1. Partia dostarczanych detali ma wadliwość 5%. Niech zmienną losową będzie liczba dobrych detali spośród czterech dostarczonych. Obliczyć prawdopodobieństwo, że dostarczono co najmniej dwa detale dobre.

Rozwiązanie.

Populacja: Detale (wszystkie detale z dostarczanej partii)
Cecha losowa X: liczba dobrych detali spośród czterech dostarczonych (wylosowanych).
Z treści zadania wynika, że $X \sim B(4, 0.95)$ (X ma rozkład dwumianowy z parametrami $n = 4$ oraz $p = 0.95$)
Cel: Obliczyć $P(X \geq 2)$ Prawdopodobieństwo można wyznaczyć przy użyciu arkusza kalkulacyjnego EXCEL:

$$P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - \text{ROZKŁAD.DWUM(1;4;0,95;PRAWDA)}$$

Odpowiedź: prawdopodobieństwo, że dostarczono co najmniej dwa detale dobre wynosi 0.99951875

---

2. Dwóch kandydatów stara się o to samo stanowisko. Zwolenników kandydata A w stosunku do zwolenników kandydata B jest jak 4:1. Wyznaczyć prawdopodobieństwo, że wśród dziesięciu wylosowanych osób co najwyżej 3 popierają kandydata A.

Rozwiązanie.

Populacja: Zbiorowość osób popierających kandydata A lub kandydata B
Cecha losowa X: Liczba osób popierających kandydata A spośród dziesięciu wylosowanych.
Z treści zadania wynika, że $X \sim B(10, 4/5)$ (X ma rozkład dwumianowy z parametrami $n = 4$ oraz $p = 4/5 = 0,8$)
Cel: Obliczyć $P(X \leq 3)$

$$P(X \leq 3) = \text{ROZKŁAD.DWUM(3;10;0,8;PRAWDA)} = 0.000864358$$

Odpowiedź: prawdopodobieństwo, że wśród dziesięciu wylosowanych osób co najwyżej 3 popierają kandydata A wynosi 0.000864358.

---

3. Aby zdać egzamin ze statystyki należy prawidłowo rozwiązać co najmniej 70% zadań z testu egzaminacyjnego. Przyjmując, że wyniki testu dla studentów zdających w pierwszym terminie mają rozkład normalny ze średnią 76% i odchyleniem standardowym 8.0%, obliczyć jaki procent studentów zda egzamin w pierwszym terminie.

Rozwiązanie.

Populacja: Studenci zdający w pierwszym terminie.
Cecha losowa X: możliwy do uzyskania wynik testu wylosowanego z populacji studenta (cecha wyrażona w procentach).
Założenie: $X \sim N(76, 64)$ (cecha X ma rozkład normalny o średniej 76 i wariancji 8^2=64)
Prawdopodobieństwo, że wylosowany student zda egzamin wynosi

$$P(X \geq 70) = 1 - P(X < 70) = 1 - \text{ROZKŁAD.NORMALNY(70;76;8;1)}{=}0.773374 \approx 0.77$$

Odpowiedź: 77% studentów zda egzamin w pierwszym terminie.

---

4. Stwierdzono, że 80% ludzi o IQ powyżej 90 jest w stanie nauczyć się posługiwać pewnym urządzeniem. Jaki jest to procent całej populacji jeśli wiadomo, że iloraz inteligencji jest cechą o rozkładzie $N(100, 100)$?

Rozwiązanie.

Populacja: ludzie (zbiorowość osób)
Cecha losowa X: iloraz inteligencji IQ wylosowanej osoby
Założenie: $X \sim N(100, 100)$
Cel: Wyznaczyć $P(X > 90) \cdot 0.8$.

Rachunki.

$P(X > 90) = 1 - P(X \leq 90) = 1 - \Phi(\frac{90-100}{10}) = 1 - \Phi(-1) = \Phi(1)$
Uwaga: Φ jest stablicowaną dystrybuantą rozkładu $N(0,1)$. Dystrybuanta ta ma własność $\Phi(-x) = 1-\Phi(x)$
$\Phi(1) = 0.84134$
Zatem $P(X > 90) \cdot 0.8 \approx 0.67$

Odpowiedź: 67% całej populacji jest w stanie posłużyć się pewnym urządzeniem.

---

5. Poparcie dla pewnego polityka wynosi 20%. Jakie są szanse na to, ze spośród czterech wylosowanych wyborców co najmniej dwóch będzie popierać tego polityka?

Rozwiązanie.

Populacja: Wyborcy
Cecha losowa X: liczba wyborców popierających polityka spośród czterech wyborców wylosowanych.
Z treści zadania wynika, że $X \sim B(4, 0.2)$
Cel: Wyznaczyć $P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) \approx 0.18$.

Uwaga: Jeżeli $X \sim B(n,p)$, to $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Szanse na to, ze spośród czterech wylosowanych wyborców co najmniej dwóch będzie popierać tego polityka wynoszą 18% ?