1. Określić, który ze zbiorów jest ograniczony. Jeśli to możliwe, wyznaczyć max, min, sup, inf tych zbiorów. Zbiory: $\{n:\ n\in N\}$, $\{\frac{n-1}{n}:\ n\in N\}$, $\{(-1)^n:\ n\in N\}$, $\{e^x:\ x\in R, x>0\}$, $\{(1-1/n)^n:\ n\in N\}$

2. Wyznaczyć granice:
$\lim\limits_{n\to\infty}(n+3-\sqrt{n^2-n+1})$, $\lim\limits_{n\to\infty}(1+34/n)^n$, $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{\ln(5)}$, $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{0.5}$, $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{5^n+123^n}$

3. Niech $\alpha\in R$, $n\in N$. Mamy funkcje: $\sin x$, $\cos x$, $\mathrm{tg}x$, , e^x, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\mathrm{arctg}x$, $\ln x$, $\log_p x$, x^α, x^{-n}
a) Podać dziedzinę naturalną tych funkcji.
b) Która funkcja jest okresowa i jaki ma okres?
c) Która funkcja jest rosnąca w swojej dziedzinie naturalnej?
d) Podać wzór na prostą styczną w punkcie $x=1$ dla każdej funkcji.
e) Która funkcja jest parzysta/nieparzysta?
f) Która funkcja ma asymptoty pionowe i w których punktach?
g) Która funkcja jest w swojej dziedzinie wklęsła/wypukła? Jak to pokazać za pomocą dugiej pochodnej?
h) Która funkcja jest różnowartościowa?

4. Podać wartości funkcji trygonometrycznych w punktach 0, $\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{4}$, $\frac{\pi}{3}$, $\frac{\pi}{2}$ (tam gdzie to możliwe).

5. Wyznaczyć pochodne następujących funkcji: $\sin x$, $\cos x$, $\mathrm{tg}x$, $\mathrm{ctg}x$, $\arcsin x$, $\arccos x$, $\mathrm{arctg}x$, $\mathrm{arcctg}x$, e^x, $\frac{x^6}{\ln x+\sin x}$, $\frac{\sin x}{e^{x+2}}$, $e^{\sin(\ln x)}$, $\sin^2 x$, $\sin x^2$, $\sin(\ln(x^3+3)+e^{-1/x})$

6. Wyznaczyć wszystkie asymptoty funkcji $f(x)=\frac{1}{x}\mathrm{arctg}(x-1)$.

7. Wyznaczyć ekstrema oraz punkty przegięcia funkcji $f(x)=\frac{1}{20}x^5-\frac{1}{12}x^4+20$.

8. Wyznaczyć: $\int dx$, $\int\frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$, $\int\frac{1}{x^2}\,dx$, $\int\frac{1}{x}\,dx$, $\int e^x\,dx$, $\int 5^x\,dx$, $\int\cos x\,dx$, $\int\sin x\,dx$, $\int\frac{1}{\sin^2 x}\,dx$, $\int\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\int x\ln x\,dx$, $\int x\cos x\,dx$, $\int\frac{f'(x)}{f(x)}\,dx$, $\int\frac{1/x+1}{x+\ln x}\,dx$, $\int(x+1)\,dx$, $\int\frac{1}{(x-2)^2}\,dx$, $\int\frac{1}{x+3}\,dx$, $\int e^{x+3}\,dx$, $\int\sin(x+\pi/2)\,dx$, $\int\frac{dx}{\sqrt{1-(x-2)^2}}$, $\int\frac{1}{(x+3)^2+1}\,dx$,

9. Wyznacz granice. Tam gdzie można, zastosuj regułę de l'Hospitala: $\lim\limits_{x\to0^+}\sin(x)/x$, $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{\ln x}{x}$, $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+3x}{e^x}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^2+3x}{e^{-x}}$, $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{1/x}{\ln(1/x^2)}$, $\lim\limits_{x\to\pi/2^+}\frac{\mathrm{tg}x}{x-\pi/2}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x-3}{5+1/x}$

