

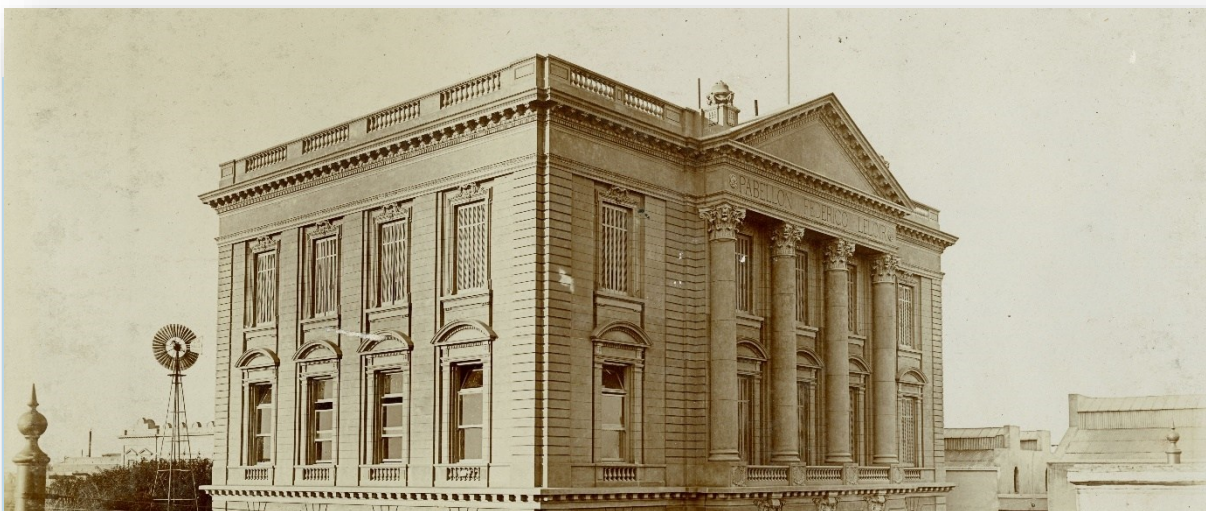


INGRESO 2025

TECNICATURA UNIVERSITARIA EN PROGRAMACIÓN A DISTANCIA



UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL



CUADERNILLO 4

Operaciones básicas y avanzadas

CURSO COMPLETO

UNIDAD I FUNDAMENTOS LOGICOMATEMÁTICOS

CUADERNILLO 1 – Teoría de conjuntos, números y sus tipos

CUADERNILLO 2 – Sistema Binario

CUADERNILLO 3 – Introducción a la lógica

CUADERNILLO 4 – Operaciones aritméticas

CUADERNILLO 5 – Números Enteros

CUADERNILLO 7 – Más de números

UNIDAD II RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

CUADERNILLO 6 – Análisis verbal

CUADERNILLO 8 – Método iterativo

CUADERNILLO 9 – Analogía y Patrones

CUADERNILLO 10 – Divide y conquistarás

CUADERNILLO 11 – Integración

CUADERNILLO 12 – Ensayo y Error

OPERACIONES ARITMETICAS

¿POR QUE APRENDER ARITMETICA?

Aprender aritmética es esencial en programación porque las operaciones básicas son la base de muchos algoritmos y cálculos. Ya sea para sumar números, contar elementos o calcular resultados. ¡Todo parte de aquí!

SUMA

La suma consiste en juntar o agregar cantidades para obtener un total.

Ejemplo: $23 + 45 = 68$

Los valores 23 y 45 se llaman SUMANDOS

El operador es el signo +

APLICACIONES EN SOFTWARE

Podemos usarla en muchas situaciones, pero dos de la más comunes son:

ACUMULADOR: Una variable que acumula valores, útil para sumar una lista de números.

CONTADOR: Una variable que cuenta cuántas veces ocurre un evento, como las veces que se ejecuta un código en una tarea repetitiva.

REGLAS DE LA SUMA

Las llamamos PROPIEDADES y son:

CONMUTATIVA: El orden no afecta el resultado:

$$23 + 45 = 45 + 23 = 68$$

ASOCIATIVA: Los números pueden agruparse de cualquier manera:

$$10 + 3 + 5 =$$

$$(10 + 3) + 5 =$$

$$13 + 5 =$$

$$18$$

$$10 + 3 + 5 =$$

$$10 + (3 + 5) =$$

$$10 + 8 =$$

$$18$$

ELEMENTO NEUTRO: Sumar 0 no cambia el valor del número.

$$23 + 0 = 23$$

RESTA

La resta es calcular la diferencia entre dos números, es decir, cuánto hay que “quitar” del primero para obtener el segundo.

