EX = $\sum_{I=1}^{N} (P_I * x_I)$

$D^2x = E(x-EX)^2 = EY^2$ $\qquad D^2X = EX^2-(EX)^2$

Dla typu dyskretnego: $EX^3 = \sum_{I=1}^{N} (P_I * (x_I)^3)$ $\qquad D^2X = \sum_{I=1}^{N} (P_I * (x_I - EX)^2)$

$\binom{n+k-1}{k}$ $\quad Y^2 = (x-EX)^2$ $\qquad ZW_y = \{ (x_i - EX)^2\}$

Prawdopodobienstwo warunkowe: $P(A|B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$

Prawdo. Całkowite: $P(A) = P(A|B_1) \cdot P(B_1) + P(A|B_2) \cdot P(B_2) + ... + P(A|B_n) \cdot P(B_n)$

Twierdzenie Bayesa: P(Bk|A)=P(A|Bk)P(Bk)P(A|B1)P(B1)+P(A|B2)P(B2)+...+P(A|Bn)P(Bn)

EX Rozkładu o danej gęstości : $EX = \int_{-oo}^{+oo} x * f(x)dx$ $\quad EX^4 = \int_{-oo}^{+oo} x^4 * f(x)dx$ $\quad EY = \int_{-oo}^{+oo} y * f(y)dy$

Jeśli $EX^2 < oo$ $\quad D^2x = E(x-EX)^2 = \int_{-oo}^{+oo}(x-EX)^2 * f(x)dx$

Mediana: $M_e = \int_{-oo}^{x\_0.5} f(x)dx = 0.5$

Rozkład jednostajny: $EX = \frac{a+b}{2}$ $\quad D^2X = \frac{(b-a)^2}{12}$ $\quad f(x) = \frac{1}{b-a}, x \in [a,b]$ $\quad f(x) = 0, x\nexists[a,b]$ $\quad EX = E(n*x+b) = n*EX + E(b) = n*EX+b$

$D^2(n*x+b) = n^2 * D^2X$

Odchylenie standardowe: $\sqrt{D^2X} = m$

Rozkład wykładniczy: $X \sim Exp(\sigma)$ $\quad f(x) = \sigma * e^{-\sigma * x},\ gdy\ x > 0$ $\quad f(x) = 0\ gdy\ x \leq 0$ $\quad P(x<n) = \int_{-oo}^{n} f(x)dx$ $\quad EX = \frac{1}{\sigma}$ $\quad D^2x = \frac{1}{\sigma^2}$

Rozkład normalny: Jeśli: $X \sim N(0,1)$

Dystrybuanta: $F_y(t) = P(y \leq t)$ $\quad P(-z \leq x \leq z) = \theta(z) - \theta(-z),\ \theta(-z) = 1 - \theta(z)$ $\quad P(z \leq t) = P(z < t) = P(\emptyset) = 0\ , gdzie\ t < 0\ \ , z > 0$

Gęstość :

Jeśli: $X \sim N(m,\sigma)$ $\quad EX = \int_{-oo}^{+oo} x * \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right)}dx = m$ $\quad f_y(t) = F_y'(t),\ gdy\ pochodna\ istnieje.$ $\quad f_y(t) = 0,\ gdy\ pochodna\ nie\ istnieje.$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} e^{\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right)} \qquad Y = \frac{x-m}{\sigma} \qquad P(|x-m| < \sigma) \sim 68{,}3\% \quad P(|x-m| < 2\sigma) \sim 95{,}45\% \quad P(|x-m| < 3\sigma) \sim 99{,}7\%$$

PD 12-13:

$$P(n \leq x \leq d) = P(n < x < d) = F(d) - f(n) = \theta\left(\frac{d-m}{\sigma}\right) - \theta\left(\frac{n-m}{\sigma}\right) \qquad P(z \geq t) = 1 - P(z < t)$$

$$\sum_k \binom{n}{k} * p^k + q^{n-k}$$

Gęstość funkcji dwóch zmiennych: $\iint_{R^2} f(x,y)dxdy = 1$

Gęstość brzegowe: $f_x(x) = \int_{-oo}^{+oo} f(x,y)dy$ $\quad f_y(y) = \int_{-oo}^{+oo} f(x,y)dx$

