



Université
de Toulouse

THESE

En vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

Délivré par *l'Université Toulouse III – Paul Sabatier*
Discipline ou spécialité : *Radiophysique et Imagerie Médicales*

Présentée et soutenue par *Julie BENECH*
Le 15 Décembre 2008

SPÉCIFICITÉ DE LA MISE EN ŒUVRE DE LA TOMOGRAPHIE DANS LE DOMAINE DE L'ARC ÉLECTRIQUE – VALIDITÉ EN IMAGERIE MÉDICALE

JURY

Président

Georges ZISSIS

Professeur, Université Paul Sabatier, LAPLACE

Rapporteurs

Isabelle GARDIN

Physicienne médicale, Centre H. Becquerel, Rouen

Jean-François COUDERT

Professeur, Université de Limoges, SPCTS

Membres

Jean-Jacques GONZALEZ

Directeur de Recherche CNRS, LAPLACE

Pierre FRETON

Maitre de Conférence, Université Paul Sabatier, LAPLACE

Hanna KAFROUNI

Dosisoft, Paris

Pierre GANTEL

Laboratoire de Biophysique, Purpan, Toulouse

Xavier FRANCERIES

Maitre de Conférence, Université Paul Sabatier, INSERM

Olivier CASELLES

Physicien médical, Institut C. Regaud, Toulouse

Ecole doctorale : *Génie Electrique Electronique Télécommunications*

Unité de recherche : *LAPLACE, UMR 5213*

Directeur(s) de Thèse : *Jean-Jacques GONZALEZ, Pierre FRETON*

A mes parents,

A mes sœurs,

A Vincent

Remerciements

Ce travail a été réalisé au sein de l'équipe « Arc Électrique et Procédés Plasmas Thermiques » du Laboratoire Plasma et Conversion d'Energie (LAPLACE) de Toulouse.

Je tiens tout d'abord à exprimer ma profonde gratitude à Monsieur Jean-Jacques Gonzalez, Directeur de Recherche au CNRS, et à Monsieur Pierre Freton, Maitre de Conférence à l'Université Paul Sabatier, qui ont tous deux dirigés mes travaux de thèse. Leur disponibilité, leur grande pédagogie ont permis l'aboutissement de cette thèse. Je les remercie pour leur sympathie et pour la confiance qu'ils ont su m'accorder dans la réalisation de ce travail.

Je souhaite ensuite exprimer tous mes plus vifs remerciements à Madame Isabelle Gardin, Physicienne Médicale au Centre Henri Becquerel de Rouen et Monsieur Jean-François Coudert, Professeur de l'Université de Limoges, pour m'avoir fait l'honneur d'accepter d'être rapporteurs de mes travaux de thèse. Je les remercie pour leurs précieuses remarques qui n'ont que permis l'amélioration de ce manuscrit.

Merci également à tous les membres du jury qui m'ont fait l'honneur de leur présence lors de ma soutenance. Je remercie sincèrement Monsieur Georges Zisis, Professeur de l'Université Paul Sabatier, pour avoir accepté de présider ma soutenance de thèse (et pour la découverte de petits coins typiques de Grèce). Merci également à Monsieur Pierre Gantet, qui m'a aussi fourni les images scintigraphiques de fantôme et pour les discussions sur la MART, à Xavier Franceries pour le vif intérêt qu'il a montré à l'égard de mes travaux de thèse, notamment expérimentaux et pour les multiples et judicieux conseils qu'il a pu me prodiguer, à Monsieur Hana Kafrouni, Président de la société Dosisoft ainsi qu'à Monsieur Olivier Caselles, physicien médical à l'Institut Claudius Regaud. Merci à tous pour l'intérêt qu'ils ont pu porter à mes travaux et à la lecture de mon manuscrit ainsi que pour leurs remarques pertinentes.

Je n'oublie pas non plus toutes les personnes sans qui la mise en œuvre du dispositif expérimental n'aurait pu être possible ; un grand merci à Pierre Fort,

technicien CNRS pour la fabrication des nombreuses et diverses pièces mécaniques ou autres qui ont été nécessaires ainsi que pour toute l'aide qu'il a pu m'apporter au cours de ces trois années. Merci également à Jacques Salon, ingénieur de recherche, Nordine Ouahabi et Franck Mosser, assistants ingénieurs du laboratoire Laplace.

Un merci particulier à Jacques Rolland qui a participé à l'installation de ma manip au début de ma thèse, avant de partir à la retraite mais qui en a néanmoins constamment suivi l'évolution au cours de mes trois années de thèse ; je le remercie pour ses conseils, sa très bonne humeur ainsi que pour l'organisation des repas !

Je tiens aussi à remercier l'ensemble des membres de l'équipe AEPPT pour le chaleureux accueil au sein de l'équipe, pour leur sympathie et pour leur aide : Alain Gleizes, Yan Cressault ainsi que Vanessa, Philippe Teulet et Manitra Razafinimanana et particulièrement Mathieu Masquère pour toute son aide, ses conseils et pour avoir laissé un peu de ses yeux lors d'une des manips...

