

# Computación Concurrente - Tarea 1

Damián Rivera González  
Alexis Hernandez Castro

September 2, 2019

1. Considera un problema computacional que puede resolverse secuencialmente en tiempo  $n^3$ , por ejemplo operaciones en matrices cuadradas  $n \times n$  y la unidad de tiempo es 1 nanosegundo ( $10^{-9}$ ). Des esta manera, si  $n = 1000$ , el cómputo tomaría  $1000^3 \times 1ns = 1s$ . Supón que has creado un algoritmo concurrente que trabaja de manera completamente eficiente, es decir, el cómputo total tarda  $\frac{n^3}{p}$  ( $p$  es el número de hilos). Qué tan grande es la entrada que se puede manejar en:

a, a) Un segundo y 8 hilos

$$\begin{aligned}\frac{n^3}{8} &= 1s \\ n^3 &= 1s \times 8 \\ n &= \sqrt[3]{1s \times 8} \\ n &= 2000\end{aligned}$$

a, b) Un segundo y 1000 hilos

$$\begin{aligned}\frac{n^3}{1000} &= 1s \\ n^3 &= 1s \times 1000 \\ n &= \sqrt[3]{1s \times 1000} \\ n &= 10000\end{aligned}$$

a, c) Un segundo y 1000000 hilos

$$\begin{aligned}\frac{n^3}{1000000} &= 1s \\ n^3 &= 1s \times 1000000 \\ n &= \sqrt[3]{1s \times 1000000} \\ n &= 100000\end{aligned}$$

b, a) Un minuto y 8 hilos

$$\begin{aligned}\frac{n^3}{8} &= 60s \\ n^3 &= 60s \times 8 \\ n &= \sqrt[3]{60s \times 8} \\ n &= 7829.73\end{aligned}$$

b, b) Un minuto y 1000 hilos

$$\begin{aligned}\frac{n^3}{1000} &= 60s \\ n^3 &= 60s \times 1000 \\ n &= \sqrt[3]{60s \times 1000} \\ n &= 39148.67\end{aligned}$$

b, c) Un minuto y 1000000 hilos

$$\begin{aligned}\frac{n^3}{1000000} &= 60s \\ n^3 &= 60s \times 1000000 \\ n &= \sqrt[3]{60s \times 1000000} \\ n &= 391486.76\end{aligned}$$

c, a) Un mes y 8 hilos

$$\begin{aligned}\frac{n^3}{8} &= 2592000s \\ n^3 &= 2592000s \times 8 \\ n &= \sqrt[3]{2592000s \times 8} \\ n &= 274731.41\end{aligned}$$

c, b) Un mes y 1000 hilos

$$\begin{aligned}\frac{n^3}{1000} &= 2592000s \\ n^3 &= 2592000s \times 1000 \\ n &= \sqrt[3]{2592000s \times 1000} \\ n &= 1373657.09\end{aligned}$$

c, c) Un mes y 1000000 hilos

$$\begin{aligned}\frac{n^3}{1000000} &= 2592000s \\ n^3 &= 2592000s \times 1000000 \\ n &= \sqrt[3]{2592000s \times 1000000} \\ n &= 13736570.91\end{aligned}$$

¿Cuántos hilos se necesitan si se quisiera resolver un problema con  $n = 10^6$  en un año?

$$\frac{(10^6)^3}{p} = 31536000s$$

Despejando a  $p$  tenemos:

$$p = \frac{1 \times 10^{18}}{31536000s} = 31709791983 \leftarrow \text{hilos}$$

2. Usa la ley de Amdahl para resolver las siguientes preguntas:

- a) Supón que un programa tiene un método M que no puede ser paralelizado y que este método cuenta el 45% del tiempo de la ejecución del programa. ¿Cuál es el límite de speedup general que se puede lograr ejecutando el programa en una máquina con n procesos?

