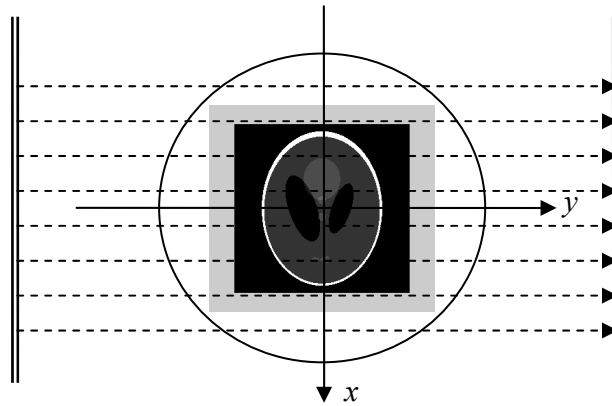


LA TRANSFORMATION DE RADON



Comme nous avons introduit dans Chapitre 1, la transformation de Radon (1917) est au cœur de la Tomographie en Imagerie médicale. Dans ce chapitre, nous aimerions présenter le côté mathématique de cette transformation. D'abord, nous abordons le fondement de la théorie de Radon, ses propriétés et ainsi ses relations avec les autres transformations comme la transformation de Fourier et la transformation de Hough. Ensuite, nous expliquerons comment la transformation de Radon est appliquée dans les problèmes spécifiques de la projection en géométrie parallèle. Finalement, nous illustrons l'algorithme de cette transformation par un programme en MATLAB.

1. Définition

Soit $f(x, y)$ une fonction continue et à support compact dans R^2 . La transformation de Radon de $f(x, y)$ est définie par les intégrales de curvilignes au long d'une droite L :

$$Rf = \int_L f(x, y) dl \quad (2.1)$$

dont la droite $L \equiv L(\theta, p)$ est établie par la formule

$$p = x \cos \theta + y \sin \theta \quad \forall p \in R, \theta \in [0, 2\pi) \quad (2.2)$$

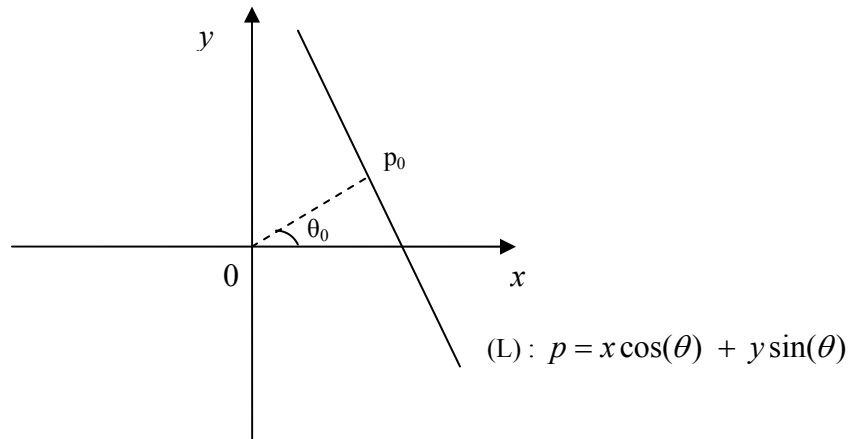


Figure 1-1 Droite L est déterminée par deux paramètres p_θ et θ_θ

Notation : $(Rf)(\theta, p) = \int_L f(x, y) dl$

Si on ne collecte que certaines valeurs de p et θ , on obtient seulement un *échantillon* de la transformation de Radon. L'ensemble des mesures de la transformation de Radon $(Rf)(\theta, p)$ obtenues pour une valeur fixée de θ avec $p \in (-\infty, +\infty)$ est appelé une *projection* de $f(x, y)$. L'ensemble des mesures de Radon $(Rf)(\theta, p)$ obtenues pour $p \in (-\infty, +\infty)$ et $\theta \in [0, 2\pi)$ est appelé un *sinogramme*. On l'appelle *sinogramme* car les données associées au point d'objet $f(x, y) = \delta(x-x_0)\delta(y-y_0)$ sont uniquement non nulles le long de la sinusoïde $p = x \cos(\theta) + y \sin(\theta)$ dans le domaine (p, θ) (Fig. 1-2).



Figure 1-2 Sinogramme pour un point objet dans l'espace (p, θ)

Maintenant, supposons que les axes du système de coordonnées (Oxy) tournent d'un angle de θ (Fig. 1-3). Notons les nouveaux axes du système de coordonnées \vec{Oq} et \vec{Op} .

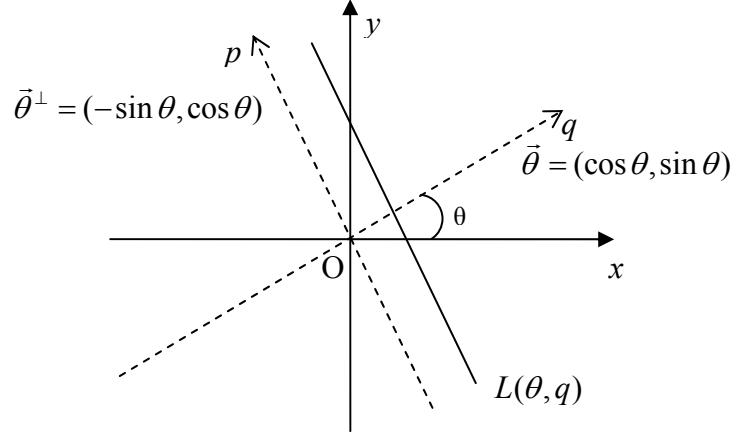


Figure 1-3 Représentation la droite L dans l'espace (θ, q)

La droite $L^\perp \equiv L^\perp(\theta, q)$ perpendiculaire à la droite L peut être calculée par :

$$q = -x \sin \theta + y \cos \theta \quad (2.3)$$

On compose cette formule avec Formule (2.2) pour former l'équation paramètre de ligne L :

$$\begin{cases} x = p \cos \theta - q \sin \theta \\ y = p \sin \theta + q \cos \theta \end{cases} \quad (2.4)$$

