

# Constante de tiempo y transferencia generalizada

## Análisis de circuitos

Ali Hajimiri

(Papel invitado)

**Resumen**—Se introduce el método generalizado de tiempo y constantes de transferencia. Se puede usar para determinar la función de transferencia al nivel deseado de precisión en términos de tiempo y constantes de transferencia de sistemas de primer orden usando exclusivamente cálculos de baja frecuencia. Este método se puede utilizar para determinar los polos y ceros de los circuitos con inductores y condensadores. Se da una prueba inductiva de este método generalizado que subsume casos especiales, como los métodos de constantes de tiempo de valor cero e infinito. Se discuten varios corolarios importantes y útiles de este método y se analizan varios ejemplos.

**Términos del Índice**—Técnicas de mejora de ancho de banda, análisis de circuitos, método Cochran-Grabel, determinación de polos y ceros, constantes de tiempo de valor infinito (IVT), método de constantes de tiempo y transferencia (TTC), constantes de tiempo de valor cero (ZVT)

### INTRODUCCIÓN

**A**l diseño del circuito NALOG depende del análisis como un faro para proporcionar información cualitativa y cuantitativa sobre cómo podemos mejorar el rendimiento del circuito modificando su topología y/o parámetros. Se dedica un gran esfuerzo a mejorar la precisión de los modelos de dispositivos y simuladores de circuitos para predecir con precisión el resultado experimental esperado en una computadora antes de probarlo en el laboratorio. Sin embargo, estas herramientas absolutamente necesarias no son suficientes para el diseño de circuitos analógicos, que por su naturaleza son abiertos y divergentes. Esto requiere técnicas analíticas que puedan proporcionar información sobre cómo y dónde se puede modificar el circuito con fines de diseño.

La identificación de la fuente dominante de un problema es el núcleo del diseño, ya que enfoca la energía creativa en partes críticas del circuito y, lo que es más importante, identifica qué tipo de modificaciones lo mejorarán. En general, esto se hace reduciendo el análisis a cálculos más pequeños y directos que permiten llegar a aproximaciones progresivamente más precisas sin realizar el análisis completo.

Aunque el análisis de mallas y nodos proporciona un marco sistemático para aplicar las leyes de corriente y voltaje de Kirchhoff (KCL y KVL) al problema del circuito y convertirlas en un problema de álgebra lineal que se puede resolver numéricamente usando una computadora (por ejemplo, trabajos de Bode [1] y Guillemín [2]), son

herramientas de diseño no efectivas. El análisis debe llevarse hasta el final antes de que se puedan obtener resultados aproximados e incluso entonces es difícil obtener información sobre el diseño a partir de las expresiones algebraicas resultantes, particularmente en términos de identificación de las fuentes dominantes de problemas y soluciones topológicas para ellos. Esta necesidad fue reconocida por algunos de los primeros trabajos en esta área, por ejemplo, [3] y [4].

Un ejemplo temprano de un enfoque adecuado para el diseño es el método de constantes de tiempo de circuito abierto (OCT) desarrollado por Thornton, Searle, *et al.* a principios de la década de 1960 [5]. El OCT fue desarrollado para circuitos electrónicos agrupados con capacitores como su único elemento de almacenamiento de energía (reactivo) para estimar su limitación de ancho de banda. Establece que el coeficiente del término lineal en frecuencia compleja, en el denominador de la función de transferencia es exactamente igual a la suma de las constantes de tiempo asociadas con cada capacitor solo cuando todos los demás capacitores están en circuito abierto y las fuentes están anuladas. La derivación original de la OCT [5] y sus posteriores generalizaciones tanto para capacitores como para inductores, a saber, el método de constantes de tiempo de valor cero (ZVT), se basó en la evaluación del determinante de la matriz en las ecuaciones nodales y cómo su co-los factores cambian debido a los capacitores [5]. El método ZVT es poderoso ya que proporciona una indicación clara de la fuente dominante de limitación de ancho de banda y una guía para posibles soluciones. En la Sección IV, presentamos una derivación inductiva alternativa de ZVT y generalizaremos el método utilizando constantes de transferencia para tener en cuenta el efecto de los ceros en la estimación del ancho de banda.

El enfoque utilizado en [5] fue generalizado a principios de la década de 1970 por Cochran y Grabel [6] para determinar tantos coeficientes del denominador como fuera necesario mediante el cálculo de las constantes de tiempo asociadas con cada elemento reactivo bajo diferentes combinaciones de cortocircuito y apertura de otros reactivos. elementos en el circuito. A diferencia del análisis nodal, este proceso se puede detener en cualquier punto cuando se haya obtenido el nivel de precisión deseado para el denominador. Rosenstark limpió aún más la notación en la década de 1980 para expresar el coeficiente del denominador solo en términos de constantes de tiempo de manera sistemática [10]. En la década de 1990, Fox generalizó el método para incluir el efecto de los transcapacitores. *et al.* [12] e inductores mutuos de Andreani *et al.* [14].

A fines de la década de 1970, Davis desarrolló un método para determinar el numerador (y, por lo tanto, los ceros) de las funciones de transferencia de circuitos RC agrupados utilizando una combinación de constantes de tiempo y funciones de transferencia de baja frecuencia bajo diferentes combinaciones de cortocircuito y apertura de la condensadores [7]–[9]. Discutiremos una generalización de este método con una notación más intuitiva en la Sección V.

Manuscrito recibido el 17 de febrero de 2009; revisado el 20 de mayo de 2009; aceptado el 8 de julio de 2009. Publicado por primera vez el 24 de noviembre de 2009; versión actual publicada el 9 de junio de 2010. Este artículo fue recomendado por el editor asociado WA Serdijn.

El autor trabaja en el Departamento de Ingeniería Eléctrica, Instituto de Tecnología de California, Pasadena, CA 91125, EE. UU. (correo electrónico: hajimiri@caltech.edu).

Las versiones en color de una o más de las figuras de este documento están disponibles en línea en <http://ieeexplore.ieee.org>.

Identificador de objeto digital 10.1109/TCSI.2009.2030092

La función de transferencia de un sistema de primer orden también se puede determinar utilizando el teorema del elemento extra presentado a fines de la década de 1980 por Middlebrook [11]. En este caso, dos de los tres cálculos de baja frecuencia son idénticos al enfoque de Davis [7]. El tercer cálculo utilizado para determinar el numerador de la función de transferencia implica una inyección nula, que implica el uso simultáneo de dos fuentes para anular la señal de salida. El enfoque se generalizó a elementos adicionales a fines de la década de 1990 en [13] y [15], donde el denominador de la función de transferencia se calcula de la misma manera que el método de Cochran-Grabel [6] y su numerador usando múltiples inyecciones dobles nulas. El enfoque presentado en este documento no utiliza la doble inyección nula y proporciona un vínculo más intuitivo entre los ceros y las constantes de tiempo y transferencia.

En la Sección II, analizamos algunas de las propiedades generales de una función de transferencia. La función de transferencia general de un sistema de primer orden la encontramos en la Sección III, donde se define el concepto de constante de transferencia. A continuación, investigamos un sistema de orden  $n$  y derivamos sus coeficientes de numerador y denominador de primer orden. Proporcionamos una prueba intuitiva inductiva y una generalización del método de constantes de tiempo de valor cero y su generalización para el numerador usando el concepto de constante de transferencia en la Sección IV. En la Sección V, analizamos cómo se pueden calcular todos los coeficientes del numerador y el denominador utilizando el método de tiempo y constantes de transferencia (TTC) y, por lo tanto, brindamos un método completo para determinar la función de transferencia con el nivel de precisión deseado. Algunos de los corolarios importantes del diseño de circuitos se discutirán en VI. Finalmente,

## II. GRAMOS PROPIEDADES DE TRANSFERIR FUNCIONES

Para una red lineal invariante en el tiempo (LTI) de una entrada y una salida, la función de transferencia se puede definir como la relación de los voltajes y/o las corrientes de dos puertos arbitrarios del circuito, incluida la relación del voltaje y la corriente, del mismo puerto. Designamos las variables de entrada y salida como  $v_i$  y  $v_o$  por ejemplo, cuando es un voltaje de entrada debido a una fuente de voltaje y es el voltaje de otro nodo en el circuito, la función de transferencia,  $H(s) \equiv v_o(s)/v_i(s)$ , correspondería a una ganancia de voltaje. Sobre el Por otro lado, si la entrada,  $i_i$ , es la corriente de una fuente de corriente que conduce un puerto dado del circuito, mientras que la salida,  $v_o$ , es el voltaje a través los mismo puerto, la función de transferencia,  $Z(s) \equiv v_o(s)/i_i(s)$  haría corresponden a la impedancia mirando hacia ese puerto.

La función de transferencia de un sistema lineal con elementos concentrados se puede escribir como

$$H(s) = \frac{a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + \dots + a_m s^m}{1 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_n s^n} \quad (1)$$

Hay que tener cuidado con la elección del estímulo y la salida. Si un nodo se excita con una fuente de corriente y se mide el voltaje a través de ese nodo, entonces la cantidad medida es la impedancia. Por otro lado, si el mismo puerto es excitado por una fuente de voltaje y su corriente es la variable de salida, la función de transferencia calculada es la admitancia. Aunque al final, debemos tener en cuenta que, uno debe mantener las cosas consistentes, como los polos de los ceros de la función de transferencia y viceversa. Esto es importante para anular la fuente independiente, lo que significa un cortocircuito para una fuente de voltaje y un circuito abierto para la fuente de corriente.

El principal en el denominador está ausente para las funciones de transferencia que van al infinito en  $\omega \rightarrow 0$  (p. ej., la impedancia de entrada de un capacitor a tierra). En tales casos, es más sencillo evaluar la función de transferencia inversa (por ejemplo, la admitancia en el caso del capacitor).

donde todos los coeficientes  $a_i$  y  $b_i$  son reales y representan la frecuencia compleja. El coeficiente es la función de transferencia de baja frecuencia (cc). Esta ecuación se puede factorizar como

$$H(s) = a_0 \cdot \frac{\left(1 - \frac{s}{z_1}\right) \left(1 - \frac{s}{z_2}\right) \dots \left(1 - \frac{s}{z_m}\right)}{\left(1 - \frac{s}{p_1}\right) \left(1 - \frac{s}{p_2}\right) \dots \left(1 - \frac{s}{p_n}\right)} \quad (2)$$

donde, según el teorema fundamental del álgebra, las frecuencias polar y cero ( $z_i$  y  $p_i$ ) son reales o aparecen como pares conjugados complejos.

El orden del denominador,  $n$ , determina el número de frecuencias naturales del sistema y es igual al número de elementos independientes de almacenamiento de energía en los circuitos. Esto es igual al número máximo de condiciones iniciales independientes (voltajes del capacitor y corrientes del inductor) que se pueden configurar, como veremos más adelante en la Sección V. Las frecuencias naturales del circuito son independientes de la elección de las variables de entrada y salida y son características intrínsecas del circuito.

Por el contrario, los ceros de la función de transferencia, es decir, las raíces del numerador de (1), dependen de la elección de la entrada y la salida. Si bien es posible responder cuáles son los polos de un circuito sin saber cuáles son las variables de entrada y salida, no tiene sentido hacer la misma pregunta sobre los ceros, ya que asumen diferentes valores para diferentes opciones de entrada y/o salida.

Conociendo los coeficientes de la función de transferencia de un sistema LTI (o equivalentemente sus polos y ceros), podemos predecir su dinámica. En las siguientes secciones, vemos cómo podemos determinar la función de transferencia de un sistema de orden  $n$  al nivel deseado de precisión utilizando cálculos de baja frecuencia de resistencias de puerto y valores de baja frecuencia de las funciones de transferencia (constantes de transferencia) para diferentes combinaciones de cortocircuito y apertura de otros elementos. Comenzaremos con un sistema de primer orden similar al de [7] con una notación modificada y más generalizable.

## tercero FPRIMERA-ORDERSYSTEM

Consideremos un circuito LTI con un solo elemento de almacenamiento de energía, una entrada y una salida, como se muestra en la Fig. 1(a) y (b) para un sistema con un capacitor o un inductor, respectivamente. Aunque estos circuitos incluyen solo un elemento reactivo, o, la red en la caja puede ser bastante compleja con cualquier número de elementos independientes de la frecuencia, como resistencias y fuentes dependientes.

La factorización de (1) es la más adecuada para describir un sistema de paso bajo. En el caso de un amplificador de paso de banda con una ganancia de banda media bien definida, (donde  $a_0$  puede ser muy pequeño o incluso cero) los polos y los ceros se pueden dividir en dos grupos: los que se encuentran por debajo de la banda media y los que caen por encima de ella. Para tener un paso plano en este caso, el número de polos y ceros por debajo de la banda media debe ser igual. Por lo tanto, (2) se puede reordenar como (debido a Middlebrook)

$$H(s) = \frac{\left(1 - \frac{s}{z_1}\right) \left(1 - \frac{s}{z_k}\right) \dots \left(1 - \frac{s}{z_m}\right)}{\left(1 - \frac{s}{p_1}\right) \left(1 - \frac{s}{p_k}\right) \dots \left(1 - \frac{s}{p_n}\right)} \quad \text{mid} \quad \frac{\left(1 - \frac{s}{z_{k+1}}\right) \left(1 - \frac{s}{z_m}\right)}{\left(1 - \frac{s}{p_{k+1}}\right) \left(1 - \frac{s}{p_n}\right)}$$

Esta representación es útil cuando tratamos de separar el efecto de los polos y ceros que afectan la frecuencia de corte baja, de aquellos que controlan la frecuencia de corte alta,

La suposición implícita aquí es que estos modos son observables en el sentido teórico del control.

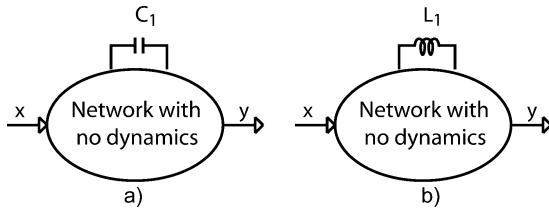


Figura 1. Sistema de primer orden con a) un condensador como elemento de almacenamiento de energía; b) un inductor.