Respuesta:

Usando la ley de Amdahl  $\frac{1}{(1-p)+\frac{p}{n}}$  tenemos lo siguiente  $\frac{1}{(1-.45)+\frac{.45}{n}}$  a esto le aplicamos el límite de cuando n tiende a infinito lo cual la sección  $\frac{.45}{n} = 0$  sustituyendo tenemos  $\frac{1}{.55} = 1.818x$

- b) Supón que el método M cuenta el 35 del tiempo de la ejecución del programa. Sea s n el speedup con n procesos. Tu jefe te dice que debes duplicar este speedup: la versión nueva del programa debe tener un speedup  $s'_n \geq 2 * s_n$ . Tu buscas a un programador para reemplazar M con una versión mejorada, k veces más rápida. ¿Qué valor de k es requerido?

Respuesta:

Observación 1:  $s_n = \frac{1}{1-.65+\frac{.65}{n}}$  donde aplicamos el límite donde n tiende a infinito tenemos como resultado  $s_n = 2.85$

Observación 2:  $s'_n \geq 2*2.857$  que es lo mismo que  $\frac{1}{p'} \geq 5.7$  despejando a  $p'$  tenemos que debe tener valores entre  $.824 \leq p' < 1$

Usando las observaciones 1 y 2 tenemos que  $s'_n = \frac{1}{(1-p)*k}$  donde k es la mejora del programa M sustituyendo tenemos que  $5.68 = \frac{1}{(1-.65)*k}$  por lo tanto  $K \approx .5030$

- c) Supón que el método M se puede acelerar tres veces. ¿Qué fracción de todo el tiempo de ejecución debe contar M para que se pueda doblar el speedup del programa?

Respuesta:

Sabemos que otra interpretación del speedup es  $t' = \frac{t}{s}$  donde t es el tiempo a mejorar y s es la aceleración mejorada y  $t'$  es el tiempo que debe tomar. Sustituyendo en esta interpretación tenemos que  $t' = \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2}$  que es la fracción de tiempo que se debe mejorar para doblar el speedup del programa M.

3. Al ejecutar tu aplicación con dos procesadores se produce un speedup  $S_2$ . Utiliza la Ley de Amdahl para derivar una fórmula para  $S_n$  (speedup con n procesadores), en términos de n y  $S_n$ .

Respuesta:

Primero notemos que el speedup de 2 procesadores es  $s_2 = \frac{1}{(1-p)+\frac{p}{2}}$  y el speedup de n procesadores es  $s_n = \frac{1}{(1-p)+\frac{p}{n}}$  si despejamos a p en  $s_2$  tenemos que  $p = \frac{1-s_2}{s_2(\frac{1}{n}-1)}$

Ahora sustituimos p en  $s_n$  factorizando y minimizando tenemos que  $s_n = \frac{s_2}{n(s_2-1)+s_2}$

4. Calcula el speedup que tendría un programa con 100 procesadores si al medir el programa en forma secuencial se tarda 188 segundos y con dos procesadores tarda 104

segundos.

Respuesta:

Observemos que usando la interpretación de speedup de esta manera  $S(n) = \frac{T_{seq}}{T_{par}(n)}$  tenemos que el speedup de dos procesadores en este ejemplo es:

$S(2) = \frac{188s}{104s} \approx 1.8076$  y ahora ocupamos la fórmula del ejercicio anterior que es:

$$S_n = \frac{s_2}{n(s_2 - 1) + s_2}$$

Ahora sustituimos en la fórmula por lo que obtenemos:

$$S(100) = \frac{1.8076}{100(1.8076 - 1) + 1.8076} \approx 0.02189$$

5. Considera la siguiente clase que representa un contador:

```
1 public class Counter implements Runnable {
2     private int counter = 0;
3     public static final int rounds = 5;
4
5     public void run() {
6         for(int i=0; i < Counter.rounds; i++){
7             counter++;
8         }
9     }
}
```

Suponiendo que los hilos se ejecutan concurrentemente sobre el contador. Contesta las siguientes preguntas.

- a) Demuestra que no existe una ejecución en donde el valor del contador sea 0.

