Egzamin 2 zad 1 [redacted]

Zadanie 1

$A = 3B$

Z - zdarzenie zbicia szklanki

$P(Z|A) = 0.01$

$P(Z|B) = 0.04$

$P(Z) = \frac{3}{4}\cdot 0{,}01 + \frac{1}{4}\cdot 0{,}04 = \cancel{0{,}020}$ $0{,}0175$

$= 0{,}0075 + 0{,}01 = \cancel{0{,}0085}$

a) $Z \sim G(0{,}0175)$

$P(k=1) = p(1-p)^{k-1} = 0{,}0175 \cdot 0{,}9825^{0} = 0{,}0175$

b) $\cancel{A}$ [illegible] $\frac{3}{4}\cdot 0{,}01$

$P(Z|A)P(A) = \frac{3}{4}\cdot 0{,}01 = 0{,}0075$

$P(Z|B)P(B) = \frac{1}{4}\cdot 0{,}04 = 0{,}01$

$\overline{\Omega}_Z = 0{,}0075 + 0{,}01$

$P_Z(A) = \frac{0{,}0075}{0{,}0175} \approx 0.4285$

Prawdopodobieństwo zbicia szklanki przez Anię to 42%.

~~Zadanie 2~~

X \ Y	0	1	2	
0	0.2	0.04	0.08	$P(X=0) = 0.32$
1	0.2	0.21	0.27	$P(X=1) = 0.68$
	$P(Y=0)$ 0.4	$P(Y=1)$ 0.25	$P(Y=2)$ 0.35	$1 = F(X=n)$

Zadanie 2

X \ Y	0	1	2
0	0.2	0.04	0.08
1	0.2	0.21	0.27

a) $p(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(x)}\sqrt{Var(Y)}}$

$Var(x) = E(X^2) - [E(X)]^2$

$Cov = E(X \cdot Y) - (E(X) \cdot E(Y))$ $\quad \cancel{Cov(X,Y) = E(X-EY)(Y-EX)}$

$E(X) = \sum_x \sum_y x f(x,y) = 0 \cdot 32 + 1 \cdot 0.68 = 0.68$

$E(Y) = \sum_x \sum_y y f(x,y) = 0 \cdot 0.4 + 1 \cdot 0.25 + 2 \cdot 0.35 = 0.95$

70-25

$E(X,Y) = \sum_x \sum_y xy f(x,y) = \cancel{1 \cdot 1 \cdot 0.21 + 1 \cdot 2 \cdot 0.27 + 2 \cdot 1 \cdot 0.03 + 2 \cdot 2 \cdot 0.03} =$

$\cancel{= 0.1 + 0.12 + 0.06 + 0.12 = 0.4} = 0,75$

$\cancel{Cov(X,Y) = 0.26 \; 0.68 \; 0.95}$

$Cov(X,Y) = EXY - EX\,EY = 0,75 - 0,68 \cdot 0,95 = 0,1$

$\rho_{XY} = \frac{cov(x,y)}{\sqrt{D^2X \cdot D^2Y}} = \frac{0,1}{\sqrt{0,22 \cdot 0,75}} = 0,26 \leftarrow$ wsp korelacji

$D^2X = EX^2 - (EX)^2 = 0,68 - (0,68)^2 = 0,22$

$D^2Y = 0,75$

b) $f(x) = ax + b$

Stosujemy klasyczną metodę najmniejszych kwadratów

$a = \frac{Cov(x,y)}{D^2X} = \frac{0,1}{0,22} = 0,48$

$b = EY - aEX = 0,95 - 0,48 \cdot 0,68 = 0,63$

$f(x) = 0,48x + 0,63$

Zadanie 3

Egzamin II

$$F_X(x)=\begin{cases}0 & \text{dla } x<1\\ x-1 & \text{dla } x\in\langle 1,1{,}5)\\ 1 & \text{dla } x\geq 1.5\end{cases}$$

Wyznacz $P(X\in\langle 1;1.5))$

$1{,}5-1-1+1=0.5$

$P(X\in\langle 1;1.5))=F(1.5)-F(1)=\cancel{1-1-1=1}$

$=\frac{1}{2}$ Prawdopodobieństwo wynosi 50%.

