Conjuntos

Un ***conjunto*** está integrado por objetos y los objetos que integran el conjunto se llaman ***elementos*** de ese conjunto. Ejemplos de conjuntos son los siguientes:

- El conjunto de los números enteros.
- El conjunto de los números naturales mayores que 5 y menores que 9.
- El conjunto formado por los estudiantes de primer año de la T.S.P.
- El conjunto formado por un punto P en el plano y las rectas que pasan por él.

Un conjunto sin elementos se denomina ***conjunto vacío***.

En general usaremos letras mayúsculas para designar a los conjuntos y letras minúsculas para designar a sus elementos. Si a es un elemento de un conjunto A se escribe $a \in A$ y se lee ***a pertenece a A*** o bien, *a es un elemento de A*. Si a no es un elemento del conjunto A se escribe a $a \notin A$ y se lee ***a no pertenece a A*** o bien, *a no es elemento de A*.

Los símbolos N, Z, Q, I y R servirán para denotar a los siguientes conjuntos:

N: el conjunto de los números naturales.

Z: el conjunto de los números enteros.

Q: el conjunto de los números racionales.

I: el conjunto de los números irracionales

R: el conjunto de los números reales.

Definir **un conjunto es describir de una manera precisa, sin ambigüedades, cuáles son los elementos de dicho conjunto**.

Existen distintas maneras de definir un conjunto:

Por *extensión*: es decir, listando todos los elementos del conjunto separados por punto y coma y encerrando todo entre llaves:

A = {1; 2; 3; 4}

B = {a; e; i; o; u}

C = {amarillo; rojo; azul}.

El orden en el cual se enumeran los elementos del conjunto no es importante, y los elementos se consideran una sola vez.

Ejemplo: A = {1; 2; 3; 4} o bien A = {2; 4; 1; 3}

Por Comprensión: es decir, enunciando una propiedad de los elementos que lo integran:

A = {x | x cumple la propiedad P}.

Esto se lee: *"el conjunto de los x tales que x cumple la propiedad P.*

Ejemplo 1: A = {x | x es natural y $1 \leq x \leq 4$}

El conjunto A está formado por todos los números naturales mayores o iguales a 1 y menores o iguales a 4.

Definido por extensión: A = {1; 2; 3; 4}

Ejemplo 2: B = {x | x es par y $x \geq 4$}

El conjunto B está formado por todos los números pares mayores o iguales a 4 pero, es un conjunto infinito de elementos, por lo tanto, no podemos definirlo por extensión

Conjunto Vacío

Al *conjunto vacío* se lo denota con el símbolo ∅ o { }.

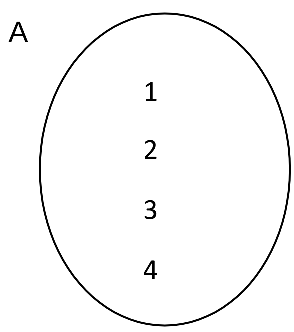
Ejemplo: C = {x | x es entero y 1< x< 2}

El conjunto C es vacío ya que no existen elementos entre 1 y 2, por lo tanto lo denotamos

C = ∅ o C = { }.

Diagramas de Venn.

Los **diagramas de Venn** son esquemas usados en la teoría de conjuntos. Estos diagramas muestran colecciones (*conjuntos*) de cosas (*elementos*) por medio de líneas cerradas. Por ejemplo, el diagrama de Venn para el conjunto A = {1; 2; 3; 4} es:



Subconjuntos: Un conjunto A se dice que es *subconjunto* de otro B, si cada elemento de A es también elemento de B, es decir, cuando se verifique:

$x \in A \Rightarrow x \in B$, sea cual sea el elemento x. En tal caso, se escribe $A \subseteq B$.

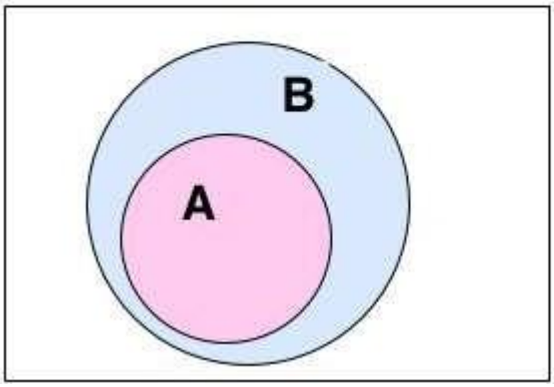


Diagrama de Venn que muestra $A \subseteq B$

Consideremos los conjuntos

A = {1; 2; 3; 4}, y B = {1; 2; 3; 4; 5; 6}.