Un circuito con un elemento reactivo tiene un polo y un cero. Para un sistema de primer orden, (1) se reduce a

$$H(s) = \frac{a_0 + a_1 s}{1 + b_1 s} \quad (3)$$

donde  $a_0$  es la función de transferencia de baja frecuencia. el polo será en  $p = -1/b_1$  correspondiente a una constante de tiempo polar de  $\tau \equiv b_1$ . El cero ocurre en  $z = -a_0/a_1$ .

ahora usamos *constantes de transferencia* definidas como funciones de transferencia de baja frecuencia desde la entrada a la salida bajo diferentes combinaciones de elementos reactivos en cortocircuito y abiertos (mostrado con mayúscula  $H$  en diferentes superíndices) para determinar la función de transferencia. Nuestra primera constante de transferencia es el valor de la función de transferencia cuando el elemento reactivo (o en general todos los elementos reactivos) es (son) de valor cero ( $C = 0$ , es decir, circuito abierto capacitor cortado y  $L = 0$ , es decir, inductor en cortocircuito). Esta constante de transferencia se designa como  $H^0$ . Esto es lo mismo que la función de transferencia de baja frecuencia, ya que al poner a cero cada elemento reactivo se elimina cualquier dependencia de la frecuencia del circuito, es decir,

$$a_0 = H^0. \quad (4)$$

Para un sistema de primer orden con un capacitor,  $C_1$ , la única vez que  $C_1 = 0$  es simplemente  $C_1 = 0$ , donde se ve la resistencia a través del capacitor con todas las fuentes independientes (incluida la entrada) anuladas. (Anular una fuente significa reemplazar una fuente de voltaje independiente con un cortocircuito y una fuente de corriente independiente con un circuito abierto). Aquí, el circuito de la figura 1(a) simplemente se reduce a la combinación en paralelo del capacitor, y el bajo resistencia de frecuencia que ve. Por lo tanto, tenemos una constante de tiempo de polo de

$$\tau_1 \equiv R_1^0 C_1 = b_1 \quad (5)$$

donde el superíndice cero en  $R_1^0$  indica que el independiente fuentes y el elemento de almacenamiento de energía están en sus valores cero y el subíndice es el índice del elemento de almacenamiento de energía. De manera equivalente, si el elemento reactivo es un inductor, la constante de tiempo es

$$\tau_1 \equiv \frac{L_1}{R_1^0}.$$

Continuemos con el caso del condensador por el momento. La impedancia del capacitor es simplemente  $1/C_1 s$ . Nos damos cuenta que la capacitancia, y la frecuencia compleja, siempre aparecen juntas como un producto, por lo que la función de transferencia de (3) se puede escribir sin ambigüedades como

$$H(s) = \frac{a_0 + \alpha_1 C_1 s}{1 + \beta_1 C_1 s} \quad (7)$$

A veces, decimos que "no hay cero" cuando está en el infinito.

donde  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  tener las unidades correspondientes. Combinando (5) y (7), obtenemos

$$\beta_1 = R_1^0. \quad (8)$$

Podemos usar otra constante de transferencia para determinar el numerador de (7). Esta vez suponga que el valor de  $C_1$  tiende al infinito. Para un condensador, esto equivale a reemplazarlo por un cortocircuito. Para  $C_1 \rightarrow \infty$ , los segundos términos del numerador y el denominador de la función de transferencia de (7) dominan y, por lo tanto, se reduce a

$$H^1 \equiv H|_{C_1 \rightarrow \infty} = \frac{\alpha_1}{\beta_1} \quad (9)$$

donde  $H^1$  es otra *constante de transferencia* evaluado a partir de la entrada  $x$  a la salida  $y$  con el elemento reactivo en su *valor infinito*, por ejemplo, condensador  $C_1$  cortocircuito. Esta es simplemente otra recálculo de ganancia independiente de la frecuencia. Tenga en cuenta que, en general, esta constante de transferencia, es diferente de la primera constante de transferencia  $H^0$ , que es la función de transferencia de baja frecuencia con el elemento de almacenamiento de energía con valor cero (condensador en circuito abierto o inductor en cortocircuito).

Considerando (8), (9) y comparando (3) con (7), determinamos fácilmente que es

$$a_1 = \alpha_1 C_1 = R_1^0 C_1 H^1 = \tau_1 H^1 \quad (10)$$

donde  $\tau_1$  es simplemente la constante de tiempo del polo definida por (5) o (6).

El resultado de esta derivación es que la función de transferencia de un sistema con un elemento de almacenamiento de energía se puede expresar como

$$H(s) = \frac{H^0 + \tau_1 H^1 s}{1 + \tau_1 s} \quad (11)$$

donde  $H^0$  es la constante de transferencia de valor cero de la entrada,  $x$ , a la salida cuando el elemento reactivo tiene valor cero (abierto o en corto), es la *constante de transferencia* de valor infinito (en corto o abierto), y es la *constante de tiempo* asociada con el elemento reactivo y la resistencia que ve con las fuentes independientes anuladas. Como puede verse para un solo elemento de almacenamiento de energía, (11) proporciona la función de transferencia exacta del sistema, en términos de tres cálculos de baja frecuencia.

#### IV. ZYO ERA-VÁREATNOMBRE YTRANSFERIRCONSTANTES

Habiendo considerado un sistema con un elemento de almacenamiento de energía, en esta sección damos el primer paso hacia una generalización completa del enfoque del caso con elementos de almacenamiento de energía, que se presentará en la Sección V. Comenzaremos por deteniendo el primer término en el denominador y numerador de (1), es decir, y en un sistema con elementos reactivos (almacenadores de energía). Primero, utilizando una derivación inductiva alternativa, más intuitiva (a diferencia de la deductiva) que la de [5], determinamos  $b_1$  como la suma de los llamados *constantes de tiempo de valor cero* (ZVT) de la red. A continuación, también derivamos una expresión general para en términos de estos ZVT y algunas funciones de transferencia de baja frecuencia.

En [5], el término del primer denominador, solo para condensadores se obtiene utilizando un análisis nodal de puerto -- del sistema anterior y cálculos de los cofactores del determinante del circuito. Se generaliza en [6] utilizando un enfoque similar basado en matrices.

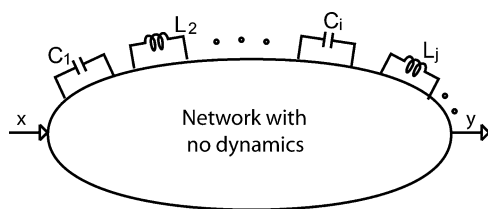


Fig. 2. Red con puertos además de la entrada y salida con todos los inductores y capacitores presentados en los puertos adicionales y sin elementos de almacenamiento de energía en el interior.

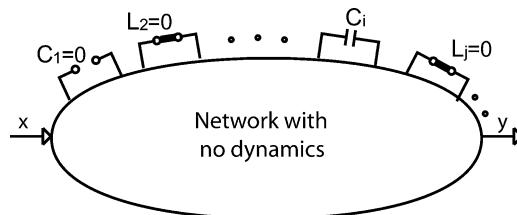


Fig. 3. Red con puertos además de la entrada y salida con todos los inductores y capacitores de valor cero excepto -  $C_i$ .

Cualquier red con  $N$  Los elementos (reactivos) que almacenan energía pueden representarse como un sistema con  $N$  puertos externos (además a la entrada y salida) sin elementos dependientes de la frecuencia en su interior (p. ej., que solo contengan resistencias y fuentes de tensión y corriente dependientes) y cada elemento reactivo (es decir, inductores y condensadores) conectado a uno de los puertos, como se muestra en la Fig. 2. (Si se conecta más de un elemento reactivo al mismo par de terminales, se supone que cada uno de ellos tiene un puerto propio con un índice separado).

La única manera de que ocurra un coeficiente en una función de transferencia de un circuito concentrado es como un factor multiplicativo para un capacitor o inductor, como en o . Limitemos inicialmente nuestra discusión solo a los capacitores y luego generalicemos para incluir los inductores. En ese caso, el coeficiente en (1) debe ser una combinación lineal de todos los capacitores en el circuito. Tenga en cuenta que el término no puede contener un término  $C_i C_j$  porque tal término debe tener un  $s^2$  multiplicador. Aplicando la misma línea de argumentación, el coeficiente debe consistir en una combinación lineal de productos bidireccionales de diferentes condensadores ( $C_i C_j$ ), ya que son los únicos que pueden generar un término  $s^2$ . En general, el coeficiente del término  $s^k$  debe ser una combinación lineal de productos de vías no repetitivas de diferentes capacitores. El mismo argumento puede aplicarse a  $a_k$  coeficientes en el numerador y, por lo tanto, podemos escribir la función de transferencia como

$$H(s) = \frac{a_0 + \left( \sum_{i=1}^N \alpha_1^i C_i \right) s + \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_2^{ij} C_i C_j \right) s^2 + \dots}{1 + \left( \sum_{i=1}^N \beta_1^i C_i \right) s + \left( \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \beta_2^{ij} C_i C_j \right) s^2 + \dots}$$

donde coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  tener las unidades correspondientes. Tenga en cuenta que las sumas dobles (y de mayor orden) se definen de tal manera que se evita la redundancia debido a la repetición de términos como, y .  $C_i C_j$  También tenga en cuenta que los superíndices "i" y "j" se utilizan como índice y no como exponente.

La idea detrás de la derivación de  $a_i$  y  $b_i$  coeficientes en general es elegir un conjunto de valores extremos (cero e infinito o equivalentemente abiertos y cortos) para los elementos que almacenan energía de tal manera que podamos aislar y expresar uno de los parámetros o a la vez en términos de otros parámetros que ya conocemos y cálculos de baja frecuencia que no involucran elementos reactivos en absoluto.

### A. Determinación de $b_1$

En esta subsección, mostramos que  $b_1$  es exactamente igual a la suma de las constantes de tiempo de valor cero (ZVT) y, por lo tanto, proporciona una derivación alternativa del método ZVT. La constante de tiempo de valor cero para cada elemento reactivo es esencialmente las constantes de tiempo de los sistemas de primer orden formados forzando a todos los demás elementos reactivos a estar en sus valores cero, es decir, capacitores en circuito abierto e inductores en cortocircuito.

La función de transferencia de (12) se determina independientemente del valor específico del capacitor y, por lo tanto, debe ser válida para todos los valores del capacitor, incluidos cero e infinito. Para determinar  $b_1$ , veamos un caso reducido cuando todos los capacitores, excepto , tienen un valor de cero, como se muestra en la Fig. 3. La función de transferencia de (12) con un solo se reduce a la siguiente de primer orden

$$H_i(s) = \frac{a_0 + \alpha_1^i C_i s}{1 + \beta_1^i C_i s}. \quad (13)$$

Ya hemos determinado la función de transferencia de un sistema general de primer orden en (11). El sistema reducido de la Fig. 3 es uno de esos sistemas de primer orden con una constante de tiempo de

$$\tau_i^0 = R_i^0 C_i \quad (14)$$

donde  $R_i^0$  es la resistencia vista por el condensador  $C_i$  Mirando hacia puerto con todos los demás elementos reactivos su valor cero (por lo tanto, el superíndice cero), es decir, condensadores en circuito abierto (e inductores en cortocircuito), y las fuentes independientes anuladas. Las ecuaciones (11), (13) y (14) indican claramente que

$$\beta_1^i = R_i^0. \quad (15)$$

Este argumento es aplicable a cualquier capacitor en el sistema.

(12) Por lo tanto, el coeficiente del primer denominador en (1),  $b_1$ , es simple dado por la suma de estos constantes de tiempo de valor cero (ZVT)

$$b_1 = \sum_{i=1}^N \tau_i^0 \quad (16)$$

«Aquí podemos ver por qué los términos de orden superior en (12) no pueden contener términos de autoproducción (p. ej.,  $C_i^2$ ) de la Fig. 3. A- término en las sumas que definen  $\alpha_2$  o en (12) daría como resultado una función de transferencia de segundo orden en (13) que contradice el hecho de que el sistema reducido de la Fig. 3 tiene solo un almacenamiento de energía elemento. Del mismo modo, términos como  $C_i^2$  no puede aparecer en mayor términos de pedido, como .»

«Este método a veces se denomina método de constantes de tiempo de circuito abierto (OCT). Esta terminología solo tiene sentido cuando se aplica a capacitores porque un capacitor de valor cero corresponde a un circuito abierto. Desafortunadamente, un inductor en su valor cero corresponde a un cortocircuito, y, por lo tanto, el nombre se vuelve engañoso.

«Veremos en la nota al pie 8 por qué no pueden ser el mismo condensador, es decir,  $C_i = C_j$ »

donde  $\tau_i^0$  Los coeficientes son los ZVT dados por (14) para la capacidad tores Con inductores y capacitores presentes, los términos de suma en (12) serán una combinación lineal de inductores y capacitores y sumas de sus productos para términos de orden superior. Con un inductor en el puerto, poniendo todos los demás elementos en su valor cero y fuentes independientes anuladas, el sistema se reduce a otro sistema de primer orden con una constante de tiempo similar a (6), es decir,

$$\tau_j^0 = \frac{L_j}{R_j^0}. \quad (17)$$

De ahí que, en general, la  $\tau_i^0$  Los términos son constantes de tiempo de valor cero como asociado con el capacitor o el inductor dado por (14) o (17).

Tenga en cuenta que la suma de las constantes de tiempo de valor cero en (16) es exactamente igual a la suma de los tiempos característicos de los polos,  $\sum \tau_i^0 = \sum \frac{1}{\omega_i}$ , también es igual a  $\frac{1}{\omega_0}$ , como se puede ver fácilmente al comparar (1) y (2). Sin embargo, es muy importante tener en cuenta que, en general,<sup>10</sup> no existe una correspondencia biunívoca entre la constante de tiempo de valor cero individual,  $\tau_i^0$ , y la frecuencia del polo,  $\omega_i$ . (Por un lado, los polos individuales pueden ser complejos mientras que las constantes de tiempo son siempre reales. Además, como veremos en la Sección VI-A, el número de polos y el número de constantes de tiempo no son necesariamente los mismos).

### B. Determinación de $\alpha_1$

A continuación, determinamos el coeficiente del numerador, que se puede usar para aproximar el efecto de los ceros. Veremos eso  $\alpha_1$  se puede escribir en términos de constantes de tiempo de valor cero ya determinadas en el cálculo de  $\tau_i^0$  y constantes de transferencia de baja frecuencia evaluadas con un elemento reactivo de valor infinito a la vez. Confiamos en el resultado del sistema de primer orden de la Sección III para determinar los coeficientes en (12).