OPERACIÓN INVERSA A LA SUMA

Ejemplo, al vecino le debo 3 manzanas y tengo 5. Si le doy lo que le debo, ¿Cuánto me queda?

Tengo 5 y le “sumo” mi deuda que es -3 , lo represento así:

$$5 + (-3) =$$

$$5 - 3 =$$

$$2$$

2 es lo que realmente tengo.

PARENTESISIS

Como verás es más fácil separar con un paréntesis, úsalo siempre. Te evita confusiones.

REGLAS DE LA RESTA

ELEMENTO NEUTRO: Restar 0 a cualquier número no altera su valor.

$$23 - 0 = 23$$

Claro, si tengo 23 y no debo, ni me dan, sigo teniendo 23.

INVERSION DE LA SUMA: La resta se puede interpretar como sumar el opuesto.

Si tengo 3, su opuesto es -3 .

$$5 - 3 = 5 + (-3)$$

O sea, restar 3 es sumar su opuesto -3



Parece igual a la suma, pero en la resta hay diferencias:

NO CONMUTATIVA: El orden de los números afecta el resultado.

Tener 5 y deber 3:

$$5 - 3 = 2$$

Resultando en que quedan 2.

Tener 3 y deber 5:

$$3 - 5 = -2$$

Resultando en que no me queda, ahora debo 2

TIP: Usar el paréntesis. Así transformas la resta **en suma de negativo**:

$$5 - 3 =$$

$$5 + (-3) =$$

$$5 + (-3) =$$

$$(-3) + 5 =$$

$$-3 + 5 =$$

$$= 2$$

Ahora si es conmutativa, porque la transformaste en una suma

NO ASOCIATIVA: Cambiar la agrupación de los números modifica el resultado.

Imagina que tenés 10 manzanas y querés repartirlas de la siguiente manera: primero le das 5 a un amigo, luego 3 a otro amigo ¿Cuántas te quedan?

Opción 1:

$$(10 - 5) - 3 =$$

$$5 - 3 =$$

2 manzanas

Opción 2:

$$10 - (5 - 3) =$$

$$10 - 2 =$$

8 manzanas

TIP: Usando el paréntesis es menos confuso.

Opción 1:

$$10 - 5 - 3 =$$

$$10 + (-5) + (-3) =$$

$$10 + ((-5) + (-3)) =$$

$$10 + (-5 - 3) =$$

$$10 + (-8) =$$

$$10 - 8 =$$

= 2 manzanas

Opción 1:

$$10 - 5 - 3 =$$

$$10 + (-5) + (-3) =$$

$$(10 + (-5)) + (-3) =$$

$$(10 - 5) + (-3) =$$

$$5 + (-3) =$$

$$5 - 3 =$$

= 2 manzanas

MULTIPLICACION

La multiplicación es una forma abreviada de sumar un número varias veces.

Ejemplo:

Si tienes 3 cajas y en cada una hay 4 pelotas, puedes calcular el total de pelotas multiplicando.

$$4 \times 3 = 12$$

Esto equivale a sumar $4 + 4 + 4$. O sea, estoy diciendo "A 4 lo sumamos 3 veces". Que equivale "A 4 lo multiplicamos por 3 "

NOTACION

$$4 \times 3 = 12$$

MULTIPLICANDO: Es el número que se suma repetidamente. Tengo 4 pelotas en una caja.

MULTIPLICADOR: La cantidad de veces que se repite el multiplicando. O sea, quiero saber cuántas pelotas tengo en 3 cajas multiplicando 4 por 3 veces.

PRODUCTO: Es el resultado de la multiplicación entre el multiplicando y el multiplicador. Tengo 12 pelotas producto de multiplicar las 4 pelotas de una caja por 3 cajas en total.

OPERADOR

En mates podemos usar:

Un punto: $4 \cdot 3 = 12$

Una equis: $4 \times 3 = 12$

Pero en informática usamos...

...el asterisco: $4 * 3 = 12$

Podemos usar el PUNTO, LA EQUIS o el ASTERISCO. Nosotros vamos a usar el ASTERISCO.

REGLA DE LOS SIGNOS

Si ambos números tienen el mismo signo (positivo o negativo), el producto es positivo.

Ejemplo:

$$(+3) * (+4) = +12$$

$$(-3) * (-4) = +12$$



Si los números tienen signos opuestos, el producto es negativo.