Como podemos ver, los elementos de A: 1; 2; 3 y 4, también son elementos de B. Decimos entonces que A es un *subconjunto* de B, o que A está *incluido en* B.

En particular, todo conjunto está incluido en sí mismo.

Ejemplo: A = {1; 2; 3; 4} está incluido en A, y lo escribimos A ⊆ A.

Conjunto Universal: El conjunto que contiene a todos los elementos a los que se hace referencia recibe el nombre de conjunto Universal, este conjunto depende del problema que se estudia, se denota con la letra U

Ejemplo1:

A = {x | x es un natural par}

B = {x | x es un natural mayor que 4}

C = {x | x es un natural menor que 23},

Son conjuntos cuyos elementos son números naturales.

Ejemplo 2: Los elementos de los conjuntos X, Y, Z:

X = {cuadrado; rectángulo; rombo

Y = {triángulo; hexágono}

Z = {decágono, eneágono, octógono, heptágono}

Tienen la propiedad de ser polígonos.

Resulta entonces conveniente considerar *un* conjunto que contenga a todos los conjuntos que se estén considerando. A dicho conjunto se lo denomina *conjunto universal*, y lo denotamos con la letra U.

Operaciones con Conjuntos:

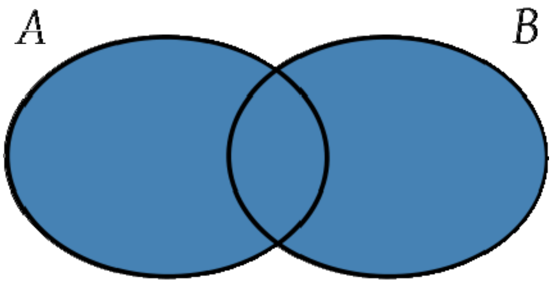
UNION

La unión de dos conjuntos A y B la denotaremos por $A \cup B$ y es el conjunto formado por los elementos que pertenecen al menos a uno de ellos o a los dos. Lo que se denota por:

$A \cup B = \{ x/x \in A \text{ o } x \in B \}$

Ejemplo: Sean los conjuntos $A=\{1; 2; 3; 4 \}$ y $B=\{ 8; 10; 12 \}$

$A \cup B =\{ 1; 2; 3; 4; 8; 10; 12 \}$



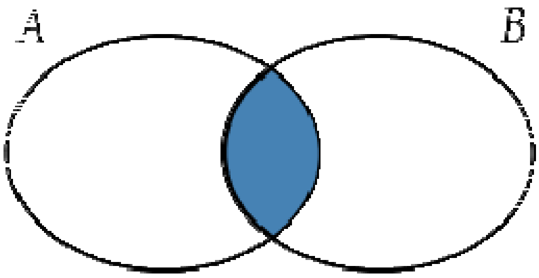
INTERSECCION

Sean $A=\{1; 2; 3; 4 \}$ y $B=\{ 2; 3; 8; 10; 12 \}$

Los elementos comunes a los dos conjuntos son: 2 y 3. A este conjunto se le llama intersección de A y B; y se denota por $A \cap B$, algebraicamente se escribe así:

$A \cap B = \{ x/x \in A \text{ y } x \in B \}$; $A \cap B =\{2; 3\}$

Y se lee el conjunto de elementos x que están en A y están en B.



COMPLEMENTO

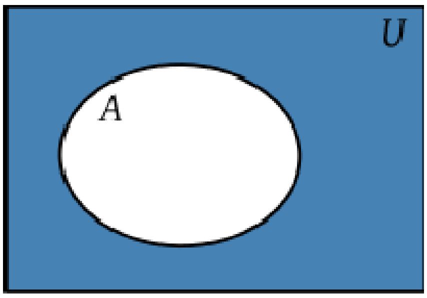
El complemento de un conjunto respecto al universo U es el conjunto de elementos de U que no pertenecen a A y se denota como **A' o** $\overline{A}$ y que se representa por comprensión como:

$$A' = \overline{A} = \{x/x \in U \text{ y } x \notin A\}$$

Ejemplo:

Sea U = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 } ; A= {1; 3; 5; 7; 9 } donde $A \subset U$