Formules (2.4) et (2.1) entraînent :

$$(Rf)(\theta, p) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(p \cos \theta - q \sin \theta, p \sin \theta + q \cos \theta) dq \quad (2.5)$$

Soient $\vec{\theta} = (\cos \theta, \sin \theta)$ et $\vec{\theta}^\perp = (-\sin \theta, \cos \theta)$ les vecteurs d'unité dans le système de coordonnées Opq , Formule (2.5) devient :

$$(Rf)(\theta, p) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(p\vec{\theta} + q\vec{\theta}^\perp) dq \quad (2.6)$$

Pour la simplicité d'écriture, on utilise plus souvent la notion $\check{f}(p, \vec{\theta})$ pour insister à la caractéristique vectorielle de cette transformation où axe \vec{Oq} est présenté par vecteur $\vec{\theta}$ et axe \vec{Op} est présenté par vecteur $\vec{\theta}^\perp$. La transformation de Radon donc devient :

$$\check{f}(p, \vec{\theta}) = (Rf)(\theta, p) \quad (2.7)$$

En pratique, on ne calcule que la transformation de Radon dans une région d'intérêt D . Soient q_1 et q_2 les deux points d'intersection de ligne $L(\theta, q)$ et courbe $f(x, y)$ dans le système de coordonnées Oxq . Donc, on a

$$(Rf)(\theta, p) = \int_{-\infty}^{q_1} f(p\vec{\theta}, q\vec{\theta}^\perp) dq + \int_{q_1}^{q_2} f(p\vec{\theta}, q\vec{\theta}^\perp) dq + \int_{q_2}^{+\infty} f(p\vec{\theta}, q\vec{\theta}^\perp) dq$$

Alors,

$$Rf(\theta, p) = \int_{q_2}^{q_1} f(p\vec{\theta}, q\vec{\theta}^\perp) dq \quad (2.8)$$

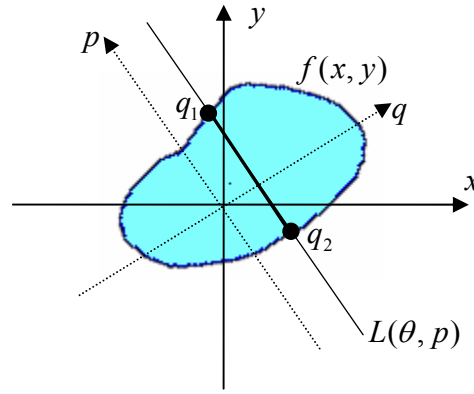


Figure 1-4 Illustration de la transformation de Radon d'une région D de $f(x, y)$.

2. Les propriétés de base

2.1. Linéarité

Considérons qu'on a deux fonctions f et g et deux constantes c_1 et c_2 , alors :

$$R(c_1 f + c_2 g) = c_1 (Rf) + c_2 (Rg)$$

La propriété linéaire est la propriété la plus importante de la transformation de Radon.

2.2. Translation

On suppose que fonction $f(x, y)$ est déplacée d'une distance (x_0, y_0) . La transformation de Radon de cette fonction est :

$$\begin{aligned} g(x, y) &= f(x - x_0, y - y_0) \\ \Rightarrow \tilde{g}(p, \theta) &= \tilde{f}(p - x_0 \cos \theta - y_0 \sin \theta, \theta) \end{aligned}$$

On peut noter que le décalage de la transformation de Radon ne varie qu'à la coordonnée de p .

2.3. Rotation

Ici, fonction $f(x, y)$ est présentée aux coordonnées polaires, $f(x, y) = f(p, \theta)$. On suppose que angle θ tourne d'une valeur ϕ_0 . La transformation de Radon est calculée facilement à partir de la transformation de Radon de $f(x, y)$.

$$\begin{aligned} g(p, \theta) &= f(p, \theta - \phi_0) \\ \Rightarrow \check{g}(p, \theta) &= \check{f}(p, \theta - \phi_0) \end{aligned}$$

Le cas particulier de cette propriété est $\phi_0 = \pi$, alors

$$\check{f}(p, \theta) = \check{f}(p, \theta - \pi) \quad \forall p \in R$$

Grâce à la propriété de rotation, il suffit de collecter des projections dans une période de π . Elle permet ainsi de diminuer d'une moitié de données et de temps de traitement dans la phase de projections quand on réalise la technique de la tomographie X.

3. Exemple de la transformation de Radon

Nous présentons dans cette section un exemple très connu dans la théorie de Radon qui s'appelle *le fantôme tête* de Shepp et Logan. On l'a utilisé comme une norme pour simuler la précision des différents algorithmes de projection et de reconstruction. L'image dans Figure 3-1 montre un fantôme tête qui se compose de dix ellipses de tailles différentes. Les paramètres de ces ellipses sont fournis dans Figure 3-1.

Le majeur avantage d'utilisation du fantôme tête dans la simulation du programme de projection et de reconstruction est que ce dernier a une structure similaire à la structure de la tête humaine. Donc, on peut tester les algorithmes sur cette tête pour obtenir les résultats à proximité des résultats dans la réalité sans risque de faire du mal au patient. De plus, la tête de Shepp et Logan est un bon exemple pour l'analyse de la théorie de projection de Radon. Elle démontre très fortement la propriété linéaire de la transformation de Radon. Simplement, la projection de cette image est la somme de projection de chaque ellipse dans l'image. Pour cette raison, on ne calcule que la projection d'un disque d'unité. Puis, la transformation de Radon des ellipses peut être déduite facilement à partir de la transformation de Radon de ce disque d'unité. On va observer ensuite un exemple du calcul de la transformation de Radon d'un disque d'unité.