Ejemplo:

$$(+3) * (-4) = -12$$

$$(-3) * (+4) = -12$$

Resumen de la Regla:

Signos IGUALES es POSITIVO. Signos DESIGUALES es NEGATIVO.

$$(+)*(+)=(+)$$

$$(+)*(-)=(-)$$

$$(-)*(-)=(+)$$

$$(-)*(+)=(-)$$

REGLAS DE LA MULTIPLICACION

CONMUTATIVA: El orden de los factores no altera el producto.

$$3 * 4 = 12$$

$$4 * 3 = 12$$

ASOCIATIVA: Cambiar la agrupación no altera el producto.

Opción 1

Opción 2

$$(2 * 3) * 4 =$$

$$2 * (3 * 4) =$$

$$6 * 4 =$$

$$2 * 12 =$$

$$24$$

$$24$$

DISTRIBUTIVA: La multiplicación se distribuye sobre la suma o resta.

$$2 * (3 + 4) =$$

$$(2 * 3) + (2 * 4) =$$

$$6 + 8 =$$

$$14$$

ELEMENTO NEUTRO: Cualquier número multiplicado por 1 conserva su valor.

$$5 * 1 = 5$$

PROPIEDAD DEL CERO: Cualquier número multiplicado por 0 es igual a 0.

$$5 * 0 = 0$$

EN COMPUTACIÓN NO HAY DISTRIBUTIVA

Se usa en matemática cuando es necesario. En informática se resuelve el paréntesis antes:

En mates:

$$5 * (2 + 3) =$$

$$(5 * 2) + (5 * 3) =$$

$$10 + 15 =$$

$$25$$

En informática:

$$5 * (2 + 3) =$$

$$5 * (5) = 25$$

$$25$$

OJO CON ABREVIAR OPERADOR ANTE PARENTESIS

Cuando multiplicamos un paréntesis se suele prescindir del operador, se sobreentiende. Pero en informática hay que ponerlo siempre:

En mates:

$$5 (2 + 3) =$$

$$(5 * 2) + (5 * 3) =$$

$$10 + 15 =$$

$$25$$

En informática si no lo ponemos:

$$5 (2 + 3) =$$

$$5 (2 + 3) =$$

$$5 (5) =$$

$$55$$

CUANDO PROGRAMÁS NO DEJES SOBREENTENDIDOS LOS OPERADORES,
ES MEJOR PONERLOS SIEMPRE.

O por lo menos cuando conozcas mejor como responderá tu software.

COSTO DE COMPUTO

Suma: Consume 1 ciclo de cómputo. Es la operación más rápida.

Resta: También consume 1 ciclo de cómputo, siendo igual de eficiente que la suma.

Multiplicación: Generalmente consume más ciclos de cómputo que la suma o la resta. Dependiendo del hardware puede ser entre 3 y 5 ciclos.



DIVISION

DIVIDIENDO CANTIDADES

Tenemos 12 libros. ¿en cuántos grupos iguales podemos dividirlos?

12 grupos de 1 libro o 1 grupo de 12 libros

2 grupos de 6 libros o 6 grupos de 2 libros

3 grupos de 4 libros o 4 grupos de 3 libros

Por lo tanto, podemos formar grupos de tamaño 1, 2, 3, 4, 6, 12

Ahora ¿Podemos armar grupos de tamaños 5, 7, 8, 9, 10, 11 con cantidades iguales de libros?

¡Claramente no!

CONCEPTO DE DIVISIBILIDAD

La divisibilidad indica si un número puede dividirse exactamente por otro sin dejar residuo.

Si esto ocurre, número que divide se llama DIVISOR EXACTO o simplemente DIVISOR.

Del número 12 sus DIVISORES son 1, 2, 3, 4, 6, 12

RESIDUO O RESTO

Veamos el caso de los 12 libros, supongamos que tenemos 8 personas y queremos repartirlos equitativamente.

Le damos 1 libro a cada persona y me sobran 4. Ese 4 es el residuo o resto.

IMPORTANTE: Los divisores exactos del 12 NO DEJAN RESIDUOS o, dicho de otra forma, el RESTO ES 0.

IMPORTANCIA DE LA DIVISIBILIDAD

La divisibilidad es fundamental en muchos campos, como algoritmos y criptografía. Identificar divisores rápidamente puede optimizar cálculos complejos.

DIVISION CON O SIN RESTO

$$12 / 3 = 4$$

$$12 / 8 = 1.5$$

Claramente 3 es divisor y 8 no lo es. ¿Porqué? porque en el primer caso tengo un número ENTERO, en el segundo un número DECIMAL.

¿QUE ES LA DIVISIÓN?

Operación para determinar cuántas veces un número (divisor) está contenido en otro (dividendo).