Cuando  $C_i \rightarrow \infty$  en (13) mientras que los otros elementos todavía están en valor cero, (Fig. 4) la función de transferencia de la entrada a la salida se reduce a una constante, es decir,

$$H^i \equiv H|_{\substack{C_i \rightarrow \infty \\ C_j=0 \\ i \neq j}} = \frac{\alpha_1^i}{\beta_1^i} \quad (18)$$

donde  $H^i$  es una constante de transferencia de primer orden entre la entrada y la salida con el elemento reactivo único en su valor infinito (es decir, condensador en cortocircuito o inductor en circuito abierto) y todos los demás en valor cero.<sup>11</sup> Ya hemos determinado  $\beta_1^i$  en (15), lo que conduce a  $\alpha_1^i = R_i^0 H^i$  de (18). Por lo tanto,  $\alpha_1^i C_i = R_i^0 C_i H^i = \tau_i^0$ . Así, podemos escribir

$$\alpha_1 = \sum_{i=1}^N \tau_i^0 H^i$$

que es la suma de los productos de las constantes de tiempo de valor cero dadas por (14) o (17) y las constantes de transferencia de primer orden,  $H^i$ , evaluadas en el elemento de almacenamiento de energía en el puerto en su valor infinito, como se muestra en la Fig. 4. Tenga en cuenta que las constantes de transferencia

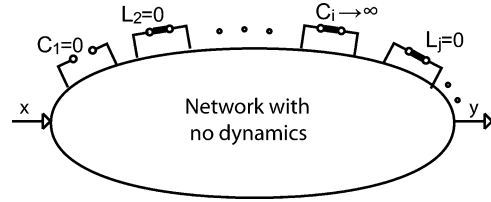


Figura 4. Cálculo de  $\alpha_1^i$  con  $C_i \rightarrow \infty$  y todos los demás inductores y condensadores de valor cero.

$H^i$  se evalúan fácilmente utilizando los cálculos de baja frecuencia. La misma línea de argumentación se puede aplicar a una combinación de capacitores e inductores.

Tenga en cuenta que las constantes de tiempo ya se han calculado en la determinación de  $\tau_i^0$ , y, por lo tanto, todo lo que necesita ser constante tarado para determinar  $\alpha_1$  de transferencia de calcuare, a saber, el co-  $H^i$  eficientes También, como veremos más adelante, son las proporciones de  $H^i$  es para  $H^0$  que determinan la ubicación cero y, por lo tanto, los detalles exactos de 's  $H^i$  importan en la medida en que sepamos cómo cambia con respecto a  $\alpha_1$ , eliminando la necesidad de volver a calcular todos los parámetros con un cambio en el circuito.

La ecuación (19) sugiere que si todos los constantes de transferencia de diferentes órdenes son cero, habrán ceros en la función de transferencia. Esto sugiere una prueba fácil para determinar si hay un cero en la función de transferencia al buscar condensadores cuyo cortocircuito (o inductores que se abren) da como resultado una función de transferencia de baja frecuencia distinta de cero.<sup>12</sup> Veremos en la Sección V cómo se puede generalizar este concepto para determinar el número y ubicación de los ceros. Veremos en la Sección VI-D y el Ejemplo VII-3 cómo se usa (19) para incluir el efecto de los ceros en los cálculos de ZVT. A continuación, discutimos el caso general.

## V. HIGHER ORDER TERMS: GENERALIZADO T NOMBRE Y

T TRANSFERIR CONSTANTES (incluyendo impuesto)

En esta sección, generalizamos el enfoque para poder determinar la función de transferencia con cualquier grado de precisión (incluido el resultado exacto) mediante el cálculo de los términos y del orden superior en (1). Como discutimos anteriormente, la función de transferencia del sistema de orden  $n$  de la Fig. 2 se puede expresar en la forma de (12). Nótese que en (12), las sumas de orden superior se definen de tal manera que para dos índices cualesquiera y sólo uno de los  $\beta_2^{mn}$  y  $\beta_2^{nm}$  está presente en la suma para evitar múltiples permutaciones del mismo producto.<sup>13</sup> Dado que volver a etiquetar los capacitores no debería cambiar los polos y ceros de la función de transferencia, concluimos que  $\beta_2^{mn} = \beta_2^{nm}$ . Un argumento similar se puede aplicar a la numerador para concluir que los términos  $\alpha_2^{mn} = \alpha_2^{nm}$ . También tenga en cuenta que los más de orden en (12) denotados por  $(\dots)$  altos tienen coeficientes que son

(19) sumas de productos de al menos tres capacitores diferentes.

Mostramos en la Sección IV que  $\beta_1$  y  $\alpha_1$  en (1) son siempre dado por (16) y (19), respectivamente, es decir,  $\beta_1^i = R_i^0$  y  $\alpha_1^i = R_i^0 H^i$  en (12). Ahora determinamos coeficientes de orden superior en

<sup>12</sup>A veces, la función de transferencia tiene un polo que coincide exactamente con un cero. Cuando eso sucede, el procedimiento anterior aún predice la existencia de un cero, mientras que habrá un polo exactamente en la misma ubicación. Un ejemplo es un paralelo. red no conectada al resto del circuito, lo que genera un at - y un cero a exactamente la misma frecuencia.

<sup>13</sup>Más generalmente, podemos esperar que cualquier rotación circular de los dexas en el superíndice de  $i,j,k \dots$  y  $i,j,k \dots$  debe dar como resultado el mismo valor debido a la misma invariancia al etiquetado de los condensadores.

<sup>10</sup>A menos que todos los polos estén desacoplados, según se define en la Sección VI-B.

<sup>11</sup>Desde una perspectiva de notación, colocamos los índices de los elementos de valor infinito en el superíndice. Un índice 0 en el superíndice (como en) simplemente indica que ningún elemento reactivo tiene un valor infinito, es decir, todos los elementos están en sus valores cero.

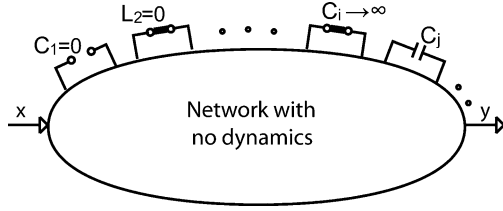


Fig. 5. La red con un solo capacitor. presente, mientras tiene valor infinito (cortocircuitado) y todos los inductores y condensadores tienen valor cero.

(1). A continuación, suponga que establecemos infinito y consideramos un capacitor en el puerto mientras que todos los demás capacitores tienen un valor de cero (es decir, están abiertos). La red se verá como la Fig. 5. Este es otro sistema de primer orden diferente del de la Fig. 3 utilizado para determinar . La constante de tiempo de este nuevo sistema de primer orden es

$$\tau_j^i = R_j^i C_j \quad (20)$$

donde  $R_j^i$  es la resistencia vista en puerto  $j$  con puerto  $i$  infinito valorado (condensador  $C_i$  cortocircuitado). Evaluando (12) con  $C_i \rightarrow \infty$  y todos los demás condensadores que no sean  $C_i$  y en su valor cero (es decir, abiertos), obtenemos

$$H(s)|_{C_i \rightarrow \infty} = \frac{C_i s \cdot (\alpha_1^i + \alpha_2^{ij} C_j s)}{C_i s \cdot (\beta_1^i + \beta_2^{ij} C_j s)} = \frac{\alpha_1^i}{\beta_1^i} \cdot \frac{1 + \frac{\alpha_2^{ij}}{\alpha_1^i} C_j s}{1 + \frac{\beta_2^{ij}}{\beta_1^i} C_j s} \quad (21)$$

que es la función de transferencia del nuevo sistema de primer orden que se muestra en la Fig. 5. Igualando el coeficiente de  $s$  en el denominador de (21) a

$$\beta_2^{ij} = \beta_1^i R_j^i = R_j^i C_j \quad (22) \text{ formulario.}$$

donde hemos usado (15) en el último paso. El segundo coeficiente del denominador,  $\beta_2^{ij}$ , puede calcular como

$$b_2 = \sum_i \sum_{j=1}^N R_i^0 C_i R_j^i C_j \quad (23)$$

que, en general, se puede escribir como

$$b_2 = \sum_i \sum_{j=1}^N \tau_i^0 \tau_j^i.$$

Un punto importante es que desde  $\beta_2^{ij} = \beta_2^{ji}$ , como se discutió antes, concluimos

$$R_i^0 R_j^i = R_j^0 R_i^j.$$

Esta igualdad proporciona formas alternativas de calcular productos constantes de tiempo de orden superior, algunos de los cuales pueden ser más sencillos de calcular en el circuito real. De manera equivalente, tenemos la forma más útil

$$\tau_i^0 \tau_j^i = \tau_j^0 \tau_i^j. \quad (26)$$

Ahora para obtener, dejaremos que ambos  $C_i$  y  $C_j$  ir al infinito (cortocircuitado) y todos los demás elementos reactivos deben tener valor cero

(por ejemplo, condensadores abiertos). Las constantes de transferencia de entrada-salida de segundo orden están dadas simplemente por

$$H^{ij} \equiv H|_{\substack{C_i, C_j \rightarrow \infty \\ C_k = 0 \\ i \neq j \neq k}} = \frac{\alpha_2^{ij}}{\beta_2^{ij}}. \quad (27)$$

Como ya hemos determinado  $\beta_2^{ij}$  en (22), determinamos que  $\alpha_2^{ij} = R_i^0 R_j^i H^{ij}$  y por lo tanto

$$a_2 = \sum_i \sum_{j=1}^N R_i^0 C_i R_j^i C_j H^{ij} \quad (28)$$

que de nuevo más generalmente se puede escribir como

$$a_2 = \sum_i \sum_{j=1}^N \tau_i^0 \tau_j^i H^{ij} \quad (29)$$

donde  $H^{ij}$  es la constante de transferencia de entrada-salida de baja frecuencia con ambos puertos  $i$  y  $j$  en cortocircuito (o en general el elemento reactivo en su valor infinito). El enfoque anterior puede continuarse por inducción para determinar un orden superior  $a_i$  y  $b_i$  coeficientes utilizando una línea de argumentación inductiva para (12). En general, el coeficiente de orden  $n$  del denominador viene dado por

$$b_n = \sum_i \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \dots \tau_i^0 \tau_j^i \tau_k^j \dots \quad (30)$$

que es el mismo resultado que en [6], escrito en un formato más compacto

los  $a_n$  coeficiente para el numerador es

$$a_n = \sum_i \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \dots \tau_i^0 \tau_j^i \tau_k^j \dots H^{ijk\dots} \quad (31)$$

donde  $\tau_k^{ij\dots}$  corresponde a la constante de tiempo debida a la reactiva elemento en el puerto  $k$  y la resistencia de baja frecuencia vista en el puerto  $k$  cuando los puertos cuyos índices están en superíndice  $(i, j, \dots)$  están valor infinito (condensadores en cortocircuito e inductores abiertos). En el

(24) presencia de inductores se puede aplicar una línea de argumentación similar, observando que la constante de tiempo  $\tau_k^{ij\dots}$  asociado con el inductor  $L_k$  es simplemente la inductancia dividida por  $R_k^{ij\dots}$  cual es la resistencia

visto en el puerto  $k$  con los elementos reactivos en los puertos  $i, j, \dots$  en su valores infinitos. Entonces, las constantes de tiempo en (30) y (31) tendrán una de las siguientes formas dependiendo de si hay

(25) un inductor o un condensador conectado al puerto  $k$ . para condensador,  $C_i$

$$\tau_i^{jk\dots} = C_i R_i^{jk\dots} \quad (32)$$

y para inductor,  $L_l$

$$\tau_l^{mn\dots} = \frac{L_l}{R_l^{mn\dots}}. \quad (33)$$

La ecuación (25) se puede generalizar observando la invariancia de la rotación de los índices para producir

$$-\frac{0}{i} - \frac{i}{j} - \frac{ij}{k} - \frac{ijk\dots}{m} - \dots - \frac{0}{j} - \frac{j}{k} - \frac{jkl\dots}{m} - \frac{ijkl\dots}{i}$$

Finalmente,  $H^{ijk\dots}$  es la constante de transferencia de orden  $th$  evaluada con los elementos de almacenamiento de energía en los puertos  $i, j, k, \dots$  en su infinito valores (condensadores en cortocircuito e inductores abiertos) y todos los demás valores cero (condensadores abiertos e inductores en cortocircuito). Es de notar que (30) indica que los polos de la función de transferencia son independientes de la definición de entrada y salida y son solo características de la red misma, mientras que los ceros no son una propiedad global del circuito y dependen de la definición de los puertos de entrada y salida y las variables, como se desprende de la presencia del  $H^{ij\dots}$  condiciones. Esto es consistente con el hecho de que Los polos son las raíces del determinante de la  $Y$  matriz [1] definida independiente de los puertos de entrada y salida.

Varias observaciones están en orden sobre este enfoque. En primer lugar, este enfoque es exacto y permite determinar la función de transferencia de forma completa y exacta. Más importante aún, a diferencia de escribir ecuaciones nodales o de malla, no es necesario llevar el análisis hasta el final para poder obtener información útil sobre el circuito. Se puede obtener información adicional sobre polos y ceros de orden superior realizando el análisis a través de suficientes pasos para obtener los resultados con el nivel de precisión deseado. Además, el análisis es igualmente aplicable a polos y ceros reales y complejos. Una vez dominado, este método de análisis proporciona un medio rápido y perspicaz para evaluar funciones de transferencia, así como impedancias de entrada y salida para circuitos generales.

## USTED. COROLLARIOS YA APLICACIONES

### A. Número de polos y ceros

Es un resultado bien conocido que el número de polos (es decir, el número de frecuencias naturales) de un circuito es igual al número máximo de condiciones iniciales independientes que podemos establecer para los elementos de almacenamiento de energía. Este resultado también se puede deducir fácilmente de (30), donde el orden más alto distinto de cero  $b_n$  Esta determinado por el orden más alto *distinto de cero* tiempo constante,  $\tau_i^{jk\dots}$  en el sistema.

Es fácil ver que cada bucle puramente capacitivo sin otros elementos en el bucle reduce el orden del sistema en uno. Esto se debe a que la constante de tiempo de orden más alto asociada con el último capacitor, cuando todos los demás tienen un valor infinito (cortocircuitado) es cero, ya que la resistencia vista por ese capacitor en ese caso es cero<sup>15</sup>(ver Ejemplo VII-2 en la Sección VII). El mismo efecto se aplica a un conjunto de corte inductivo, donde solo se conectan inductores a un nodo. Nuevamente, la constante de tiempo asociada con el último inductor, cuando todos los demás tienen valores infinitos (abiertos), es cero, ya que la resistencia vista es infinita.

