W rozkładzie wykładniczym:

$P(X\le x)=F_X(x)=1-e^{-\lambda x}$, $x\ge 0$ – dystrybuanta

$EX=\frac{1}{\lambda}$ – średnia

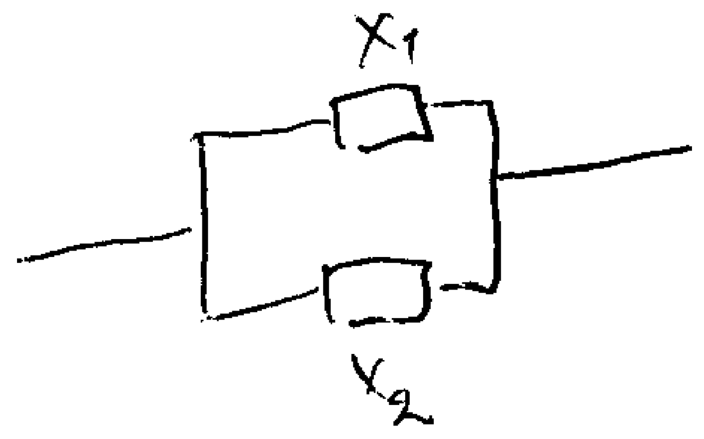
Tutaj $\frac{1}{\lambda}=1000 \Rightarrow \lambda=\frac{1}{1000}$; $F_X(1500)=1-e^{-1,5}=0,78$

X_1, X_2 – czasy życia żarówek ; $F_{X_1}(x)=F_{X_2}(x)=F_X(x)$

Y – czas życia układu

dystrybuanta jednoznacznie wyznacza rozkład

a) połączenie równoległe



$Y=\max\{X_1,X_2\}$ (układ będzie pracował tak długo, jak długo będzie świecić żarówka o dłuższym czasie życia)

jeżeli $\max\{X_1,X_2\}\le y$, to $(X_1\le y \wedge X_2\le y)$

$$F_Y(y)=P(Y\le y)=P(\max\{X_1,X_2\}\le y)=P(X_1\le y\wedge X_2\le y) \underset{\substack{\uparrow\\ \text{niezależność}\\ X_1,X_2}}{=} P(X_1\le y)P(X_2\le y)=$$

$$=F_{X_1}(y)\cdot F_{X_2}(y)=(F_X(y))^2$$

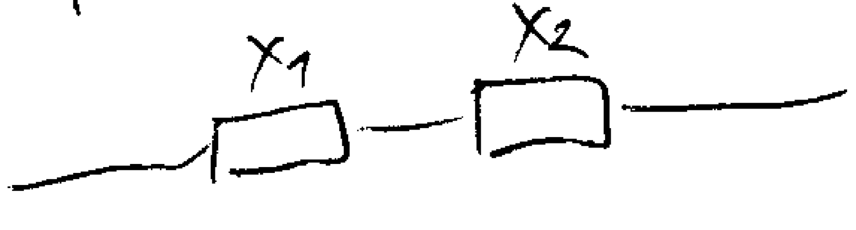
w rozkładzie ciągłym nie ma różnicy między $<$ i $\le$

czyli Y ma rozkład dany dystrybuantą

$$F_Y(y)=(1-e^{-\lambda y})^2 \quad \text{dla } \lambda=\frac{1}{1000}$$

$$P(Y\ge 1500)=1-P(Y<1500)=1-F_Y(1500)=1-(F_X(1500))^2=1-(0,78)^2=0,4$$

b) połączenie szeregowe



$Y=\min\{X_1,X_2\}$ (układ będzie pracował tylko do czasu przepalenia się pierwszej żarówki)

jeżeli $\min\{X_1,X_2\}>y$, to $(X_1>y\wedge X_2>y)$

$$F_Y(y)=P(Y\le y)=P(\min\{X_1,X_2\}\le y)=1-P(\min\{X_1,X_2\}>y)=1-P(X_1>y\wedge X_2>y)=$$

$$=1-P(X_1>y)P(X_2>y)=1-((1-P(X_1\le y))(1-P(X_2\le y)))=1-(1-F_X(y))^2$$

$$F_Y(y)=1-(1-F_X(y))^2$$

$$P(Y\ge 1500)=1-F_Y(1500)=1-(1-(1-F_X(y))^2)=1-(1-(1-0,78)^2)=0,05$$