NOTACION

Diagrama de una división con restas:

$$\begin{array}{r} 125 \overline{) 125} \\ \underline{25} \\ 0 \end{array}$$

Las etiquetas indican:

- DIVIDENDO:** 125
- DIVISOR:** 5
- COCIENTE:** 25
- RESTO:** 0

DIVIDENDO: El número que se divide.

DIVISOR: El número por el que se divide.

COCIENTE: El resultado de la división.

RESIDUO o RESTO: Lo que sobra, si existe.

CON LA FORMA FRACCIONARIA DECIMAL

Otra forma de expresar la división con resto es usando decimales.

$$11 / 8 = 1.375$$

Los decimales indican que hubo un resto es la división.

RESUMEN DE DIVISION

Ejemplo **DIVISION EXACTA (sin resto)**, por que usamos un divisor del 15:

$$15 / 3 = 5$$

Ejemplo **DIVISION CON RESIDUO** indicándolo:

$$20 / 6 = 3(2)$$



Ejemplo **DIVISION CON RESIDUO** en forma decimal:

$$9 / 4 = 2.25$$

TIP: Cuando hablamos de división exacta, decimos que el resto es 0.

OPERADORES EN PROGRAMACION

En programación, usamos diferentes operadores para trabajar con divisiones:

DIVISION ENTERA (//):

$$12 // 8 = 1$$

Muestra solo la parte entera del resultado.

DIVISION EXACTA (/):

$$12 / 8 = 1.5$$

Muestra el resultado con la parte entera y los decimales.

MODULO (%):

$$12 \% 8 = 4$$

Muestra solo el resto.

COSTO DE COMPUTO

DIVISION ENTERA: Más eficiente que la división exacta.

DIVISION EXACTA: Consume más ciclos de CPU, especialmente al trabajar con números flotantes.

En cálculos intensivos, evitar divisiones innecesarias mejora el rendimiento.

REGLAS DE LA DIVISION

NO CONMUTATIVA: Cambiar el orden afecta el resultado:

Opción 1

$$10 / 5 =$$

2

Opción 2

$$5 / 10 =$$

0.2

NO ASOCIATIVA: Cambiar la agrupación afecta al resultado:

Opción 1

$$(20 / 4) / 2 =$$

$$5 / 2 =$$

2.5

Opción 2

$$20 / (4 / 2)$$

$$20 / 2 =$$

10

¿Cuál es correcta? Lo importante es que no podemos hacer las operaciones de cualquier manera.

ELEMENTO NEUTRO: Dividir un número entre 1 no lo altera:

$$15 / 1 = 15$$

ELEMENTO ABSORBENTE: Cualquier número dividido entre sí mismo es 1:

$$1504 / 1504 = 1$$

TIPS A RECORDAR

TIP 1: El dividendo debe ser mayor o igual que el divisor para obtener un cociente mayor que 1.

TIP 2: Dividir entre 1 siempre da el dividendo como resultado.

TIP 3: Dividir entre 0 no está definido.

LOS SIGNOS EN LA DIVISIÓN

Igual que la multiplicación, si tiene igual signo es positivo, si tienen diferente es negativo.

NUNCA, NUNCA DIVIDAS POR CERO

La división por 0 genera un error matemático y en programación produce excepciones.



POTENCIA

CONCEPTO

Ya estudiamos que la multiplicación es una suma repetida. Pero ¿Existe si necesitamos multiplicar un número varias veces por sí mismo?

$$2 * 2 = 4$$

$$2 * 2 * 2 = 8$$

$$2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 = 256$$

Cuando multiplicamos el mismo número varias veces, usamos potencias para expresarlo de forma más sencilla.

DEFINICION DE POTENCIA

Es una multiplicación iterativa de un mismo número:

$$2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 = 2^8$$

$$2^8 = 32$$

NOTACION

$$2^8$$

BASE: El número que es multiplicado, y que encontramos en la parte baja de la potencia.

EXPONENTE: La cantidad de números que son multiplicados, y que encontramos en la parte alta de la potencia.

En este caso la base es 2 y el exponente es 8.

HERENCIA GEOMETRICA

En la antigüedad se pensó a las potencias con formas geométricas:

LOS CUADRADOS

Se llama cuadrado cuando la potencia es de 2.

$$6^2 = 36$$

LOS CUBOS

Se llama cubo cuando la potencia es de 3.

$$6^3 = 216$$

Para exponentes mayores, se dice "a la cuarta potencia", "a la quinta potencia", etc.

POTENCIAS ESPECIALES

Exponente es 0: No importa la base, es igual a 1.

$$6^0 = 1$$

$$(-6)^0 = 1$$

$$1504^0 = 1$$

Exponente es 1: No importa la base, es igual a la base

$$6^1 = 6$$

$$(-6)^1 = -6$$

$$1504^1 = 1504$$

Regla super rara para programación: Si tenemos base 0 y exponente 0 es igual a 1.

$$0^0 = 1$$

Nota: si la realizas en Python el resultado es 1, si lo intentas en calculadora te puede dar error.