El número de ceros también se puede determinar fácilmente en el enfoque que se presenta aquí. El número de ceros está determinado por el orden del polinomio numerador, que a su vez está determinado por la constante de transferencia distinta de cero de mayor orden,  $H^{ijk\dots}$ , en

<sup>15</sup>En general, en un circuito con  $n$ -nodos (incluyendo tierra), podemos tener hasta  $n-1$  condensadores distintos conectados entre los nodos. A pesar de este número potencialmente grande de condensadores distintos, solo podemos definir condiciones iniciales independientes. Esto se puede ver si asumimos que los voltajes entre los capacitores individuales de cada nodo a tierra están establecidos. Esto establece todos los voltajes de los nodos y, por lo tanto, no se pueden definir más condiciones iniciales de forma independiente, lo que significa que podemos tener un máximo de polos en dicho circuito.

(31). En otras palabras, el número de ceros en el circuito es igual al número máximo de elementos de almacenamiento de energía que se pueden *simultáneamente* de valor infinito mientras se produce una constante de transferencia distinta de cero de la entrada a la salida. De esta manera podemos determinar fácilmente cuántos ceros hay en la función de transferencia del sistema mediante inspección sin tener que escribir ninguna ecuación (véanse los ejemplos VII-2, VII-3 y VII-8). Esta es una de las ventajas de este enfoque sobre el presentado en [15].

### B. Polos desacoplados

El segundo corolario importante del TTC se relaciona con *desacoplados* polos de los circuitos. Como mencionamos en la Sección IV-A, no existe una correspondencia biunívoca entre las constantes de tiempo de valor cero y los tiempos característicos de los polos  $(-1/p_i)$ . Sin embargo, una excepción importante es cuando una constante de tiempo se desacopla de todas las demás. Esto sucede cuando una constante de tiempo no cambia por ninguna combinación de cortocircuito y apertura de otros elementos de almacenamiento de energía, es decir, en nuestra notación

$$\tau_N^0 = \tau_N^i = \tau_N^{ij} = \dots = \tau_N^{ij\dots m}. \quad (34)$$

En este caso, el término  $(1 + \tau_N^0 s)$  puede ser factorizado de la denominador y el polo asociado con él es simplemente uno real en  $p_N = -1/\tau_N^0$ .<sup>16</sup>

Este concepto se puede generalizar a un grupo o grupos de constantes de tiempo que se pueden desacoplar del resto de las constantes de tiempo pero acopladas internamente. Un ejemplo es un amplificador de etapas múltiples, sin capacitores entre etapas, donde las constantes de tiempo dentro de cada etapa pueden estar acopladas y no pueden factorizarse en productos de primer orden; sin embargo, es posible factorizar el numerador y el denominador en productos de orden inferior. polinomios, cada uno asociado con un conjunto de constantes de tiempo internas de cada etapa no acopladas externamente pero acopladas internamente. Esto puede verse como una partición de las constantes de tiempo en estos subconjuntos mutuamente desacoplados. (Ver Ejemplo VII-4).

<sup>16</sup>Esto se puede probar fácilmente reordenando los términos del denominador como

$$\begin{aligned} & - - \quad - \quad 1 \quad 2 \quad 2 \\ & - \quad \sum_{i=1}^N 0_i \quad 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{N-1} 0_i 0_j \\ & - \quad \left( \begin{matrix} 0 \\ N \end{matrix} \sum_{i=1}^{N-1} 0_i \right) \\ & 2 \left( \sum_{i=1}^{N-1} 0_i \quad \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{N-1} 0_i 0_j \right) \\ & \left( - \begin{matrix} 0 \\ N \end{matrix} \right) - \left( \begin{matrix} 0 \\ N \end{matrix} \right) \sum_{i=1}^{N-1} 0_i \\ & - \left( \begin{matrix} 0 \\ N \end{matrix} \right)^2 \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{N-1} 0_i 0_j \\ & \left( - \begin{matrix} 0 \\ N \end{matrix} \right) \left[ - \sum_{i=1}^{N-1} 0_i \quad \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{N-1} 0_i 0_j \right] \end{aligned}$$

donde el término entre paréntesis es del orden de  $n-1$ .

### C. Estimación de ancho de banda utilizando ZVT

El coeficiente calculado en (16) se puede utilizar para formar una estimación de primer orden de  $\omega_h$ , el ancho de banda de 3 dB de un circuito con una respuesta de paso bajo.<sup>17</sup> Más importante aún, es una poderosa herramienta de diseño que permite al diseñador identificar la fuente principal de limitación de ancho de banda y puede servir como guía para realizar cambios cualitativos (p. ej., topológicos) y cuantitativos (p. ej., valores de elementos) en el circuito.

Hay varias suposiciones simplificadas involucradas en la aplicación del método ZVT básico para la estimación del ancho de banda. El enfoque ZVT original [5] asume que hay  $n$  (dominante) ceros en la función de transferencia. A continuación, en la Sección VI-D, aumentaremos el enfoque para tener en cuenta los ceros dominantes en la función de transferencia y cómo determinar si están presentes.

Por ahora supongamos que no hay ceros dominantes en la función de transferencia. En este caso, la función de transferencia se puede aproximar como

$$H(s) \approx \frac{a_0}{1 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_n s^n} \quad (35)$$

que es la función de transferencia del sistema de paso bajo con un valor de baja frecuencia de  $a_0$ .

En corriente continua ( $s = 0$ ), el único término en el denominador que importa es el 1 principal. A medida que la frecuencia sube y se acerca  $\omega_h$ , al primer término que se vuelve no despreciable sería la  $b_1 s$ , así que en vecindad del  $\omega_h$ , (35) se puede aproximar aún más como sistema de primer orden

$$H(s) \approx \frac{a_0}{1 + b_1 s}. \quad (36)$$

Esto implica que  $\omega_h$ , ancho de banda del sistema completo, puede ser aproximado como [5]

$$\omega_h \approx \frac{1}{b_1} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \tau_i^0} \quad (37)$$

donde  $\tau_i^0$  son las constantes de tiempo de valor cero definidas por (14) y (17) para capacitores e inductores, respectivamente.<sup>18</sup> Esta aproximación es conservadora y subestima el ancho de banda [16].

Como se mencionó anteriormente, el coeficiente  $b_1$  es la suma de los tiempos característicos del polo  $(-1/p_i)$  sin correspondencia uno a uno entre 's' y 'p', en general. Por lo tanto, las partes imaginarias de los pares de polos complejos conjugados se cancelan entre sí en la suma. Como resultado, el método ZVT por sí mismo no proporciona ninguna información sobre la parte imaginaria de los polos y es completamente ajena a ella. Esto puede resultar en una gran subestimación del ancho de banda usando (37), cuando el circuito tiene complejo dominante

<sup>17</sup>Como vimos en la Sección II, podemos dividir una respuesta de paso de banda con una ganancia de banda media bien definida en una de paso bajo y otra de paso alto. Podemos llegar a la respuesta de paso bajo configurando ciertos elementos de polarización, como condensadores de derivación, condensadores de acoplamiento y estranguladores de RF en sus valores infinitos (condensador en cortocircuito e inductor abierto). Luego, usando el método de constantes de tiempo de valor cero, podemos aproximar. Se puede usar un proceso dual llamado método de constantes de tiempo de valor infinito (IVT) discutido en la Sección VI-G para estimar en el sistema de paso alto.

<sup>18</sup>Intuitivamente, es la frecuencia a la que cae la amplitud de salida total por un factor de con respecto a -. En circunstancias normales, en este punto, la contribución de cada uno de los elementos de almacenamiento de energía es relativamente pequeña y, por lo tanto, (37) puede pensarse como la suma de sus contribuciones individuales a la reducción de ganancia, asumiendo que los otros no están presentes.

polos que podrían conducir a picos en la respuesta de frecuencia. Veremos cómo podemos determinar si hay o no polos complejos presentes y cómo estimar su factor de calidad ( $Q$ ) en la Sección VI-F y el Ejemplo VII-5.

### D. Estimación modificada del ancho de banda de ZVT para un sistema con ceros

La aproximación ZVT de (37) se puede mejorar a la luz de (19). En presencia de ceros utilizando un argumento similar al utilizado para llegar a (36), concluimos que cerca de  $\omega_h$ , la función de transferencia se puede estimar como

$$H(s) \approx a_0 \cdot \frac{1 + \frac{a_1}{a_0} s}{1 + b_1 s} \quad (38)$$

que es un sistema de primer orden con un polo en  $-1/b_1$  y un cero en  $-a_0/a_1$ . El cero tiene el efecto contrario en la magnitud de la función de transferencia en comparación con el polo ya que *aumenta* la magnitud de la función de transferencia con la frecuencia. De acuerdo con (19), tenemos

$$\frac{a_1}{a_0} = \sum_{i=1}^N \tau_i^0 \frac{H^i}{H^0}. \quad (39)$$

En primer lugar, supongamos que todos  $H^i/H^0$  los términos son positivos. En este caso, el coeficiente de primer orden del numerador,  $a_1/a_0$ , será positivo y el cero dominante es el semiplano izquierdo (LHP). En este caso, usando los primeros términos de desarrollo de la serie de Taylor del numerador (36) y el denominador, la estimación se puede modificar para

$$\omega_h \approx \frac{1}{b_1 - \frac{a_1}{a_0}} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \tau_i^0 \left(1 - \frac{H^i}{H^0}\right)}. \quad (40)$$

Si algunos de los  $H^i/H^0$  términos son negativos, significa que el la función de transferencia tiene ceros en el semiplano derecho (RHP). Sin embargo, los ceros de RHP tienen exactamente el mismo efecto sobre la amplitud que los de LHP, a diferencia de su respuesta de fase. Dado que solo depende de la respuesta de amplitud y no de la fase, un cero LHP a una frecuencia dada debería producir exactamente lo mismo que un cero RHP a la misma frecuencia. Por lo tanto, en general, una mejor aproximación para (suponiendo que exista) es

$$\omega_h \approx \frac{1}{\sum_{i=1}^N \tau_i^0} \quad (41)$$

donde

$$\bar{\tau}_i^0 = \tau_i^0 \cdot \left(1 - \left|\frac{H^i}{H^0}\right|\right) \quad (42)$$

son ZVT modificados que solo son diferentes de los ZVT originales para elementos reactivos que dan como resultado constantes de transferencia distintas de cero cuando tienen un valor infinito (p. ej., condensadores en cortocircuito que no hacen que la ganancia sea cero). Nótese también que (41) y (42) subsume (40) para los ceros de LHP y se reduce a (37) cuando no hay ceros, es decir, todos los términos son cero ( $H^i/H^0 = 0$ ). Creer- Solo algunos de los ZVT originales necesitan ser modificados. Tenga en cuenta que la corrección de las constantes de tiempo se puede hacer al mismo tiempo



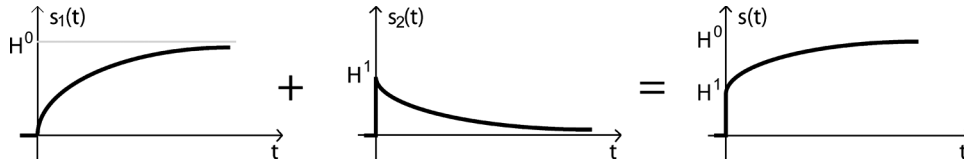


Fig. 6. Respuesta escalonada de un sistema de primer orden descompuesta como la suma de la respuesta escalonada de un sistema paso bajo de primer orden, --y sistemas de paso alto, ---. 2

TABLA I  
RELATIVOPAGSOSICIÓN DE LAPAGSOLE YCONYO ESTABA EN UNFPRIMERA-ORDERSYSTEM

	$\frac{H^0}{H^1} > 0$	$\frac{H^0}{H^1} < 0$
$ \frac{H^0}{H^1}  < 1$	$ z  <  p $ Same Half Plane	$ z  <  p $ Opposite Half Plane
$ \frac{H^0}{H^1}  > 1$	$ z  >  p $ Same Half Plane	$ z  >  p $ Opposite Half Plane

se calculan simplemente evaluando el cambio en la función de transferencia de baja frecuencia cuando el elemento tiene un valor infinito.

El ejemplo VII-3 muestra cómo los ZVT modificados producen un resultado útil en presencia de ceros, mientras que el resultado de los ZVT regulares es sustancialmente inexacto.

### E. Creación y efecto de ceros

A diferencia de los polos que son frecuencias naturales del circuito y, por lo tanto, no se ven afectados por la elección de las variables de entrada y salida, los ceros cambian con la elección de las variables de entrada y salida, como lo demuestra la presencia de  $H^{ijk} \dots$  términos en  $a_n$ s. Como se mencionó anteriormente, siempre que la valoración infinita de algunos elementos reactivos dé como resultado una función de transferencia de baja frecuencia distinta de cero, hay ceros en el sistema.

1) *Ceros en un sistema de primer orden.* Para un sistema de primer orden con un solo elemento acumulador de energía, podemos obtener fácilmente la siguiente relación entre el polo y el cero de (11)

$$z = \frac{H^0}{H^1} \cdot p. \quad (43)$$

Esta expresión es suficiente para evaluar la posición relativa del cero con respecto al polo. Está claro a partir de (43) que si las constantes de transferencia de valor infinito y cero tienen signos opuestos, el polo y el cero estarán en dos semiplanos opuestos. Por ejemplo, estos corresponden a la ganancia de baja frecuencia del sistema con un condensador en cortocircuito y circuito abierto. En sistemas estables donde el polo está en LHP, el cero estará en RHP para polaridades opuestas de  $H^0$  y  $H^1$ , como en el Ejemplo VII-2. Sobre el otro lado si  $H^0$  y  $H^1$  tienen la misma polaridad, el polo y el cero estará ambos en el LHP (ver Ejemplo VII-3).

La magnitud de  $H^0/H^1$  determina cuál ocurre a una frecuencia más baja. Como es evidente a partir de (43), el cero ocurre primero (a una frecuencia más baja que el polo, es decir,  $|z| < |p|$ ) Cuando  $|H^0/H^1| < 1$ . Alternativamente, el polo ocurre antes del cero. ( $|p| < |z|$ ), por  $|H^0/H^1| > 1$ . Esta evaluación puede casi siempre debe hacerse por inspección porque solo necesitamos saber el tamaño relativo y la magnitud de  $H^0$  y  $H^1$ , como se resume en la Tabla I.

