

Curso de Sistemas Digitales.

Instructor: Dr.Ing. Sergio A. Abreo C.

Escuela de Ingenierías Eléctrica, Electrónica y de Telecomunicaciones

Universidad Industrial de Santander

Semana: 2



Agenda

- 1 Sesión 2
 - Sistemas Numéricos
- 2 Consulta
- 3 Agradecimientos
- 4 Referencias

Introducción.

Sistema Digital

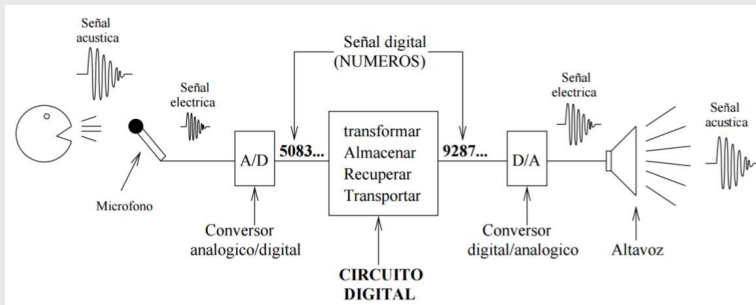


Figura 1 : Procesamiento de señales [Oppenheim et al., 1998].

Introducción.

Sistema Digital

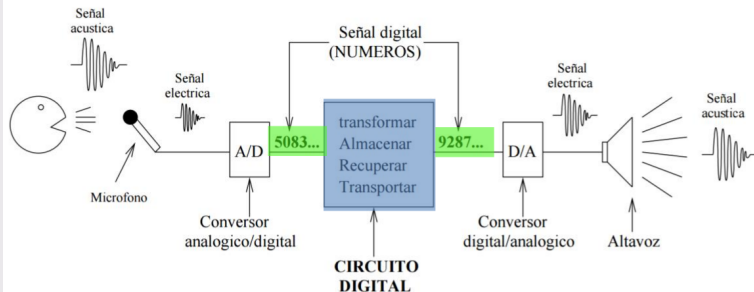


Figura 2 : Procesamiento de señales [Oppenheim et al., 1998].

- ¿Cuales sistemas numéricos conoce?

- ¿Cuales sistemas numéricos conoce?

Sistemas Numéricos Posicionales.

Bases más usadas.

Nombre	Base	Símbolos
Decimal	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Binario	2	0,1
Octal	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Hexadecimal	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

- ¿Cómo se define una base?
- ¿Por qué usar varias bases?

Sistemas Numéricos Posicionales.

Bases más usadas.

Nombre	Base	Símbolos
Decimal	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Binario	2	0,1
Octal	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Hexadecimal	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F

Discusión

- ¿Cómo se define una base?
- ¿Por qué usar varias bases?

Sistemas Numéricos Posicionales.

Características

- Tienen una base (b).
- Tienen “ b ” símbolos.
- “ i ” representa el peso.
- Con “ x ” dígitos se pueden tener b^x números diferentes.

$$\sum_{i=-n}^m d_i \times b^i = d_m b^m + d_{m-1} b^{m-1} + \dots + d_1 b^1 + d_0 b^0 +$$
$$d_{-1} b^{-1} + d_{-2} b^{-2} + \dots + d_{-n} b^{-n} \quad (1)$$

Sistemas Numéricos Posicionales.

Discusión

- ¿Por qué es importante hacer conversión entre bases?

Conversión de Decimal a:

- Binario \rightarrow División.
- Octal \rightarrow División.
- Hexa \rightarrow División.

Conversión de Octal a:

- Binario \rightarrow Sustitución.
- Hexa \rightarrow Sustitución.
- Decimal \rightarrow Suma ponderada.

Sistemas Numéricos Posicionales.

Discusión

- ¿Por qué es importante hacer conversión entre bases?

Conversión de Decimal a:

- Binario \rightarrow División.
- Octal \rightarrow División.
- Hexa \rightarrow División.

Conversión de Octal a:

- Binario \rightarrow Sustitución.
- Hexa \rightarrow Sustitución.
- Decimal \rightarrow Suma ponderada.

Sistemas Numéricos Posicionales.

Discusión

- ¿Por qué es importante hacer conversión entre bases?

Conversión de Decimal a:

- Binario \rightarrow División.
- Octal \rightarrow División.
- Hexa \rightarrow División.

Conversión de Octal a:

- Binario \rightarrow Sustitución.
- Hexa \rightarrow Sustitución.
- Decimal \rightarrow Suma ponderada.

Sistemas Numéricos Posicionales.

Discusión

- ¿Por qué es importante hacer conversión entre bases?

Conversión de Binario a:

- Octal → Sustitución.
- Hexa → Sustitución.
- Decimal → Suma ponderada.