Je remercie particulièrement mes collègues de bureau, Marie-Emilie Rouffet, pour les pauses thé, Hugues Hingana, mon collègue de commérages, ainsi que Gaelle Escallier. Merci aussi aux autres doctorants qui se sont aussi succédés au sein de l'équipe, notamment François et Rhiad.

Merci à tous mes amis pour les week-ends et soirées « décompression » : Céline et Yo, Laure et Nico, Anne et Raph, Anne-Laure et Éric et Julie du fin fond de la Malaisie à l'époque... ainsi que Julia et Éliane avec qui je me suis embarquée dans les mêmes aventures « thésesques »...

Enfin, je remercie particulièrement mes parents qui m'ont toujours entièrement soutenus et encouragés, pendant ma thèse mais aussi pour toutes mes études, ainsi que mes sœurs Marielle et Pauline. Merci également à Jérôme ainsi qu'au petit Martin, et à tout le reste de ma famille. Et merci à Vincent qui m'a soutenue (et supportée !), et remotivée lors des grands moments de découragements au cours de ces trois années.

AUTEUR : Julie Bénech

TITRE : Spécificité de la mise en œuvre de la tomographie dans le domaine de l'arc électrique
– Validité en imagerie médicale

DIRECTEURS DE THESE : Jean-Jacques Gonzalez, Pierre Freton, Université Paul Sabatier,
LAPLACE, UMR 5213

DATE ET LIEU DE SOUTENANCE : 15 Décembre 2008, Toulouse

RESUME :

Ce travail est consacré à la mise en œuvre expérimentale de la reconstruction tomographique d'un plasma thermique 3D créé par arc électrique. Le principal objectif consistait à développer une méthode de caractérisation expérimentale de plasmas non axisymétriques basée sur la spectroscopie d'émission, permettant en outre la validation de modèles 3D de plasma en écoulement.

La technique de tomographie que nous employons est empruntée au domaine de l'imagerie médicale. La spécificité de la tomographie appliquée à l'arc électrique réside dans le nombre d'angles de projection accessibles qui est très réduits : 4 angles dans notre cas contre typiquement 64 projections en imagerie médicale.

L'originalité de notre méthode réside dans le fait que nous effectuons, grâce à notre dispositif expérimental, des acquisitions expérimentales résolues à la fois spectralement, pour la détermination de la température à partir de techniques basées sur l'intensité d'une raie atomique, et spatialement afin d'effectuer une acquisition simultanée du rayonnement émis par le plasma sur toute sa largeur et donc de reconstruire entièrement une section transversale du plasma.

Un dispositif expérimental de tomographie à quatre vues d'un plasma thermique a été développé et mis en œuvre. Nous démontrons la possibilité, grâce à ce dispositif, de caractériser un plasma non axisymétrique en reconstruisant une cartographie 3D des valeurs de la température. Finalement, notre méthode tomographique est testée à partir de données d'imagerie médicale acquises en tomographie par émission mono-photonique (TEMP). Les résultats ainsi obtenus nous ont permis de valider notre méthode sous certaines conditions d'utilisation.

MOTS-CLES : plasma thermique, tomographie, 3D, émissivité, température, caractérisation expérimentale, spectroscopie d'émission, algorithme algébrique itératif, imagerie médicale

DISCIPLINE ADMINISTRATIVE : Radiophysique et Imagerie Médicales

LABORATOIRE :

Laboratoire LAPLACE, UMR 5213, 118 route de Narbonne, Bât. 3R2, 31062 Toulouse
Équipe Arc Électrique et Procédés Plasma Thermique

AUTHOR : Julie Bénech

TITLE: Specificity of the tomography implementation in electric arc domain – Validity in medical imaging

DIRECTOR OF SEARCH: Jean-Jacques Gonzalez, Pierre Freton, Université Paul Sabatier, LAPLACE, UMR 5213

DATE AND PLACE OF PH.D. PRESENTATION: 15th December 2008, Toulouse

SUMMARY:

The aim of these works was to implement a new experimental method to characterize 3D thermal plasmas by emission spectroscopy. The method used is based on tomographic technique which is widely used in medical imaging nowadays. However, tomography that we have developed and applied to electric arc is specific as the number of accessible projections angles is strongly limited: 4 projections our case against basically 64 in medical imaging.

The particularity of our experimental tomographic system is that measurements are resolved both spectrally and spatially. The spectral resolution is necessary to determine the temperature values from method based on atomic line intensity. The spatial resolution is needed to simultaneously acquire the whole width of the plasma and so to reconstruct a whole cross-section in only one acquisition.

One of the principal objective was to realize the experimental system of four-view tomography for thermal plasmas. Thanks to this device, we showed that the characterization of non-axisymmetric plasma is possible and that it enables to reconstruct 3D temperature maps.

Finally, our tomographic method is applied with medical imaging data acquired in SPECT (Single Photon Emission Computed Tomography). These tests allowed validating the use of our tomographic reconstruction technique in SPECT, particularly the used iterative algebraic algorithm and the limited-view configuration.