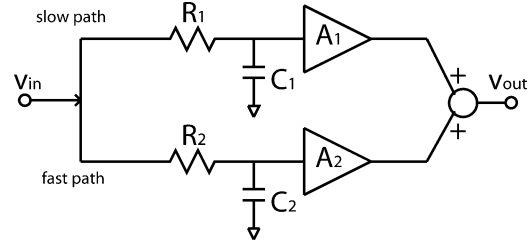


Fig. 7. Sistema que consta de dos caminos de señal, cada uno con una respuesta de primer orden seguido de amplificadores de voltaje ideales unilaterales.

2) *Respuesta en el dominio del tiempo debido a un cero.* En un sistema de primer orden, la función de transferencia de (11) se puede expresar como la suma de un sistema de paso bajo de primer orden y un sistema de paso alto de primer orden, es decir,

$$H(s) = \frac{H^0}{1 + \tau s} + \frac{H^1}{1 + \frac{1}{\tau s}} \quad (44)$$

dando como resultado una respuesta escalonada de

$$s(t) = H^0(1 - e^{-t/\tau})u(t) + H^1e^{-t/\tau}u(t) \quad (45)$$

donde  $u(t)$  es el paso unitario. Como ambas respuestas tienen la misma constante de tiempo, la respuesta general sería exponencial con una ~~función de transferencia~~  $H^0$  y una ~~función de transferencia~~  $H^1$ .

Como se muestra en la Fig. 6. Nuevamente, el tamaño relativo y las polaridades de  $H^0$  y  $H^1$  determina el comportamiento general de la respuesta.

Cuando  $H^0$  y  $H^1$  tienen polaridades opuestas, la baja y la alta. Las respuestas de paso irán en diferentes direcciones, lo que resultará en un subimpulso. Por otro lado, cuando  $H^0$  y  $H^1$  tienen la mismas polaridades,  $0 < H^0/H^1 < 1$ , el valor inicial de la respuesta al escalón ( $H^1$ ) es mayor que su valor final ser un ( $H^0$ ), y, por lo tanto, habrá rebasamiento. Para  $1 < H^0/H^1$ , la respuesta al escalón comienza en el menor valor en  $t = 0$  y luego aumenta exponencialmente a su valor final (similar a la Fig. 6).

A continuación, consideremos un ~~segundo~~ sistema de orden con dos arbitrarias ~~real~~ polos y un solo cero. La función de transferencia de dicho sistema se puede escribir como

$$H(s) = H^0 \cdot \frac{1 - \frac{s}{z}}{\left(1 - \frac{s}{p_1}\right)\left(1 - \frac{s}{p_2}\right)} = H^0 \cdot \frac{1 + \tau_z s}{(1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s)}$$

donde  $H^0$  es la constante de transferencia de valor cero del circuito. Nosotros puede asumir  $|p_1| < |p_2|$  (es decir,  $\tau_1 > \tau_2$ ) sin pérdida de generalidad. se El cero puede ser LHP o RHP y  $H(s)$  puede escribir, como el suma de fracciones parciales, como se muestra en la Fig. 7 [17].  $A_1$  y  $A_2$  son dados por

$$A_1 = H^0 \cdot \frac{p_2}{z} \cdot \frac{z - p_1}{p_2 - p_1} \quad (46a)$$

$$A_2 = -H^0 \cdot \frac{p_1}{z} \cdot \frac{z - p_2}{p_2 - p_1} \quad (46b)$$

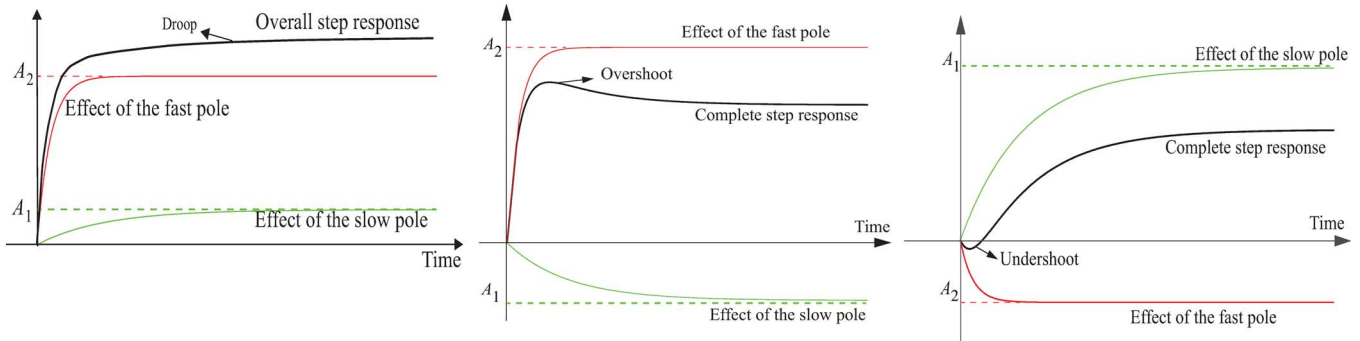


Fig. 8. Respuestas escalonadas de dos caminos con a) mismas polaridades --- (inclinarse); b) polaridades opuestas --y- (excederse); c) polaridades opuestas - -y- (gebasamiento).

$$H(s) = \frac{A_1}{1 - \frac{s}{p_1}} + \frac{A_2}{1 - \frac{s}{p_2}} = \frac{A_1}{1 + \tau_1 s} + \frac{A_2}{1 + \tau_2 s} \quad (47)$$

donde  $\tau_1 = -1/p_1$  y  $\tau_2 = -1/p_2$  son la característica del polo veces ( $\tau_1 > \tau_2$ ) y tenemos

$$\tau_z = -\frac{1}{z} = \frac{A_2 \tau_1 + A_1 \tau_2}{A_1 + A_2}. \quad (48)$$

Este sistema se puede modelar completamente usando el sistema de doble camino de la Fig. 7, donde el camino superior con la ganancia de baja frecuencia es más lento que el inferior con la ganancia. Tiene dos caminos paralelos de primer orden, cada uno con una función de transferencia de un solo polo y sin ceros. Si bien el sistema de dos caminos de la Fig. 7 puede parecer bastante idealizado, puede usarse para representar cualquier sistema de segundo orden con dos polos reales LHP y un cero. Cada uno de estos polos tendría exactamente la misma frecuencia que los polos reales del sistema original de segundo orden. Curiosamente, se crea un nuevo cero real que no existía en ninguno de los sistemas constitutivos de primer orden de la figura 7. Esto se debe esencialmente al hecho de que la suma de las dos respuestas diferentes en los dos sistemas paralelos dará como resultado el dos respuestas cancelándose entre sí en una frecuencia compleja.

Utilizando la descomposición de la figura 7, concluimos que la respuesta en el dominio del tiempo es la suma de las respuestas de los dos sistemas unipolares de primer orden, es decir,

$$s(t) = A_1(1 - e^{-t/\tau_1}) + A_2(1 - e^{-t/\tau_2}). \quad (49)$$

Una mirada cuidadosa a (48) indica que si las ganancias de los dos caminos tienen las mismas polaridades (es decir,  $A_1 A_2 > 0$ ), el cero es LHP y cae entre los dos polos, ya que (48) podría verse como el promedio ponderado de  $y$ . En este caso, la respuesta es la suma de dos exponenciales que van en la misma dirección con dos constantes de tiempo diferentes, como se muestra en la figura 8(a), lo que da como resultado una inclinarse, como la respuesta asociada a la respuesta correspondiente a  $p_1$  tarda un poco más en llegar su valor definitivo.

La condición  $-1 < A_1/A_2 < 0$  da como resultado un cero LHP más cercano al origen que cualquiera  $p_1$  y  $p_2$ . Nuevamente usando el equivalente En el sistema de la Fig. 7, vemos que los dos caminos tienen polaridades opuestas y la magnitud de la ganancia del camino más lento es menor que la del camino más rápido, como se muestra en la Fig. 8(b). El camino más rápido que tiene una mayor ganancia da como resultado un sobreimpulso en la respuesta.

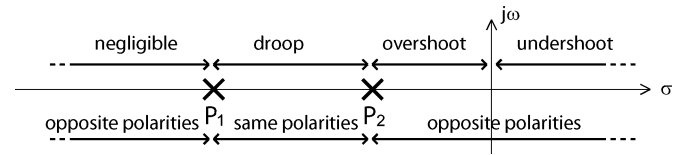


Fig. 9. Impacto de la ubicación del cero en el comportamiento de respuesta al escalón y la polaridad relativa implícita de los caminos en su equivalente de dos caminos.

que finalmente se reduce por el camino más lento. Tenga en cuenta que este sobreimpulso no es causado por polos complejos, sino por el cero en la función de transferencia.

Tenemos un LHP cero si la  $A_1/A_2 < -\tau_1/\tau_2$ , pero el cero está en un frecuencia es más alta que cualquiera  $p_1$  y  $p_2$  y, por lo tanto, por lo general tiene un efecto insignificante. Otra forma de ver esto es notar que en este caso la respuesta lenta tiene una ganancia significativamente mayor que la más rápida, por lo que modifica ligeramente la pendiente de la respuesta de la ruta primaria pero su efecto se ve completamente disminuido por el tiempo que la respuesta más lenta de alta ganancia. camino alcanza el estado estacionario.

Cuando las ganancias tienen polaridades opuestas y su relación está en el rango  $-\tau_1/\tau_2 < A_1/A_2 < -1$ , tenemos un RHP cero. los El camino más lento aún tiene una magnitud de ganancia mayor, pero el más rápido tiene una ganancia lo suficientemente alta como para producir un subestimar, como en la Fig. 8(c). El subimpulso es un rasgo asociado con los ceros RHP.

En resumen, dos caminos paralelos con la misma polaridad dan como resultado un cero real entre  $p_1$  y  $p_2$  que provoca una caída en la respuesta al escalón. Tener dos rutas de señal con polaridades opuestas puede como resultado un subimpulso si el camino más rápido tiene una ganancia menor y un sobreimpulso si tiene una ganancia mayor. Estos resultados se resumen en la figura 9.

Como nota al margen, aunque en el sistema de ruta dual de la Fig. 7 hay dos capacitores y, el cortocircuito de cualquiera de ellos da como resultado una función de transferencia distinta de cero. No obstante, solo hay un cero en la función de transferencia, ya que el cortocircuito simultáneo (valoración infinita) de ambos da como resultado una función de transferencia cero ( $H^{12} = 0$ ), como lo da el criterio discutido en la Sección VI-A.

#### F. Propiedades de los sistemas de segundo orden

La función de transferencia de un sistema de segundo orden se puede expresar en términos de la frecuencia natural,  $\omega_n$ , y el factor de calidad,  $Q$

$$H(s) = \frac{N(s)}{1 + \frac{s}{Q\omega_n} + \frac{s^2}{\omega_n^2}} \quad (50)$$

donde  $N(s)$  es el numerador y  $Q = 1/2\zeta$  es una medida de la pérdida de energía por ciclo en el sistema ( $\zeta$  se llama amortiguamiento proporción). Tenga en cuenta que el factor de calidad y el factor de amortiguamiento se definen independientemente del numerador. Evaluando (50) en términos de coeficientes, obtenemos

$$Q = \frac{1}{2\zeta} = \frac{\sqrt{b_2}}{b_1} \quad (51)$$

que para un sistema de segundo orden se puede escribir en términos de las constantes de tiempo

$$\frac{1}{Q} = 2\zeta = \frac{\tau_1^0 + \tau_2^0}{\sqrt{\tau_1^0 \tau_2^0}} = \sqrt{\frac{\tau_1^0}{\tau_2^0}} + \sqrt{\frac{\tau_2^0}{\tau_1^0}} \quad (52)$$

donde (26) se ha utilizado en el último paso para llegar a un resultado más simétrico. Es fácil ver a partir de las raíces cuadráticas del denominador de (50) que para  $Q > (1/2)$  las raíces de la denominación inator se vuelve complejo.

La resonancia no amortiguada o frecuencia natural,  $\omega_n$ , puede ser fácilmente relacionada con la

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{b_2}}$$

que se puede escribir en términos de las constantes de tiempo como

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{\tau_1^0 \tau_2^0}} = \frac{1}{\sqrt{\tau_2^0 \tau_1^0}}. \quad (54)$$

Las ecuaciones (51) y (53) son útiles a la luz de la relación relativamente directa entre  $\omega_n$  y coeficientes de cada polo (51) (ver Ejemplo VII-5). También son útiles como aproximaciones en orden superior para estimar la amplitud y la frecuencia del pico de la respuesta (ver Ejemplo VII-5).

#### G. Constantes de tiempo de valor infinito

Vimos anteriormente en la Sección II (3) que la función de transferencia de un sistema de paso de banda con un paso de banda bien definido se puede incluir en la parte responsable del comportamiento de baja frecuencia en términos de polos y ceros inversos, lo que da como resultado una respuesta de paso alto y una parte responsable de el comportamiento de alta frecuencia en términos de polos y ceros convencionales que forman una respuesta de paso bajo. Podemos aplicar el enfoque de constante de tiempo de valor infinito (IVT) para determinar el comportamiento de baja frecuencia, en particular, *subajo*

—frecuencia de 3 dB.

Para tener una respuesta unitaria a altas frecuencias en una respuesta de paso alto, el numerador debe ser del mismo orden que el denominador. Si no hay ceros cerca de  $\omega_n$ , tenemos

$$\begin{aligned} H(s) &\approx \frac{a_n s^n}{1 + b_1 s + b_2 s^2 + \dots + b_n s^n} \\ &= \frac{a_{mid}}{1 + \frac{b_{n-1}}{b_n s} + \dots + \frac{1}{b_n s^n}} \end{aligned} \quad (55)$$

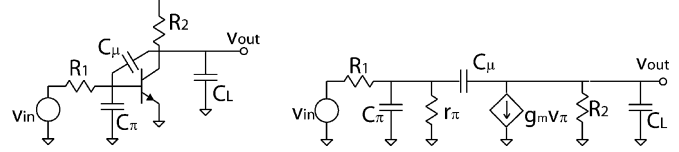


Figura 10. a) Etapa de emisor común con capacitores; b) su  $\pi$  y-conduciendo una carga condensador,  $L$  equivalente de pequeña señal suponiendo -  $\omega$  es grande (o absorbido dentro).

donde  $a_{mid} = a_n/b_n$  es la ganancia a frecuencias muy altas. Como bajamos la frecuencia, el término más dominante que afecta  $\omega_l$  es  $b_{n-1}/b_n$ .

