

1. Przeprowadzono anonimową ankietę wśród 26 uczniów najstarszych klas szkoły podstawowej. Celem ankiety było określenie ile uczniowie wydają tygodniowo na różnego rodzaju używki. Wyniki przedstawiają się następująco (w PLN):

Wydatki: 14, 11, 16, 19, 19, 20, 8, 14, 18, 12, 13, 10, 9, 12, 13, 9, 13, 14, 15, 14, 14, 14, 19, 15, 14, 13,

Na podstawie wyników ankiety oszacować przeciętne tygodniowe wydatki uczniów na używki.

Rozwiązanie

Populacja: Uczniowie najstarszych klas szkoły podstawowej

Próba: dwudziestu sześciu wylosowanych uczniów

Cecha losowa X : tygodniowe wydatki na używki wylosowanego ucznia

Założenie: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

Zatem μ oznacza przeciętne tygodniowe wydatki uczniów na używki.

Cel: Oszacować μ na poziomie ufności $1 - \alpha = 0.95$

Rachunki (arkusz kalkulacyjny EXCEL, przy założeniu, że obszar z danymi został nazwany "dane"):

$n = 26$, $\bar{X} = \text{ŚREDNIA}(\text{dane}) = 13.923077 \approx 13.9$,

$S = \text{ODCH.STANDARDOWE}(\text{dane}) = 3.1990383$,

$t(0.05, 25) = \text{ROZKŁAD.T.ODW}(0.05; 25) = 2.0595385$

Zatem statystyczny błąd oceny wynosi $t(0.05, 25) \frac{S}{\sqrt{n}} = 1.2921195 \approx 1.3$

Wniosek: Przeciętne tygodniowe wydatki uczniów na używki wynoszą co najmniej $13.9 - 1.3 = 12.6$ PLN, ale nie więcej, niż $13.9 + 1.3 = 15.2$ PLN.

Zaufanie do wniosku wynosi 95%.

2. Przeprowadzono ankietę dotyczącą poparcia dla pewnego ruchu społecznego. Wśród tysiąca ankietowanych 850 wyraziło poparcie. Ocenic odsetek ludności popierającej wspomniany ruch społeczny.

Rozwiązanie

Populacja: ludność (zbiorowość osób)

Próba: tysiąc wylosowanych osób (ankietowanych)

Cecha losowa X : liczba osób popierająca ruch społeczny spośród tysiąca osób ankietowanych

Z treści zdania wynika: $X \sim B(n, p)$, gdzie p oznacza prawdopodobieństwo wylosowania osoby popierającej ruch społeczny

Cel: Oszacować p na poziomie ufności $1 - \alpha = 0.95$

Rachunki

$n = 1000$, $\hat{p} = \frac{850}{1000} = 0.85$

$u_{0.975} = \text{ROZKŁAD.NORMALNY.S.ODW}(0.975) = 1.959964$

Zatem błąd statystyczny oceny wynosi $u_{0.975} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 0.0221311 \approx 0.02$

Stąd wniosek, że $p \in (0.85 - 0.02; 0.85 + 0.02)$

Odpowiedź: Wnioskujemy, że ruch społeczny popiera co najmniej 83% ludności, ale nie więcej niż 87%.

Zaufanie do wniosku wynosi 95%.

3. Z grupy docelowej wybrano losowo 500 osób. Spośród wybranych osób 300 zetknęło się z konkretną emisją reklamy. Ile wynosi odsetek grupy docelowej, który zetknął się z tą emisją reklamy?

Rozwiązanie.

Populacja: grupa docelowa

Cecha losowa X : liczba osób, która zetknęła się z emisją reklamy, spośród pięciuset wybranych losowo.

Z treści zadania wynika: $X \sim B(500, p)$, gdzie p oznacza prawdopodobieństwo wylosowania osoby, która zetknęła się z emisją reklamy.

Cel: Oszacować p .

Zadaję poziom ufności $1 - \alpha = 0.95$

Rachunki.

$$u_{1-\frac{\alpha}{2}} = u_{0.975} = 1.96 \text{ (z tablicy statystycznej)}$$

$$\hat{p} = \frac{300}{500} = 0.6$$

$$\text{Zatem statystyczny błąd oceny } p \text{ wynosi } 1.96 \sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{500}} \approx 0.04$$

Stąd $p \in (0.6 - 0.04, 0.6 + 0.04)$

Wniosek: Odsetek grupy docelowej, który zetknął się z emisją reklamy wynosi co najmniej 54%, ale nie więcej niż 64%.

Zaufanie do wniosku wynosi 95%

4. Średni dzienny czas słuchania jest parametrem, który mówi o tym, ile czasu statystyczny słuchacz poświęcił na słuchanie radia ogółem lub danej stacji w ciągu przeciętnego dnia. To bardzo ważny wskaźnik, który wraz z zasięgiem dziennym pracuje na udział w rynku słuchalności. Przypuśćmy, że wylosowano dziesięć osób. Każda osoba zobowiązała się zaobserwować łączny czas słuchania radia w ciągu dnia. Eksperyment dostarczył następujących wyników:

Dzienny czas słuchania | 2.7 1.7 3.2 4.3 4.2 4.7 0.8 2.8 4.1 1.9

Oszacować średni dzienny czas słuchania.

Rozwiązanie.

Populacja: Słuchacze radia

Cecha losowa X : dzienny czas słuchania

Założenie: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

Cel: Oszacować μ – średni dzienny czas słuchania.

Zadaję poziom ufności $1 - \alpha = 0.95$

Rachunki.

$$\bar{x} = 3.04, \quad S = 1.296, \quad t(0.05, 9) = 2.2622$$

$$\text{Zatem statystyczny błąd oceny wynosi } 2.2622 \cdot \frac{1.296}{\sqrt{10}} \approx 0.93$$

Stąd $\mu \in (3.04 - 0.93; 3.04 + 0.93)$

Wniosek: Średni dzienny czas słuchania wynosi co najmniej 2.11, ale nie więcej niż 3.97.

Zaufanie do wniosku wynosi 95%