

Selezione degli esercizi proposti attraverso la piattaforma moodle.

### 1. Programmi in Scheme

Dati due numeri  $x$  e  $y$ , la procedura `pair` “costruisce” la coppia dei relativi valore medio e semidifferenza (non negativa), rispettivamente  $(x+y)/2$  e  $|x-y|/2$  (dove per *coppia* si intende una lista di due elementi).

Inoltre, date due liste numeriche della stessa lunghezza, la procedura `pair-list` applica `pair` e restituisce la lista delle coppie valore medio e semidifferenza relative agli elementi con la stessa posizione nelle due liste.

Esempi:

```
(pair 4.8 1.2) → (3.0 1.8)           (pair 3.5 5.7) → (4.6 1.1)
(pair 8.1 0.3) → (4.2 3.9)           (pair 5.0 3.0) → (4.0 1.0)
(pair-list '(4.8 3.5 8.1) '(1.2 5.7 0.3)) → ((3.0 1.8) (4.6 1.1) (4.2 3.9))
(pair-list '(5.3 4.3 3.3) '(2.5 4.5 6.5)) → ((3.9 1.4) (4.4 0.1) (4.9 1.6))
```

#### 1.1. Definisci in Scheme la procedura `pair`:

```
(define pair
  (lambda (x y) ;x y INTERI
    (list
      (/ (+ x y) 2) ;(x+y)/2
      (/ (abs (- x y)) 2) ;|x-y|/2
    )
  )
)
```

#### 1.2. Utilizzando `pair`, definisci in Scheme la procedura `pair-list`:

```
(define pair-list
  (lambda (list1 list2)
    (if (or (null? list1) (null? list2))
      ;UNA DELLE 2 è VUOTA
      null ; oppure '()
      ;ELSE
      (append
        (list (pair (car list1) (car list2))) ;crea una lista contenente la lista restituita da pair
        (pair-list (cdr list1) (cdr list2)) ;richiama pair-list togliendo il primo elemento delle liste
      )
    )
  )
)
```

## 2. Ricorsione ad albero

La procedura `lcs-align`, impostata qui sotto, risolve una variante del problema della *sottosequenza comune più lunga* (LCS), identificando quali caratteri devono essere rimossi dalle due stringhe  $u$  e  $v$  passate come argomento affinché le rispettive parti restanti, che costituiscono la LCS, possano essere “allineate”. Più specificamente, `lcs-align` restituisce una coppia di liste, la prima contenente i caratteri da rimuovere da  $u$ , la seconda quelli da rimuovere da  $v$  (riportati nell'ordine in cui compaiono in  $u$  e  $v$ ). Per esempio:

```
(lcs-align "ac" "bc")      → ((#\a) (#\b))
(lcs-align "atrio" "arto") → ((#\t #\i) (#\t))
(lcs-align "epico" "esilio") → ((#\p #\c) (#\s #\l #\i))
```

**2.1.** Completa la definizione della procedura `lcs-align` inserendo opportune espressioni negli spazi indicati

[ `string->list` restituisce la lista dei caratteri di una stringa; `(cadr  $x$ )` è un'abbreviazione di `(car (cdr  $x$ ))` ]:

```
(define lcs-align ; val: coppia di liste di caratteri
  (lambda (u v) ; u, v: stringhe
    (let ((m (string-length u)) (n (string-length v))
          )
      (cond ((or (= m 0) (= n 0))
              (list (string->list u) (string->list v))
            )
            ((char=? (string-ref u 0) (string-ref v 0))
              .....
            )
            (else
              (let ((du (lcs-align (substring u 1) v))
                    (dv ..... )
                  )
                (if (> (+ (length (car du)) (length (cadr du)))
                    (+ (length (car dv)) (length (cadr dv)))
                    )
                  (list (car dv) (cons (string-ref v 0) (cadr dv)))
                  .....
                )))
            ))))
```

**2.2.** Con riferimento alla valutazione di `(lcs-align "ac" "bc")`, quali sono i valori associati alle variabili `du` e `dv` nella prima invocazione della procedura ricorsiva `lcs-align`?

`du` = .....

`dv` = .....