¿Qué dice la matemática? Que es indefinido. Es muy complicado explicarlo sin desarrollar teoría de límites.



LOS SIGNOS DE LA BASE

Veamos estos ejemplos:

$$(-2)^2 = (-2) * (-2) = 4$$

...que por regla de los signos es POSITIVO

$$(-2)^3 = (-2) * (-2) * (-2) = -8$$

...que por regla de los signos es NEGATIVO

$$(-2)^4 = (-2) * (-2) * (-2) * (-2) = 16$$

...que por regla de los signos es POSITIVO

$$(-2)^5 = (-2) * (-2) * (-2) * (-2) * (-2) = -32$$

...que por regla de los signos es NEGATIVO

Es decir...

...si la base es negativa y el exponente es par, el resultado es positivo.

...si la base es negativa y el exponente es impar, el resultado es negativo.

LOS SIGNOS DEL EXPONENTE

Ahora veremos un concepto muy utilizado. El recíproco de "a" es:

$$\frac{1}{a}$$

¿Y sabés como se expresa el recíproco de un número?

$$\frac{1}{a} = a^{-1}$$

¡CON UN EXPONENTE NEGATIVO!

EL EXPONENTE NEGATIVO nos dice que TENEMOS QUE INVERTIR EL NÚMERO.

Ejemplo:

$$(-2)^4 * 3^{-2} =$$

PASO 1: Tenemos una base negativa elevada a un exponente par, el resultado es par:

$$16 * 3^{-2} =$$

PASO 2: Tenemos una base positiva con un exponente negativo, estamos del otro lado de la fracción.

$$16 * \frac{3^{-2}}{1} = \updownarrow 16 * \frac{1}{3^2} =$$

PASO 3: Ahora si resolvemos la potencia

$$16 * \frac{1}{9} =$$

PASO 4: Quedó un resultado arriba, y otro abajo

$$\frac{16}{9} =$$

PASO 5: Hacemos la división

$$\frac{16}{9} = 1.\bar{7}$$

UNA CONFUSIÓN COMÚN

¿Cómo resolverías La siguiente operación?

$$-2^4 =$$

Resultado correcto:

$$-2^4 = -16$$

¿Porqué? Veamos el uso del paréntesis:

$$-(2)^4 = -16$$

$$(-2)^4 = 16$$

Son diferentes resultados, pero ¿Cuál se aplica en este caso? Lo que vemos originalmente es que hay un signo menos delante de una potencia.

O sea, se pone negativo el resultado de esa potencia, NO ES QUE LA BASE ES NEGATIVA, ES NEGATIVA TODA LA POTENCIA.

Por eso el mejor consejo:

PARA EVITAR CONFUSIONES USÁ PARÉNTESIS INTELIGENTEMENTE, SON GRATIS.



REGLAS DE LA POTENCIA

REGLA PRODUCTO DE POTENCIAS: Si las bases son iguales, suma los exponentes.

$$2^4 * 2^3 = 2^{(4+3)} = 2^7$$

$$2^{-4} * 2^3 = 2^{(-4+3)} = 2^{-1}$$

$$2^4 * 2^{-3} = 2^{(4+(-3))} = 2^1$$

TIP: Cuando sumes exponentes negativos usá paréntesis.

REGLA COCIENTE DE POTENCIAS: Si las bases son iguales, resta los exponentes.

$$2^4 / 2^3 = 2^{(4-3)} = 2^1$$

$$2^{-4} / 2^3 = 2^{(-4-3)} = 2^{-7}$$

$$2^4 / 2^{-3} = 2^{(4-(-3))} = 2^7$$

TIP: Nada nuevo, cuando restes exponentes negativos, usá paréntesis.

REGLA POTENCIA DE POTENCIA: Multiplica los exponentes. Acá no se dice misma base, hay una sola.

$$2^{3^4} = 2^{(4*3)} = 2^{12}$$

REGLA EXPONENTE 0: Cualquier número elevado a la potencia de cero es 1.

$$2^0 = 1$$

REGLA EXPONENTE 1: Cualquier número elevado a la potencia de 1 es igual a la base.

$$2^1 = 2$$

REGLA EXPONENTE NEGATIVO: Usa el recíproco, darle vuelta, y pon el exponente positivo. También si querés dar vuelta una potencia le cambiás el signo al exponente.

$$2^{-4} = 1 / 2^4 = 1/16$$

PROPIEDADES DE LA POTENCIA

PROPIEDAD NO CONMUTATIVA: Solo se cumple en casos específicos, pero en general no se cumple:

$$a^b \neq b^a$$

Un caso que si se cumple:

$$2^4 = 4^2 = 16$$

Un caso que no se cumple:

$$2^3 = 8$$

$$3^2 = 9$$

$$2^3 \neq 3^2$$

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA: Se aplica en productos o cocientes. Es un paréntesis que contiene una operación y a su vez es la base de una potencia.

