

# Análisis de Algoritmos II

Profra: Luz Gasca Soto Agosto 15, 2019

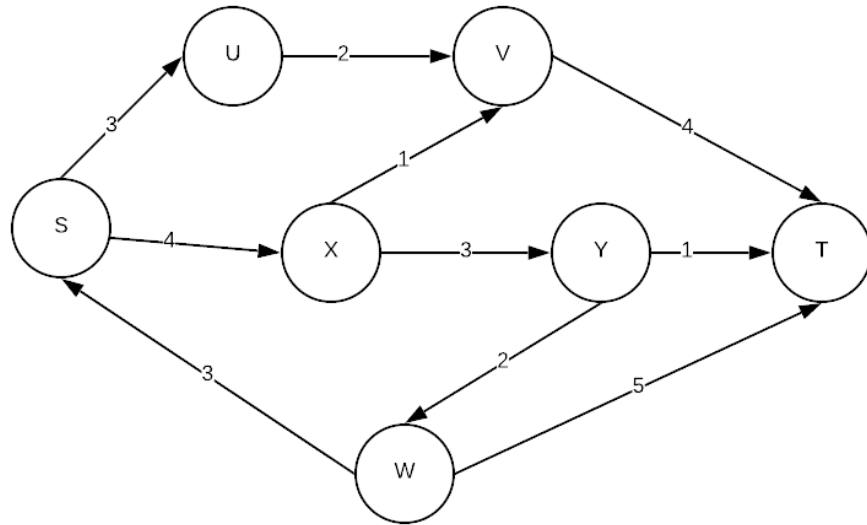
Ayudantes: Antonio Alvarez / Jorge García

## Tarea 1

### Flujo en redes

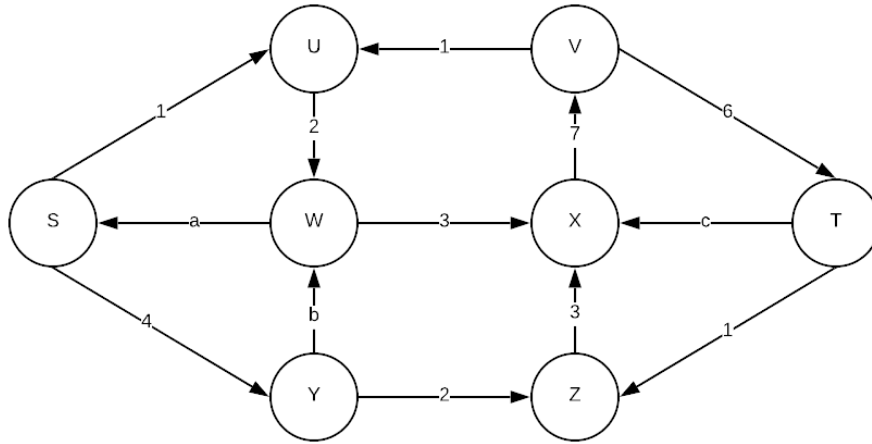
1. Sea  $G$  la siguiente red, donde cada arco es etiquetado con su capacidad y una función  $f$  que es definida en los arcos de  $G$  como sigue:

$$\begin{array}{llll} f(s,u) = 3 & f(u,v) = 3 & f(v,t) = 4 & f(s,x) = 4 \\ f(x,y) = 3 & f(y,t) = 1 & f(x,v) = 1 & f(w,s) = 0 \\ f(y,w) = 2 & f(w,t) = 2 & & \end{array}$$



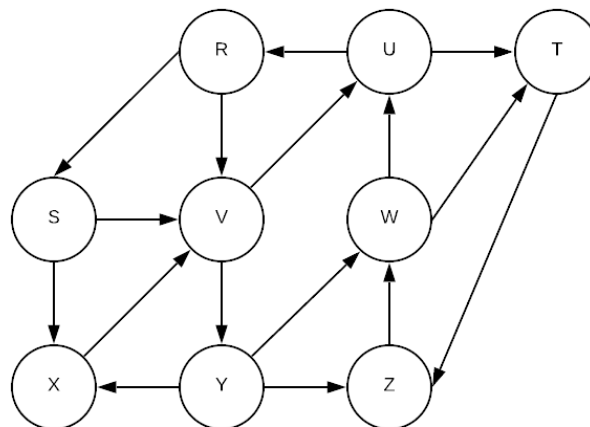
¿Es  $f$  un flujo?, justifica tu respuesta.

2. Para la siguiente red, cada arco tiene una capacidad ilimitada, dado el flujo indicado por las etiquetas en las aristas, determinar los flujos faltantes **a b c**.

