

Criptografía y Seguridad - Tarea 1

Rivera González Damián
Tadeo Guillén Diana G

September 19, 2019

Ejercicio 1

Decir si el siguiente sistema de congruencias tiene solución y en caso de tenerla resolverla paso a paso.

Sí tiene solución ya que $(22, 26) = 2$ y $(34, 46) = 2$

$$x \cong 2 \text{mod}(22) \quad (1)$$

$$x \cong 4 \text{mod}(26) \quad (2)$$

$$x \cong 6 \text{mod}(34) \quad (3)$$

$$x \cong 8 \text{mod}(46) \quad (4)$$

Generamos (5) la solución entre las congruencias (1) y (2).
Tenemos de (2)

$$x = 4 + 26k_1$$

Por otro lado tenemos de (1)

$$x - 2 \cong 0 \text{mod}(22)$$

$$4 + 26k_1 - 2 \cong 0 \text{mod}(22)$$

$$26k_1 \cong -2 \text{mod}(22)$$

Dividiendo entre dos ambos lado:

$$13k_1 \cong -1 \text{mod}(11)$$

$$2k_1 \cong 10 \text{mod}(11)$$

Multiplicando 6 en ambos lados:

$$6(2)k_1 \cong 6(10) \text{mod}(11)$$

$$12k_1 \cong 60 \text{mod}(11)$$

$$k_1 \cong 60 \text{mod}(11)$$

$$k_1 \cong 5 \text{mod}(11)$$

Sustituyendo k_1 en (2) tenemos:

$$x = 4 + 26(5) = 134$$

Sabemos además que $[22, 26] = \frac{(22)(26)}{2} = 286$

Entonces obtenemos que (5) es:

$$x \cong 134 \bmod(286) \quad (5)$$

Generamos (6) la solución entre las congruencias (3) y (4).
Tenemos de (3)

$$x = 6 + 34k_1$$

Por otro lado tenemos de (4)

$$x - 8 \cong 0 \bmod(46)$$

$$6 + 34k_1 - 8 \cong 0 \bmod(46)$$

$$34k_1 \cong 2 \bmod(46)$$

$$17k_1 \cong 1 \bmod(23)$$

Multiplicando 19 en ambos lados

$$19(17)k_1 \cong 19 \bmod(23)$$

$$k_1 \cong 19 \bmod(23)$$

Sustituyendo k_1 en (3) tenemos:

$$x = 6 + 34(19) = 653$$

Sabemos además que $[34, 46] = \frac{(34)(46)}{2} = 782$

Entonces obtenemos que (6) es:

$$x \cong 652 \bmod(782) \quad (6)$$

Ahora obtenemos la solución de las congruencias (5) y (6)

$$x \cong 134 \bmod(286)$$

$$x \cong 652 \bmod(782)$$

Como $\text{mcd}(286, 782) = 2$, entonces el sistema tiene solución.

Tenemos de (5)

$$x = 134 + 286k_1$$

Por otro lado tenemos de (6)

$$x - 652 \cong 0 \bmod(782)$$

$$134 + 286k_1 - 652 \cong 0 \bmod(782)$$

$$286k_1 \cong 518 \bmod(782)$$

Dividiendo por 2 en ambos lados:

$$143k_1 \cong 259 \bmod(391)$$

Multiplicando por 175 en ambos lados

$$175(143)k_1 \cong 175(259) \bmod(391)$$

$$k_1 \cong 360 \bmod(391)$$

Sustituyendo k_1 en (5) tenemos:

$$x = 134 + 286(360) = 103094$$

Sabemos además que $[286, 782] = \frac{(286)(782)}{2} = 111826$

Entonces obtenemos que la **solución** es:

$$x \cong 103094 \bmod(111826) \quad (7)$$

Ejercicio 3

Encontrar una raíz primitiva de $\mathbb{Z}_7 = \{\bar{0}, \bar{1}, \bar{2}, \bar{3}, \bar{4}, \bar{5}, \bar{6}\}$

Sabemos que $\varphi(p-1) = 6 = 2 \cdot 3$, entonces $\frac{6}{2} = 3$ y $\frac{6}{3} = 2$