Por un  $n$  sistema de paso alto de orden  $th$ , podemos aproximar  $\omega_l$  con  $b_{n-1}/b_n$ , es decir,

$$\begin{aligned} \omega_l &\approx \frac{b_{n-1}}{b_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{n-i} \dots \tau_i^0 \tau_j^i \tau_k^{ij} \dots}{\tau_1^0 \tau_2^1 \tau_3^2 \dots \tau_n^{n-1}} \\ &= \frac{1}{\tau_1^{23\dots n}} + \frac{1}{\tau_2^{13\dots n}} + \dots + \frac{1}{\tau_n^{12\dots(n-1)}} \end{aligned} \quad (56)$$

donde hemos usado la simetría rotacional discutida en el 14.

(53) La constante de tiempo,  $\tau_i^{12\dots(i-1)(i+1)\dots n}$ , que denotaremos como,  $\tau_i^\infty$ , es la constante de tiempo para el  $i$  elemento con todos los puertos en valores infinitos, por lo que se llama *constante de tiempo de valor infinito*, IVT.<sup>19</sup>

Esto se puede resumir como

$$\omega_l \approx \frac{b_{n-1}}{b_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\tau_i^\infty} \quad (57)$$

donde

$$\tau_i^\infty = C_i R_i^\infty \quad (58)$$

para condensador,  $C_i$ , y

$$\tau_l^\infty = \frac{L_l}{R_l^\infty} \quad (59)$$

para inductor  $L_l$ . Resistencia  $R_i^\infty$  es la resistencia vista mirando en el puerto  $i$  cuando los capacitores e inductores en todos los demás puertos están en sus valores infinitos (capacitores en cortocircuito e inductores abiertos).

#### VIENES. mIEJEMPLOS

En esta sección, presentamos varios ejemplos de la aplicación del método TTC. Usamos circuitos bien conocidos para demostrar la aplicación del método en un contexto familiar.

1) *Emisor común, ZVT*: Considere la etapa de emisor común de la figura 10(a) con tres capacitores,  $C_\pi$ ,  $C_\mu$  y  $C_L$ , y conectados a la salida. El modelo equivalente de pequeña señal para

<sup>19</sup>Cuando los elementos de almacenamiento de energía son solo capacitores, este método a menudo se conoce como el método de *constantes de tiempo de cortocircuito*. Obviamente, el término La constante de tiempo de valor infinito es ventajosa porque se aplica a ambos capacitores e inductores.

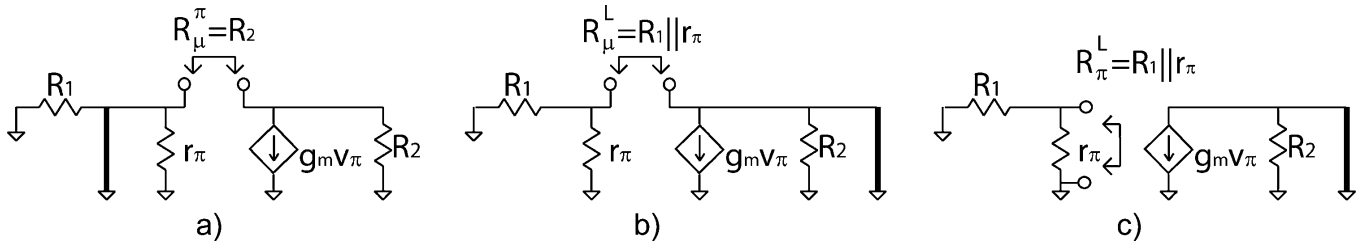


Fig. 11. Circuito equivalente utilizado para calcular la etapa de emisor común de la Fig. 10. a), b), c).

esta etapa se muestra en la Fig. 10(b). La ganancia de baja frecuencia es Aplicando (16), obtenemos obviamente

$$a_0 = H^0 = \frac{v_{out}}{v_1} \cdot \frac{v_1}{v_{in}} = -g_m R_2 \cdot \frac{r_\pi}{r_\pi + R_1}.$$

Primero, calculemos el coeficiente calculando los tres ZVT asociados con los capacitores. En este ejemplo, usaremos los índices  $\mu$  y  $\pi$  para identificar los elementos. Para determinar la resistencia de valor cero vista por,  $R_\mu^0$  (cortocircuitamos) la fuente de voltaje de entrada y, por inspección, tenemos

$$\tau_\pi^0 = C_\pi R_\pi^0 = C_\pi (R_1 || r_\pi).$$

La resistencia vista por  $C_\mu$  tenemos

$$\tau_\mu^0 = C_\mu R_\mu^0 = C_\mu [R_1 || r_\pi + R_2 + g_m (R_1 || r_\pi) R_2]$$

y la resistencia de valor cero vista por  $C_L$  es tan trivial como anular el  $v_i$  establece la fuente de corriente dependiente en cero (circuito abierto) y, por lo tanto,

$$\tau_L^0 = C_L R_L^0 = C_L R_2.$$

Un resultado útil en muchos de estos cálculos es la resistencia vista por los capacitores conectados entre varias terminales de un transistor de tres terminales con resistencias externas,  $B$  y  $E$  desde la base (puerta), el colector (drenaje) y el emisor (fuente) a tierra ac respectivamente. Se puede demostrar que ignorando la resistencia de salida intrínseca del transistor,  $r_o$ , la resistencia base-emisor (o puerta-fuente),  $r_{\pi}$ , está dada por

$$r_{\pi}^0 = \frac{r_{\pi} R_2}{r_{\pi} + R_2}$$

La resistencia base-colector (o puerta-drenaje),  $r_{\mu}^0$  es dado por

$$r_{\mu}^0 = \frac{r_{\pi} R_2}{r_{\pi} + R_2}$$

donde

$$r_{\pi}^0 = \frac{r_{\pi} R_2}{r_{\pi} + R_2}$$

Tenga en cuenta que  $r_{\pi}^0$  es la resistencia vista entre la base (puerta) y la tierra de CA que se reduce a  $r_{\pi}$  para un MOSFET. Resistencia  $r_{\mu}^0$  está ahí—distancia entre el colector (drenaje) y tierra ac, y finalmente  $r_o$  es el e-transconductancia efectiva. La resistencia vista entre el colector y el emisor (drenaje y fuente),  $r_o$ , viene dada por

$$r_o^0 = \frac{r_o R_2}{r_o + R_2}$$

donde la aproximación desaparece para  $r_o \rightarrow \infty$ . Tenga en cuenta que  $r_o$  no es lo mismo como la resistencia vista entre el colector y tierra, a saber,  $r_o$ .

$$b_1 = \sum_i \tau_i^0 = \tau_\pi^0 + \tau_\mu^0 + \tau_L^0. \quad (60)$$

En un ejemplo numérico tenemos  $H^0 = -57$  y el tiempo constantes son  $\tau_\pi^0 \approx 70$  ps,  $\tau_\mu^0 \approx 1,200$  pd, y  $\tau_L^0 = 400$  ps lo que lleva a una estimación del ancho de banda de  $\omega_h \approx 1/b_1 \approx 2\pi \cdot 95$  Megahercio. A La simulación SPICE predice un ancho de banda de 3 dB en  $f_h = 97$  MHz estrecha concordancia con el resultado anterior.

2) Emisor común, función de transferencia exacta. La etapa de emisor común de la Fig. 10 tiene tres condensadores, pero de hecho solo podemos configurar dos condiciones iniciales independientes debido al bucle capacitivo, es decir, tiene sólo dos grados de libertad independientes.

Ya hemos determinado el coeficiente en (60). Ahora determinemos usando (24). Para hacerlo, determinamos tres constantes de tiempo cortocircuitando el elemento asociado con el superíndice y observando la impedancia vista por los elementos designados por los subíndices. A diferencia de los ZVT, todos los cuales necesitábamos, hay seis combinaciones de estas constantes de tiempo  $(\tau_\mu^L, \tau_\pi^L, \tau_L^L)$ , de las cuales podemos elegir tres cualquiera para cubrir cada combinación bidireccional una vez y solo una vez para acoplarse con los ZVT. Hay muchas combinaciones, pero teniendo en cuenta que la expresión para es más larga que otras ZVT, tratamos de elegir las que la evitan para que nuestro cálculo sea más sencillo, es decir,

$$\begin{aligned} \tau_\mu^\pi &= C_\mu R_2 \\ \tau_\pi^L &= C_\pi (r_\pi || R_1) \\ \tau_\mu^L &= C_\mu (r_\pi || R_1) \end{aligned}$$

que se calculan usando los circuitos que se muestran en la Fig. 11. Estos combinados con los ZVT calculados en (60) producen

$$\begin{aligned} b_2 &= \sum_i \sum_{j=1}^3 \tau_i^0 \tau_j^i \\ &= \tau_L^0 \tau_\pi^L + \tau_\pi^0 \tau_\mu^\pi + \tau_L^0 \tau_\mu^L \\ &= (r_\pi || R_1) R_2 \cdot (C_\pi C_\mu + C_\pi C_L + C_\mu C_L). \end{aligned} \quad (61)$$

21 Suponemos los siguientes parámetros: una corriente de colector de 1 mA (que se traduce en  $S_{ra}$ ),  $r_{\pi} = 100 \Omega$ ,  $r_o = 100 \Omega$ ,  $f_{Tc} = 100$  MHz,  $f_{Ts} = 100$  MHz, y  $f_{Tb} = 100$  MHz que corresponde a una temperatura, lo que lleva a  $\beta = 100$ . Ahora considere un capacitor externo en la salida  $C_L = 10$  pF. Estos valores corresponden a una frecuencia de corte de transistor,  $f_h = 97$  MHz. También suponemos  $r_{\pi} = 100 \Omega$  para  $\beta = 100$  en el circuito de la Fig. 10.

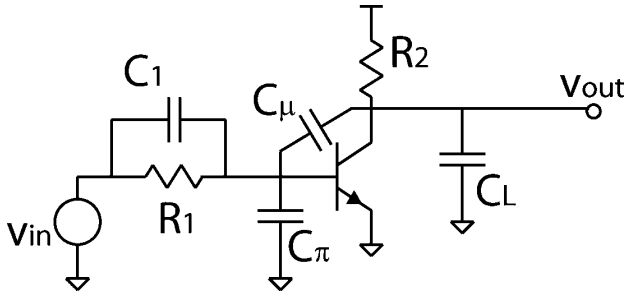


Figura 12. Etapa de emisor común con un condensador  $C_1$  en paralelo con la entrada resistencia  $R_1$

De (30), vemos que con tres elementos de almacenamiento de energía,  $b_3 = \tau_1^0 \tau_2^1 \tau_3^{12}$  que tiene que ser cero ya que  $\tau_3^{12} = 0$  debido a la capacidad bucle tivo. Por lo tanto, el sistema es solo de segundo orden con dos polos como se esperaba.

Ya que  $H^\pi$  y  $H^L$  son cero, solo necesitamos calcular  $H^\mu$ . cortocircuito  $C_\mu$ , el circuito reducido a un divisor resistivo entre  $R_1$  y  $\alpha r_m \parallel R_2$ . La ganancia de voltaje viene dada simplemente por la relación divisoria resistiva, es decir,

$$H^\mu = \frac{\alpha r_m \parallel R_2}{R_1 + \alpha r_m \parallel R_2} = \frac{r_\pi}{r_\pi + R_1} \cdot \frac{R_2}{R_\mu^0}. \quad (62)$$

Por lo tanto, la función de transferencia de voltaje se puede determinar a partir de (11)

$$H(s) = H^0 \cdot \frac{1 + \frac{H^\mu}{H^0} \tau s}{1 + b_1 s + b_2 s^2} = H^0 \cdot \frac{1 - \frac{C_\mu}{g_m} s}{1 + b_1 s + b_2 s^2}$$

donde el  $b_1$  y  $b_2$  se calcularon (60) y (61), respectivamente.

Cabe señalar que en este ejemplo, las señales,  $H^0$  y  $H^\mu$  tienen el mismo signo, lo que da como resultado un RHP cero,  $z = g_m/C_\mu$ , en la transferencia funcionar como se esperaba. Tenga en cuenta la relativa facilidad de cálculo de esta función de transferencia en comparación con la escritura de las ecuaciones nodales.

**3) Emisor común, entrada cero.** Consideremos la etapa de emisor común de los ejemplos anteriores donde un condensador  $C_1$  se introduce en paralelo con en la entrada, como se muestra en la Fig. 12. Las constantes de tiempo calculadas en el Ejemplo VII-1 siguen siendo las mismas. Solo una nueva constante de tiempo  $\tau_1^0$  asociada con aparece en  $\tau_1^0$ , que se calcula fácilmente para ser

$$\tau_1^0 = C_1(R_1 \parallel r_\pi).$$

Aplicando (16) para estimar el ancho de banda, el ZVT simplemente predice un valor más pequeño que cuando  $C_1$  existe, ya que acabamos de agregar una constante de tiempo nueva y potencialmente grande a la suma  $b_1$

numéricamente con  $C_1 = 4.3$  pF y todos los demás valores iguales como los del Ejemplo VII-1, tenemos  $\tau_1^0 \approx 3.07$  ns y la banda-ancho estimado de acuerdo con el ZVT convencional dado en (16) es

$\omega_h \approx 2\pi \cdot 34$  Megahercio. Sin embargo, esta vez SPICE predice un  $-3$  dB de ancho de banda de  $f_h = 482$  MHz que es más que un orden de magnitud mayor! La razón es que introduce un cero LHP ya que al acortarlo se obtiene una función de transferencia distinta de cero.

$H^1$  con la misma polaridad que  $H^0$ . En este ejemplo, la frecuencia de este cero se ha ajustado eligiendo el valor correcto de  $C_1$

para coincidir con el primer polo de la función de transferencia cancelándolo efectivamente.

En este ejemplo, aunque (16) aún proporciona un valor conservador, está demasiado lejos para ser de mucha utilidad. La premisa básica para la aproximación en el ZVT convencional es la ausencia de ceros cerca o por debajo de  $\omega_h$ . Una vez que se viola esta suposición, el ZVT convencional no proporciona mucha información útil.