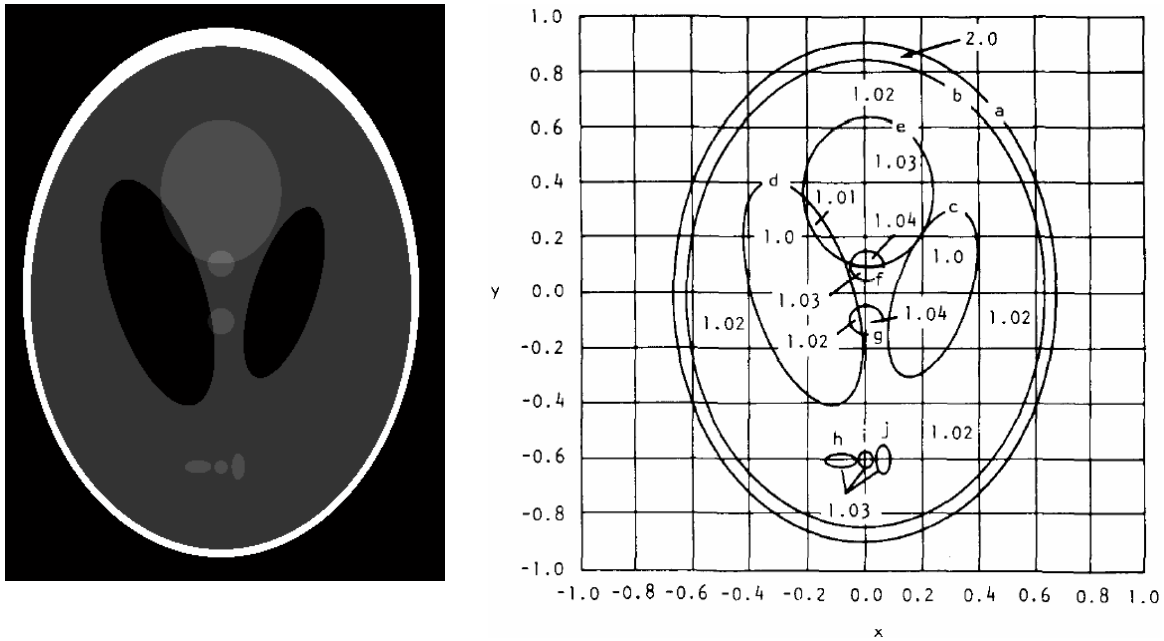


Figure 3-1 Le fantôme tête de Shepp-Logan et ses paramètres

Soit $f(x, y)$ la fonction d'un disque d'unité. On note la formule de ce disque sous la forme

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$$

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + y^2 & |x| \leq 1 \wedge |y| \leq 1 \quad (\text{A l'intérieur de disque}) \\ 0 & |x| > 1 \vee |y| > 1 \quad (\text{A l'extérieur de disque}) \end{cases}$$

La transformation de Radon de $f(x, y)$ avec $p \in (-\infty, +\infty)$, $\theta \in [0, 2\pi)$ est :

$$(Rf)(\theta, p) = \int_{-\infty}^{+\infty} (p^2 + q^2) dq$$

En résolvant l'équation $p^2 + q^2 = 1$ on obtient $q = \pm \sqrt{1 - p^2}$

On applique Formule (2.8) pour limiter la transformation de Radon dans un domaine D $[-\sqrt{1 - p^2}, +\sqrt{1 - p^2}]$, alors

$$Rf(\theta, p) = \int_{-\sqrt{1-p^2}}^{\sqrt{1-p^2}} (p^2 + q^2) dq$$

$$\Rightarrow Rf(\theta, p) = \begin{cases} 2\sqrt{1-p^2} & |p| \leq 1 \\ 0 & |p| > 1 \end{cases}$$

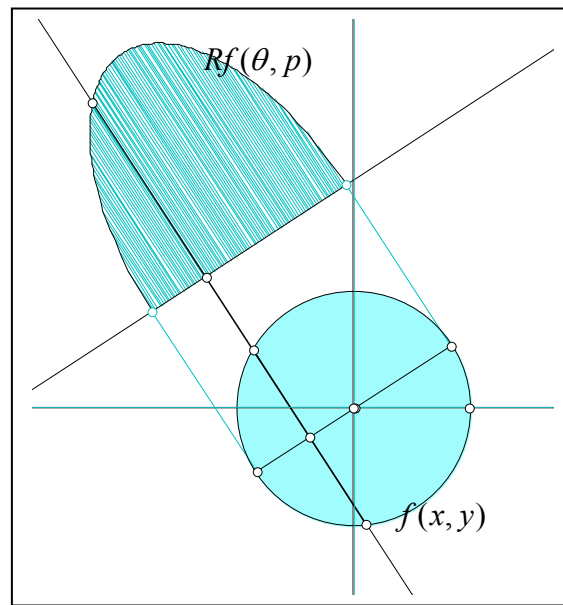


Figure 3-2 La projection du disque d'unité à un angle θ fixé

Figure 3-3 illustre le sinogramme correspondant de la transformation de Radon du fantôme tête de Shepp-Logan.