Como sabemos, hay dos hilos, llamémosle  $h1$  y  $h2$ , para los cuales sin importar cuantas iteraciones tengan en su ciclo *for*, la última instrucción que se lleva a cabo es *counter++*, por lo que al menos uno de los dos hilos,  $h1$  o  $h2$ , terminará su ejecución con esta instrucción, y si en un inicio *counter* = 0, al final su valor será aumentado en una unidad. Por lo tanto el valor de *counter* no puede terminar con valor 0.

- b) Demuestra que no existe una ejecución en donde el valor del contador sea 1.

[Por contradicción] Sabemos que hay dos hilos, llamémosle  $h1$  y  $h2$ . Supongamos que el valor del contador termina en 1. Como sabemos que cada hilo ejecuta el método *run* en el cual la última instrucción es *counter++*, supongamos sin pérdida de generalidad que el hilo  $h2$  termina la última ejecución de *counter++* significa que el  $h2$  leyó *counter* = 0 teniendo así dos casos:

- Caso 1. Es la última iteración del *for* en  $h2$ .

Lo cual implica que  $h2$  leyó 5 veces a *counter* = 0, lo cual no se podría puesto que  $h1$  ha terminado con todas sus iteraciones y al menos aumento en una unidad el valor de *counter*, por lo tanto  $h2$  no pudo haber leído *counter* = 0.

- Caso 2. No es la última iteración del *for* en  $h2$ .

Lo que significa que al menos  $h2$  o  $h1$  aumentarían en una unidad el valor de *counter* por lo que  $h2$  no podría terminar leyendo en la penúltima acción a *counter* = 0.

- c) Muestra una ejecución en donde el valor final del contador sea 2.

H1	H2	Memoria
PC 4	PC 4	counter = 0
PC 5, i = 0	PC 5, i = 0	counter = 0
PC 6, i = 0, read(counter)	PC 6, i = 0, read(counter) = 0	counter = 0
PC 6, i = 1, write(counter++)		counter = 1
PC 6, i = 1, read(counter)		counter = 1
PC 6, i = 2, write(counter++)		counter = 2
PC 6, i = 2, read(counter)		counter = 2
PC 6, i = 3, write(counter++)		counter = 3
PC 6, i = 3, read(counter)		counter = 3
PC 6, i = 4, write(counter++)		counter = 4
	PC 6, i = 1, write(counter++)	counter = 1
PC 6, i = 4, read(counter)	PC 6, i = 1, read(counter)	counter = 1
	PC 6, i = 2, write(counter++)	counter = 2
	PC 6, i = 2, read(counter)	counter = 2
	PC 6, i = 3, write(counter++)	counter = 3
	PC 6, i = 3, read(counter)	counter = 3
	PC 6, i = 4, write(counter++)	counter = 4
	PC 6, i = 4, read(counter)	counter = 4
	PC 6, i = 5, write(counter++)	counter = 5
PC 6, i = 5, write(counter++)		counter = 2

- d) Muestra una ejecución en donde el valor final del contador sea 7.

H1	H2	Memoria
PC 4	PC 4	counter = 0
PC 5, i = 0	PC 5, i = 0	counter = 0
PC 6, i = 0, read(counter)	PC 6, i = 0, read(counter) = 0	counter = 0
PC 6, i = 1, write(counter++)	PC 6, i = 1, write(counter++)	counter = 1
PC 6, i = 1, read(counter)	PC 6, i = 1, read(counter)	counter = 1
PC 6, i = 2, write(counter++)	PC 6, i = 2, write(counter++)	counter = 2
PC 6, i = 2, read(counter)		counter = 2
PC 6, i = 3, write(counter++)		counter = 3
PC 6, i = 3, read(counter)		counter = 3
PC 6, i = 4, write(counter++)		counter = 4
PC 6, i = 4, read(counter)	PC 6, i = 2, read(counter)	counter = 4
PC 6, i = 5, write(counter++)	PC 6, i = 3, write(counter++)	counter = 5
	PC 6, i = 3, read(counter)	counter = 5
	PC 6, i = 4, write(counter++)	counter = 6
	PC 6, i = 4, read(counter)	counter = 6
	PC 6, i = 5, write(counter++)	counter = 7

6. Llena la siguiente tabla con ejemplos concretos que cumplan cada una de las propiedades indicadas justificando tus respuestas:

Suponemos que los metodos que utilizamos en los siguientes programas, ya fueron programados y fueron hechos a la perfección. El ejemplo más común es en una base de datos, explicaremos con detalle cada uno.