### 3. Verifica formale della correttezza

In relazione alla procedura  $f$  così definita:

```
(define f      ; val: intero
  (lambda (x y) ; x, y: interi positivi, tali che  $x \leq y$ 
    (if (= x y)
        (+ x y -1)
        (let ((z (quotient (+ x y) 2)))
          (+ (f x z) (f (+ z 1) y))
        ))
    ))
```

si può dimostrare per induzione sul valore della differenza  $n-m$  che per ogni coppia di interi  $m, n$  tali che  $0 < m \leq n$ :

$$(f\ m\ n) \rightarrow n^2 - (m-1)^2$$

**3.1.** In relazione alla dimostrazione impostata in questi termini:

- Formalizza la proprietà che esprime il caso / i casi base:



---

---

Assumendo come ipotesi induttiva che per un certo valore  $k$  intero non negativo si abbia che:

ogni coppia di interi positivi  $m, n$  tali che  $n-m \leq k$ :  $(f\ m\ n) \rightarrow n^2 - (m-1)^2$

- Formalizza la proprietà da dimostrare come passo induttivo:



---

---

**3.2.** Completa la definizione della procedura  $sq$  per calcolare il quadrato di un intero positivo riportando gli argomenti appropriati di  $f$ :

```
(define sq      ; val: intero
  (lambda (n)   ; n: intero positivo

    (f ..... )

  ))
```

#### 4. Procedure con argomenti e valori procedurali

Il programma per realizzare la procedura `parity-check?`, impostato qui sotto, simula un controllo di parità relativo a una sequenza di parole binarie, tutte della stessa lunghezza, contenute in una lista. Immaginando di incolonnare le parole della sequenza, si tratta di verificare che il numero di 1 presenti in ciascuna colonna sia pari; se è effettivamente così per ogni colonna, allora il controllo ha successo e `parity-check?` restituisce il valore booleano *true*, altrimenti fallisce e `parity-check?` restituisce *false*.

Per esempio:

```
(parity-check? '("0110" "1000" "1011" "0101")) → true
(parity-check? '("0110" "1100" "1011" "0101")) → false
```

4.1. Completa il programma per realizzare `parity-check?` inserendo opportune espressioni negli spazi indicati:

```
(define parity-check? ; val: booleano
  (lambda (words) ; words: lista non vuota di stringhe di 0/1 della stessa lunghezza
    (rec-check? words 0 (string-length (car words)))
  ))

(define rec-check?
  (lambda (words k n)
    (if (< k n)
        (let ((kths (map (bit k) words))) ; kths: lista dei valori dei bit in posizione k nelle parole di words
          (if (even? (count-ones kths))
              (rec-check? words (+ k 1) n)
              .....
          ))
        true
    )))

(define bit
  ( .....
  ))

(define count-ones
  (lambda (cs)
    (if (null? cs)
        .....
        (+ (car cs) ..... )
    )))
```

4.2. Qual è il valore associato alla variabile *kths* nella prima invocazione di `rec-check?` nel corso della valutazione di `(parity-check? '("0110" "1100" "1011" "0101"))`?

Valore associato a *kths*: .....

Selezione degli esercizi proposti attraverso la piattaforma moodle.

**1. Programmi in Scheme**

Dati due caratteri  $x$  e  $y$ , la procedura `pair` “costruisce” la coppia ordinata alfabeticamente dei due valori ricevuti come argomento (dove per *coppia* si intende una lista di due elementi).

Inoltre, date due liste di caratteri della stessa lunghezza, la procedura `pair-list` applica `pair` e restituisce la lista delle coppie ordinate alfabeticamente degli elementi che hanno la stessa posizione nelle due liste argomento.

Esempi:

```
(pair #\q #\n) → (#\n #\q)          (pair #\c #\x) → (#\c #\x)
(pair #\t #\t) → (#\t #\t)          (pair #\b #\a) → (#\a #\b)
(pair-list '(#\q #\c #\t) '(#\n #\x #\t)) → ((#\n #\q) (#\c #\x) (#\t #\t))
(pair-list '(#\1 #\3 #\5) '(#\4 #\2 #\0)) → ((#\1 #\4) (#\2 #\3) (#\0 #\5))
```

**1.1.** Definisci in Scheme la procedura `pair`:**1.2.** Utilizzando `pair`, definisci in Scheme la procedura `pair-list`:

## 2. Ricorsione ad albero

La procedura `lcs-align`, impostata qui sotto, risolve una variante del problema della *sottosequenza comune più lunga* (LCS), identificando quali caratteri di  $v$  sono “allineati” con la LCS degli argomenti  $u$ ,  $v$  e quali invece non lo sono, rimpiazzando questi ultimi con degli underscore “\_”. Più specificamente, `lcs-align` restituisce una coppia composta dall’intero che rappresenta la lunghezza della LCS di  $u$ ,  $v$  e dalla rielaborazione di  $v$  in cui i caratteri che non fanno parte della LCS sono sostituiti da underscore (simbolo che si assume non faccia parte di  $u$  e  $v$ ). Per esempio:

```
(lcs-align "ac" "bc")      → (1 "_c")
(lcs-align "atrio" "arto") → (3 "ar_o")
(lcs-align "epico" "esilio") → (3 "e_i__o")
```

