Cecha X ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma^2)$
Średnia μ oraz wariancja σ^2 są nieznane

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

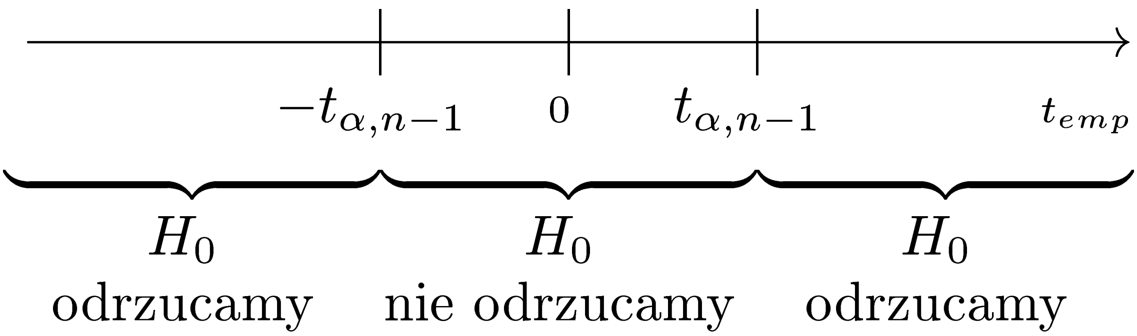
Test Studenta (poziom istotności α)
Próba: $X_1, \ldots, X_n$

$$\bar{X}, S^2$$

Statystyka testowa

$$t_{\text{emp}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S}\sqrt{n}\ .$$

Wartość krytyczna $t(\alpha; n-1)$
Jeżeli $|t_{\text{emp}}| > t(\alpha; n-1)$, to hipotezę $H_0 : \mu = \mu_0$ odrzucamy.



Inny sposób wnioskowania (pakiety statystyczne)

Próba $x_1, \ldots, x_n \longrightarrow t_{\text{emp}}$

t_{n-1} — zmienna losowa o rozkładzie t–Studenta z $n-1$ stopniami swobody (rozkład statystyki testowej przy prawdziwości $H_0 : \mu = \mu_0$)

$$P\{|t_{n-1}| > t_{\text{emp}}\}$$

Interpretacja:
prawdopodobieństwo „uzyskania" próby $x_1, \ldots, x_n$, gdy $H_0 : \mu = \mu_0$ jest prawdziwa

Wnioskowanie:
Jeżeli $P\{|t_{n-1}| > t_{\text{emp}}\} < \alpha$, to hipotezę odrzucamy
Jeżeli $P\{|t_{n-1}| > t_{\text{emp}}\} > \alpha$, to hipotezy nie odrzucamy

Przykład. Przypuszczenie: maszyna pakująca kostki masła nastawiona na jednostkową masę 250 g uległa po pewnym czasie rozregulowaniu.

Cecha X — masa kostki masła ($X \sim N(\mu, \sigma^2)$)

$$H_0 : \mu = 250$$

Test Studenta; poziom istotności $\alpha = 0.05$

Próba:
254, 269, 254, 248, 263, 256, 258, 261, 264, 258.
Obliczenia:
$\bar{x} = 258.5,\ s^2 = 36.05,\ t_{\text{emp}} = 4.47$

Wnioskowanie:
Wartość krytyczna: $t_{0.05,9} = 2.2622$.
$4.47 > 2.2622$: odrzucamy hipotezę
Stwierdzamy, że maszyna rozregulowała się

Wnioskowanie (pakiety):
$P\{|t_9| > 4.47\} \approx 0.00005$
$0.00005 < 0.05$: odrzucamy hipotezę

Moc testu

$$\text{Moc testu} = 1 - P\{\text{błąd II rodzaju}\}$$

$$\text{Moc testu} = P\{\text{odrzucenie nieprawdziwej } H_0\}$$

Moc testu Studenta hipotezy $H_0 : \mu = \mu_0$

$$\mathcal{M}(\mu) = P\{|t_{\text{emp}}| > t(\alpha; n-1) | X \sim N(\mu, \sigma^2)\}$$

$$\mathcal{M}(\mu_0) = \alpha$$

Przedział ufności a test hipotezy $H_0 : \mu = \mu_0$

Cecha $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$H_0 : \mu = \mu_0$$

H_0 nie odrzucamy na poziomie istotności α

$$\Updownarrow$$

$$|t_{\text{emp}}| < t(\alpha; n-1)$$

$$\Updownarrow$$

$$-t(\alpha; n-1) < \frac{\bar{X} - \mu_0}{S}\sqrt{n} < t(\alpha; n-1)$$

$$\Updownarrow$$

$$\mu_0 \in (\bar{X} - t(\alpha; n-1)\frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t(\alpha; n-1)\frac{S}{\sqrt{n}})$$

$$\Updownarrow$$

μ_0 należy do przedziału ufności

na poziomie ufności $1 - \alpha$

Cecha X ma rozkład normalny $N(\mu, \sigma^2)$
Średnia μ oraz wariancja σ^2 są nieznane

$$H_0 : \mu \leq \mu_0$$

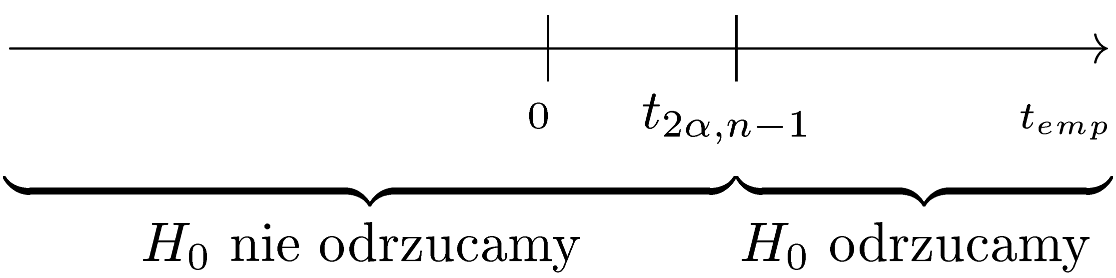
Test Studenta (poziom istotności α)
Próba: $X_1, \ldots, X_n$

$$\bar{X}, S^2$$

Statystyka testowa

$$t_{\mathrm{emp}} = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S}\sqrt{n} \ .$$

Wartość krytyczna $t(2\alpha; n-1)$
Jeżeli $t_{\mathrm{emp}} > t(2\alpha; n-1)$, to hipotezę $H_0 : \mu \leq \mu_0$ odrzucamy.



Przykład. Przypuszczenie: worki nawozów mineralnych pakowanych przez maszynę są niedoważone do nominalnej wartości 50 kg.

Cecha X — masa worka ($X \sim N(\mu, \sigma^2)$)

$$H_0 : \mu \leq 50 \ kg$$

Test Studenta ($\alpha = 0.05$)

Obliczenia na podstawie próby
$n = 20, \ \bar{x} = 48, \ s^2 = 6.2, \ t_{\text{emp}} = -2.54.$

Wnioskowanie:
Wartość krytyczna $t(2 * 0.05, 19) = 1.729$
$-2.54 < 1.729$: nie odrzucamy hipotezy

Stwierdzenie, że maszyna pakująca worki nawozów mineralnych nie doważa do nominalnej wagi 50 kg możemy uznać za uzasadnione.