

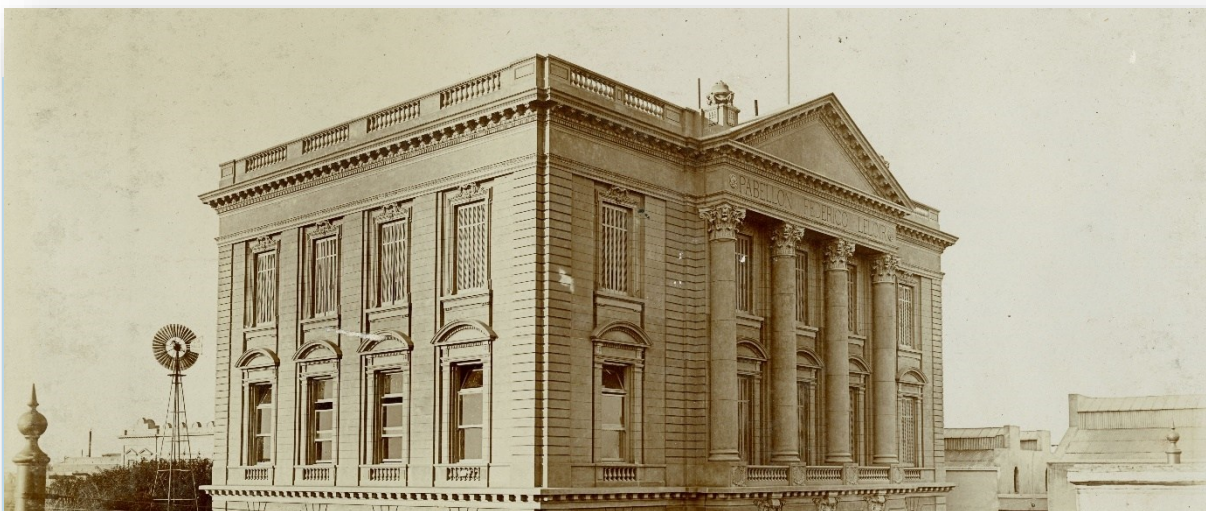


INGRESO 2025

TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACIÓN A DISTANCIA



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL



CUADERNILLO 5 Números enteros

CURSO COMPLETO

UNIDAD I FUNDAMENTOS LOGICOMATEMÁTICOS

CUADERNILLO 1 – Teoría de conjuntos, números y sus tipos

CUADERNILLO 2 – Sistema Binario

CUADERNILLO 3 – Introducción a la lógica

CUADERNILLO 4 – Operaciones aritméticas

CUADERNILLO 5 – Números Enteros

CUADERNILLO 7 – Más de números

UNIDAD II RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

CUADERNILLO 6 – Análisis verbal

CUADERNILLO 8 – Método iterativo

CUADERNILLO 9 – Analogía y Patrones

CUADERNILLO 10 – Divide y conquistarás

CUADERNILLO 11 – Integración

CUADERNILLO 12 – Ensayo y Error

5: PROFUNDIZANDO ENTEROS

REPASO DE ENTEROS

¿QUE ES?

Un entero es un número que no tiene parte decimal, y si la tiene, es 0.

Incluye todos los números negativos, el cero y todos los positivos.

Definición en términos condicionales:

ENTEROS POSITIVOS, incluye 0: $\text{numero} \geq 0$

ENTEROS NEGATIVOS: $\text{numero} < 0$

ACUMULADOR, DECREMENTADOR Y CONTADOR

CONTADOR: Variable entera que se incrementa de a 1.

`contador = contador + 1`

O en forma sintética:

`contador += 1`

DECREMENTADOR: Variable entera que se decrementa de a 1.

`decrementador = decrementador + 1`

O en forma sintética:

`decrementador -= 1`

ACUMULADOR: Variable entera que va acumulando valores.

`acumulador = acumulador + valor`

O en forma sintética:

`acumulador += valor`

NUMEROS PRIMOS

DEFINICIÓN

Los números primos son aquellos que solo tienen dos divisores:

El número 1

El propio número

Ejemplo: 2, 3, 5, 7...

Veamos estos casos:

El 4 se divide entre 1, 2 y 4, NO ES PRIMO.

El 11 se divide por 11 y por 1, ES PRIMO.

Los números primos tienen aplicaciones en criptografía (claves públicas y privadas). Hay infinitos números primos, no se acaban.

NUMEROS COMPUESTOS

Son los contrarios a los primos: tienen más de dos divisores.

Ejemplo: 4, 6, 8, 9, 10.

El 4 se divide entre 1, 2 y 4 ya lo vimos, no es primo.

¿Por qué compuesto? Porque puede ser expresado como la composición de primos:

$$4 = 2 * 2$$

¿EL 1 ES PRIMO?

No, el 1 no se considera primo porque no cumple la regla de “dos divisores distintos”.

El 1 es un caso especial: ni primo ni compuesto.

Así el primo más pequeño es el 2, y es el único par.

NOTA: El saber que un número es par y diferente a 2, indica QUE NO ES PRIMO.



PRIMOS DEL 2 AL 50

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47.

TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ARITMÉTICA

Todo número se puede factorizar en primos en una sola combinación sin importa el orden.

$$\begin{aligned}12 &= 2 * 2 * 3 \\45 &= 3 * 3 * 5 \\36 &= 2 * 2 * 3 * 3\end{aligned}$$

Aunque podés cambiar el orden de los factores, los primos no se pueden sustituir sin alterar el resultado.

DETERMINAR SI ES PRIMO

Para verificar si un número n es primo:

Busca divisores: Probá dividir el número desde $n/2$ hasta el 2.