Dla dwuwymiarowej zmiennej losowej: $E(X*Y) = \iint_{R^2}(x*y) * f(x,y)dxdy$ $\quad E(X) = \iint_{R^2}(x) * f(x,y)dxdy$ $\quad E(Y) = \iint_{R^2}(y) * f(x,y)dxdy$

Pd 14:

Kowariancja: $COV(x,y) = E(X*Y) - EX * EY$

Współczynik korelacji: $P(x,y) = \frac{Cov(x,y)}{\sqrt{D^2X} * \sqrt{D^2Y}}$

Twierdzenia de Moivre'a-Laplace'a, jako szczególnego przypadku CTG: $P\left(\alpha < \frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq \beta\right) = \theta(\beta) - \theta(\alpha)$

$$P\left(\frac{S_n - np}{\sqrt{np(1-p)}} \leq \beta\right) = \theta(\beta)$$

$$P(S_n \leq m) = P\left(\frac{S_n - np}{\sqrt{n*p*(1-p)}} \leq \frac{m - n*p}{\sqrt{n*p*(1-p)}}\right) = \theta\left(\frac{m-n*p}{\sqrt{n*p*(1-p)}}\right)$$

nierówność Czebyszewa: $P\left(\left|\frac{S_n}{n} - \frac{m}{n}\right| \geq \frac{z}{n}\right) \leq \frac{p*q}{n*\left(\frac{z}{n}\right)^2}$

ĆW :

Dla rozkładu normalnego:

Wzór na realizację przedziału ufności dla średniej m, przy poziomie ufności $1-\alpha$: $m \in \left(\bar{x} - t_{\alpha;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{\alpha;n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right)$ $\quad \bar{x} = \frac{x\_1 + ... + x\_n}{n}$ $\quad s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}$

$1-\alpha = poziom\_ufnosci \Rightarrow \alpha \Rightarrow t_{\alpha;n-1}$ Alternatywnie: $s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left[\left(\sum_{i=1}^{10} x_i^2\right) - n\cdot\left(\bar{x}\right)^2\right]}$

Na podstawie dużej próbki, nie rozkład normalny: Założenie: $X \sim D(p)$,

Wzór na realizację przybliżonego przedziału ufności (gdy liczność próby = n - „duża"), przy poziomie ufności $=1-\alpha$:

$$p \in \left(\hat{p} - u_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}, \hat{p} + u_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}\right) \quad 1-\alpha = poziom\_ufnosci \Rightarrow \alpha \Rightarrow u_{1-\frac{\alpha}{2}} \qquad \hat{p} = \frac{k}{n}$$

poziom istotności h, rozkład normalny:

H_0: $m = x$, H_1: $m \neq x$; Wzór na wartość statystyki testowej: $t_{emp} = \frac{\bar{x} - m}{s}\sqrt{n}$;

$\left|t_{emp}\right| \geq t_{\alpha;n-1}$ oh. $\quad \left|t_{emp}\right| < t_{\alpha;n-1}$

Dla duzego „n" :

$$u_{emp} = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

$\left|u_{emp}\right| \geq u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ $\qquad \left|u_{emp}\right| < u_{1-\frac{\alpha}{2}}$

Ćw:

Jeżeli:

$X_1 \sim N(m_1, \sigma_1)$, $X_2 \sim N(m_2, \sigma_2)$, gdzie m_1, m_2, σ_1, σ_2 nieznane, i $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ (czyli $\sigma_1 = \sigma_2$), Na danym poziomie istotności, wtedy:

Wzór na wartość statystyki testowej: $t_{emp} = \dfrac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_r}$; $\operatorname{var} x_1 = (n_1 - 1)s_1^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_{1i} - \bar{x}_1)^2$, $\operatorname{var} x_2 = (n_2 - 1)s_2^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_{2i} - \bar{x}_2)^2$,

$s_r = \sqrt{\dfrac{\operatorname{var} x_1 + \operatorname{var} x_2}{n_1 + n_2 - 2} \cdot \left(\dfrac{1}{n_1} + \dfrac{1}{n_2}\right)}$ $\quad t_{\alpha; n_1+n_2-2}$

α = poziom istotności

Gdy:

$|t_{emp}| \geq t_{\alpha; n_1+n_2-2}$ $\qquad |t_{emp}| < t_{\alpha; n_1+n_2-2}$

Założenia: $X_1 \sim D(p_1)$, $X_2 \sim D(p_2)$,

$$X_1 = \begin{cases} 1, & \text{z p-stwem } p_1, \\ 0, & \text{z p-stwem } 1 - p_1, \end{cases} \qquad X_2 = \begin{cases} 1, & \text{z p-stwem } p_2, \\ 0, & \text{z p-stwem } 1 - p_2, \end{cases}$$

Dla dużych n_1, n_2 :

$$u_{emp} = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1 - \hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}; \qquad \hat{p}_1 = \frac{k_1}{n_1},\ \hat{p}_2 = \frac{k_2}{n_2},\ \hat{p} = \frac{(k_1 + k_2)}{(n_1 + n_2)};$$

$|u_{emp}| \geq u_{1-\frac{\alpha}{2}}$ $\qquad |u_{emp}| < u_{1-\frac{\alpha}{2}}$

/p-wartość| $\geq$ poziom istotności testu

/p-wartość |< poziom istotności testu

Wzór na wartość statystyki testowej: $\chi^2_{emp} = \sum_{i=1}^{k} \dfrac{\left(n_i - \hat{n}_i\right)^2}{\hat{n}_i}$, gdzie $\hat{n}_i = n \cdot p_i$; α = poziom istotności

Wartość krytyczna: $\chi^2_{\alpha; k-l-1}$; Stąd, $\chi^2_{emp} = 4{,}25 < 9{,}4877 = \chi^2_{0{,}05;4}$. $\chi^2_{emp} < \chi^2_{\alpha; k-l-1}$

$\chi^2_{emp} \geq \chi^2_{\alpha; k-l-1}$ oh.

test chi-kwadrat niezależności:

Wzór na wartość statystyki testowej: $\chi^2_{emp} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{l} \dfrac{\left(n_{ij} - \hat{n}_{ij}\right)^2}{\hat{n}_{ij}}$

X\Y	Y_1	Y_2
X_1	P_11	P_12
X_2	P_21	p_22
X_3	P_31	P_32

$\sum = n_{1.} = P\_11 + P\_12$ $\quad \sum = n_{.1} = P\_11 + P\_21 + P\_31$

$\sum\sum = n = P\_11 + P\_12 + P\_21 + P\_22 + P\_31 + P\_32$

$$\hat{n}_{11} = \frac{n_{1.} \cdot n_{.1}}{n},\ \hat{n}_{12} = \frac{n_{1.} \cdot n_{.2}}{n},\ \hat{n}_{21} = \frac{n_{2.} \cdot n_{.1}}{n},\ \hat{n}_{22} = \frac{n_{2.} \cdot n_{.2}}{n},\ \hat{n}_{31} = \frac{n_{3.} \cdot n_{.1}}{n},\ \hat{n}_{32} = \frac{n_{3.} \cdot n_{.2}}{n}.$$

$\chi^2_{\alpha;(Xn-1)(Yn-1)}$ $\qquad \chi^2_{emp} \geq \chi^2_{\alpha;(Xn-1)(Yn-1)}$

$\chi^2_{emp} < \chi^2_{\alpha;(Xn-1)(Yn-1)}$