Para que a sea una raíz primitiva, entonces a no debe cumplir dos cosas:

i. $a^2 \cong 1 \pmod{7}$

ii. $a^3 \cong 1 \pmod{7}$

Tenemos así que 3, 5 cumplen con esa propiedad. Ahora para que $a = 3, 5$ sea una raíz primitiva debe cumplir que:

$$a^{(\frac{p-1}{2})} \cong -1 \pmod{7}$$

Por lo que **3 y 5 son raíces primitivas.**

Ejercicio 4

Primero hicimos la suposición de que el texto estaba español, pero sin la 'Ñ' porque está letra no se visualiza en el texto cifrado, por lo cual el tamaño del alfabeto sería de 26. Debido a que el texto mantiene los espacios originales del texto plano, entonces podemos ver que hay varias letras solas J, L, Z, por lo cual podemos inferir que son las palabras con una sola letra en español como Y, A, E, O, U, por lo que primero hicimos la suposición de que la letra J = Y, siendo así, la distancia de desplazamiento del alfabeto sería de 11. Con esta suposición entonces Z = O y la L = A.

Por otro lado vemos que hay varias palabras de dos letras como PY, DF, WL, YZ, DP. Con nuestro desplazamiento de 11 (supuesto) tendríamos que P = E, Y = N, D = S, F = U, W = L, L = A, por lo cual tendríamos que PY = EN, DF = SU, WL = LA, YZ = NO, DP = SE, por lo cual no luce tan mal con las suposición. Haciendo la prueba con una palabra más grande, por ejemplo: SZWL = HOLA, por lo que parece funcionar correctamente con el desplazamiento. Luego desciframos el texto cifrado con un desplazamiento de 11 y tenemos el siguiente resultado.

"HOLA MUCHACHOS ESPERAMOS QUE EN ESTA SU PRIMER TAREA LA DISFRUTEN Y NO LA SUFRAN (RECUERDEN QUE ESTAN AQUI PORQUE ASI LO DECIDIERON). LA DEDICACION Y EL TRABAJO QUE HASTA ESTE MOMENTO

HAN REFLEJADO EN LAS CLASES, NOS HACE PENSAR QUE LLEGARAN MUY LEJOS, POR FAVOR NO SE DETENGAN.

TRABAJAN EN EQUIPOS PARA HACER MEJOR Y MAS RAPIDO LAS COSAS, ASI QUE NO SEAN UNA CARGA PARA SUS EQUIPOS DEJANDO QUE LOS DEMAS HAGAN TODO NI TAMPOCO SEAN LOS PROTAGONISTAS, ESCUCHEN EL PUNTO DE VISTA DE SU COMPANERO Y LUEGO DETERMINEN QUE ES LO QUE MAS LE CONVIENE AL EQUIPO YA SABEN A LO QUE NOS REFERIMOS, QUE SU MOTIVACION SEA LO MEJOR PARA EL EQUIPO.

ESTA TAREA ES PURA Y MERA FORMALIDAD NO LA PLANEAMOS PARA QUE SEA EL RETO DEL SIGLO O ALGO ASI, NOS INTERESA QUE HAGAN LO BASICO PERO QUE LO HAGAN BIEN. POR CIENTO ULTIMAMENTE ES ESTA CLASE SE ESTA CARACTERIZANDO PORQUE SUS COMPANEROS ANTERIORES HAN PUESTO EMPENO EN APRENDER MAS DE LO QUE PIDE EL TEMARIO Y

ESO NOS LLAMA LA ATENCION PERO A LA VEZ ES DE ESPERARSE YA QUE ESTAMOS EN LA UNIVERSIDAD AUTONOMA DE MEXICO Y REALMENTE LLEGAN MUY BUENOS ALUMNOS.

LOS ALENTAMOS A QUE INVESTIGUEN EN INTERNET COSAS NUEVAS QUE LES ABRA MAS EL PANORAMA QUE SEAN AMBICIOSOS Y NO SE QUEDEN SOLO CON LO LA CLASE PARA ESO SI DEBEN USAR TODOS SUS RECURSOS, POR FAVOR NO LO HAGAN SOLO PARA CUMPLIR CON LA TAREA Y HACER

ASI SU MENOR ESFUERZO NO LO NECESITAN PARA LO QUE SI LO NECESITAN ES PARA BUSCAR INNOVACIONES AL RESPECTO Y LLEVARLAS A

LA REALIDAD ES UNA OBLIGACION ES DE SU INTERES LA CRIPTOGRAFIA Y QUE NADIE LES DIGA QUE TODO ESTA ESCRITO O QUE NO PUEDEN, A USTEDES LES TOCA LOS CAMBIOS DE TECNOLOGIA DONDE TENDRAN QUE HACER USO DE TODOS SUS CONOCIMIENTOS PARA REALIZAR LOS NUEVOS DESAFIOS.