**2.1.** Completa la definizione della procedura `lcs-align` inserendo opportune espressioni negli spazi indicati  
[ `(cadr x)` è un’abbreviazione di `(car (cdr x))` ]:

```
(define lcs-align ; val: coppia intero/stringa
  (lambda (u v) ; u, v: stringhe
    (let ((m (string-length u)) (n (string-length v))
          )
      (cond ((= n 0) (list 0 ""))
            ((= m 0)
              (let ((w (lcs-align u (substring v 1))))
                (list 0 (string-append "_" (cadr w)))
              )
            )
            ((char=? (string-ref u 0) (string-ref v 0))
              (let ((dx ..... )
                    )
                (list (+ (car dx) 1) (string-append (substring v 0 1) (cadr dx)))
              )
            )
            (else
              (let ((du (lcs-align (substring u 1) v))
                    )
                (dv ..... )
                (if (< (car du) (car dv))
                    (list (car dv) (string-append "_" (cadr dv)))
                    .....
                )
              )
            )
          )
    )
  )
)
```

**2.2.** Con riferimento alla valutazione di `(lcs-align "ac" "bc")`, quali sono i valori associati alle variabili `du` e `dv` nella prima invocazione della procedura ricorsiva `lcs-align`?

`du` = .....

`dv` = .....

### 3. Verifica formale della correttezza

In relazione alla procedura  $f$  così definita:

```
(define f      ; val: intero
  (lambda (x y) ; x, y: interi positivi
    (if (= x 1)
        (+ y y -1)
        (let ((z (quotient x 2)))
          (+ (f z y) (f (- x z) (+ y z)))
        ))
    ))
```

si può dimostrare per induzione sul valore di  $n$  che per ogni coppia di interi  $m, k > 0$  con  $m \leq n$ :

$$(f\ m\ k) \rightarrow (m+k-1)^2 - (k-1)^2$$

**3.1.** In relazione alla dimostrazione impostata in questi termini:

- Formalizza la proprietà che esprime il caso / i casi base:

.....  
.....

Assumendo come ipotesi induttiva che per un certo valore  $n$  intero positivo si abbia che:

$$\text{ogni coppia di interi positivi } m \leq n \text{ e } k: (f\ m\ k) \rightarrow (m+k-1)^2 - (k-1)^2$$

- Formalizza la proprietà da dimostrare come passo induttivo:

.....  
.....

**3.2.** Completa la definizione della procedura  $sq$  per calcolare il quadrato di un intero positivo riportando gli argomenti appropriati di  $f$ :

```
(define sq      ; val: intero
  (lambda (n)   ; n: intero positivo

    (f ..... )

  ))
```

#### 4. Procedure con argomenti e valori procedurali

Il programma per realizzare la procedura `parity-check?`, impostato qui sotto, simula un controllo di parità relativo a una sequenza di parole binarie, tutte della stessa lunghezza, contenute in una lista. Immaginando di incolonnare le parole della sequenza, si tratta di verificare che il numero di 1 presenti in ciascuna colonna sia pari; se è effettivamente così per ogni colonna, allora il controllo ha successo e `parity-check?` restituisce il valore booleano *true*, altrimenti fallisce e `parity-check?` restituisce *false*.

Per esempio:

```
(parity-check? '("0110" "1000" "1011" "0101")) → true
(parity-check? '("0110" "1100" "1011" "0101")) → false
```

4.1. Completa il programma per realizzare `parity-check?` inserendo opportune espressioni negli spazi indicati:

```
(define parity-check? ; val: booleano
  (lambda (words) ; words: lista non vuota di stringhe di 0/1 della stessa lunghezza
    (rec-check? words (- (string-length (car words)) 1))
  ))

(define rec-check?
  (lambda (words k)
    (if (< k 0)
      true
      (let ((kths (map (bit k) words))) ; kths: lista dei valori dei bit in posizione k nelle parole di words
        (if (check-ones? kths)
            (rec-check? words (- k 1))
            .....
          )
        )
      )))

(define bit
  ( .....
    .....
  ))

(define check-ones?
  (lambda (cs)
    (cond ((null? cs)
      ..... )
          ((= (car cs) 1)
            (not (check-ones? (cdr cs))))
          (else
            ..... )
    )))
```

4.2. Qual è il valore associato alla variabile *kths* nella prima invocazione di `rec-check?` nel corso della valutazione di `(parity-check? '("0110" "1100" "1011" "0101"))`?

Valore associato a *kths*: .....