Si encontrás algún divisor sin residuo, no es primo.

Si no hay divisores, es primo

Pasos lógicos:

Dividí el número por 2.

Repetir mientras el divisor sea mayor a 1:

¿El residuo es 0? ($\text{numero \% divisor} = 0$)

Sí: El número no es primo.

No: Probá con el siguiente divisor ($\text{divisor} -= 1$). #decrementador

Si no encontraste divisores, el número es primo.

APLICACIONES

CRIPTOGRAFÍA: Se usan para cifrar datos, por ejemplo, RSA.

ALGORITMOS DE FACTORIZACION: Si podés factorizar un número grande, podés romper ciertos cifrados.

GENERACIÓN DE CLAVES: Usás primos aleatorios muy grandes para reforzar la seguridad.

¿HAY UN PATRON?

No existe una fórmula simple que permita predecir cuándo aparecerá un número primo.

Ejemplo:

Si estás parado en el número 7, no podés determinar directamente cuál es el siguiente primo sin chequear divisores.

Aunque los primos parecen aleatorios, tienen propiedades matemáticas muy estrictas. Sin embargo, no hay una “receta mágica” para encontrarlos sin verificar.

¿QUE PASARIA SI SE ENCONTRARA?

Si se descubriera una fórmula directa para generar números primos:

La criptografía moderna se vería comprometida.

Muchos sistemas de seguridad (como RSA) dejarían de ser seguros. Esta se basa en que:

- Sea fácil multiplicar dos números primos grandes.
- Sea prácticamente imposible descomponer el producto en sus factores primos.

Sería un avance gigante en matemática moderna.

Cambiaría la forma en que entendemos la teoría de números.



NUMERO PERFECTO

DEFINICION

Un número perfecto es aquel en el que la suma de sus divisores propios excluyendo el propio número, igual a su valor.

Ejemplo: el número 6

Divisores propios: 1, 2, 3

Suma: $1 + 2 + 3 = 6$

PROPIEDADES DE LOS NUMEROS PERFECTOS

Relación con primos:

Algunos perfectos están relacionados con ciertos tipos de primos, pero eso los dejamos para otro momento.

Son escasos:

Hay muy pocos conocidos (6, 28, 496, 8128, ...).

COMO HALLARLOS

Verificar si un número es perfecto:

1. Recolectar divisores propios, excluyendo al propio número.
2. Sumarlos.
3. Comparar con el número original.

FACTORIAL

DEFINICION

El factorial de un número n (se escribe $n!$) es el producto de todos los enteros positivos desde 1 hasta n .

Ejemplo:

$$5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120$$

$0!$ se define como 1 por conveniencia matemática.

CARACTERISTICAS

Crecimiento rápido: factoriales suben a lo loco:

$$10! = 3628800$$

Regla especial:

$$0! = 1$$

Se usa mucho en combinatoria (permutaciones, variaciones...).

CALCULARLOS

Calcular factorial de un número dado

Ejemplo: $5!$

$$5! = 120$$

$$5 * 4 * 3 * 2 * 1 = 120$$



APLICACIONES

Permutaciones:

Calcular formas de ordenar n objetos.

Por ejemplo, si tengo 5 invitados tengo $5!$ formas de sentarlos en una mesa cuadrada.

Combinaciones:

Se usa para encontrar las formas de elegir un subconjunto de elementos. Por ejemplo, calcular cuantas combinaciones de cartas puedo tener que resulten en un póker. Así calculo la probabilidad que tengo de obtener un buen juego.

Se usan para cálculos estadísticos y de probabilidad.

INTERVALOS

DEFINICION

Un intervalo es un rango de valores que comparten ciertas propiedades. Es importante aclarar que si no se aclara, se trata de números reales, o sea también las fracciones.

INTERVALO CERRADO $[a, b]$: incluye a y b .

INTERVALO ABIERTO (a, b) : no incluye a ni b .

INTERVALO SEMIABIERTO $[a, b)$ o $(a, b]$: Incluye uno de los extremos, pero no ambos.

Señalamos si está incluido al corchete $[]$, sino $()$

NOTACION

$[a, b]$: desde “ a ” hasta “ b ”, incluyendo ambos.

(a, b) : desde “ a ” hasta “ b ”, sin incluir extremos.

Esta notación es súper útil en desigualdades

Ejemplo:

$$X \in [2, 5] \text{ significa } 2 \leq x \leq 5$$

OPERACIONES

UNION: Todos los valores de ambos intervalos.

$$A = [-2, 12] \text{ y } B = [0, 30]$$

$$C = A \cup B = [-2, 30]$$

Equivale a decir que C contiene elementos que pertenecen a A or B

INTESECCION: Solo los valores en común.

$$A = [-2, 12] \text{ y } B = [0, 30]$$

$$C = A \cap B = [0, 12]$$

Equivale a decir que C contiene elementos que pertenecen a A and B

COMPLEMENTO: los puntos que no pertenecen al intervalo (depende del conjunto universal).

$$A = [-2, 12]$$

$$A' = (-\infty, -2) \cup (12, +\infty)$$

Notar el uso del paréntesis del lado del infinito. Si pusiéramos un corchete diríamos “incluido el infinito” como si fuera un número y no lo es.

Por otro lado, si en el intervalo que buscamos el complemento incluye extremos, en este caso -2 y 12, no lo podemos poner en el complemento. Por eso el paréntesis.

Equivale a decir que C contiene elementos not A.

EJEMPLOS DE INTERVALOS

Representar un conjunto de valores:

Determinar si un número x está en (2, 5)

Se cumple si $2 < x < 5$.

“Temperaturas posibles de -5° a 10° ”

Se ve como $[-5, 10]$ si incluís -5 y 10.