- Sin Condición de Carrera Con Datos public synchronized run(int posicion)  
dato = genera();  
write(dato, posicion);

Cuando se utiliza el el synchronized, lo que pasa es que sincroniza los hilos uno a la vez para que cada uno tenga acceso a la seccion critica y pueda modificar los datos sin ningun problema, aparte con la posicion escribimos exactamente un dato a la vez.

- Sin Condición de Carrera Sin Datos public synchronized run()  
dato = genera();  
write(dato);

Al quitarle como parametro la posicion, no se sabe que parte se va a modificar, al remover la posicion quitamos la carrera con dato, ya que esta puede acceder varias veces a la misma posicion, sin importar cual sea, puede acceder dos veces a la misma.

- Con Condición de Carrera Con Datos public run(int posicion)  
dato = genera();  
write(dato, posicion);

Al no tener el synchronized los hilos pueden entrar en cualquier momento a la seccion critica, esto genera una condicion de carrera, cuando dos o más quieren modificar un dato en la base de datos, y al ponerle como parametro la posicion mantenemos la carrera con datos, ya que cada hilo va a modificar exactamente uno a uno esa posicion.

- Con Condición de Carrera Sin Datos public run()  
dato = genera();  
write(dato);

Aquí lo que pasa es que la condición de carrera se da porque no los hilos no estan sincronizados y estos pueden entrar cuando quieran, y se quita la carrera de datos por el hecho de no especificar en qu parte de la base de datos se va a modificar, así que este puede acceder a modificar la linea dos veces.

7. Propón un algoritmo de exclusión mutua para 3 hilos basado en turnos round robin.  
Propuesta.

```

5   boolean banderas[] = new int[3];
6   int vecesAtendido[] = new int[3];
7   int siguiente;
8   float quantumGlobal = x;
9
10  void lock(){
11      banderas[ID] = true;
12      quantumLocal = x * (banderasActivas(banderas) - 1 ); // banderasActivas cuenta el número de banderas tienen valor 'true'
13
14      //minID: devuelve el ID menor de los hilos, minVecesAtendido: devuelve el ID del hilo que ha sido menos atendido
15      siguiente = minID(banderas) && minVecesAtendido(vecesAtendido);
16
17      while(banderas[ID] == true && siguiente != ID){
18          while(quantumLocal > 0){ quantumLocal--; } // Esperamos un x lapso de tiempo
19      }
20  }
21
22  // SECCIÓN CRÍTICA
23
24  void unlock(){
25      if(yaTermino(ID)){ // yaTermino: revisa si el hilo ID sigue vivo
26          banderas[ID] = false;
27      }else{
28          vecesAtendido[ID] += 1;
29      }
30  }
31

```

- a) Demuestra que cumple con la propiedad de exclusión. [Por Contradicción.]  
Sean A, B y C, supongamos que el valor de ID es menor consecuentemente.

Supongamos que existe una ejecución  $CS_A \rightarrow CS_B$  y  $CS_B \rightarrow CS_A$ . para cualesquiera dos procesos. Tenemos dos casos dado el algoritmo para que esto suceda:

Caso a. Tienen diferente cantidad de veces atendidos. Supongamos que A ha sido atendido menos veces.

Primero ocurrió que:

$$1a) write_A(banderas[A] = true)$$

$$\rightarrow write_A(siguiente = (minID \text{ AND } minVecesAtendido) = A)$$

Para que A entre a la sección crítica:

$$1b) read_A(banderas[A] == true) \text{ AND } read_A(siguiente == A) \rightarrow CS_A$$

Además, primero ocurrió que:

$$2a) write_B(banderas[B] = true)$$

$$\rightarrow write_B(siguiente = (minID \text{ AND } minVecesAtendido) = A)$$

Para que B entre a la sección crítica:

$$2b) read_B(banderas[B] == true) \text{ AND } read_B(siguiente == B) \rightarrow CS_B$$

Por lo que hay una contradicción entre 2a y 2b ya que la variable "siguiente" fue escrita con el valor de "A" pero B leyó que el siguiente era "B"

Caso b. Tienen la misma cantidad de veces atendidos.