Sistemas Numéricos Posicionales.

Discusión

- ¿Por qué es importante hacer conversión entre bases?

Conversión de Binario a:

- Octal → Sustitución.
- Hexa → Sustitución.
- Decimal → Suma ponderada.

Conversión de Hexadecimal a:

- Binario → Sustitución.
- Octal → Sustitución.
- Decimal → Suma ponderada.

Sistemas Numéricos: Suma ponderada→Decimal.

Ejemplo: Base 10 (Decimal)

Símbolos.

$$4391 = 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 1 \times 10^0$$

Ejemplo: Base 10 (Decimal)

Base.

$$4391 = 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 1 \times 10^0$$

Ejemplo: Base 10 (Decimal)

Pesos.

$$4391 = 4 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 1 \times 10^0$$

Sistemas Numéricos: Suma ponderada→Decimal.

Ejemplo: Base 10 (Decimal)

Símbolos.

$$291,2 = 2 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 1 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1}$$

Ejemplo: Base 10 (Decimal)

Base.

$$291,2 = 2 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 1 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1}$$

Ejemplo: Base 10 (Decimal)

Pesos.

$$291,2 = 2 \times 10^2 + 9 \times 10^1 + 1 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1}$$

Sistemas Numéricos: Suma ponderada→Decimal.

Ejemplo: Base 8 (Octal)

Símbolos.

$$256,32_8 = 2 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 6 \times 8^0 + 3 \times 8^{-1} + 2 \times 8^{-2}$$

Ejemplo: Base 8 (Octal)

Base.

$$256,32_8 = 2 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 6 \times 8^0 + 3 \times 8^{-1} + 2 \times 8^{-2}$$

Ejemplo: Base 8 (Octal)

Pesos.

$$256,32_8 = 2 \times 8^2 + 5 \times 8^1 + 6 \times 8^0 + 3 \times 8^{-1} + 2 \times 8^{-2}$$

Sistemas Numéricos: Suma ponderada→Decimal.

Ejemplo: Base 2 (Binario)

Símbolos.

$$1001,1_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1}$$

Ejemplo: Base 2 (Binario)

Base.

$$1001,1_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1}$$

Ejemplo: Base 2 (Binario)

Pesos.

$$1001,1_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1}$$

Sistemas Numéricos: Suma ponderada→Decimal.

Ejemplo: Base 16 (Hexadecimal)

Símbolos.

$$A9F7,2_{16} = 10 \times 16^3 + 9 \times 16^2 + 15 \times 16^1 + 7 \times 16^0 + 2 \times 16^{-1}$$

Ejemplo: Base 16 (Hexadecimal)

Base.

$$A9F7,2_{16} = 10 \times 16^3 + 9 \times 16^2 + 15 \times 16^1 + 7 \times 16^0 + 2 \times 16^{-1}$$

Ejemplo: Base 16 (Hexadecimal)

Pesos.

$$A9F7,2_{16} = 10 \times 16^3 + 9 \times 16^2 + 15 \times 16^1 + 7 \times 16^0 + 2 \times 16^{-1}$$

Sistemas Numéricos: Sustitución.

Hexadecimal » Binario » Octal

$3D5C_{16} \gg 0011\ 1101\ 0101\ 1100_2$

Sistemas Numéricos: Sustitución.

Hexadecimal » Binario » Octal

$3D5C_{16}$ >> 0011 1101 0101 1100₂
>> 000 011 110 101 011 100₈
>> 0 3 6 5 3 4₈
>> 36534₈

Sistemas Numéricos: Sustitución.

Hexadecimal » Binario » Octal

$0.B851_{16} \gg 0.1011\ 1000\ 0101\ 0001_2$

Sistemas Numéricos: Sustitución.

Hexadecimal » Binario » Octal

$0.B851_{16} \gg 0.1011\ 1000\ 0101\ 0001_2$
 $\gg 0.101\ 110\ 000\ 101\ 000\ 100_8$
 $\gg 0.5\ 6\ 0\ 5\ 0\ 4_8$
 $\gg 0.560504_8$

Sistemas Numéricos: Sustitución.

Octal » Binario » Hexadecimal

$674_8 \gg 110\ 111\ 100_2$

Sistemas Numéricos: Sustitución.

Octal » Binario » Hexadecimal

$674_8 \gg 110\ 111\ 100_2$
 $\gg 0001\ 1011\ 1100_{16}$
 $\gg 1\ B\ C_{16}$
 $\gg 1BC_{16}$

Sistemas Numéricos: Sustitución.

Octal » Binario » Hexadecimal

$0.726_8 \gg 0.111\ 010\ 110_2$

Sistemas Numéricos: Sustitución.