El complemento de A estará dado por: $A' = \overline{A} = \{ 2; 4; 6; 8 \}$



DIFERENCIA

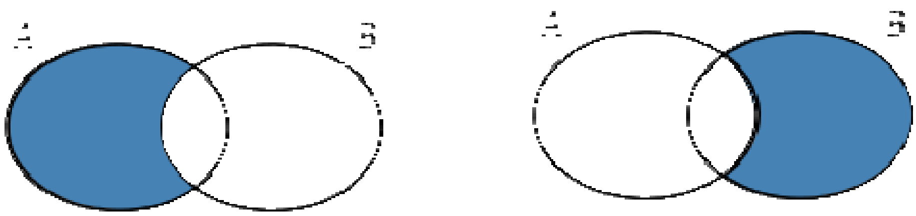
Sean A y B dos conjuntos. La diferencia de A y B se denota por **A - B** y es el conjunto de los elementos de A que no están en B y se representa por comprensión como:

$$A - B = \{ x/x \in A \,;\, X \notin B \}$$

Ejemplo: Sea A= {a; b; c; d} y B= {a; b; c; g; h; i} ; A - B= {d}

En el ejemplo anterior se observa que solo interesan los elementos del conjunto A que no estén en B. Si la operación fuera B – A, el resultado es: **B – A = {g; h; i }**
E indica los elementos que están en B y no en A.

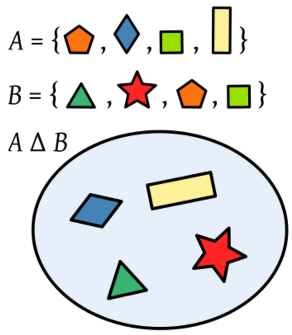
Diagramas de Venn de (A – B) y (B – A) respectivamente

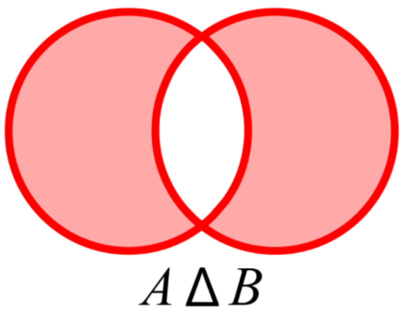


DIFERENCIA SIMÉTRICA: ***Se representa con el símbolo △.***

La diferencia simétrica de dos conjuntos es el conjunto formado por los elementos que pertenecen a uno o a otro conjunto, pero no a ambos a la vez, es decir: La diferencia simétrica de dos conjuntos A y B es otro conjunto A Δ B cuyos elementos son todos los elementos de A o B, a excepción de los elementos comunes a ambos:

$$x \in \left(A \Delta B\right) \Leftrightarrow x \in A \,\underline{\vee}\, x \in B$$





LEYES BÁSICAS DE LA TEORÍA DE CONJUNTOS

Leyes conmutativas	
$(1) A \cup B = B \cup A$	$(1') A \cap B = B \cap A$
Leyes asociativas	
$(2) A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	$(2') A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
Leyes Distributivas	
$(3) A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	$(3') A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$
Leyes de Identidad	
$(4) A \cup \emptyset = \emptyset \cup A = A$	$(4') A \cap U = U \cap A = A$
Leyes Complementarias	
$(5) A \cup A^c = U$	$(5') A \cap A^c = \emptyset$
Leyes idempotentes	
$(6) A \cup A = A$	$(6') A \cap A = A$
Leyes nulas	
$(7) A \cup U = U$	$(7') A \cap \emptyset = \emptyset$
Leyes de Absorción	
$(8) A \cup (A \cap B) = A$	$(8') A \cap (A \cup B) = A$
Leyes de DeMorgan	
$(9) (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$	$(9') (A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
Ley de Involución	
$(10) (A^c)^c = A$	

EJERCICIOS

1.- Escribir los siguientes conjuntos por comprensión:

A= {Mandarina, Pomelo, Limón, Lima, Naranja}

B= {do, re, mi, fa, sol, la, si}

C= {a, b, c, d, e, f, g, h}

D= {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}

E= {paralelogramo, cuadrado, rectángulo, trapecio, rombo, romboide}

2.- Escribir los siguientes conjuntos por extensión:

A= {Instrumentos musicales de viento}

B= {Números impares del 1 al 50}

C= {Números naturales comprendidos entre 7 y 15}

D= {x/x es una letra de la palabra UNIVERSIDAD}

E = {x/x $\in$ Z $\wedge$ x + 6 = -20}

3.- Decir cuáles de los siguientes conjuntos están mal definidos y por qué:

A= {Flores de color claro}

B= {x $\in$ R y x es el número siguiente al 999}

C= {Frutas secas}

D= {Profesores simpáticos de UTN}

4.- Dados los siguientes conjuntos:

U = { x/x $\in$ Z $\wedge$ -1≤ x <11}; A = { 2, 4, 6, 8, 10 } , B = { -1, 2, 3, 4, 5} y C = { -1, 2, 6, 5, 9}

Resolver por extensión y diagramas de Venn:

$a)\, A-B \qquad b)\left(A\cap B\right)\cup C \qquad c)\,\overline{A} \qquad d)\,\overline{B}$

$e)\,\left(\overline{B\cap C}\right)\cup C \qquad f)\,B\Delta C \qquad g)\,B-\overline{C}$

5.- Demostrar las siguientes leyes de la teoría de conjuntos usando diagramas de Venn

a) $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

b) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

c) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

d) $A \cup A = A$

e) $A \cup \varnothing = A$

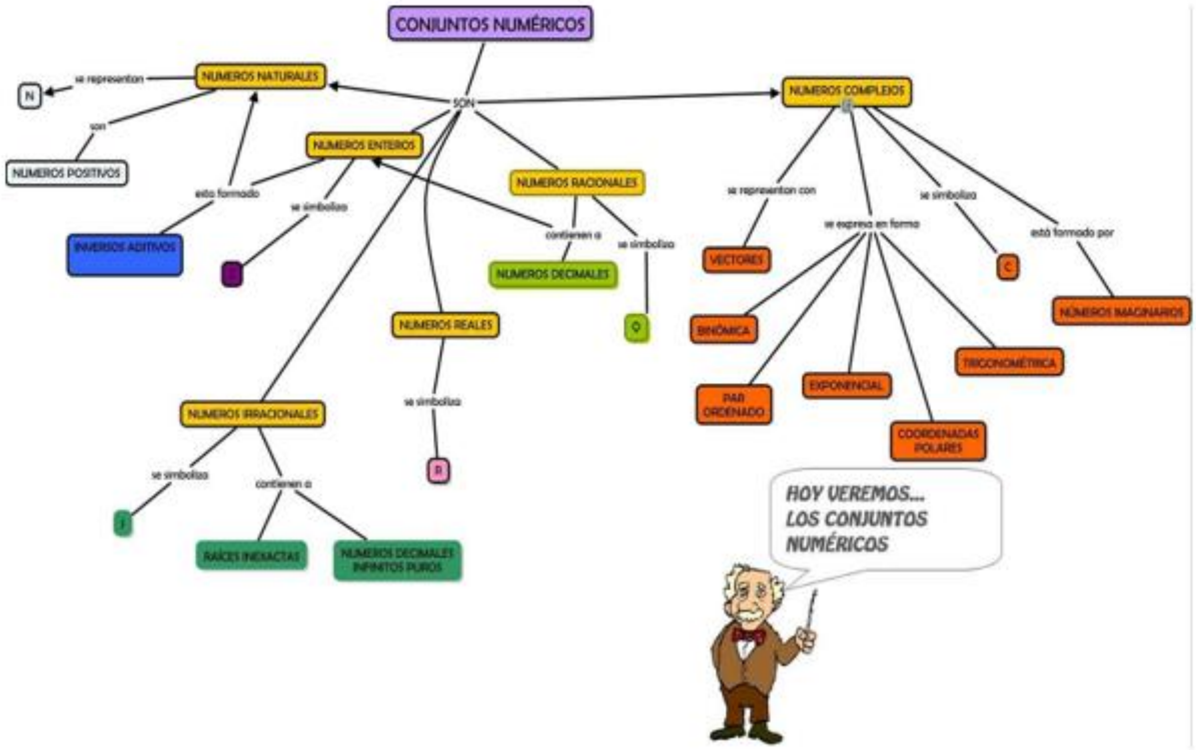
CONJUNTOS NUMÉRICOS

Se denomina conjunto a una colección de objetos, cada uno de los cuales recibe el nombre de *elemento* del conjunto.

Un conjunto puede ser finito o infinito, ello depende de la cantidad de elementos que lo conforman. Los conjuntos, cuyos elementos son los números, se denominan "**conjuntos numéricos**".

En Matemática se definen varios conjuntos numéricos, cada uno de los cuales tiene propiedades específicas que permiten efectuar operaciones entre los mismos.

Definimos los mismos en el siguiente cuadro conceptual:



LINKS INTERESANTES

https://roa.cedia.edu.ec/webappscode/21/index.html

https://prezi.com/yddt0aj1c5oe/aplicaciones-de-conjuntos-en-la-computacion/