ai capi.

Per un circuito di questo genere, le leggi delle maglie e dei nodi funzionano.



Dalla legge delle maglie abbiamo

$$\Delta V_L = -\Delta V_R \cong \Delta U_{int}(T)/(I\,\Delta t)$$
$$= -\Delta U_{magn}/(I\,\Delta t)$$

Abbiamo detto in precedenza che $U_{magn} \propto B^2$ e che $B \propto I$. Ne segue

$$\Delta U_{magn} \propto \Delta(B^2) \propto \Delta(I^2)$$

Avremo

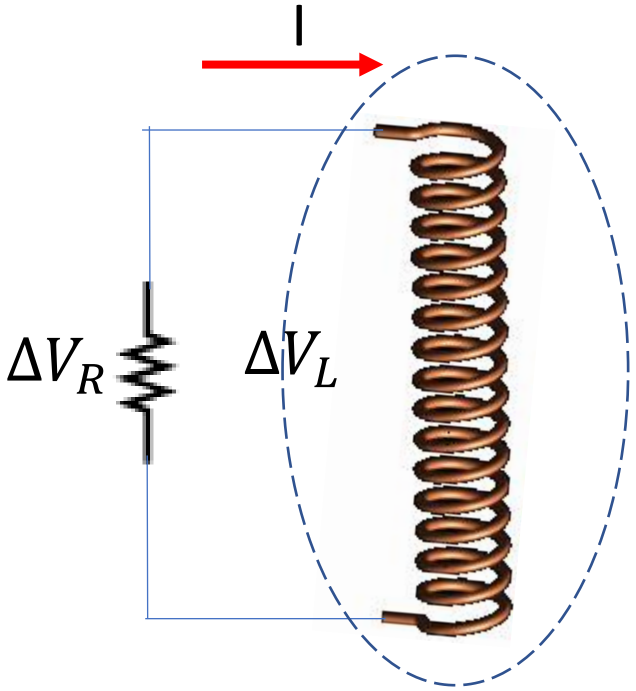
$$\Delta(I^2) = (I + \Delta I)^2 - I^2 = 2\,I\,\Delta I + (\Delta I)^2$$

Se consideriamo intervalli di tempo abbastanza piccoli affinché $\Delta I \ll I$ possiamo scrivere

$$\Delta(I^2) \cong 2\,I\,\Delta I$$

E alla fine

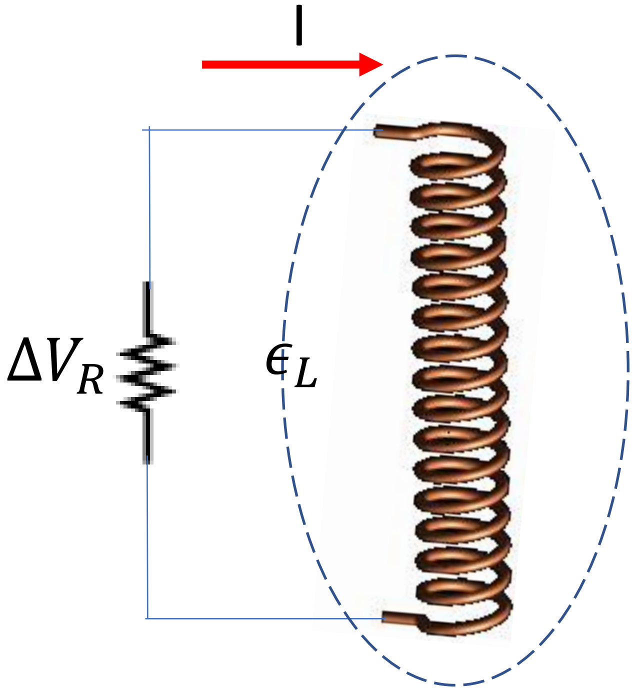
$$\Delta V_L \propto -2\,I\,\frac{\Delta I}{I\,\Delta t} \propto -\frac{\Delta I}{\Delta t}$$



La relazione $\Delta V_L \propto -\frac{\Delta I}{\Delta t}$

può essere dimostrata rigorosamente nell'ambito della teoria dell'elettromagnetismo.