NUESTRA META ES SOLO ENCAMINARLOS AL INICIO DE LA CRIPTOGRAFIA. ASI QUE EN VEZ DE TOMAR DOS ARRANQUES DE DESESPERACION, POR FAVOR TOMENSE DOS TASAS DE SU BEBIDA PREFERIDA Y TRABAJEN

CON TIEMPO. SIN MAS POR EL MOMENTO NOS DESPEDIMOS Y LES RECOMENDAMOS DISFRUTEN EL CURSO.”

Ejercicio 5

Descifrar el texto cifrado con vigenère que se les proporcione en clase.

WUGYEGAWRAWNZVEILJKIOCPLTFEIQVWJMDPHSPONAM
WGRMZEAABAVETWQPHMIUBUAEEEXFEWOXUEXQAHBAVET
WQPNMWJWMAEXQKYMQUJLEOBAGQXPNSQPGZTGKKOFY
NFSVTXYCOCAWAYLBGHEFTOVWQSRCAQDÑIXHEJJVCAHSGQ
NEEWÑRMJEDIBOFSPTWQHHLVLCXDSTSZYYIHPÑJEIPFOEEUG
IXQHHTYAIDBEYEWJNEOCENWFOXMOICOB.JMRZGKRNQYZW
MHBVMZWCABLWEZNSEEUEGCUSEDNRÑIOBSYGVFMDQGIX
EELUVÑGVKITUPEXYMQPHFRNQZPAOENXOONWJTETWPLMKE
BPEFBMZWCABAXMFIOXDNCIEZLMMWNKYIYHFGHGKLSWS
FXIWYXXRFNMHSMOGTQIEDSNEOIBCMTEBGLBVURQVMVQGI
QEWIZWCDMGUWOOFÑEOYDVJSVIUAPONZYEPHFRIUBHRTOE
IGEOXUEHQTHLAGBGXEERHKIOBLEWJEBSHQXHLRQQDDPEO
XVSQPFRWGUWRMRNMPINSJPIEWPTDEQEPYERSMQKUVTMQG
XOERHTMGUFIMTQLHMPHXGQFMHSFENTGELRNGFTMOIPW
CBVMGXFRQQKKEPQULECQPKZIFIGSPEZXKSQÑUCPCGVEXIE
XZIXRKGVSCHSPOXIVELFJDTTMPDTYZTZIMSJJUWMVEXEGTT
EFRFRQWJHDPHBESVORHHIOIÑORVQUEOÑXWVETJUEHIFJEON
EMRWSCLEYPQWMSXDHGKXKLAGQRBIONOCXSÑMKAÑMNÑ
QKEDHWEXWULPHUEEWSUUTMCA

Primero obtenemos algunas distancias entre patrones de palabras dentro del texto:

Patron	Distancias	Factores Primos
wu	833	7,7,17
ug	223	223
ye	236,246,91	2,2,59,23,41,7,13
ey	234,549	2,3,3,13,3,3,61
wr	550	2,5,5,11
wn	381	3,127
nz	473	11,43
ve	41	41
vetwiqp	23	23
phfr	149	149
kio	502	2,2,51
wiq	28, 27	2,2,7,3,3,3
dph	705	3,5,47
hspo	655	5,131
pon	441	3,3,7,7
ahbavetwiqp	19	19
iub	425	5,5,17
oxue	425	5,5,17

exq	18	2,3,3
ymq	226	2,113
agq	687	3,229
eew	656	2,2,2,2,41
eeu	64	2,2,2,2,2,2

Luego de ellos vemos los factores que más se repiten, encontramos 2, 3. Pero al hacer la prueba con una longitud de palabra clave 6, no obtuvimos ningún resultado coherente. Así que intentamos con los factores 3, 5 ya que está sería una buena longitud de palabra clave similar a la del ejercicio hecho en clase.

