

Metody Numeryczne

Sprawozdanie Projekt II

Damian Marek
Informatyka grupa I

1 Wstęp

Głównym zadaniem projektu była implementacji metod rozwiązywania układów równań liniowych, dwóch iteracyjnych: Jacobiego i Gaussa-Seidla oraz bezpośredniej: faktoryzacja LU.

2 Porównanie czasu trwania zaimplementowanych algorytmów

Zadanie wymaga rozwiązania układu równań $Ax=b$ dwoma metodami iteracyjnymi, a następnie porównanie czasów i ilość iteracji, po których norma residuum jest mniejsza od $e=10^{-9}$.

Metoda Jacobiego:

Czas: 0.079 [s]

Iteracje: 12

Metoda Gaussa-Seidla:

Czas: 0.061 [s]

Iteracje: 9

3 Rozwiązanie innego układu równań metodami iteracyjnymi

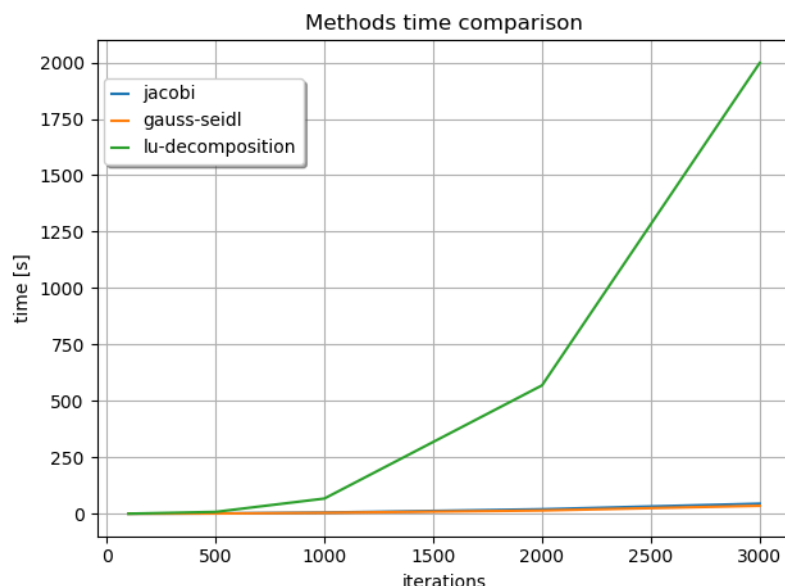
Celem zadania było rozwiązanie układu równań liniowych zaimplementowanymi wcześniej metodami iteracyjnymi dla danych: $a_1 = 3$, $a_2 = a_3 = 1$ i $N = 9cd$. Podczas próby rozwiązania równań dla powyższych danych norma z residuum zaczyna wzrastać do nieskończoności (norma powinna maleć do danego ϵ), czego następstwem jest błąd zbyt dużej liczby. Metoda Jacobiego została przerwana po 1272 iteracjach, natomiast Gaussa-Seidla już po 603 iteracjach.

4 Implementacji faktoryzacji LU i rozwiązanie danego układu

Zadanie to miało na celu rozwiązanie układu równań, którego nie udało się rozwiązać metodami iteracyjnymi, metodą bezpośrednią. Po przeprowadzeniu faktoryzacji LU norma z residuum wyniosła $2,8123 \cdot 10^{-15}$.

5 Porównanie czasów działania trzech zaimplementowanych metod

Wykres zależności czasu trwania algorytmów, względem liczby niewiadomych $N = 100, 500, 1000, 2000, 3000$.



6 Wnioski

Z czasów otrzymanych w zadaniu b (sekcja 2), wynika że metoda Jacobiego jest nieco wolniejsza niż metoda Gaussa-Seidla. Powoduje to fakt, że w metodzie Gaussa-Seidla wykorzystywane są wartości z bieżącej iteracji, natomiast w metodzie Jacobiego wartości wektora x^k są obliczane na podstawie wektora x^{k-1} .

Z powyższego wykresu wynika że metody iteracyjne są znacznie szybsze niż metoda bezpośrednia. Jest to spowodowane złożonością algorytmów tych metod. Metoda Jacobiego i Gaussa-Seidla ma złożoność $O(n^2)$, natomiast faktoryzacja LU $O(n^3)$. Jeśli jednak zależy nam na dokładności rozwiązań powinniśmy posłużyć się metodą bezpośrednią, ponieważ jej precyzja jest znacznie wyższa niż metod iteracyjnych, a może być to kluczowe w niektórych sytuacjach. Warto też zauważyć, że nie każdy układ równań rozwiązywany metodami iteracyjnymi zbiega się do poprawnej odpowiedzi. Przykład takiej sytuacji można zaobserwować w zadaniu c i d gdzie dany układ równań rozwiązuje się metodą faktoryzacji LU (sekcja 4), natomiast przy metodach bezpośrednich wynik zbiega się do nieskończoności powodując w pewnym momencie błąd programu.