Essa deriva dalla **legge dell'induzione elettromagnetica di Faraday**: non può essere spiegata in termini di soli potenziali elettrici, per cui usare la notazione ΔV_L per il termine relativo al solenoide nel bilancio delle ddp nella maglia illustrata in figura è improprio.



Più correttamente si usa il termine di f.e.m. (**forza elettromotrice indotta**) ed il simbolo ϵ per indicarla.

Introducendo la f.e.m, la precedente relazione viene riscritta come

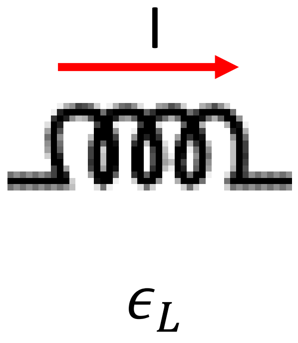
$$\epsilon_L \propto -\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

e la legge delle maglie viene riformulata in questo modo:

La somma delle ddp e delle f.e.m. incontrate circolando lungo una maglia chiusa è nulla.

L’induttore

L’induttore è un dispositivo tipicamente realizzato con un conduttore avvolto in spire, il cui prototipo è il solenoide.



La relazione tra corrente circolante e la f.e.m. ai capi del dispositivo risulta

$$\epsilon_L \cong -L\,\frac{\Delta I}{\Delta t}$$

ove la costante L dipende dalla geometria dell’induttore e dai materiali che lo compongono (di norma l’eventuale resistenza dell’induttore è sufficientemente piccola da poter essere trascurata).

L viene chiamata induttanza e nel Sistema Internazionale viene espressa in termini di Henry (H), cioè J/A^2oppure ${}^{V}\!/_{A/s}$

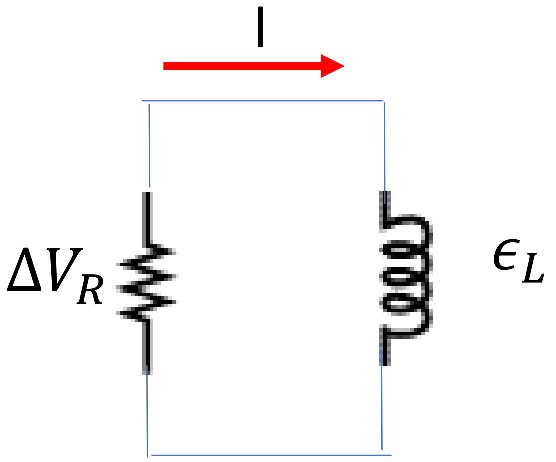
Circuito RL

Consideriamo di nuovo il circuito formato da un resistore connesso con un induttore in una maglia.

La legge della maglia ci dice

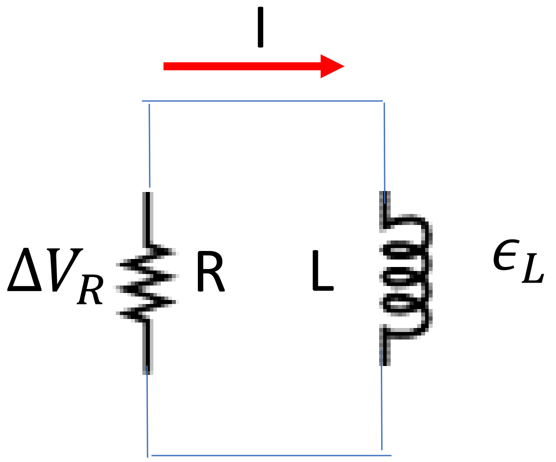
$$\Delta V_R + \varepsilon_L = 0$$

Per correnti costanti, la f.e.m. ε_L è nulla (la corrente non varia) e quindi anche ΔV_R: ne segue che non circola corrente.