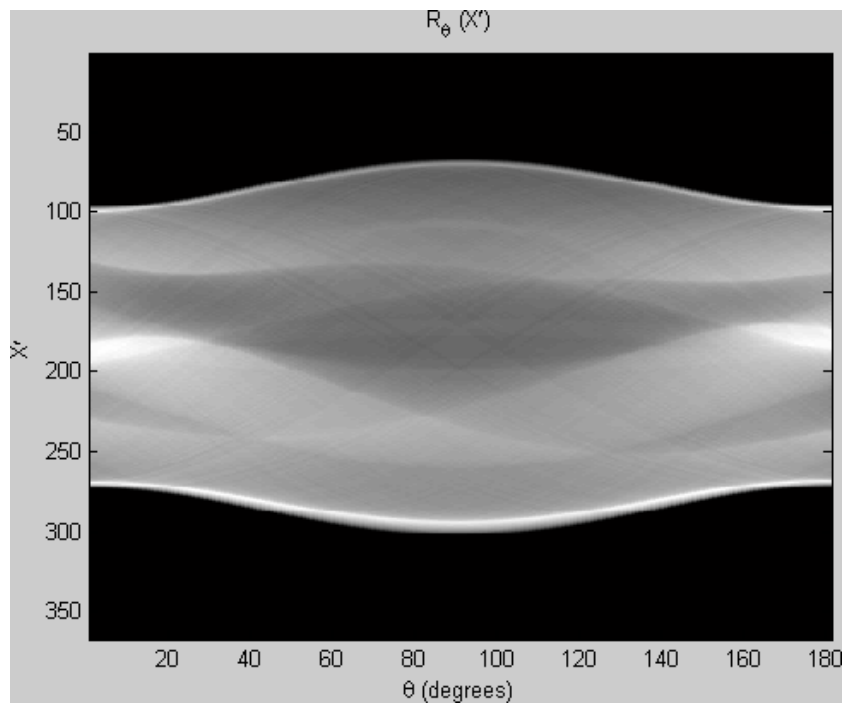


Figure 3-3 Sinogramme du fantôme tête de Shepp-Logan.

4. Relations avec les autres transformations

4.1. Radon et la transformation de Fourier

En 1917, Radon a établi un lien entre une fonction $f(x, y)$ et ses projections $g(\theta, s) = (Rf)(s, \theta)$ dans son très célèbre papier. Cette relation est connue sous le nom *théorème du profil central*¹ :

$$(F_1 g)(\theta, \sigma) = (F_2 f)(\sigma \vec{\theta})$$

Dans cette formule, $(F_1 g)(\theta, \sigma)$ représente la transformation de Fourier 1D (unidimensionnel) de la transformation de Radon $g(\theta, s)$ par rapport à s :

$$F_1(g)(\theta, \sigma) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2i\pi\sigma s} g(\theta, s) ds$$

et $(F_2 f)(\sigma \vec{\theta})$ est la transformée de Fourier 2D (bidimensionnels) de $f(x, y)$

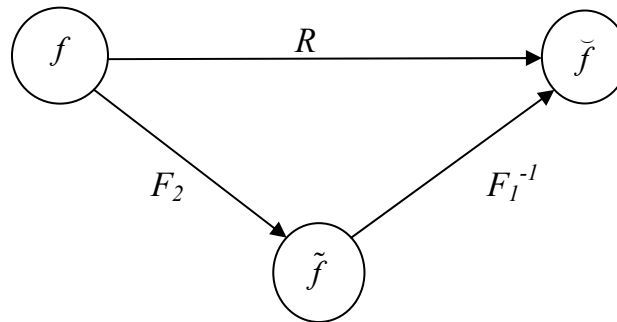


Figure 4-1 Démonstration de la relation entre la transformation de Radon et la transformation de Fourier dans l'espace de deux dimensions.

On peut énoncer le *théorème du profil central* comme suit :

Théorème : La transformation de FOURIER de la projection de $f(x, y)$ à un angle θ est identique à la transformation de FOURIER 2D de $f(x, y)$ le long de la ligne de direction $\vec{\theta}$ qui passe par l'origine dans le domaine fréquentiel de $f(x, y)$.

Nous allons discuter plus en détail de ce théorème dans Chapitre 3 « *Reconstruction en géométrie parallèle* ». Nous illustrerons comment on peut reconstruire l'image à partir de ses mesures de l'intégrale de ligne en utilisant le *théorème du profil central*. Vous trouveriez ainsi la discussion de la transformation de Fourier dans Annexe A.

¹ Fourier Slice Theorem

4.2. Radon et la transformation de Hough

En 1962, Hough a développé un algorithme de la transformation pour détecter les droites dans les images numériques. Actuellement, la transformation de Hough a été utilisée comme la plus efficace transformation dans les problèmes d'analyse d'image. Cependant, on a montré qu'elle est simplement un cas particulier de la transformation de Radon¹.

L'idée principale de la transformation de Hough ou de Radon se base directement sur la définition de la ligne dans ces transformations. On reprend la Formule (2.2) pour définir la fonction $f(x, y)$ d'une droite L au point intéressé $\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)$ ce qui rend une courbe de la sinusoïdale

$$p = x_0 \cos \theta + y_0 \sin \theta$$

dans le domaine (p, θ) (voir Fig. 4-2).

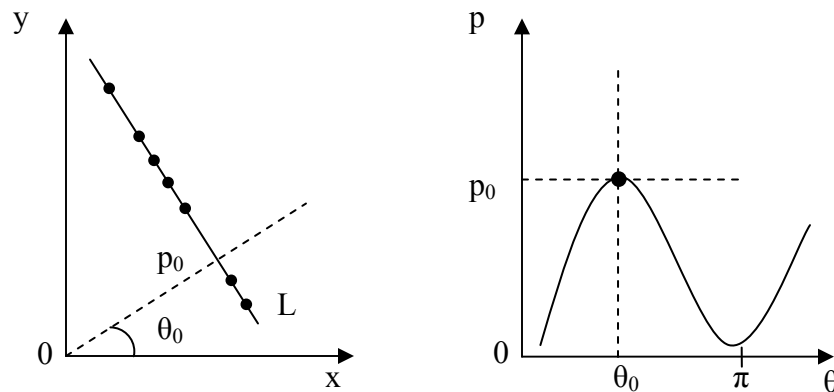


Figure 4-2 La relation entre ligne et point dans la transformation de Hough. Un point objet dans plan (x, y) rend à une courbe sinusoïdale dans plan (p, θ) . Inversement, un point dans plan (p, θ) sert à identifier une ligne dans plan (x, y) .

Par contre, tous les points, qui sont arrangé linéairement au long d'une droite dans plan (x, y) avec les valeurs p_0 et θ_0 uniques, correspondent à des courbes sinusoïdales dans plan (p, θ) . Ces sinusoïdes se croisent au même point : $(p, \theta) = (p_0, \theta_0)$ dans espace $p\theta$. Donc, si on choisit une méthode convenable pour dessiner fonction \tilde{f} dans l'espace de p et θ , la transformation de Radon peut être considérée comme une transformation de ligne en point. Figures 4-3 et 4-4 illustrent la transformation d'une ligne dans espace xy en un point dans espace de paramètre $p\theta$ (ou l'espace de Radon).