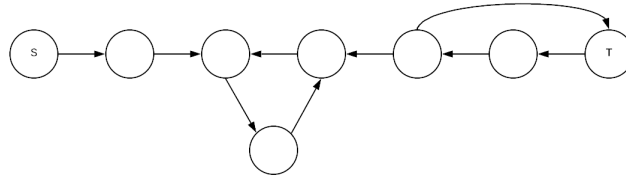


3. Basados en la siguiente red, considerando que los arcos tienen capacidad ilimitada:

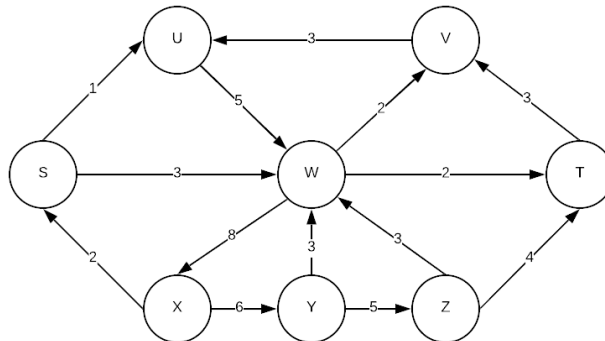
- Da un ejemplo de flujo donde el flujo a lo largo de cada arco es un número entero positivo.
- Da un ejemplo de flujo donde el flujo a lo largo de cada arco es un número entero positivo y donde el máximo de los flujos a lo largo de los arcos es el más pequeño posible.



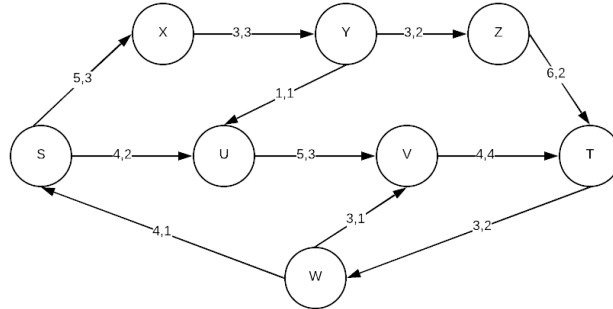
4. (a) Sea  $N$  una red cuya digráfica subyacente  $D$  sea débilmente conexa, suponga que hay un flujo en  $N$  tal que el flujo a lo largo de cada arco de  $N$  es positivo. Demuestre que cada vértice de  $D$ , excepto posiblemente la fuente y el pozo, tienen grado positivo de entrada y de salida.
- (b) Sea  $N$  la red que se muestra a continuación, donde cada arco tiene capacidad ilimitada, tenga en cuenta que la digráfica subyacente de  $N$  es débilmente conexa y que cada vértice, excepto posiblemente la fuente y el pozo, tienen un grado positivo de entrada y de salida. Demuestre que no hay flujo en  $N$ , de modo que el flujo a lo largo de cada arco sea positivo.



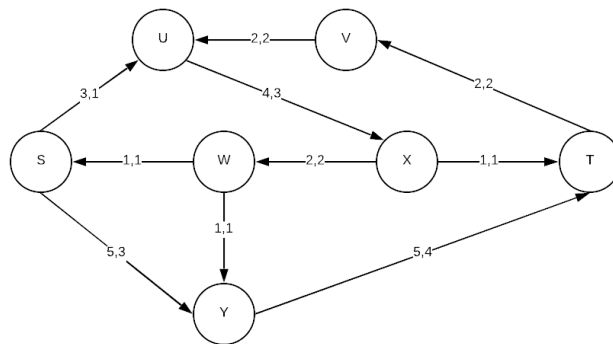
5. La siguiente red  $N$ , donde cada arco está etiquetado con su capacidad, describe un flujo, donde el flujo a lo largo de cada arco sea un entero positivo:
- (a) Determina el flujo neto de salida para cada vértice
- (b) ¿Cuál es el valor máximo del flujo  $f$  en la red?
- (c) Da un ejemplo de corte mínimo  $(P, \overline{P})$  y determina  $f(P, \overline{P}) - f(\overline{P}, P)$ .



6. Determina un flujo máximo y un corte mínimo en la siguiente red.



7. Basados en la siguiente red y el flujo  $f_1$ , donde cada arco esta etiquetado con su capacidad y flujo (c,f) a lo largo de los arcos.



- ¿Cuál es el valor de  $f_1$ ?
- Construye la digráfica  $D'$  que corresponda a la red y al flujo  $f_1$ .
- Usa la digráfica  $D'$  para encontrar una semi-ruta aumentante  $f_1$  en  $N$ , explica como lo hiciste. Encuentra un flujo  $f_2$  cuyo valor sea mayor al de  $f_1$ .
- Encuentra un flujo máximo para  $N$ . Construye la correspondiente digráfica  $D'$ . Explica porque  $f$  debe ser un flujo máximo. Explica como  $D'$  es usada para encontrar un corte mínimo. ¿Cuál es el corte mínimo en  $N$ ?

## **Entrega**

Viernes 23 de agosto a la hora de clase.

Nota: estos ejercicios son del pdf llamado "Chartran Chap5", para que le den una revisada antes de empezar a hacer su tarea.