Este problema se puede remediar usando los ZVT modificados, como se define en (42). Para determinar qué constante de tiempo debe modificarse, calculamos las funciones de transferencia de baja frecuencia

$$H^\pi = 0$$

$$H^\mu = \frac{\alpha r_m \parallel R_2}{R_1 + \alpha r_m \parallel R_2} \approx \frac{r_m}{R_1}$$

$$H^L = 0$$

$$H^1 = -g_m R_2.$$

Determinación de  $H^1$  (que es el único  $H$  coeficiente con un valor significativo en este caso) es sencillo, ya que es simplemente la ganancia sin el divisor de voltaje de entrada. Dado que  $H^\mu$  y  $H^1$  son distintos de cero, los dos ZVT que deben modificarse son

$$\bar{\tau}_\mu^0 = \tau_\mu^0 \cdot \left(1 - \left|\frac{H^\mu}{H^0}\right|\right) = \tau_\mu^0 \cdot (1 - 0.0004) \approx \tau_\mu^0$$

$$\bar{\tau}_1^0 = \tau_1^0 \cdot \left(1 - \left|\frac{H^1}{H^0}\right|\right) = \tau_1^0 \cdot (1 - 1.4) = -0.4 \cdot \tau_1^0.$$

Como puede verse, la modificación de  $\bar{\tau}_\mu^0$  es despreciable, mientras que la modificación de  $\bar{\tau}_1^0$  tiene un impacto significativo.

La nueva estimación del ancho de banda utilizando las constantes de tiempo efectivas en (41) es  $\omega_h \approx 1/(70 \text{ ps} + 1.2 \text{ ns} + 400 \text{ ps} - 1.23 \text{ ps}) \approx 2\pi \cdot 362$  MHz, que está mucho más cerca de los resultados de SPICE de  $f_h = 482$  MHz que la estimación de 34 MHz obtenida de los ZVT convencionales. Como podemos ver después de la corrección, son las constantes de tiempo asociadas y  $\tau_1^0$  conjuntas las que se vuelven significativas y determinan el ancho de banda. Este resultado se puede mejorar aún más calculando el coeficiente utilizando (24).  $b_2$

Una cosa a tener en cuenta es que podemos verificar rápidamente si necesitamos usar la aproximación de (40), o si (37) simplemente es suficiente, al determinar si establecer cualquiera de los elementos de almacenamiento de energía en su valor infinito da como resultado una función de transferencia distinta de cero. Es decir, si tenemos cualquier distinto de cero  $H^i$  condiciones, para distinto de cero  $H^i$  deberíamos evaluar  $|\tau_i^0 H^i / H^0|$  y ver si su inclusión tiene un impacto considerable efectuar en  $b_1$ . Si ese es el caso, se debe restar de  $b_1$  y de lo contrario simplemente ignorado.

**4) Etapa de cascodo.** La etapa de cascodo se ilustra en la Fig. 13(a) con su circuito equivalente de pequeña señal en la Fig. 13(b). Observamos que para una resistencia de salida de transistor  $r_o$ , los grande, las constantes de tiempo asociadas con  $C_{\pi 2}$  y  $C_{\mu 2}$  están desacoplaron de las de  $C_{\pi 1}$  y  $C_{\mu 1}$ , ya que la constante de tiempo de un grupo no se ve afectada por ninguna combinación de cortocircuito y apertura del otro lote. Una mirada más cercana también indica que los capacitores  $C_{c1} = C_{js}$  y  $C_{\pi 2}$  tiene en paralelo, también lo son  $C_{c2} = C_{js}$ ,  $C_{\mu 2}$ , y  $C_{o1}$ , y, por lo tanto, definimos  $C_e = C_{c1} + C_{\pi 2}$  y  $C_L = C_{c2} + C_{\mu 2} + C_{o1}$ , y tratar con cuatro condensadores a partir de este punto.

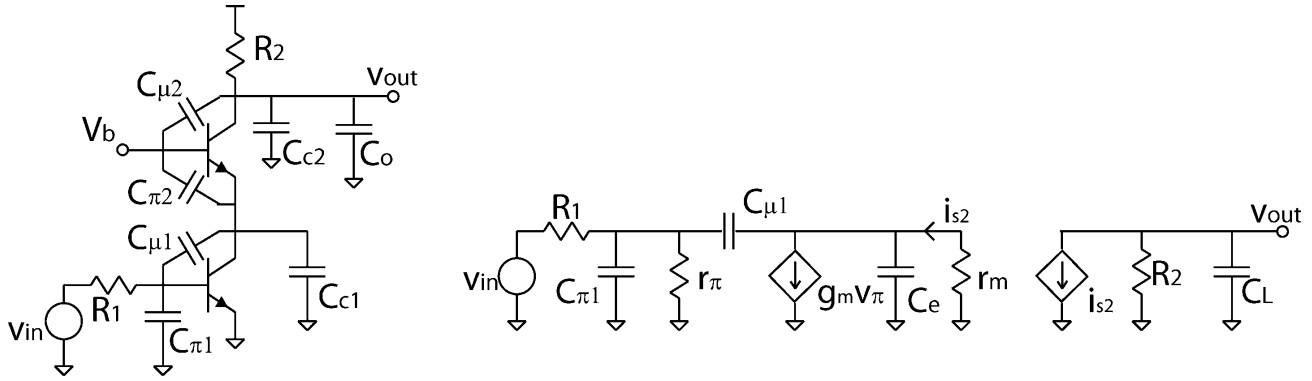


Fig. 13. a) Etapa de cascodo que acciona un condensador de carga. b) su circuito equivalente aproximado de pequeña señal suponiendo grande  $\beta$ .

Las cuatro constantes de tiempo ZVT para estos capacitores son

$$\begin{aligned}\tau_{\pi}^0 &= C_{\pi}(R_1 || r_{\pi}) \\ \tau_{\mu}^0 &= C_{\mu}[R_1 || r_{\pi} + \alpha r_m + g_m(R_1 || r_{\pi})\alpha r_m] \\ &\approx C_{\mu}[2(R_1 || r_{\pi}) + r_m] \\ \tau_e^0 &= C_e \alpha r_m \\ \tau_L^0 &= C_L R_2.\end{aligned}$$

Notamos que  $\tau_{\mu}^0$  cuál era el ancho de banda de la fuente dominante reducción en el emisor común del Ejemplo VII-1, ahora se reduce significativamente, lo que explica la conocida ventaja del cascodo. Un cálculo numérico de los ZVT's con los mismos valores que los ejemplos anteriores, predice  $\omega_h \approx 2\pi \cdot 294$  MHz, donde las simulaciones de SPICE indican una frecuencia de 3 dB de  $f_h = 337$  MHz.

Señalando que  $\tau_L$  está desacoplada de las otras constantes de tiempo, tenemos puede expresar la función de transferencia como

$$H(s) = H^0 \cdot \frac{1 + \frac{a'_1}{a_0}s}{(1 + b'_1 s + b'_2 s^2)} \cdot \frac{1}{1 + \tau_L s}$$

donde

$$\begin{aligned}b'_1 &= \tau_{\pi}^0 + \tau_{\mu}^0 + \tau_e^0 \\ b'_2 &= \alpha r_m (R_1 || r_{\pi}) (C_{\pi} C_{\mu} + C_{\pi} C_e + C_{\mu} C_e)\end{aligned}$$

y

$$-\frac{1}{z} = \frac{a'_1}{a_0} = \frac{H^{\mu} \tau_{\mu}^0}{H^0} = -\frac{C_{\mu}}{g_m}$$

determinando así la función de transferencia exactamente con mucho menos esfuerzo y más conocimiento que el análisis nodal.

5) *Seguidor de fuente con carga capacitiva*: Ahora consideramos la ganancia de la etapa fuente-seguidor con una resistencia de fuente que  $R_1$  impulsa una carga capacitiva, como se muestra en la Fig. 14.<sup>22</sup> Considerando  $\beta$  y, las ZVT son

$$\tau_{\pi}^0 = r_m C_{\pi} \quad \tau_L^0 = r_m C_L$$

y  $\tau_{\pi}^L$  es dado por

$$\tau_{\pi}^L = R_1 C_{\pi}.$$

<sup>22</sup>Este podría ser el caso si la etapa está polarizada con una fuente de corriente.

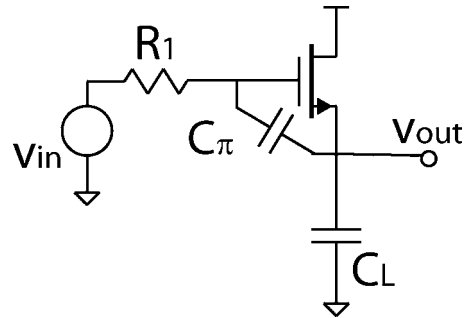


Figura 14. Etapa de seguidor de fuente que conduce una carga capacitiva.

En un ejemplo numérico,<sup>23</sup> tenemos,  $b_1 = \tau_{\pi}^0 + \tau_L^0 = 5$  ps y  $b_2 = \tau_L^0 \tau_{\pi}^L = 250$  (p. 52 Usando (51) y (53), obtenemos,  $Q = 3.16$  (alrededor de 10 dB de pico) y  $\omega_n = 2\pi \cdot 10$  GHz. los hecho de que  $Q$  es mayor que 0.5 indica claramente que tenemos un par de polos complejos conjugados.

Usando (40) obtenemos<sup>24</sup> una estimación para  $\omega_h$  de 15,9 GHz, mientras que la predicción del ZVT convencional  $\omega_h = 2\pi \cdot 32$  GHz, que es el doble de grande. Una simulación SPICE de este circuito muestra 10,2 dB de pico a 9,8 GHz, con un  $\omega_h = 2\pi \cdot 15.5$  GHz todo muy cercano a las predicciones obtenidas de nuestros cálculos. Tenga en cuenta que, en la práctica, este pico generalmente se atenúa y no es tan pronunciado como se muestra en este ejemplo. No obstante, los polos suelen seguir siendo complejos, ya que suele ser superior  $Q$  a 0,5.

6) *Filtro de paso de banda reactivo*: En este ejemplo, aplicamos el enfoque para determinar la función de transferencia exacta de la red de paso de banda reactiva de la Fig. 15. Las constantes de tiempo son

$$\begin{aligned}\tau_1^0 &= RC_1 & \tau_2^0 &= L_2/R & \tau_3^0 &= L_3/R \\ \tau_2^1 &= 2L_2/R & \tau_3^1 &= L_2/R & \tau_3^2 &= 0 \\ \tau_3^{12} &= L_3/2R.\end{aligned}$$

Todas las constantes de transferencia son cero con la excepción de

$$H^{12} = \frac{1}{2}$$

<sup>23</sup>Asumiendo  $\pi$   $L$  --FF, -  $m$  - ms y un  $1$  k.

<sup>24</sup>El único distinto  $i$  los términos son  $0$  y  $\pi$  llevando a  $0$ ,  $1$  de  $\pi$ , y  $2$  -.

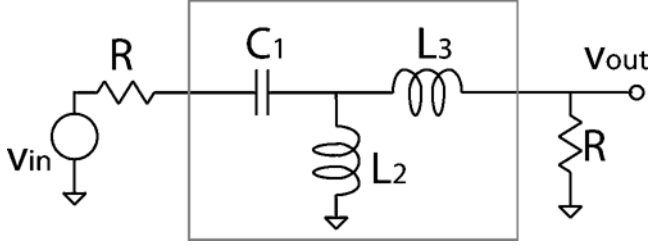


Fig. 15. Filtro paso banda reactivo de tercer orden.

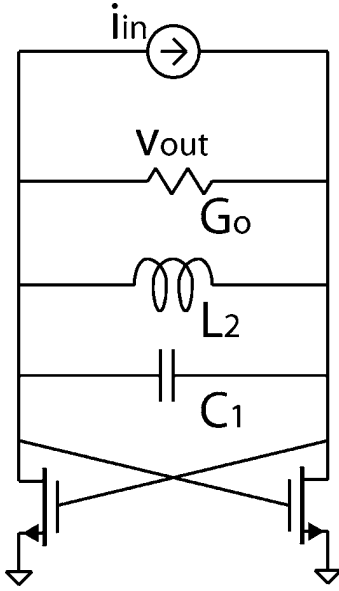


Fig. 16. Oscilador de acoplamiento cruzado de resistencia negativa.

lo que inmediatamente da como resultado la siguiente función de transferencia:

$$H(s) = \frac{L_2 C_1 s^2}{1 + (RC_1 + \frac{L_2 + L_3}{R})s + (2L_2 C_1 + L_3 C_1)s^2 + \frac{L_2 L_3 C_1}{R} s^3}$$

demostrando la facilidad de aplicación del método a una red reactiva pasiva sin pérdidas.

7) *Resistencia negativa*: En este ejemplo, analizamos el par NMOS de acoplamiento cruzado conectado a través del resonador RLC, como se muestra en la Fig. 16, donde no se muestran los detalles de polarización.<sup>25</sup> Considerando que la entrada es la fuente de corriente  $i_{in}$ , diferencial y la salida es el voltaje diferencial  $v_{out}$ , determinamos la función de transferencia. Las constantes de tiempo son

$$\tau_C^0 = 0 \quad \tau_L^0 = L(-g_m/2 + G_o)$$

$$\tau_C^L = C/(-g_m/2 + G_o).$$

Todas las constantes de transferencia a excepción de  $H^L$  son cero.

Definición  $G_{eff} \equiv g_m/2 - G_o$ , vemos fácilmente que  $H^L = 1/G_{eff}$ . Estas constantes de tiempo y transferencia corresponden a  $a_0 = 0$ ,  $a_1 = L$ , y  $a_2 = 0$ , así como también  $b_1 = -G_{eff}L$  y  $b_2 = LC$ .

Por lo tanto, podemos escribir la función de transferencia como

$$H(s) \equiv \frac{v_{out}}{i_{in}} = \frac{Ls}{1 - G_{eff}Ls + LCs^2}. \quad (69)$$

<sup>25</sup>Por ejemplo, los transistores podrían polarizarse a través de la derivación central del inductor.

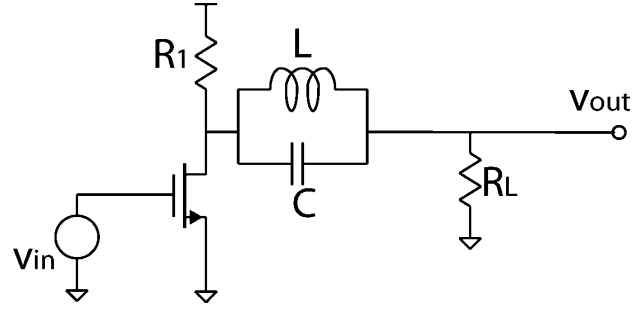


Fig. 17. Amplificador de fuente común con una trampa LC paralela en serie.

Como se puede ver fácilmente, para  $g_m/2 > G_o$  el denominador tiene un par de polos conjugados complejos RHP, correspondientes a una respuesta exponencialmente creciente consistente con la puesta en marcha de un oscilador LC de acoplamiento cruzado [18]. Este ejemplo muestra que el enfoque TTC es aplicable tanto a circuitos estables como inestables.