¹ La démonstration peut trouver dans un papier paru en 1981 par S R. Deans : « *Hough transform from the Radon transform* »

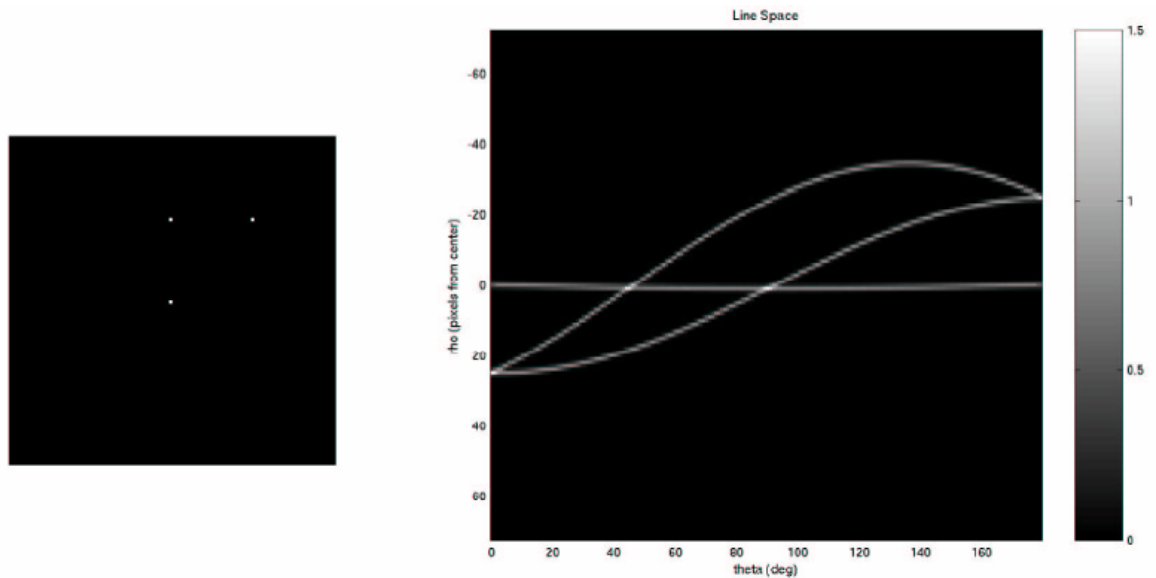


Figure 4-3 Sinogramme pour un objet de 3 points. Chaque point dans espace xy est transformé en une sinusoïde dans espace $p\theta$.

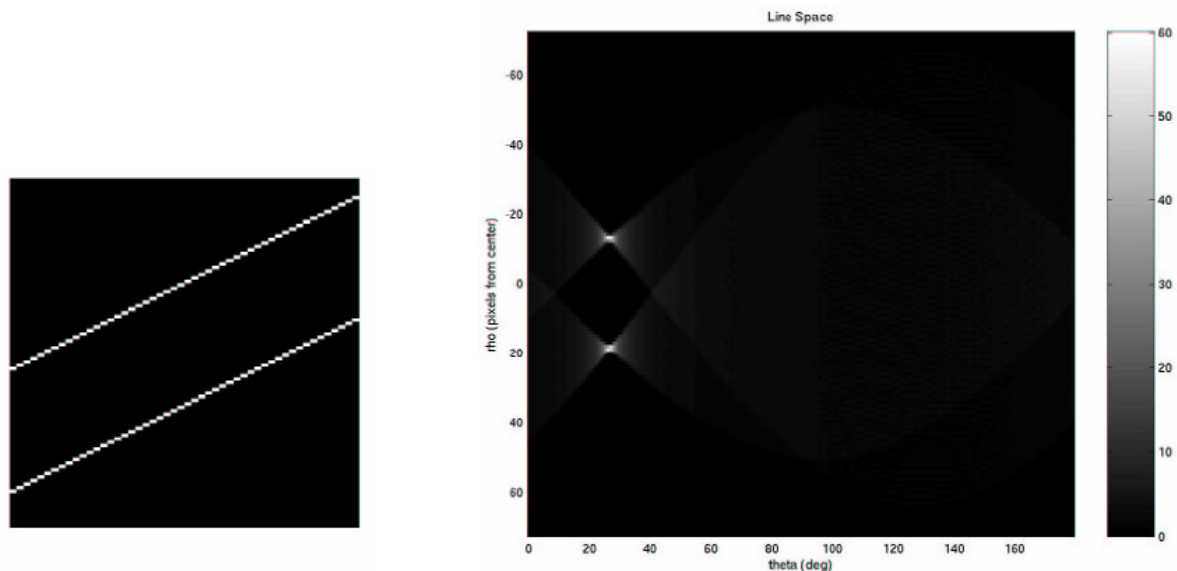


Figure 4-4 La transformation d'une ligne dans plan (x, y) en un point dans plan (p, θ) . Pour identifier une ligne dans plan xy il suffit de détecter un peak¹ dans le sinogramme de la transformation de cette ligne.

Aujourd'hui, la transformation de Radon ne se limite plus à la détection de ligne comme la transformation de Hough. L'idée de cette transformation a été élargie à la détection la courbe en général et même de la structure d'un objet dans une image bruitée. Simultanément, l'application de la transformation de Radon est ouverte aux domaines de l'analyse de scène, la vision par ordinateur et la compression de l'image ...

¹ Un point qui a la valeur maximum locale dans espace de paramètre $p\theta$

5. Algorithme de la transformation de Radon

L'algorithme suivant montre comment on calcule la transformation de Radon d'une fonction $f(x, y)$ avec la valeur déterminée de s et de θ .