Zadanie 4.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{3}{4}(-x^2+1) & \text{dla } x\in\langle -1,1\rangle\\ 0 & \text{dla } x\notin\langle -1,1\rangle\end{cases}$$

Zły wynik

Wyznaczyć $P(X\in\langle -2,0))$

$P(X\in\langle -2,0))=F(0)-F(-2)=0-0=0$

obliczam dystrybuantę

$$F(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx=\int_{-\infty}^{-1}0dx+\int_{-1}^{1}\frac{3}{4}(-x^2+1)dx+\int_{1}^{+\infty}0dx=[0]_{-\infty}^{-1}+\cancel{\frac{3}{4}\left[2x^3+x^2\right]_{-1}^{1}}+$$

$$+\cancel{[0]_1^{+\infty}}\ \cancel{2x^3}+\ -\frac{3}{4}\left[\frac{1}{3}x^3+x\right]_{-1}^{1}+[0]_{1}^{+\infty}$$

$-\frac{3}{12}x^3-\frac{3}{4}x$

$$F(x)=\begin{cases}\cancel{\frac{3}{12}}x^3\cancel{+\frac{3}{4}x} & \text{dla } x\in\langle -1,1\rangle\\ 0 & \text{dla } x\notin\langle -1,1\rangle\end{cases}$$

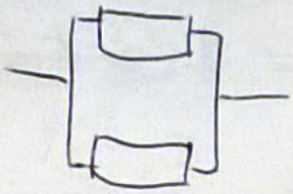
nie pasuje mi tu wynik :/

Odp. Prawdopodobieństwo we podanym przedziale wynosi 0

Zadanie 5

$Z \sim Exp(1000)$

Z zmienna losowa określająca żywotność żarówki



?

Zadanie 6.

a) ~~X - zdarzenie przyjścia osoby~~

M - zdarzenie przyjścia mężczyzny

K - —— " —— kobiety

$\overline{\Omega} = 200$

$P(M) = 0.01$

$P(K) = 0.99$

~~Stosuję przybl~~

b) $Z \sim Bin(200, 0.01)$

Stosuję przybliżenie poissonem z powodu małego prawdopodobieństwa

$Z \sim Poi(2)$

$$P(X=3) = \frac{2^3 \cdot e^{-2}}{3!} = \frac{\cancel{8}^{4} \cdot e^{-2}}{\cancel{6}_{3}} = 0.18$$

Prawdopodobieństwo przyjścia mężczyzny wynosi 18%.

Zad 7 egzamin

37 strona zad 5

$n = 23$

$k \backslash l$	I	II	
I	449	821	$1270 = n_{1.}$
II	578	1048	$1626 = n_{2.}$
III	269	1269	$1538 = n_{3.}$
	$1296 = n_{.1}$	$3138 = n_{.2}$	4434

$\hat{n}_{11} = \frac{n_{1.} \cdot n_{.1}}{n} = \cancel{71561{,}739}$

$\hat{n}_{12} = 173272{,}17$

$\hat{n}_{21} = 91621{,}565$

$\hat{n}_{22} = 51023{,}88$

$\hat{n}_{31} =$

$\hat{n}_{32} =$

$\cancel{\chi^2_{emp} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{l} \frac{(n_{ij} - \hat{n}_{ij})^2}{\hat{n}_{ij}}}$

$\hat{n}_{11} = \frac{n_{1.} \cdot n_{.1}}{n} = 371{,}2043$

$\hat{n}_{21} = 475{,}2585$

$\hat{n}_{31} = 449{,}5372$

$\hat{n}_{12} = 898{,}795$

$\hat{n}_{22} = 1150{,}7415$

$\hat{n}_{32} = 1088{,}4627$

$$\chi^2_{emp} = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{l} \frac{(n_{ij} - \hat{n}_{ij})^2}{\hat{n}_{ij}}$$

Wartość krytyczna $\chi^2_{\alpha;(k-1)(l-1)}$

$\chi^2_{emp} > \chi^2_{\alpha;(k-1)(l-1)}$ to hipotezę H_0 odrzucamy

Zadanie 8 egzamin

$X \sim N$

Średni czas snu pacjentów, czy można uznać, że średni czas wynosi 8h

$n = 16$ ← ilość pacjentów

$\sum x_i = 7172 \quad \sum (x_i - x)^2 = 73500$

$\bar{x} = \frac{7172}{16} = 448{,}25 = 7{,}47h$

$\bar{x} = 7{,}474$

$\sum (x_i - \cancel{7{,}474}\,448{,}25)^2$

$\mu = 480_m = 8h$

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$

μ - prawdziwy czas snu

$\bar{x} = 448{,}25$

$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{15} \cdot 73500 = 4900$

$t(\alpha; r) = t(0{,}05; 15) = 3{,}2860$

$p_u = \frac{s}{\sqrt{n-1}} t(0{,}05, 15) = \frac{70}{\sqrt{15}} * 3{,}2860 = 18{,}0739 * 3{,}286 = 59{,}39$

~~$m = (480{,}25 - 59{,}39,\ 480{,}25 + 59{,}39) = (388$~~

$m = (448{,}25 - 59{,}39;\ 448{,}25 + 59{,}39) = (388{,}86,\ 507{,}64) \ni \mu$