De manera análoga al caso anterior, suponiendo las mismas condiciones. El valor que leería B en la variable "siguiente" es "B" para entrar en su sección crítica, pero por el valor léxico de A, es menor que B (o C), por lo que la variable A sería escrita con el valor de "A" y de esta manera B no podría leer "B" si en la última escritura de "siguiente" fue "A".

b) ¿Es libre de deadlock?

Sí, ya que por el valor que se necesita para dejar de estar bloqueado, es del valor de los ID de cada hilo, estos ID's son únicos y en algún momento pasará debido a que se van atendiendo a los procesos según su cantidad de veces que se atendieron y el valor de su ID, por lo que no importa si tienen el mismo valor en atenciones se desempatará por el valor de su ID que es único.

c) ¿Es libre de hambruna?

Sí ya que como es con base en un 'quantum' especificado, cada uno irá siendo atendido en determinado tiempo, y junto con su atención de cada proceso según el valor de su ID, estos irán siendo atendidos al menos en una ocasión.

8. Eres uno de los  $P$  prisioneros arrestados recientemente, pero el guardia de la cárcel quiere darles una oportunidad para salvarse. Él ordenará a todos los prisioneros en una línea, y colocará sombreros de color rojo o azul en sus cabezas. Ningún prisionero conoce el color de su propio sombrero o el color de cualquier sombrero detrás de él, pero si puede ver los sombreros de los prisioneros que están en frente. El guardia comenzará desde el final de la línea y pregunta a cada prisionero el color de su propio

sombrero, el cual solo puede responder rojo o azul. Si da con la respuesta incorrecta será aventado a los cocodrilos, pero si contesta correctamente será liberado. Cada preso puede escuchar la respuesta de los prisioneros detrás de él, pero no puede decir si ese prisionero tenía razón o no.

- a) Diseña una estrategia para salvar al menos a  $P - 1$  prisioneros. Como sabemos que solo hay dos colores *Rojo* y *Azul*, los prisioneros se pondrán de acuerdo para elegir un color y dar la clave sobre este. Supongamos que eligen el color *Rojo*. Entonces el primer prisionero que responde (el de hasta atrás) verá la cantidad de sombreros rojos, si el número de sombreros rojos es par, el prisionero responderá "*Rojo*", si el color de sombreros rojos es impar entonces el prisionero responderá "*Azul*", entonces todos sabrán desde un inicio si el número de sombreros rojos es par o impar. Supongamos que el último prisionero dice *Rojo*, entonces sabrán que hay un número par de sombreros rojos. Para los primeros que vean un número par de sombreros rojos sin haber escuchado previamente que alguien responderá rojo, entonces sabrán que su sombrero es azul, el primer prisionero que vea una cantidad impar de sombreros sabrá que su sombrero es rojo, pues el hace la cantidad par de sombreros. Después de él, todos sabrán que ya hay una cantidad impar de sombreros rojos, por lo que todos los siguientes que vean una cantidad impar sabrán que tienen un sombrero azul, el primero que vea una cantidad par de sombreros sabrá que el tiene el sombrero rojo que hace la cantidad par. Y así sucesivamente.

Ahora, si desde un inicio el primer prisionero dice "*Azul*", sabrán todos que hay una cantidad impar de sombreros rojos, por lo que el primero que vea una cantidad par de sombreros, sabrá que su sombrero es el que forma la cantidad par, cambiando ahora la cantidad de rojos a par, y todos los que vean una cantidad par o impar según la cantidad actual que hay de sombreros rojos sabrán que tienen un sombrero azul. Y así sucesivamente.

Por lo que deben fijar un color desde el principio, y dirán si el color fijado si el primer prisionero ve una cantidad par de este o el color contrario si ve una cantidad impar del color fijado.

- b) Supón que ahora el guardia puede utilizar  $k$  colores. ¿Cuál sería ahora la estrategia?