Así que partimos el texto en renglones con 15 letras cada una obteniendo lo siguiente:

WUGYEYGAWRAWNZV
 EILJKIOCPLTFEIW
 IQVWJMDPHSPONAM
 WGRMZEAHBAVETW
 IQPHMIUBUAEEXFE
 WOXUEXQAHBAVETW
 IQPNMWJWMAEXQKY
 MQUJLEOBRAQGPXN
 SQPGZTGKKOFYNFS
 VTXYCOCAWAYLBGH
 EFTOVWQSRCAQDÑI
 XHEJJVCAHSGQNEE
 WÑRMJEDIBOFSPTW
 QHHNLVCXDSTSZYY
 IHPÑJEIPFOEEUGI
 XQHHTYAIDBEYEWE
 JNEOCENWFOXMOIC
 OBJMRZGKRNRQYZWM

HBVMZWCABLWEZNS
 EEUUEGCUSED SRÑI
 OBSYGVFMDQGIXEE
 LUVÑGVKITUPEXYM
 QPHFRNQZPAOENXO
 ONWJTETWPLMKEBP
 EFBMZW CABAXMFIO
 SXDNCEIZLMMWNKY
 IYHFGHGKLSWSFXI
 WYXXRFNMHSMOQTQ
 IEDSNEOIBCMTEBG
 LBVURQVMVQGIQEW
 IZWCDMGUWOOIFÑE
 OYDVJSVIUAPONZY
 EPHFRIUBHRTOEIG
 EOXUEHQTHLAGBGX
 EERHKIOBLEWJEBS
 HQXHRLLQQDDPEOXV
 SQPFRWGUWRMRNMP
 INSJPIEWPTDEQEP
 YERSMQKUVTMQGXO
 EORHTMGUFIMTQLH
 MPHXGQFMHSFENTG
 ELRNGFTMOIPWCBV
 MGXFRQQKKEPQULE
 CQPKZIFIGSPEZXK
 SQÑUCPCGVEXIEXZ
 IXRKGVSCHSPOXIV
 ELFJDTTMPDTYZTZ
 IMSJJUWMVEXEGTT
 EFRFRQWJHDPHBES
 VORHHIOIÑORVQUE
 OÑXWVETJUEHIFJE
 ONEMRWSCLEYPQWM
 SXDHGXKKLAGQRBI
 ONOCXSÑMKAÑMNÑQ
 KEDHWEXWULPHUEE
 WSUUTMCA

Con lo cual obtenemos 15 columnas por hacer análisis de frecuencias, sobre las cuales vamos obteniendo las letras de la palabra clave.

Columna 1 = E
 Columna 2 = N
 Columna 3 = D
 Columna 4 = U
 Columna 5 = R
 Columna 6 = E
 Columna 7 = C
 Columna 8 = I

Columna 9 = D
 Columna 10 = A
 Columna 11 = M
 Columna 12 = E
 Columna 13 = N
 Columna 14 = T
 Columna 15 = E

Con lo cual formamos la palabra **ENDURECIDAMENTE**, metemos la palabra clave en el programa de cifrado de vigenere visto en laboratorio. Y vemos que el texto queda descifrado de la siguiente manera:

"SIDENUESTROSAGRAVIOSENUNLIBROSEESCRIBIESELAHI
 STORIAYSEBORRASEENNUESTRASALMASCUANTOSEBORRA
 SEENSUSHOJASTEQUIEROTANTOAUNDEJOENMIPECHOTU
 AMORHUELLASTANHONDASQUESOLOCONQUETUBORRASESUN
 ALASBORRABAYOTODASNUESTRAPASIONFUEUNTRAGICOSAIN
 ETEENCUYAABSURDAFABULALOCOMICOCYLOGRAVECONFUND
 IDOSRISASYLLANTOARRANCANPEROFUELOPEORDEAQUEL
 LAHISTORIAQUEALFINDELAJORNADAAELLATOCARONLAGR
 IMASYRISASYAMISOLOLASLAGRIMASAQUEMELODECISLO
 SEESMUDABLEESALTANERAYVANAYCAPRICHOSAANTESQUE
 ELSENTIMIENTODESUALMABROTARAELAGUADELAESTERILR
 OCACUANDOMELOCONTARONSENTIELFRIODEUNAHOJADEAC
 EROENLASENTRAÑASMEAPOYECONTRAELMUROYUNINSTANT
 ELACONCIENCIAPERDIDEDONDEESTABACAYOSOBREMIES
 PIRITULANOCHEEENIRAYENPIEDADSEANEGOELALMAYSEMER
 EVELOPORQUESELLORAYCOMPRENDIUNAVEZPORQUESEMATAP
 ASOLANUBEDEDOLORCONPENALOGREBALBUCEARBREVESPALA
 BRASQUIENMEDIOLANOTICIAUNFIELAMIGOMEHACIAU
 NGRANFAVORLEDILASGRACIAS"