¿Podemos distribuir el exponente dentro del paréntesis? Solo en multiplicaciones y divisiones:

$$(a * b)^c = a^c * b^c$$

$$(2 * 3)^4 = 2^4 * 3^4$$

$$(a / b)^c = a^c / b^c$$

$$(2 / 3)^4 = 2^4 / 3^4$$

TIP: No puede aplicarse en suma o resta. Volvemos a repetirlo, NO EN SUMAS O RESTAS.

$$(2 + 3)^4 \neq 2^4 + 3^4$$

$$(2 - 3)^4 \neq 2^4 - 3^4$$

ELEMENTO NEUTRO: El número 1 es el neutro multiplicativo por lo que vale para la potencia que es una super multiplicación: $n^1 = n$ para cualquier n.

ELEMENTO ABSORBENTE: El número 0 elevado a cualquier exponente positivo es 0: $0^n = 0$, donde $n > 0$.

$$0^3 = 0$$

$$0^0 = 1$$

0^{-3} = está prohibido, Al darle vuelta estamos dividiendo por 0

Por eso el exponente debe ser mayor a 0

Recordatorio: $0^0 = 1$ SOLO ES VÁLIDO EN PROGRAMACION, NO EN MATES.



TIPS PRACTICOS

TIP: Usa las reglas para simplificar expresiones complejas antes de calcular.

TIP: Identifica patrones en las potencias de números pequeños como...

2^n ...que exponentes sucesivos el resultado se duplica.

10^n ...que exponentes sucesivos agrega n ceros al 1.

TIP: Familiarízate con potencias comunes (cuadrados, cubos) para ganar velocidad en cálculos mentales.

TIP: Recuerda que las potencias fraccionarias representan raíces que veremos en la próxima lección.

POTENCIAS DE 2

Un tip practico es numerar tus dedos empezando de 0.

Primer dedo: $2^0 = 1$. Ya sabés que 2 a la 0 es 1.

Primer dedo: $2^1 = 2$. Duplica al anterior.

Primer dedo: $2^2 = 4$. Duplica al anterior.

Primer dedo: $2^3 = 8$. Duplica al anterior.

O sea,

1, 2, 4, 8, 16 en la primera mano y 32, 64, 128, 256, 512 en la segunda mano.

POTENCIA DE 10

Se usan en muchas situaciones como notación científica, pero en nuestro caso lo usaremos en representación de números flotantes, los que tienen decimales.

Otro tip practico: El exponente indica la cantidad de ceros a agregar.

Exponente 1, un cero: $10^1 = 10$.

Exponente 2, dos ceros: $10^2 = 100$.

Exponente 3, tres ceros: $10^3 = 1000$.

Exponente 4, cuatro ceros: $10^4 = 10000$.

USO DE POTENCIA DE 10

Muchas veces números enormes los podemos "achicar" usando notación científica.

12300000000000000

Paso 1: Tomamos los números distintos a 0.

1, 2 y 3

Paso 2: lo expresamos con un dígito a la izquierda y el resto a la derecha.

1.23

Paso 3: Ahora nos damos cuenta de que para llegar al original debemos multiplicarlo por un número que "mueva la coma" a la derecha. ¿Cuántos lugares? 15. O sea,

10^{15}

Así queda:

$$1.23 * 10^{15} = 12300000000000000$$

Paso 4: Usamos la forma sintética común en muchas aplicaciones ya que evita usar exponente:

$$1.23E+15 = 12300000000000000$$

Que en sí reemplazamos el *10... con la letra E seguido del exponente indicando el signo. Y un detalle, **usamos punto en vez de coma**.