8) *Paralelo en serie*: En el amplificador de fuente común de la figura 17, hemos introducido un paralelo en serie LC. Si ignoramos los condensadores parásitos del transistor, los ZVT son

$$\tau_L^0 = \frac{L}{R_1 + R_2}, \quad \tau_C^0 = 0.$$

Ya que  $\tau_C^0 = 0$  y  $\tau_C^0 \tau_L^C = \tau_L^0 \tau_C^L$  de acuerdo con (26), podemos evitar un caso indeterminado calculando y  $\tau_C^L = (R_1 + R_2)C$  por lo tanto

$$\tau_L^0 \tau_C^L = LC.$$

Las constantes de transferencia son

$$H^0 = H^L = H^{LC} = -g_m(R_1 || R_2)$$

$$H^L = 0$$

que dan como resultado

$$H(s) = H^0 \frac{1 + LCs^2}{1 + \frac{L}{R_1 + R_2}s + LCs^2}$$

donde según (51), tenemos

$$Q = (R_1 + R_2)\sqrt{\frac{C}{L}}.$$

Como se puede ver en la función de transferencia, hay un par de ceros imaginarios en  $\pm j/\sqrt{LC}$ . Dado que el simultáneamente infinito inductor y capacitor valorados dan como resultado un *distinto de cero* función de transferencia, hay dos ceros en el sistema.<sup>27</sup>

9) *Impedancia de entrada del seguidor de fuente con carga capacitiva*: Considere el seguidor fuente de la Fig. 18(a), conduciendo un carga capacitiva,  $C_L$  (considerando solo  $y$ ). Calcular la impedancia de entrada,  $Y(s)$ , e invertirlo es más fácil ya que la impedancia de entrada con ambos capacitores abiertos es infinita. Calcular  $Y(s)$  debemos conducir la entrada con una fuente de voltaje

<sup>26</sup>Ya que  $\tau_C^0$  y  $\tau_C^L$  el producto es indeterminado. si uno insiste sobre el uso del producto  $\tau_C^0 \tau_C^L$ , se puede determinar colocando una resistencia en serie con  $y$  poniéndolo a cero en el resultado final.

<sup>27</sup>Tenga en cuenta que en este ejemplo,  $\tau_C^0$  es cero mientras  $\tau_C^L$  no es; por lo tanto, los ceros son un par imaginario conjugado en el  $j\omega$  eje.

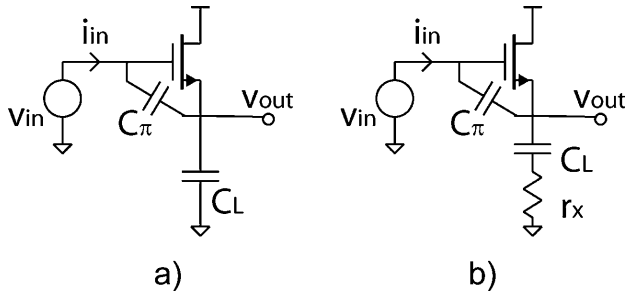


Fig. 18. a) Fuente-seguidor con conducir un condensador de carga  $L$ ; b) lo mismo etapa con una resistencia infinitesimal en serie con  $L$ .

(el estímulo) y tome la corriente de entrada como la variable de salida, como se ve en la Fig. 18(a).

Primero calculemos  $Y^0$  cuando ambos condensadores están abiertos. Nosotros simplemente tenemos

$$Y^0 = 0$$

similar

$$Y^\pi = 0, \quad Y^L = 0.$$

Ahora considere  $Y^{\pi L}$ . cuando ambos  $C_\pi$  y  $C_L$  están en corto, un corto es visto mirando en la entrada, y por lo tanto  $Y^{\pi L} = \infty$ . Si bien es correcto esto resulta en un caso indeterminado, ya que para esta configuración  $\tau_1^2 = \tau_2^1 = 0$  lo que resulta en un caso de cero por infinito para los  $a_2$  coeficiente. Esto se puede resolver fácilmente introduciendo una resistencia,  $r_x$ , (que siempre está ahí en la práctica de todos modos) en serie con el  $C_L$  (o la entrada) y poniéndolo a cero más tarde, como se muestra en la Fig. 18(b). El previamente calculado  $Y^0, Y^\pi, Y^L$  los términos siguen siendo cero. La inspección determina que el nuevo es

$$Y^{\pi L} = \frac{1}{r_x}.$$

Ahora, para encontrar las constantes de tiempo de valor cero, vemos por inspección que

$$\begin{aligned} \tau_\pi^0 &= R_\pi^0 C_\pi = r_m C_\pi \\ \tau_L^0 &= R_L^0 C_0 = (r_m + r_x) C_L \end{aligned}$$

y finalmente seguimos adelante y calculamos  $\tau_L^\pi$  como

$$\tau_L^\pi = R_L^\pi C_L = r_x C_L.$$

Usando estas constantes de tiempo y funciones de transferencia de baja frecuencia y configurando  $\omega \rightarrow 0$ , obtenemos la admitancia de entrada

$$Y(s) = \frac{r_m C_1 C_2 s^2}{1 + r_m (C_\pi + C_L) s}.$$

Tenga en cuenta que la expresión anterior tiene un solo polo, debido a la disposición de la Fig. 18 donde y forman un bloque capacitivo con la fuente de voltaje anulada (en corto). La expresión anterior se puede utilizar para encontrar la impedancia de entrada

$$Z(s) = \frac{1}{Y(s)} = \frac{g_m}{C_\pi C_L s^2} + \frac{1}{(C_\pi || C_L) s}$$

que se modela como una combinación en serie de un condensador y lo que a veces se denomina "supercondensador", ya que tiene un comportamiento [19], [20] Más exactamente, es una resistencia negativa dependiente de la frecuencia (FDNR), como configuración  $s = j\omega$  vemos que eso presenta una resistencia negativa de

$$R = -\frac{g_m}{C_\pi C_L \omega^2}$$

en la entrada Esto puede ser útil para hacer osciladores o filtros.

## VIII. CONCLUSIÓN

La función de transferencia de los circuitos se puede expresar con el nivel deseado de precisión en términos de tiempo y constantes de transferencia calculadas bajo diferentes combinaciones de elementos de almacenamiento de energía en cortocircuito y abiertos utilizando exclusivamente cálculos de baja frecuencia. El enfoque tiene varios corolarios útiles en el diseño de circuitos analógicos.

## ARECONOCIMIENTO

El autor desea agradecer a T. Arai, J. Arroyo, A. Babakhani, F. Bohn, S. Bowers, J. Chen, E. Keehr, A. Komijani, S. Kosai, S. Mehta, A. Natarajan, K. Sengupta, C. Sidiris, H. Wang, YJ Wang y J. Yoo anteriormente o actualmente en Caltech por sus valiosos comentarios sobre el manuscrito. El autor también quisiera agradecer a los revisores anónimos, así como al Prof. B. Murmann de la Universidad de Stanford y al Prof. H. Hashemi de la USC por sus comentarios constructivos sobre el manuscrito. Por último, pero no menos importante, el autor está particularmente en deuda con los estudiantes de la serie EE114 de Caltech que ayudaron a mejorar este material sustancialmente durante más de una década al hacer grandes preguntas y negarse a aceptar respuestas incompletas.

## REFECTOS

- [1] Bode HW, *análisis de redes y diseño de amplificadores de retroalimentación*. Nueva York: Van Nostrand, 1945.
- [2] EA Guillemin, *Introducción a la teoría de circuitos*. Nueva York: Wiley, 1953.
- [3] JH Mulligan, "El efecto de las ubicaciones de polos y ceros en la respuesta transitoria de los sistemas dinámicos lineales", *proc. producción*, vol. 37, págs. 516–529, mayo de 1949.
- [4] DO Pederson y GH Wilson, "Cero dominante y exceso de fase de un polinomio de Hurwitz", *Trans. IEEE. Sistema de circuitos*, vuelo. 11, no. 1, pp. 104–108, Mar. 1964.
- [5] RD Thornton, CL Searle, DO Pederson, RB Adler y EJ Angelo, *Circuitos de transistores multietapa*. Nueva York: Wiley, 1965.
- [6] BL Cochran y A. Gabel, "Un método para la determinación de la función de transferencia de circuitos electrónicos", *Trans. IEEE. Teoría de circuitos*, vol. CT-20, no. 1, págs. 16 a 20, enero de 1973.
- [7] AM Davis, "Analice las respuestas de la red activa sin manipulaciones complejas", *EDN*, págs. 109–112, febrero. 1979.
- [8] AM Davis y EA Moustakas, "Análisis de descomposición de redes activas", *En t. J. Electron.*, vuelo. 46, no. 5, pp. 449–456, 1979.
- [9] AM Davis y EA Moustakas, "Análisis de redes RC activas por descomposición", *Trans. IEEE. Sistema de circuitos*, vol. CAS-27, no. 5, May 1980.
- [10] S. Rosenstark, *Principios del amplificador de retroalimentación*. Nueva York: MacMillan, 1986.
- [11] RD Middlebrook, "Doble inyección nula y el teorema del elemento extra", *Trans. IEEE. Educación*, vol. 32, núm. 3, págs. 167–180, agosto de 1989.
- [12] RM Fox y SG Glee, "Extensión del método de constante de tiempo de circuito abierto para permitir transcapacitancias", *Trans. IEEE. Sistema de circuitos*, vol. 37, núm. 9, págs. 1167–1171, septiembre de 1990.
- [13] P. Andreani y S. Mattisson, "Polinomio característico y polinomio cero con el método Cochrun-Gabel", *En t. Circo J. teor. aplicación*, vol. 26, págs. 287–292, mayo–junio. 1998.



- [14] P. Andreani y S. Mattisson, "Extensión del método Cochrun-Gabel para permitir inductancias mutuas", *Trans. IEEE. Sistema de circuitos I*, vuelo. 46, no. 4, pp. 481–483, Apr. 1999.
- [15] RD Middlebrook, V. Vorperian y J. Lindal, "El teorema del elemento adicional N", *Trans. IEEE. Sistema de circuitos I*, vol. 45, núm. 9, págs. 919–935, septiembre de 1998.
- [16] TH Lee, *El diseño de circuitos integrados de radiofrecuencia CMOS*. Cambridge, Reino Unido: Universidad de Cambridge. Prensa, 1998.
- [17] S. Mandegaran y A. Hajimiri, "Un multiplicador de voltaje de ruptura para controladores oscilantes de alto voltaje" *IEEE J. Circuitos de estado sólido*, vuelo. 42, no. 2, pp. 302–312, Feb. 2007.
- [18] A. Hajimiri y TH Lee, "Problemas de diseño en osciladores LC diferenciales CMOS" *IEEE J. Circuitos de estado sólido*, vol. 34, núm. 5, págs. 717–724, mayo de 1999.
- [19] LT Bruton, "Funciones de transferencia de red utilizando el concepto de resistencia negativa dependiente de la frecuencia", *Trans. IEEE. Teoría de circuitos*, vol. CT-16, núm. 3, págs. 406–408, agosto de 1969.
- [20] A. Antoniou, "Realización de giradores usando amplificadores operacionales y su uso en la síntesis de red RC-activa" *proc. EEI*, vol. 116, págs. 1838–1850, 1969.



**Ali Hajimiri** recibió la licenciatura en ingeniería electrónica de la Universidad Tecnológica de Sharif y la maestría y el doctorado. grados en ingeniería eléctrica de la Universidad de Stanford, Stanford, CA, en 1996 y 1998, respectivamente.

Fue ingeniero de diseño en Philips Semiconductors, donde trabajó en un conjunto de chips BiCMOS para unidades GSM y celulares de 1993 a 1994. En 1995, estuvo en Sun Microsystems, donde trabajó en la metodología de diseño de caché RAM del microprocesador UltraSPARC. Durante el verano de 1997, él

estuvo con Lucent Technologies (Bell Labs), Murray Hill, NJ, donde investigó osciladores integrados de bajo ruido de fase. En 1998, se unió a la Facultad del Instituto de Tecnología de California, Pasadena, donde es profesor de ingeniería eléctrica y director del Laboratorio de Microelectrónica. Sus intereses de investigación son los circuitos integrados de alta velocidad y RF para aplicaciones en sensores, dispositivos biomédicos y sistemas de comunicación. Él es el autor de *El diseño de osciladores de bajo ruido* (Springer, 1999), y es autor y coautor de más de 100 artículos técnicos de conferencias y revistas arbitradas. Posee más de dos docenas de patentes estadounidenses y europeas.

El Dr. Hajimiri se ha desempeñado en el Comité de Programa Técnico de la Conferencia Internacional de Circuitos de Estado Sólido (ISSCC), como Editor Asociado del IEEE JNUESTRO DESFUERON-STATECIRCUITOS(JSSC), como editor asociado de IEEE-TTRANSACCIONES ENCIRCUITOS YSSISTEMAS(TCAS); PARTEyo, un miembro de los Comités de Programa Técnico de la Conferencia Internacional sobre Diseño Asistido por Computadora (ICCAD), Editor Invitado del IEEE TTRANSACCIONES EN METROMICROONDASTEORÍA YTTÉCNICA, y en el Consejo Editorial Invitado de *Transacciones del Instituto de Ingenieros en Electrónica, Información y Comunicación de Japón*(IEICE). Fue seleccionado en la lista de los 100 mejores innovadores (TR100) en 2004 y recibió el premio de la Fundación Okawa. Se ha desempeñado como profesor distinguido de las Sociedades de Microondas y Estado Sólido de IEEE. Recibió el premio de Enseñanza y Mentoría del Consejo de Estudiantes Graduados de Caltech, así como el Premio a la Excelencia en la Enseñanza de los Estudiantes Asociados de Caltech. Fue ganador de la medalla de oro del Concurso Nacional de Física y ganador de la medalla de bronce de la XXI Olimpiada Internacional de Física, Groningen, Países Bajos. Fue correceptor del IEEE JNUESTRO DESFUERON-STATECIRCUITOSPremio al Mejor Artículo de 2004, el Premio al Artículo Destacado Jack Kilby de la Conferencia Internacional de Circuitos de Estado Sólido (ISSCC), dos veces co-ganador del premio al mejor artículo de la CICC, y tres veces ganador del premio de asociación de profesores de IBM, así como Premio a la CARRERA de la Fundación Nacional de Ciencias. Fue cofundador de Axiom Microdevices, Inc., en 2002, que ha enviado más de 50 millones de CMOS PA completamente integrados y fue adquirido por Skywork, Inc., en 2009.