Ejercicio 6

A partir de la pista otorgada (obteniendo el texto cifrado "NNXRHPZHVTHMGSMIXGJY-OYHMDKOE" del texto en claro "NATURALEZA ATÓMICA DE LA MATERIA").

NA TU RA LE ZA AT OM IC AD EL AM AT ER IA
 NN XR HP ZH VT HM GS MI XG JY OY HM DK OE

Se obtienen los siguientes valores de acuerdo a la posición de las letras.

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} N \\ N \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 13 \\ 13 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 13 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N \\ A \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} X \\ R \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 23 \\ 17 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 19 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T \\ U \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} H \\ P \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 7 \\ 15 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 17 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \\ A \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} Z \\ H \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 25 \\ 7 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 11 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L \\ E \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} V \\ T \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 21 \\ 19 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 25 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z \\ A \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} H \\ M \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 7 \\ 12 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ T \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} G \\ S \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 6 \\ 18 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 14 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} O \\ M \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} M \\ I \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 12 \\ 8 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ C \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} X \\ G \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 23 \\ 6 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ D \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} J \\ Y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 9 \\ 24 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ L \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} O \\ Y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 14 \\ 24 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ M \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} H \\ M \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 7 \\ 12 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A \\ T \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} D \\ K \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 3 \\ 10 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 17 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ R \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} O \\ E \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 14 \\ 4 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 8 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ A \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Enseguida se procede a buscar los sistemas de ecuaciones más fáciles de resolver, entre estos se encuentra la siguiente relación:

$$\begin{pmatrix} H \\ P \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 15 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 17 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \\ A \end{pmatrix}$$

La cual nos proporciona el sistema

$$17a + 0b \equiv 7 \pmod{26}$$

$$17c + 0d \equiv 7 \pmod{26}$$

A partir del cual obtenemos las siguientes:

$$17a \equiv 7 \pmod{26} \tag{8}$$

$$17c \equiv 15 \pmod{26} \tag{9}$$

Podemos ver que tanto en (1) como en (2), es posible obtener el valor de a y c pues $\text{mcd}(7, 26) = 1$ y $\text{mcd}(15, 26) = 1$

En el caso de (1) tenemos lo siguiente:

$$17x - 26y = 1 \tag{10}$$

Donde obtenemos que $x = -3$ y $y = -2$, entonces:

$$17(-3) - 26(-2) = 1$$

Para obtener a, multiplicamos todo por 7 y tenemos:

$$\begin{aligned} 17(-21) - 26(-14) &= 7 \\ \text{inverso}(17) &\equiv -21 \pmod{26} \\ a &= -21 \pmod{26} = 5 \\ a &= 5 \end{aligned}$$

Si hacemos lo mismo para (2) con la fórmula (3) obtenemos:

$$\begin{aligned} 17(-45) - 26(-30) &= 15 \\ \text{inverso}(17) &\equiv -45 \pmod{26} \\ c &= -45 \pmod{26} = 7 \\ c &= 7 \end{aligned}$$

Ahora se buscan los valores de b y d, a partir de la relación:

$$\begin{pmatrix} J \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 24 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ L \end{pmatrix}$$

De la cual obtenemos

$$4a + 11b \equiv 9 \pmod{26} \tag{11}$$

$$4c + 11d \equiv 24 \pmod{26} \tag{12}$$

Si sustituímos el valor de a en (4)

$$\begin{aligned} 4(5) + 11b &\equiv 9 \pmod{26} \\ 20 + 11b &\equiv 9 \pmod{26} \\ b &= 25 \end{aligned}$$

Y por otro lado, hacemos lo mismo con c en (5)

$$\begin{aligned} 4(7) + 11d &\equiv 24 \pmod{26} \\ 28 + 11d &\equiv 24 \pmod{26} \\ d &= 2 \end{aligned}$$

