Rozkład Jednopunktowy

(delta Diraca)

$S_x = \{x_0\}$ i $P(X = x_0)=1$

$E(X) = x_0 \quad V(X) = 0$

Rozkład dwupunktowy

(dwa możliwe wyniki)

$S_x = \{x_1, x_2\}$ i $P(X = x_1) = p$ i $P(X = x_2) = 1-p$

gdzie $0 < p < 1$,

Rozkład Bernoulliego

(jednakowe warunki, n niezależnych prób, k sukcesów)

$$P(X=k)=\binom{n}{k} p^k (1-p)^{(n-k)}$$

$E(X) = np$, $V(X) = np(1-p)$

$k=0,1,...,n$

Rozkład Poissona

z parametrem $\lambda>0$

(aproksymacja dwumianowego dla dużego n i małego p)

$$P(X=k)=e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!}$$

$$\lim_{n\to\infty}\binom{n}{k} p^k q^{(n-k)}=e^{-\lambda}\frac{\lambda^k}{k!},\ gdzie\ \lambda=np$$

$k=0,1,...$

$E(X) = \lambda$, $E^2(X) = \lambda^2 + \lambda$, $V(X) = \lambda$

Rozkład Jednostajny w < a ; b >

(gęstość stała w przedziale < a ; b >

$$f(x)=\begin{cases} 0,\ dla\ x<a \\ \dfrac{1}{b-a}\ dla\ a\leqslant x\leqslant b \\ 0,\ dla\ x>b \end{cases}$$

$$F(x)=\begin{cases} 0,\ dla\ x\leqslant a \\ \dfrac{x-a}{b-a},\ dla\ a<x\leqslant b \\ 1,\ dla\ x>b \end{cases}$$

$$E(X)=\frac{a+b}{2},\quad V(X)=\frac{(b-a)^2}{12}$$

$$E^2(X)=\frac{a^2+2\mathrm{ab}+b^2}{4}$$

Rozkład Wykładniczy

z parametrem $\lambda>0$

(ciągły odpowiednik geometryczny, brak pamięci)

$$f(x)=\begin{cases} 0,\ dla\ x\leqslant 0 \\ \lambda e^{-\lambda x},\ dla\ x>0,\ \lambda>0 \end{cases}$$

$$F(x)=\begin{cases} 0,\ dla\ x\leqslant 0 \\ 1-e^{-\lambda x},\ dla\ x>0 \end{cases}$$

$$E(X)=\frac{1}{\lambda},\ E(X^2)=\frac{2}{\lambda^2},\ V(X)=\frac{1}{\lambda^2}$$

Brak pamięci:

$$P(X>s+t|X>t)=P(X>s)=e^{-\lambda s}$$

Rozkład Geometryczny

(pierwszy sukces w ciągu doświadczeń Bernoulliego, brak pamięci)

$$P(X=k)=p(1-p)^{k-1},\ k=1,2,...$$

$$E(X)=\frac{1}{p}\quad V(X)=\frac{1-p}{p^2}$$

Brak pamięci:

$$P(X>m+n|X>m)=P(X>n)=(1-p)^n$$

Rozkład jednostajny dwuwymiarowy

$$f_{XY}(x,y)=\begin{cases} 0,\ dla\ (x,y)\notin D \\ \dfrac{1}{|D|}\ dla\ (x,y)\in D \end{cases}$$

Gęstość jednowymiarowej zmiennej losowej

$$dystrybuanta-F_X(x)=\int_{-\infty}^{x} f_X(t)\,dt,\ f_X-gęstość$$

$$Dla\ Y=g(x):$$

$$f_Y(y)=\begin{cases} 0,\ dla\ y\notin g(D) \\ \dfrac{f_X(x)}{|g'(x)|},\ gdzie\ x\ spełnia\ równanie\ g(x)=y\ dla\ y\in g(D) \end{cases}$$

Rozkład Normalny

Wielowymiarowy:

$$m=\begin{pmatrix} m_1 \\ \dots \\ m_n \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} EX_1 \\ \dots \\ EX_n \end{pmatrix}$$

Dla $n=2$:

$$C=\begin{bmatrix} VX & cov(X,Y) \\ cov(X,Y) & VY \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \delta_1^{\ 2} & \rho\,\delta_1\,\delta_2 \\ \rho\,\delta_1\,\delta_2 & \delta_2^{\ 2} \end{bmatrix}$$

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi\sqrt{detC}}\exp\left(\frac{-1}{2\mathrm{detC}}\left[VY(x-EX)^2-2\mathrm{cov}(X,Y)(x-EX)(y-EY)+VX(y-EY)^2\right]\right)$$

$$f(x,y)=\frac{1}{2\pi\sqrt{detC}}\exp\left(\frac{-1}{2\mathrm{detC}}\left[C_{22}(x-m_1)^2-2\mathrm{C}_{12}(x-m_1)(y-m_2)+C_{11}(y-m_2)^2\right]\right)$$

Jednowymairowy $N(m,\delta^2)$

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\delta}e^{\frac{-(x-m)^2}{2\delta^2}}$$

$$E(X)=m\,,\ V(X)=\delta^2$$

Standaryzacja = sprowadzenie dowolnego $N(m,\delta^2)$ *do* $N(0,1)$:

$$Z=\frac{X-m}{\delta}\sim N(0,1)$$

$$F\ \ pisane-F(z)=\begin{cases} \frac{1}{2}+\phi(z),\ dla\ z\geqslant 0 \\ \frac{1}{2}-\phi(-z),\ dla\ z<0 \end{cases}$$

$$\phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{\frac{-u^2}{2}}\,du,\ x\geqslant 0$$

$$N(0,1):\ f_x(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-x^2}{2}},\ E(X)=0,\ V(X)=1$$

$$F\ \ pisane-F_x=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{\frac{-t^2}{2}}\,dt$$

Jeśli $X=(x_{1,}\dots,x_2)\sim N(m,C)$
i $Z=AX+b$, *gdzie* $A-$*macierz*
$b-$*wektor, wtedy* $Z\sim N(m_z,C_z)$
$m_z=Am+b\,,\ C_z=ACA^T$