Algorithme :

- Entrée : fonction $f(x, y)$, angle θ , déplacement s
 - Sortie : la valeur de la transformation de Radon
1. Calcul des deux points d'intersection q_1 et q_2 entre ligne $L(s, \theta)$ et courbe $f(x, y)$.
 2. Remplacement de x, y par les formules suivantes dans $f(x, y)$:

$$x = \cos(t) * \cos(\theta) - \sin(t) * \sin(\theta)$$

$$y = \cos(t) * \sin(\theta) + \sin(t) * \cos(\theta)$$
 3. Calcul de l'intégrale de fonction $f(x, y)$ dans segment $[q_1, q_2]$

Le coût de cet algorithme est de $O(n)$

On réalise cette fonction en MATLAB comme suit :

Table 5-1 : CODE MATLAB

```
Function rad=radon(fxy, theta, p)

syms x y t I

fxp=sym(fxy);
fxy0='';
i=1;
n= findstr(fxy, '=');

while i<n
    a=fxy(i);
    fxy0=strcat(fxy0,a);
    i=i+1;
end

fxp=sub(fxp,y,p); %remplacement y par p dans fxp
[q]=solve(fxp,x); %calcul des deux d'intersection q1
et q2
ftheta=subs(sym(fxy0),{x,y},
    {cos(t)*cos(theta)-sin(t)*sin(theta),
    {cos(t)*sin(theta)+sin(t)*cos(theta)}});
gtheta=int(ftheta,t,q[2],q[1]); %calcul de l'integral
de fxy dans segment [q1,q2]
rad=gtheta; %cacul de la valeur de transformation de
radon
```

6. La transformation de Radon d'une image numérique

6.1. Définition

La présentation d'une image numérique est souvent sous forme d'un rectangle dans l'espace \mathbf{R}^2 . Ce rectangle a la taille de $N \times M$ où N est la largeur et M est la hauteur. La plus petite unité dans une image numérique est appelée un *pixel*¹. Chaque pixel est représenté par un carré d'unité de taille h (cette valeur dépend de la résolution des dispositifs de visualisation spécifique). Chaque pixel comporte ainsi une valeur réelle ou entière pour indiquer l'intensité de couleur de ce pixel.

Il existe en courant deux types d'image numérique principaux :

- Image couleur : chaque pixel est codé par 3 octets : Rouge – Vert – Bleu (Fig. 6-1).
- Image de niveaux de gris : chaque pixel a une valeur entre 0 (noir) et 255 (blanc).

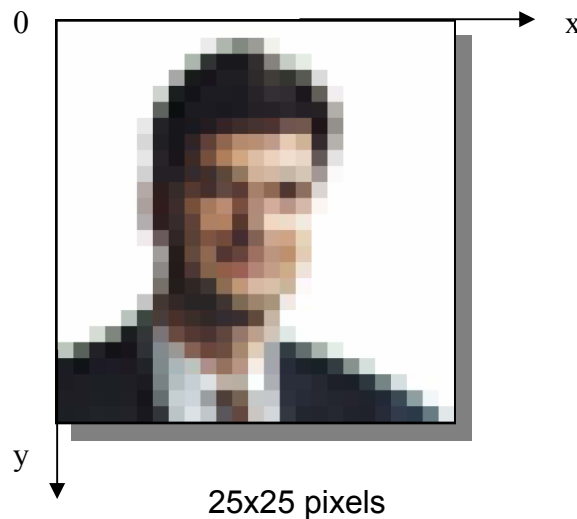


Figure 6-1 Représentation d'une image couleur numérique et son système de coordonnées

Dans cette partie, on s'intéresse plus au deuxième type d'image et à la présentation réelle du niveau de gris de pixel. Pour calculer la transformation de Radon d'une image, on n'a pas besoin de calculer la transformation de Radon pour tous les pixels de l'image. Grâce aux propriétés de linéarité de transformation de Radon, on n'effectue que le calcul pour un seul pixel représentatif de l'image. C'est-à-dire on calcul la transformation de Radon Rf d'un carré d'unité $f(x, y)$, centre O , arrête h .

¹ pixel : *picture element*

6.2. La transformation de Radon d'un carré d'unité

Figure 6-2 illustre fonction f d'un carré d'unité dans plan xy . On observe que ce carré a une forme symétrique au premier huitième angle. Donc, on va examiner ce carré dans une longueur de $\pi/4$. On divise le problème en deux cas particulier de l'angle de projection avec $\theta = 0$ et $0 < \theta \leq \pi/4$. Le reste de carré peut être déduit facilement à partir de ces résultats par la propriété de rotation de transformation de Radon comme suit :

$$\Rightarrow \check{g}(p, \theta) = \check{f}(p, \theta - \phi_0), \quad \forall p \in R, \quad \theta \in [0, \pi)$$

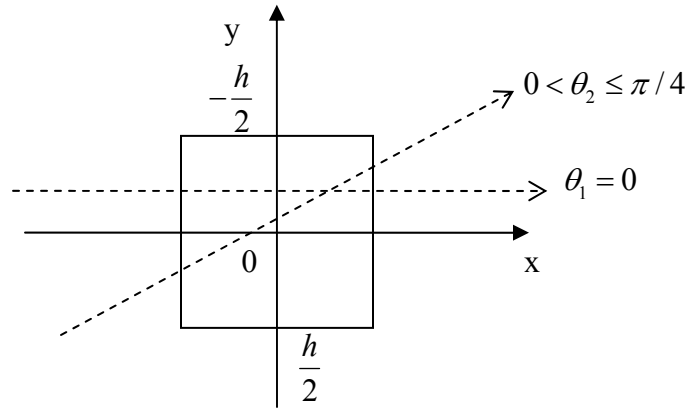


Figure 6-2 Illustration de la projection d'un carré d'unité.

