

ESERCIZI SU CONGRUENZE

(1) Si ha:

V	<input checked="" type="checkbox"/>
---	-------------------------------------

$15 + 27 = 0 \text{ modulo } 14; \quad 40 \% 14 = 12$

V	<input checked="" type="checkbox"/>
---	-------------------------------------

$15 - 27 = 0 \text{ modulo } 14; \quad 12 \% 14 = 12 = -2$

<input checked="" type="checkbox"/>	F
-------------------------------------	---

$15^{342} = 1 \text{ modulo } 14.$

(2) Si ha:

V	<input checked="" type="checkbox"/>
---	-------------------------------------

l'opposto additivo di 5 in \mathbb{Z}_{12} è 7;

V	<input checked="" type="checkbox"/>
---	-------------------------------------

L'opposto additivo di 5 in \mathbb{Z}_{12} è -7;

<input checked="" type="checkbox"/>	F
-------------------------------------	---

L'inverso moltiplicativo di 5 in \mathbb{Z}_7 è 3;

V	<input checked="" type="checkbox"/>
---	-------------------------------------

L'inverso moltiplicativo di 5 in \mathbb{Z}_{12} è 5;

(3) L'opposto additivo di a in \mathbb{Z}_n è uguale a

V	<input checked="" type="checkbox"/>
---	-------------------------------------

$a - n;$

<input checked="" type="checkbox"/>	F
-------------------------------------	---

$n - a;$

(4) il numero 35724123 è congruo modulo 3 a:

<input checked="" type="checkbox"/>	F
-------------------------------------	---

$0;$

V	<input checked="" type="checkbox"/>
---	-------------------------------------

$1;$

(5) Trovare il resto nella divisione per 11 dei seguenti numeri (riducendo modulo 11):

$154387,$

²

$12^{83} - 10^{34} + 22^{1234} - 9^5.$

$12 \% 11 = 1; 10 \% 11 = 10 = -1; 22 \% 11 = 0; 9 \% 11 = 9 = -2$

$1^8 3 - (-1)^{34} + 0 - (-2)^5 = 1 - 1 + 0 + 32 = 32 \% 11 = 10 = -1$

(6) il numero 52381^{1934} è congruo modulo 9 a:

V	<input checked="" type="checkbox"/>
---	-------------------------------------

$0;$

<input checked="" type="checkbox"/>	F
-------------------------------------	---

$1;$

V	<input checked="" type="checkbox"/>
---	-------------------------------------

$2;$

(7) Siano a, b numeri interi e $n \geq 1$. Se $MCD(a, n) = 1$ e $MCD(b, n) = 1$ allora

V	<input checked="" type="checkbox"/>
---	-------------------------------------

$MCD(ab, n) = 1;$

V	<input checked="" type="checkbox"/>
---	-------------------------------------

$MCD(ab, n) = 1 \text{ solo se } n \text{ è primo};$

- (8) Gli elementi invertibili in \mathbb{Z}_{12} sono:

V	F	1, 3, 7;
V	F	0, 5, 7, 11;
F	F	1, 5, 7, 11;

- (9) Il numero 34^{17} è congruo modulo 7 a

F	F	-1;	$34 \equiv 6 \pmod{7}$
V	F	34;	
V	F	1;	

- (10) Qual è l'opposto di 34 modulo 55? $34 - 55 = -21$

- (11) Esprimere il massimo comun divisore di 34 e 55 come combinazione lineare dei due numeri, Qual è l'inverso moltiplicativo di 34 modulo 55? $\text{MCD}=1$ $1 = 13 \cdot 55 - 21 \cdot 34$

- (12) 7 è invertibile modulo 15? Se sì, qual è il suo inverso? $\text{MCD}(15,7)=1 \rightarrow 1 = 15 - 7 \cdot 2$

- (13) 15 è invertibile modulo 17? Se sì, qual è l'inverso? $\text{MCD}(15,17)=1 \rightarrow 8$

- (14) Trovare tutti i numeri in $\{0, 1, 2, \dots, 13\}$ che sono invertibili modulo 14 e per ciascuno di essi determinare l'inverso moltiplicativo. $1:15; 3:5; 5:3; 9:(-3); 11:(-5); 13:(-1);$

- (15) Dimostrare che per ogni $n > 1$ il numero $n - 1$ è invertibile modulo n e il suo inverso è $n - 1$ stesso. $\text{MCD}(n, n-1)=1$ $1 = n - (n-1)$ $n - (n-1) = 1 \pmod{n}$
 $n \pmod{n} = 0$ $-(n-1) = 1 \pmod{n}$ perciò inverso di $(n-1) = -1$

- (16) Trovare le soluzioni delle equazioni sottostanti, nell'insieme numerico indicato:

$$\begin{aligned} -4 \cdot 5 &= -20 = 6 \cdot (-3) - 2 = -18 - 2 \rightarrow -2 = 4 \pmod{6} \\ 5x &= 4 \quad \text{in } \mathbb{Z}_6 \\ 2 \cdot 6 &= 12 \quad 12 \pmod{7} = 5 = -2 \quad 6x = -2 \quad \text{in } \mathbb{Z}_7 \end{aligned}$$

- (17) Dimostrare che se p è un numero primo e a è un numero tale che $0 < a < p$, allora a è invertibile modulo p .

- (18) Dimostrare che, per ogni k , fra k numeri consecutivi ne esiste sempre uno divisibile per k . (suggerimento: considerare i possibili resti nella divisione per k).