Supponiamo ora invece che nello stato iniziale ci sia un certa corrente I_0 circolante: ne segue

$$\Delta V_R + \varepsilon_L = 0$$
$$\Delta V_R = -R\, I$$
$$\epsilon_L \cong -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$$



cioè

$$-L\frac{\Delta I}{\Delta t} \cong \epsilon_L = -\Delta V_R = R\, I$$

e quindi

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} \cong -\frac{1}{L/R}\, I$$

Ma la relazione

$$\frac{\Delta I}{\Delta t} \cong -\frac{1}{L/R}\ I$$

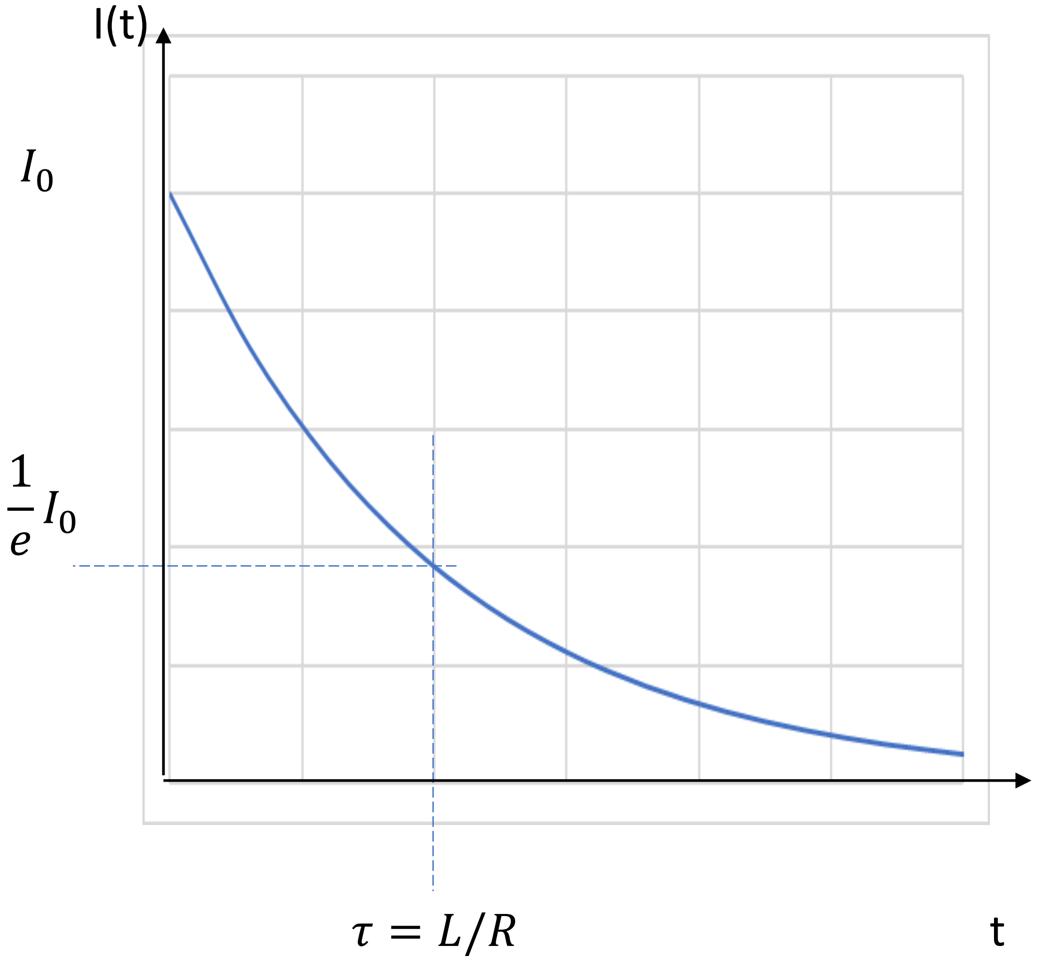
è quella di un di andamento esponenzialmente decrescente nel tempo

$$I(t) = I_0 \exp(-\frac{t}{\tau})$$

ove il tempo proprio è dato dal denominatore del fattore a secondo membro

$$\tau = L/R$$

Come nel caso del circuito RC (condensatore e resistore) lo stato asintotico coincide con la soluzione stazionaria.



In maniera analoga si ricava che per un circuito in cui è inserito anche un alimentatore e nel quale la corrente iniziale è nulla, la dipendenza del tempo della corrente risulta

$$I(t) = \frac{\Delta V}{R}\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right)$$

con la stessa costante di tempo $\tau = L/R$