PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Docente: Nidia Quintero Peña

2-2020

Taller 8. TEORÍA DE PROBABILIDAD

VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS Y CONTINUAS

1. Identifique las siguientes variables aleatorias como discretas o continuas:
   a. Aumento en tiempo de vida alcanzado por un paciente de cáncer como resultado de una cirugía.
   b. Resistencia a la ruptura (en libras por pulgada cuadrada) de un cable de acero de una pulgada de diámetro.
   c. Número de venados muertos por año en una reservación estatal de fauna silvestre.
   d. Número de cuentas vencidas en una tienda de departamentos en un tiempo particular.
   e. Su presión sanguínea.

2. En un experimento de lanzar tres monedas y observar el resultado de cada lanzamiento se tiene el siguiente conjunto de posibles resultados:

   S = {(c,c,c), (c,c,s), (c,s,c), (s,c,c), (c,s,s), (s,c,s), (s,s,c), (s,s,s)}

   donde (c) es cara y (s) es sello.

   Si se define la variable aleatoria X como **la cantidad de sellos que se obtienen**.
   Encuentre:

   a. Valores de la variable X.
   b. La distribución de Probabilidad f(x) y grafíquela.
   c. La distribución de Probabilidad acumulada F(x) y grafíquela.

   Nota: para realizar la gráfica de la distribución f(x) utilice la función 'stem' de Matlab.

   stem(x,y).

   Utilice cumsum(f) para calcular F(x).

   para realizar la gráfica de la distribución acumulada F(x) utilice la función 'stairs' de Matlab.

   stairs(x,y,'LineWidth',1,'Marker','d','MarkerFaceColor','c')

   d. La probabilidad de obtener al menos un sello. $P(X\geq 1)$
   e. La probabilidad de obtener a lo sumo dos sellos. $P(X\leq 2)$

f. La probabilidad de obtener dos sellos. P(X=2)
g. La media o valor esperado de la variable aleatoria X. $\mu = \mathrm{E}(X) = \sum_x xf(x)$
h. La varianza de la variable aleatoria X. $\sigma^2 = \mathrm{V}(X) = E(X-\mu)^2 = \sum_x (x-\mu)^2 f(x) = \sum_x x^2 f(x) - \mu^2$.
i. La desviación estándar de la variable aleatoria X. $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

3. Una variable aleatoria discreta X tiene su función de distribución de Probabilidad acumulada F(x) de la forma:

$$
\begin{aligned}
F_X(x) &= 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} & x &= 0,1,2,\ldots \\
&= 0 & x &< 0
\end{aligned}
$$

a) **Determine la función de probabilidad para X.**
b) **Encuentre** $P_X(0 < X \leqslant 8)$

4. Suponga que el tiempo (en horas) de atención de cada cliente en una estación de servicio es una variable aleatoria continua X, con la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$f(x) = \frac{2}{5}(x+2) \qquad 0 \le x \le 1h$$

$$f(x) = 0 \qquad en\ otro\ caso$$

a. Grafique la función de densidad de probabilidad f(x).
b. Calcule y grafique la función de distribución acumulada F(x).
c. Calcule la probabilidad que el tiempo de atención sea menor a 15 minutos. P(X<1/4)
d. Calcule la probabilidad que el tiempo de atención esté entre 15 y 30 minutos. P(1/4<X<1/2)
e. Calcule la media de la variable aleatoria X. $\mu = \mathrm{E}(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$
f. Calcule la varianza de la variable aleatoria X. $\sigma^2 = \mathrm{V}(X) = \int_{-\infty}^{\infty}(x-\mu)^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x)dx - \mu^2$
g. Calcule la desviación estándar de la variable aleatoria X. $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

5. Se tienen las siguientes funciones, determine cuales son funciones de distribución acumulada y encuentre su correspondiente función de densidad de probabilidad.

a) $F_X(x) = 1 - e^{-x} \qquad 0 < x < \infty$
b) $G_X(x) = e^{-x} \qquad 0 \le x < \infty$
$\qquad = 0 \qquad x < 0$
c) $H_X(x) = e^{x} \qquad -\infty < x \le 0$
$\qquad = 1 \qquad x > 0$