Octal » Binario » Hexadecimal

0.726_8 >> $0.111\ 010\ 110_2$
>> $0.1110\ 1011\ 0000_{16}$
>> $0.\ E\ B\ 0_{16}$
>> $0.EB_{16}$

Sistemas Numéricos: División.

Decimal » Binario: 18_{10}

La parte entera se obtiene por divisiones sucesivas.

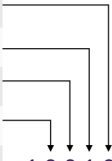
	cociente	residuo	
$18/2=$	9	0	
$9/2=$	4	1	
$4/2=$	2	0	
$2/2=$	1	0	
$1/2=$	0	1	
			→ 1 0 0 1 0 = 10010_2

Figura 3 : Conversión de Decimal a Binario.

Sistemas Numéricos: División.

Decimal » Octal: 461_{10}

La parte entera se obtiene por divisiones sucesivas.

	cociente	residuo	
$461/8=$	57	5	
$57/8=$	7	1	
$7/8=$	0	7	
			$=715_8$

Figura 4 : Conversión de Decimal a Octal.

Sistemas Numéricos: Multiplicación.

Decimal » Binario: 0.25_{10}

La parte decimal se obtiene por multiplicaciones sucesivas.

$$0.25_{10} \gg 0.25 \times 2 = 0.5$$

Sistemas Numéricos: Multiplicación.

Decimal » Binario: 0.25_{10}

La parte decimal se obtiene por multiplicaciones sucesivas.

$$0.25_{10} \gg 0.25 \times 2 = 0.5$$

$$\gg 0.5 \times 2 = 1.0$$

$$\gg 0.01_2$$

Sistemas Numéricos: Multiplicación.

Decimal » Octal: 0.25_{10}

La parte decimal se obtiene por multiplicaciones sucesivas.

$$0.25_{10} \gg 0.25 \times 8 = 2.0$$

Sistemas Numéricos: Multiplicación.

Decimal » Octal: 0.25_{10}

La parte decimal se obtiene por multiplicaciones sucesivas.

$$\begin{aligned} 0.25_{10} &>> 0.25 \times 8 = 2.0 \\ &>> 0.2_8 \end{aligned}$$

Representación en Punto Flotante

Procedimiento

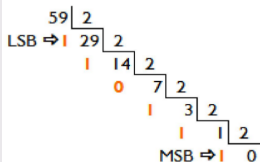
- 1 Se toma el número de su base inicial y se lleva a base dos (binario).
- 2 Se aplica notación científica.
- 3 Se extrae el exponente, bit de signo y mantisa.
- 4 Al exponente se le suma el sesgo (127 o 1023).
- 5 Se organiza la información en formato IEEE 754.

Representación en Punto Flotante

Ejemplo

►► -59.1875₁₀

59₁₀ » 111011₂



0.1875₁₀ » 0.0011₂

0.1875 × 2 = 0.375
0.375 × 2 = 0.75
0.75 × 2 = 1.5
0.5 × 2 = 1.0

111011.0011

111011.0011₂ = 1.110110011₂ × 2⁵

Mantisa 110110011₂

Exponente 5 + 127 = 132₁₀ » 10000100₂

1 10000100 110110011000000000000000 » C26CC000_{FLOAT}

Representación en Punto Flotante

Ejemplo

►►► 87.6_{10}

87
-64 → 2^6
23
-16 → 2^4
7
-4 → 2^2
3
-2 → 2^1
1 → 2^0

$87_{10} \gg 1010111_2$

$0.6_{10} \gg 0.1001_2$

101101.1001_2

0.6	x2 = 1.2
0.2	x2 = 0.4
0.4	x2 = 0.8
0.8	x2 = 1.6
0.6	x2 = 1.2

$$1010111.1001_2 = 1.0101111001_2 \times 2^6$$

Mantisa $010111\ 1001\ 1001\dots_2$

Exponente $6 + 127 = 128 + 5 \gg 10000101_2$

0 10000101 01011110011001100110011 » 42AF3333_{Float}

Representación en Punto Flotante

Estándar IEEE 754

Formato	Total	Signo	Exponente	Mantisa	Sesgo
Sencillo	32 bits	1 bit	8 bits	23 bits	127
Doble	64 bits	1 bit	11 bits	52 bits	1023

Valores Definidos

Signo	Exponente	Mantisa	Valor
0	E=todos 1	M=0	$+\infty$
1	E=todos 1	M=0	$-\infty$
0-1	E=todos 1	$M \neq 0$	NaN
0-1	E=todos 0	M=0	0
0-1	E=todos 0	$M \neq 0$	$(-1)^s \cdot 0, M \cdot 2^{1-\text{sesgo}}$