Obteniendo la MATRIZ DE CIFRADO

$$M = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 25 \\ 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Entonces se busca la matriz inversa de esta para obtener la MATRIZ DE DESCIFRADO. Para esto vemos que el determinante de M es 17 y $\text{mcd}(17, 26) = 1$, entonces sí existe el inverso multiplicativo de 17 $\pmod{26}$ el cual es 23. Entonces:

$$M^{-1} = \frac{1}{17} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix} \pmod{26} = 23 \begin{pmatrix} 2 & -25 \\ -7 & 5 \end{pmatrix} \pmod{26}$$

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 20 & 23 \\ 21 & 11 \end{pmatrix}$$

Entonces al descifrar el texto con esta MATRIZ De DESCIFRADO (LLAVE) obtenemos el siguiente texto:

” LA HIPOTESIS ATOMICA EL CONCEPTO DEL ATOMO EN LA FORMA QUE FUERA ACEPTADO POR LO CIENTIFICOS DESDE MIL SEISCIENTOS DE HASTA MIL NOVECIENTOS SE BASO EN LAS IDEAS DE FILOSOFOS GRIEGOS DEL SIGLO VA FUERON LEUCIPPO DE MILETO Y SU DISCIPULO DEMOCRITO DE ABDERA QUIENES ORIGINARON LA FILOSOFIA ATOMICA INTRODUCIENDO LA NOCION DE UN CONSTITUYENTE ULTIMO DE LA MATERIA QUE DENOMINARON ATOMO ES DECIR INDIVISIBLE EN LA LENGUA GRIEGA DEMOCRITO CREIA QUE LOS ATOMOS ERAN UNIFORMES SOLIDOS DUROS INCOMPRESIBLES E INDESTRUCTIBLES Y QUE SE MOVIAN EN NUMERO INFINITO POR EL ESPACIO VACIO SEGUN SUS IDEAS LAS DIFERENCIAS DE FORMA Y TAMANO DE LOS ATOMOS DETERMINABAN LAS PROPIEDADES DE LA MATERIA ESTAS ESPECULACIONES FUERON LUEGO CONTINUADAS POR EPICURO DE SAMOSI BIEN LA TEORIA ATOMICA GRIEGA ES SIGNIFICATIVA DEL PUNTO DE VISTA HISTORICO Y FILOSOFICO CARECE DE VALOR CIENTIFICO PUES NO SE FUNDA EN OBSERVACIONES DE LA NATURALEZA NI EN MEDICIONES PRUEBAS Y EXPERIMENTOS PARA LOS GRIEGOS LA CIENCIA CONSTITUIA TAN SOLO UN ASPECTO DE SU SISTEMA FILOSOFICO MEDIANTE EL CUAL BUSCABAN UNA TEORIA GENERAL QUE EXPLICARA EL UNIVERSO CON ESTE FIN ELLOS USABAN CASI EXCLUSIVAMENTE LA MATEMATICA Y EL RAZONAMIENTO CUANDO HABLABAN DE LA FISICA FUE ASI QUE PLATON Y ARISTOTELES ATACARON LA TEORIA ATOMICA SOBRE BASES FILOSOFICAS Y NO CIENTIFICAS EN EFECTO MIENTRAS DEMOCRITO CREIA QUE LA MATERIA NO SE PODIA MOVER EN EL ESPACIO SIN EL VACIO Y QUE LA LUZ CONSISTIA DEL RAPIDO MOVIMIENTO DE PARTICULAS A TRAVES DEL VACIO PLATON RECHAZABA LA IDEA QUE ATRIBUTOS COMO BONDAD O BELLEZA FUERAN SIMPLEMENTE MANIFESTACIONES MECANICAS DE ATOMOS MATERIALES DEL MISMO MODO ARISTOTELES NO ACEPTABA LA EXISTENCIA DEL VACIO PUES NO PODIA CONCEBIR QUE LOS CUERPOS CAYERAN CON IGUAL RAPIDEZ EN UN VACIO EL PUNTO DE VISTA ARISTOTELICO PREVALECIO EN LA EUROPA MEDIOEVAL Y LA CIENCIA DE LOS TEOLOGOS CRISTIANOS SE BASO EN LA REVELACION Y LA RAZON MOTIVO POR EL CUAL LAS IDEAS DE DEMOCRITO FUERON REPUDIADAS POR CONSIDERARSE LAS MATERIALISTAS Y ATEAS”