Pour $\theta = 0$, on a :

$$(Rf)(p, \theta) = \begin{cases} h & \forall p \in [-h/2, h/2] \\ 0 & \forall p \notin [-h/2, h/2] \end{cases} \quad (2.9)$$

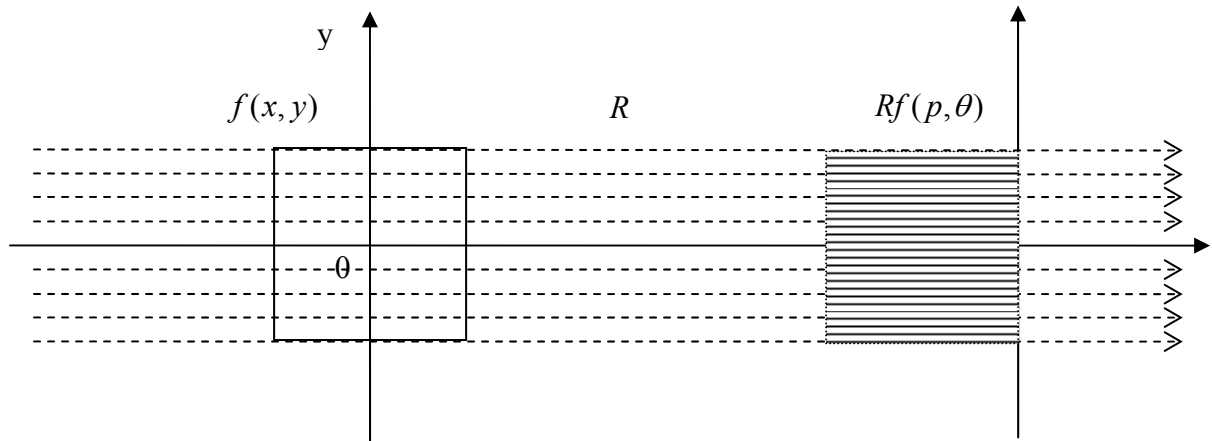


Figure 6-3 Projection à l'angle $\theta = 0$

Pour $0 < \theta \leq \pi/4$, soient t_1, t_2 les deux points d'intersection de fonction f et la projection à angle θ , $t_1 = (\cos(\theta) - \sin(\theta))h/2$, $t_2 = (\cos(\theta) + \sin(\theta))h/2$. Donc, on a :

$$(Rf)(p, \theta) = \begin{cases} h / \cos(\theta) = h^2 / (t_1 + t_2) & p \in [-t_1, t_1]; \\ h^2 (t_2 - |p|) / (t_1^2 + t_2^2) & p \in (-t_1, t_2]; \\ 0 & p \notin [-t_1, t_1]. \end{cases} \quad (2.10)$$

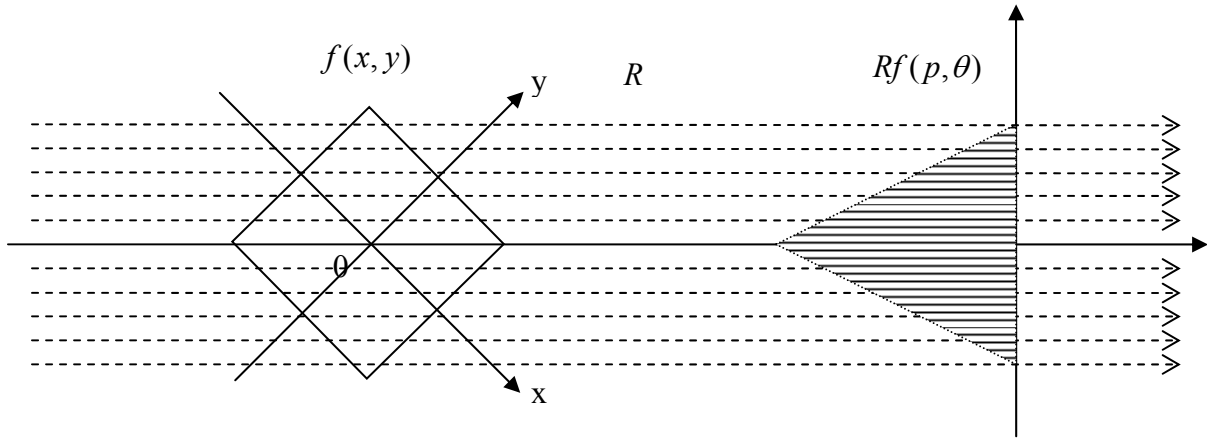


Figure 6-4 Projection à l'angle $\theta = \pi / 4$

Finalement, on complète le résultat de la transformation de Radon d'un carré d'unité dans une période de π .

$$(Rf)(p, \theta) = \begin{cases} (Rf)(p, \pi/2 - \theta), & \forall p \in R, \theta \in (\pi/4, \pi/2] \\ (Rf)(p, \theta - \pi/2), & \forall p \in R, \theta \in (\pi/2, 3\pi/4] \\ (Rf)(p, \pi - \theta), & \forall p \in R, \theta \in (3\pi/4, \pi] \end{cases} \quad (2.11)$$

À partir de ces résultats, on peut donc calculer la transformation d'une image numérique dans la géométrie de projection en parallèle. Par ailleurs, ces résultats sont également utiles pour le problème de reconstruction de la fonction f d'un carré d'unité en utilisant la transformation de Radon inverse.

7. Projection en géométrie parallèle

7.1. Géométrie parallèle

La géométrie parallèle se compose de nombreuses projections fixées au plan parallèle. Ces projections sont équidistantes. Par exemple, dans un système de la Tomographie X qui contient de n source d'émissions et de n détecteurs, donc, on doit faire également n projections dans la géométrie parallèle (Fig. 7-1).

En pratique, une image I est entourée par un disque d'unité pour que cette image soit à support compact dans le domaine $[-1,1] \times [-1,1]$. Quand l'image I tourne d'un angle θ , la projection Δp qui passe le pixel $I_{x,y}$, doit satisfaire l'équation suivante

$$p = x \cos(\theta) + y \sin(\theta)$$

où $1 \leq x \leq N$ et $1 \leq y \leq M$. On choisit souvent pour la taille d'une image un nombre exponentiel de 2. Par exemple $N=M=64$ pour la première version de la tomographie X et $N=M=256$ ou 512 pour les scanners commerciaux actuels.