SINTESIS DE POTENCIAS DE 10

Usamos el esquema **x.xxE+-n**:

6.22E+23 (número de átomos en un mol de cualquier partícula)

Si el exponente es **positivo** flotamos el punto, tantos lugares a la **derecha** como diga el mismo. Si no hay más lugares completamos con 0.

$$1.45E+9 = 1450000000$$

Si el exponente es **negativo** flotamos la coma, o punto, tantos lugares a la **izquierda** como diga el mismo. Si no hay más lugares completamos con 0.

$$1.45E-9 = 0.00000000145$$

EXPONENTE POSITIVO MOVEMOS EL PUNTO A LA DERECHA, NEGATIVO A LA IZQUIERDA



OPERADORES EN SOFTWARE

Se suele usar el ** para indicar potencia:

$2 * 3$ equivale a $2 * 3 = 6$

$2 ** 3$ equivale a $2^3 = 9$

COSTO DE COMPUTO

Comparativa del uso de ciclos de CPU por operación. No consideramos la latencia, solo la ejecución de instrucciones en la CPU:

SUMA/RESTA: Consume 1 ciclo de CPU en procesadores modernos.

MUTIPLICACION: Consume entre 3 y 5 ciclos dependiendo del hardware.

DIVISION: 10 A 20 ciclos dependiendo del hardware.

POTENCIA: Como es una multiplicación múltiple, puede ser de varios cientos de ciclos.

RAICES

CONCEPTO DE RAIZ

Cuando tenemos el resultado de la potencia y su exponente, pero necesitamos conocer la base, usamos la radicación.

Traducido, si tenemos $a^b = n$, y queremos encontrar a partir de “n” el número “a”, usamos la radicación.

Teniendo $2^3 = 8$. Entonces, la raíz cúbica de 8 sería igual a 2.

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

A 8 le decimos radicando.

A 3 se lo llama índice de la raíz.

EQUIVALENCIA RAIZ / POTENCIA

Hay dos maneras principales de anotar una raíz:

Símbolo radical:

$$\sqrt[3]{8}$$

Exponente fraccionario: Se combina el índice de la raíz con el exponente del radicando para formar una fracción invirtiendo la posición del índice de la raíz, con el exponente del radicando.

$$\text{índice} \sqrt{\text{a}^{\text{exponente}}} = \text{a}^{\text{exponente}/\text{índice}}$$

En este caso el exponente del radicando es 1 y el índice es 3:

$$\sqrt[3]{8} = 8^{1/3}$$

Ahora el radicando está al cuadrado:

$$\sqrt[3]{3^2} = 3^{2/3}$$

Y si tenemos índice y exponente del radicando iguales, se simplifican entre sí:

$$\sqrt[77]{3^{77}} = 3^{77/77} = 3$$

SEGUNDA OPERACION PROHIBIDA

¿Te acordás de la división por cero? Bueno, acá va otra que está bloqueada en el mundo de los números reales:

No podés calcular la raíz de un número negativo si el índice es par.

$$\sqrt[2]{4} = 2$$

$$\sqrt[2]{-8} = \text{no se puede}$$



RAICES CONOCIDAS

Hay raíces cuadradas que te conviene aprender de memoria:

$$\sqrt[2]{1} = 1$$

$$\sqrt[2]{4} = 2$$

$$\sqrt[2]{9} = 3$$

$$\sqrt[2]{16} = 4$$

$$\sqrt[2]{25} = 5$$

Y también las cúbicas más comunes:

$$\sqrt[3]{1} = 1$$

$$\sqrt[3]{8} = 2$$

$$\sqrt[3]{27} = 3$$

$$\sqrt[3]{64} = 4$$

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

Saber estos valores te ahorra tiempo y dolores de cabeza.

RAICES QUE GENERAN IRRACIONALES

No todas las raíces dan números enteros o fracciones lindas y exactas. A veces, el resultado es un irracional (un decimal infinito y sin patrón).

$$\sqrt[2]{2} = 1.4142135623730950488016887242097...$$

$$\sqrt[3]{3} = 1.7320508075688772935274463415059...$$

TIP: Cuando hacés raíces cuadradas de números primos generan números irracionales.

En programación, cuando calculás estas raíces, tu lenguaje solo te va a dar aproximaciones, porque no se pueden representar de manera 100% exacta.

REGLAS PARA RAICES

REGLA PRODUCTO BAJO LA MISMA RAIZ: Si tenemos un producto debajo de una raíz, podemos distribuir la raíz.

$$\sqrt[2]{4 * 9} =$$

$$\sqrt[2]{4} * \sqrt[2]{9} =$$

$$2 * 3 =$$

$$6$$

TIP: ojo, no sirve para radicando negativos e índice par.

REGLA COCIENTE BAJO LA MISMA RAIZ: Igual, se distribuye

$$\sqrt[2]{4/9} =$$

$$\sqrt[2]{4} / \sqrt[2]{9} =$$

$$2 / 3 =$$

$$0.66666666... = 0,\overline{6}$$

REGLA RAIZ DE UNA RAIZ: Se multiplican los índices

$$\sqrt[3]{\sqrt[2]{4}} =$$

$$\sqrt[3*2]{4} =$$

$$\sqrt[6]{4}$$

TIPS PARA RAICES

TIP: SIMPLIFICA PRIMERO

Si podés, factoriza el radicando especialmente para simplificar raíces. Más adelante veremos cómo factorizar.

