

## PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

Docente: Nidia Quintero Peña

2-2020

Taller 10.

### TEORÍA DE PROBABILIDAD. FUNCIONES Y COMBINACIONES LINEALES DE VARIABLES ALEATORIAS DISCRETAS

1. En un proceso de recubrimiento se toman varias mediciones del espesor, hasta la centésima de milímetro más cercana. Las mediciones están distribuidas de manera uniforme, con valores 0.15, 0.16, 0.17, 0.18 y 0.19. Calcule el valor esperado y la varianza de la variable aleatoria  $g(X) = (2X+1)^2$

En este caso  $f(x) = 0.2$

Media:

$$E(g(x)) = \sum_{0.15}^{0.19} (2X + 1)^2 * f(x)$$

$$E = 1.7964$$

Varianza :

$$V(g(x)) = \sum_{0.15}^{0.19} ((2X + 1)^2 - E(g(x)))^2 * f(x)$$

$$V = 0.0057$$

2. Se tiene una variable aleatoria  $Y = X + 4$ , donde la variable aleatoria  $X$  tiene una distribución binomial con  $n = 10$  y  $p = 0.5$ . Calcule el valor esperado y la desviación estándar de la variable aleatoria  $Y$ .

Se calcula  $f(x)$  como distribución binomial :

$$f = [0.0009, 0.0097, 0.0439, 0.117, 0.205, 0.246, 0.205, 0.117, 0.0439, 0.009, 0.0009];$$

Media:

$$E(Y) = \sum_0^{10} (x + 4) * f(x)$$

$$E = 8.9819$$

Varianza :

$$V(Y) = \sum_0^{10} (x + 4) - E(Y))^2 * f(x)$$

$$V = 2.4806$$

Desviación :

$$D(Y) = \sqrt{V(Y)}$$

$$D = 1.575$$

3. Suponga que X tiene una distribución hipergeométrica con N = 20, n = 4 y K = 4. Calcule el valor esperado y la desviación estándar de la variable aleatoria  $Z = 3X^2 - 2X$ .

Se calcula f(x) como distribución hipergeométrica:

$$f = [0.37564, 0.46233, 0.14861, 0.013209, 0.0002064];$$

Media:

$$E(Z) = \sum_0^{10} (3x^2 - 2x) * f(x)$$

$$E = 1.9369$$

Varianza :

$$V(Z) = \sum_0^{10} (3x^2 - 2x - E(Z))^2 * f(x)$$

$$V = 12.377$$

Desviación :

$$D(Z) = \sqrt{V(Z)}$$

$$D = 3.5181$$

4. Una variable aleatoria X tiene una media de 10 y una varianza de 4, utilice el teorema de Chebyshev para calcular:

a.  $P(|X - 10| < 3)$

$$-3 < X - 10 < 3$$

$$10 - 3 < X < 10 + 3$$

$$7 < X < 13 = 10 - K^2 < X < 10 + K^2$$

$$10 - K^2 = 7$$

$$10 + K^2 = 13$$

$$\therefore K = 3/2$$

$$P = 1 - \frac{1}{k^2} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = 0.555$$

b.  $P(5 < X < 15)$

$$10 - k^2 < X < 10 + k^2$$

$$10 - k^2 = 5$$

$$10 + k^2 = 15$$

$$\therefore k = 5/2$$

$$P = 1 - \frac{1}{k^2} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{5}{2}\right)^2} = 0.84$$

5. En una planta de ensamble automotriz se crean 70 nuevos puestos de trabajo y se presentan 1000 aspirantes. Para seleccionar entre los aspirantes a los 70 mejores la armadora aplica un examen que abarca habilidad mecánica, destreza manual y capacidad matemática. La calificación media de este examen resulta ser 60 y las calificaciones tienen una desviación estándar de 6. ¿Una persona que obtiene una calificación de 84 puede obtener uno de los puestos? [Sugerencia: Utilice el teorema de Chebyshev]. Suponga que la distribución es simétrica alrededor de la media.

$$E = 60 \quad D = 6$$

Como la distribución es simétrica tomamos el mismo desplazamiento para ambos lados de la media, siendo el cambio igual a 24.

$$60 - 24 = 36$$

$$60 + 24 = 84$$

$$36 < X < 84$$

$$60 - k^2 < X < 60 + k^2$$

$$60 - k^2 = 36$$

$$60 + k^2 = 84$$

$$\therefore k = 4$$

$$P = 1 - \frac{1}{k^2} = 1 - \frac{1}{(4)^2} = 0.93$$

Dada la probabilidad de 0.93 es muy probable que obtenga el puesto con dicha calificación.