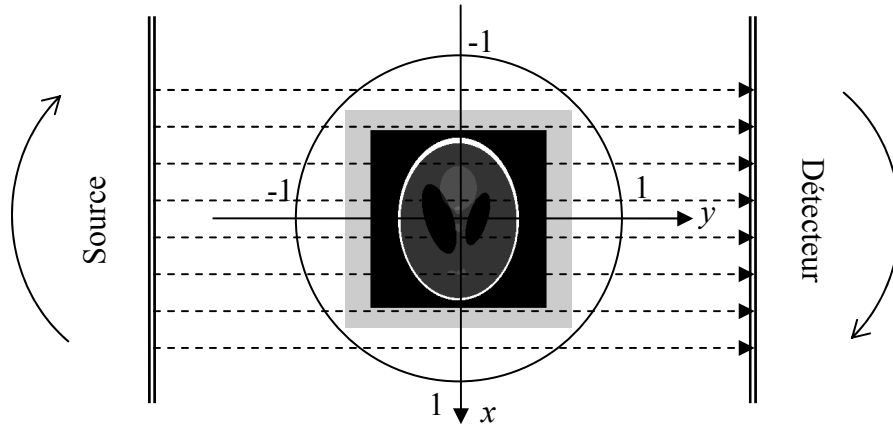


Figure 7-1 La géométrie de projection en parallèle du fantôme tête de Shepp-Logan.

Soient Nt le nombre d'angle de projection et Np le nombre de projection à un angle θ fixé. Les mesures de la transformation de Radon pour tout l'angle de projection θ dans une longueur de π sont :

$$G = \{(p, \theta) / p = x \cos(\theta) + y \sin(\theta), 1 \leq x \leq N, 1 \leq y \leq M, 0 \leq \theta < \pi\} \quad (2.12)$$

Si image I a la taille $N \times M$, alors Np est calculée par la formule suivante:

$$Np = \lceil \sqrt{N^2 + M^2} \rceil + 1$$

En effet, si on collecte toutes les projections d'image I , on peut former une matrice de projection (ou matrice de Radon) avec deux dimensions alternatives de taille Np et Nt . Cette matrice est très utile dans de nombreuses tâches de traitement numérique comme location des *peaks*, identification des échanges d'image, comparaison de deux images par leurs matrices de Radon...

Enfin, soit $I(x, y)$ le niveau de gris du pixel (x, y) . On a la transformation de Radon d'image I comme suit

$$G(p, \theta) = \sum_{x=1}^M \sum_{y=1}^N I(x, y) \quad (2.13)$$

7.2. Algorithme de la projection

On réalise l'algorithme de projection d'une image I en géométrie parallèle comme suit

Algorithme :

- Entrée : Image I , angle θ
 - Sortie : la matrice de transformation à angle θ
1. $[M, N] = \text{size}(I)$
 2. $Nt = \text{length}(\text{theta})$
 3. $Np = \lceil (\sqrt{M^2 + N^2}) \rceil + 1$
 4. $G = \text{zeros}(Np, Nt)$
 5. $t = 1$
 6. *If* $t > Nt$ *End.*
 7. $\text{angle} = [\text{theta}(t) * \pi] / 180$
 8. $x = 1$
 9. *If* $x > M$ *goto* 19
 10. $y = 1$
 11. *If* $y > N$ *goto* 17
 12. $p = \lceil x \cos(\text{angle}) + y \sin(\text{angle}) \rceil$
 13. $G(\theta, p) = G(\theta, p) + I(x, y)$
 14. $y = y + 1$
 15. *Return* 12
 16. $x = x + 1$
 17. *Return* 10
 18. $t = t + 1$
 19. *Return* 7

Le coût de cet algorithme est de $O(Nt) \times O(M) \times O(N) \sim O(n^3)$

8. Conclusions et perspectives

Dans ce chapitre, nous avons étudié des notions mathématiques de la théorie classique de Radon. Trois propriétés importantes de cette transformation sont ainsi considérées dans la deuxième section. Ces propriétés permettent de réaliser la théorie de Radon plus efficace car elle diminue d'une moitié les données requises dans une période et accélère le temps de traitement simultanément.

Pour illustrer l'application de la transformation de Radon, nous réutilisons l'exemple bien connu dans le domaine de Tomographie X : la transformation du fantôme tête de Shepp-Logan. Cet exemple permet de vérifier la précision de l'algorithme de projection et ainsi de reconstruction testée. En vue de faciliter le calcul, on désintègre la tête en plusieurs ellipses de tailles différentes. Puis, on n'effectue que le calcul sur un disque d'unité. Enfin, en se basant sur le résultat obtenu et les propriétés de Radon, on déduit facilement la transformation des autres ellipses.

Dans Section 4, nous avons abordé les relations de transformation de Radon avec les autres transformations comme la transformation de Fourier et la transformation de Hough. En effet, ces relations sont très importantes pour le développement de la théorie de Radon. Particulièrement, la transformation de Fourier joue un rôle très décisif dans le processus de reconstruction d'image à partir des projections qu'on va étudier dans le chapitre suivant.

Dans la dernière partie du chapitre, nous avons expliqué l'application de la transformation de Radon dans le problème très vivant de la technique Tomographique X. C'est le calcul de transformation de Radon d'une image numérique, notamment dans la géométrie de projection en parallèle. C'est une étape indispensable de la préparation des données pour le problème de reconstruction d'image dans Chapitre 3.

Comme nous avons introduit dans Chapitre 1, la technologique de Tomographie X ne cesse pas d'évoluer. Elle conduit à l'évolution de la projection en différentes géométries comme géométrie d'éventail et géométrie conique. En fait, les développeurs s'intéressent plus à la projection en géométrie d'éventail qu'à la projection en géométrie parallèle car celle-là est naturellement plus proche de la réalité et peut dériver les résultats de la projection en géométrie parallèle. Dans le cadre de ce mémoire, nous n'avons pas l'intention de l'étudier profondément. Cependant, c'est la cible du développement de ce mémoire dans le futur.