10. Wyznaczyć całki: $\int\limits_0^{\pi/2}(x^2+3x-\sin x+\mathrm{arctg}x+\ln(x+1))\ dx$, $\int\limits_0^1\frac{1}{x-1}\ dx$, $\int\limits_0^\infty\frac{1}{x}\ dx$, $\int\limits_2^3\frac{1}{x-2}\ dx$, $\int\limits_2^3(x-2)^2\ dx$, $\int\limits_1^\infty\ln(x-1)\ dx$, $\int\limits_{-\pi/2}^{\pi/2}\sin(x+\pi/2)\ dx$, $\int\limits_2^3 x\ln x\ dx$, $\int\limits_0^\infty(1-e^{-x})\ dx$,
$\int\limits_{-\infty}^{\infty}x^2 I_{(-1,1)}(x)\ dx$, gdzie $I_A=\begin{cases}1 & \text{dla } x\in A\\ 0 & \text{dla } x\notin A\end{cases}$,
$\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{x^2}\ dx$, $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{(x+2)^2}\ dx$

11. Niech $A=\begin{pmatrix}0&0&2&1\\1&0&1&1\\6&0&1&1\\4&5&1&1\end{pmatrix}$ oraz $B=\begin{pmatrix}3&1&2&1\\2&0&1&1\\5&3&1&1\\7&5&1&1\end{pmatrix}$.
Wyznaczyć AB, $detA$, $detB$, $R(A)$, $R(B)$, $6A$, $-3A+2B$, $det(5A)$, $det((-3)A)$, $det(AB)$, A^T, $det(A^TB)$

12. Sprawdzić, czy macierz $A=\begin{pmatrix}3&1&2&1\\1&0&1&1\\2&1&1&-1\\1&1&-1&3\end{pmatrix}$ jest dodatnio określona.

13. Zapisać układ równań za pomocą macierzy. Rozwiązać układ metodą wyznaczników.
$$\begin{cases}x+2y+3z=14\\3x-3y+3z=6\\2x+5y-5z=-3\end{cases}$$

14. Wyznaczyć pole obszaru $D = \{(x,y):\ 0.5x < y < \sqrt[3]{x},\ y > 0\}$

15. Wyznaczyć pochodne cząstkowe pierwszego rzędu podanych funkcji: $f(x,y) = \frac{e^x}{\ln(x+y)}$, $f(x,y) = x^y$, $f(x,y,z) = x + y^2 + 2$, $f(x,y,z) = \sin(x\mathrm{tg}(y\cos z))$, $f(x,y,z) = \sqrt[3]{\mathrm{arctg}(x + e^{yz})}$

16. Niech $F(t) = f(x(t), y(t))$. Wtedy przy pewnych warunkach zachodzi

$$\frac{d}{dt}F(t) = \frac{\partial}{\partial x}f(x(t), y(t))\frac{dx(t)}{dt} + \frac{\partial}{\partial y}f(x(t), y(t))\frac{dy(t)}{dt}$$

Korzystając z tej reguły różniczkowania wyznacz pochodną $\frac{d}{dt}F(t)$, gdzie

$$F(t) = f(\sin t, \ln t),\ \text{przy}\ f(x,y) = xy^2$$

17. Wyznaczyć dziedzinę naturlną funkcji $f(x,y) = \ln(xy) - 0.5(x+y)$ oraz jej maksimum.

18. Znaleźć ekstrema lokalne funkcji:

$$f(x,y) = e^{-x^2-y^2},\ f(x,y) = xy\ln(x^2+y^2),\ f(x,y) = (x-y)^2 + (y+2)^3$$

19. Wyznacz całki: $\int_1^2\int_0^3 (x + y^2x)\,dxdy$, $\int_{-1}^1\int_2^4 (x^2 + y^2x)\,dxdy$, $\int_3^5\int_2^4 \ln(x+y)\,dxdy$

20. Wyznaczyć

całkę $\int_D (x^2 - xy)\,dxdy$ dla $D = \{(x,y) \in R^2:\ y \geq x,\ y \leq 3x - x^2\}$,

całkę $\int_D (3x - 2y)\,dxdy$ dla $D = \{(x,y) \in R^2:\ x^2 + y^2 \leq 1\}$,

całkę $\int_D (xy)\,dxdy$ dla $D = \{(x,y) \in R^2:\ y \leq 6 - x,\ y \geq \sqrt{x},\ x \geq 0\}$