TIP: CONTROLA EL SIGNO

En raíces con índice par, el radicando tiene que ser ≥ 0 . ¡Nada de meter números negativos!

TIP: EN PROGRAMACION USA FUNCIONES NATIVAS

En programación, aprovechá las funciones que ya vienen con tu lenguaje para calcular raíces (como "math.sqrt" en Python) y así te evitás problemas con la precisión. o por lo menos, la minimizás.



COSTO COMPUTACIONAL

Acá hablamos de algo súper importante en programación y matemáticas, el costo de los cálculos. No es lo mismo hacer una suma que una raíz cuadrada, o una multiplicación.

Tiempo de ejecución: Calcular raíces puede tomar más tiempo que sumar o restar, especialmente si las llamás muchas veces.

Memoria: En IA o cálculos grandes, las raíces pueden consumir bastante memoria si estás trabajando con vectores gigantes.

Frecuencia de uso: Si necesitás calcular muchas raíces seguidas, buscá formas de reducir la cantidad de cálculos.

En resumen, el costo computacional es un factor clave cuando trabajás con algoritmos que hacen muchas operaciones, y es uno de los motivos principales por los que existen técnicas de optimización tanto a nivel de hardware como de software.

OPTIMIZACIONES

Si un cálculo o un modelo (por ejemplo, una red neuronal) te está llevando demasiado tiempo, hay un montón de cosas que podés hacer para optimizar:

Mejorá el algoritmo: Usá métodos más rápidos como factorización para simplificar raíces antes de calcular.

Aproximaciones: Si no necesitás mucha precisión, podés usar valores aproximados para ahorrar tiempo.

Librerías especializadas: Usá herramientas como **NumPy** (Python), que están optimizadas para cálculos rápidos.

Procesamiento en paralelo: Aprovechá hardware como GPUs o TPUs para cálculos simultáneos.

Reducción de dimensiones: Si trabajás con espacios vectoriales grandes, técnicas como **PCA** pueden ayudar a reducir los datos.

La optimización es la parte que hace que todo corra más rápido y use menos recursos (tiempo, memoria, dinero). Es clave en el mundo real de la programación, donde eficiencia = felicidad (para vos y para tu compu).

REGLA PEMDAS

¿POR QUE USAR REGLAS?

En matemáticas y en programación, no todo vale. Si no seguimos un orden claro, nos metemos en un caos total.

Imaginá que querés resolver

$$2 + 3 * 4$$

y cada persona lo hace en el orden que se le antoja... ¡habría respuestas diferentes!

Por eso existen reglas de prioridad de operaciones, para asegurarnos de que todos lleguemos al mismo resultado, sin dramas.

¿QUE SON LAS REGLAS PEMDAS?

Son las siglas que marcan el orden en el que resolvemos expresiones matemáticas. Corresponden a:

Paréntesis

Exponentes

Multiplicación

División

Adición (suma)

Sustracción (resta)

En inglés: Parentheses, Exponents, Multiplication, Division, Addition, Subtraction.

$$2 + 3 * 4$$

Siguiendo PEMDAS

Primero va la Multiplicación ($3 * 4 = 12$)

Luego la Adición ($2 + 12 = 14$).

Si alguien hiciera primero $2 + 3 = 5$, y luego $5 * 4 = 20$, estaría rompiendo las reglas ¡y obteniendo el resultado equivocado!



¿QUE DIFERENCIA CON BODMAS/BIDMAS?

En algunos países (sobre todo de habla inglesa) usan BODMAS o BIDMAS en lugar de PEMDAS. Pero ¿de qué va la diferencia?

Brackets
Order
Division
Multiplication
Addition
Subtraction

Brackets
Indices
Division
Multiplication
Addition
Subtraction

Son básicamente lo mismo, solo cambian las letras:

Brackets = Paréntesis.

Indices = Exponentes.

Order = Lo mismo que exponentes (la potencia).

La idea central es siempre la misma...

...primero paréntesis, luego exponentes/potencias, después multiplicación/división, y por último suma/resta.

USO DE LOS LENGUAJES

En programación, pasa algo similar. La mayoría de los lenguajes (Python, C, Java, etc.) respeta este orden de operaciones para evitar confusiones.

TIP:

siempre es buena idea revisar la “tabla de precedencia de operadores” de tu lenguaje favorito en la documentación oficial. Esto te asegura que estás aplicando las reglas correctamente.