Representación Entera y Flotante

Formatos

Hardware 101: Number Representation

$$(-1)^S \times (1.M) \times 2^E$$

		Range	Accuracy
FP32	<div> <div>1</div> <div>8</div> <div>23</div> <div>S</div> <div>E</div> <div>M</div> </div>	$10^{-38} - 10^{38}$.000006%
FP16	<div> <div>1</div> <div>5</div> <div>10</div> <div>S</div> <div>E</div> <div>M</div> </div>	$6 \times 10^{-5} - 6 \times 10^4$.05%
Int32	<div> <div>1</div> <div>31</div> <div>S</div> <div>M</div> </div>	$0 - 2 \times 10^9$	$\frac{1}{2}$
Int16	<div> <div>1</div> <div>15</div> <div>S</div> <div>M</div> </div>	$0 - 6 \times 10^4$	$\frac{1}{2}$
Int8	<div> <div>1</div> <div>7</div> <div>S</div> <div>M</div> </div>	$0 - 127$	$\frac{1}{2}$
Fixed point	<div> <div>S</div> <div>I</div> <div>F</div> </div> <div>↑ radix point</div>	-	-

Niveles Lógicos

La electrónica digital involucra circuitos en los cuales existen únicamente dos posibles estados: ALTO o BAJO.

Ejemplo



	CMOS	TTL	LVTTL	2.5V CMOS
V_{CC}	5.0 V	5.0 V	3.3V	2.5V
V_{OHmin}	4.44 V	2.4 V	2.4 V	2.0 V
V_{IHmin}	3.5 V	2.0 V	2.0 V	1.7 V
V_{ILmax}	1.5 V	0.8 V	0.8 V	0.7 V
V_{OLmax}	0.5 V	0.4 V	0.4 V	0.4 V

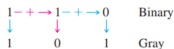
FUENTE: Selecting the Right Level-Translation Solution
www.ti.com/lit/an/scea035a/scea035a.pdf

Códigos Digitales: Código Gray.

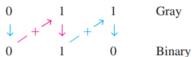
- No tiene pesos asignados a las posiciones
- Solo varía un bit de una palabra a la siguiente

Conversiones:

►► Binario a Gray

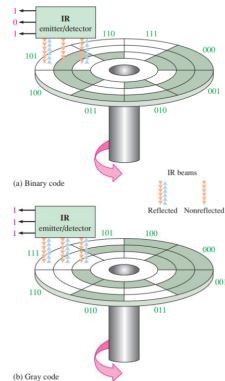


►► Gray a Binario



Código Gray de tres bits

Decimal	Binario	Gray
0	000	000
1	001	001
2	010	011
3	011	010
4	100	110
5	101	111
6	110	101
7	111	100



Fuente: Thomas L. Floyd – Digital Fundamentals, Eleventh Edition

Códigos Digitales: Código ASCII.

Desarrollado originalmente para 7 bits (ASCII estándar)
y luego se amplió a 8 bits (ASCII extendido).

- ▶▶▶ Códigos 0 al 31: caracteres de control
- ▶▶▶ Códigos 48 al 57: números 0 al 9
- ▶▶▶ Códigos 65 al 90: letras mayúsculas
- ▶▶▶ Códigos 97 al 122: letras minúsculas

Ejemplo:

Decodificar el siguiente mensaje codificado en ASCII:

100 0001 110 0101 110 0011 110 0001 010 0000 011 0101

B

e

c

a

espacio

5

Mensaje = **Beca 5**

Códigos de algunos caracteres

Símbolo	DEC	HEX	BIN
ESPACIO	32	20	010 0000
0	48	30	011 0000
1	49	31	011 0001
:	58	3A	011 1010
@	64	40	100 0000
A	65	41	100 0001
B	66	42	100 0010
C	67	43	100 0011
a	97	61	110 0001
b	98	62	110 0010
c	99	63	110 0011

¿Donde Puedo Aprender Más?

Textos de Referencia.

- Capítulos iniciales [Tocci and Widmer, 2003].
- Capítulos iniciales [Harris and Harris, 2010].
- Google.

Agradecimientos

Grupo CPS: Línea Sistemas Digitales.

La información presentada en estas diapositivas intenta recopilar los elementos pedagógicos desarrollados por los profesores Carlos Fajardo y Carlos Angulo en sus cursos de Sistemas Digitales I durante los últimos años de trabajo en esta línea.

Referencias I



Harris, D. and Harris, S. (2010).
Digital design and computer architecture.
Morgan Kaufmann.



Oppenheim, A. V., Willsky, A. S., and Nawab, S. H. (1998).
Señales y sistemas.
Pearson Educación.



Tocci, R. J. and Widmer, N. S. (2003).
Sistemas digitales: principios y aplicaciones.
Pearson Educación.