KEYWORDS: thermal plasma, tomography, 3D, emissivity, temperature, experimental characterization, emission spectroscopy, iterative algebraic algorithm, medical imaging

ADMINISTRATIVE TOPIC: Medical Radiophysic and Imaging

LABORATORY:

LAPLACE, Paul Sabatier University UMR 5213, 118 route de Narbonne, Bât. 3R2, 31062 Toulouse

TABLE DES MATIÈRES

<u>INTRODUCTION GÉNÉRALE</u>	17
<u>Chapitre 1 :</u>	
<u>LA TOMOGRAPHIE : DÉFINITIONS, RÉSOLUTIONS et APPLICATIONS</u>	23
Introduction	25
I. Problèmes directs, problèmes inverses	25
1. Introduction sur la problématique inverse :	25
2. Les problèmes inverses, des problèmes mal posés :	26
3. La problématique inverse en imagerie :	27
II. Principe théorique de la tomographie	30
1. Définition et principe :	30
2. La tomographie, principe de base et méthodes de résolution :	32
2.1. Principes de base de la tomographie :	32
2.2. Les méthodes analytiques de reconstruction tomographique :	35
2.3. Les méthodes itératives de reconstruction tomographique :	40
2.4. Avantages et inconvénients des méthodes analytiques et itératives :	48
2.5. Les principaux algorithmes de reconstruction itérative :	50
3. Le traitement des images – le filtrage :	53
3.1. Le filtrage en tomographie :	54
III. Les applications de la tomographie	56
1. La tomographie appliquée aux plasmas :	56
1.1. La tomographie appliquée à la fusion nucléaire/ plasmas chauds :	57
1.2. La tomographie appliquée aux plasmas thermiques :	59
1.3. Problématique pour les plasmas thermiques tridimensionnels :	63
2. La tomographie appliquée à l'imagerie médicale :	67
2.1. Historique :	67
2.2. Quelles modalités d'imagerie et quels paramètres physiques associés ?	68
2.3. Principe de l'imagerie tomographique médicale en TEMP :	70
3. Conclusion :	71
IV. Parallèle entre la tomographie médicale et la tomographie des plasmas thermiques – Objectifs	72

Conclusion	75
-------------------	-----------

Chapitre 2 :

**CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE D'UN PLASMA THERMIQUE : APPORT
DE LA TOMOGRAPHIE – ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DE LA « MART » 77**

Introduction	79
I. Composition d'un plasma	79
1. Les lois de l'équilibre thermodynamique total :	80
2. L'équilibre thermodynamique local :	82
II. Spectroscopie d'émission	83
1. Émission du rayonnement d'un plasma :	84
1.1. Le continuum :	85
1.2. Le spectre de raies :	86
2. Les méthodes de diagnostic de spectroscopie d'émission :	86
III. Les méthodes d'inversion	89
1. L'inversion d'Abel :	91
1.1. La méthode de Mermet et Robin :	92
1.2. La méthode de Jaffe :	92
2. La tomographie :	94
2.1. Choix de l'algorithme :	95
2.2. Les différentes étapes de la mise en œuvre de l'algorithme de reconstruction tomographique :	96
2.3. Un exemple de reconstruction tomographique par l'algorithme MART à deux angles de vue à 90° :	103
3. Une étude comparative théorique entre la MART et l'inversion d'Abel à partir des données d'un modèle d'arc tridimensionnel :	106
3.1. Inversion d'Abel :	109
3.2. Tomographie :	111
3.3. Bilan en température :	111
IV. Etudes paramétriques théoriques de l'algorithme MART	114
1. Influence de l'ordre et du classement des angles de visées en sous-ensembles ordonnés pour la convergence :	114
1.1. Objet test n°1 : la gaussienne centrée	117
1.2. Objet test n°2 : l'objet asymétrique	122
1.3. Conclusion :	127

2. Influence du nombre de vues sur la reconstruction tomographique :	128
2.1. Objet test n°1 : la gaussienne centrée	129
2.2. Objet test n°2 : l'objet asymétrique	131
2.3. Influence de la répartition angulaire totale :	134
2.4. Conclusion :	136
3. Etude de la finesse de la reconstruction tomographique (contraste et résolution spatiale) :	136
4. Influence du bruit et filtrage :	140
4.1. Etude sur le type de filtres :	143
4.2. Etude sur la fréquence de coupure :	147
5. Résolution spatiale :	151
Conclusion	151

Chapitre 3 :

MISE EN ŒUVRE EXPÉIMENTALE

DE LA TOMOGRAPHIE DES PLASMAS THERMIQUES

Introduction	155
I. Choix de la configuration expérimentale optimale	155
II. Description du dispositif expérimental d'arc transféré	160
1. La chambre à arc :	161
2. Les électrodes :	161
3. Système d'alimentation de la décharge électrique et amorçage :	163
4. Déflection de l'arc :	164
III. Description du système expérimental d'acquisition	167
1. Dispositif final d'acquisition :	167
2. Mise en œuvre et contraintes expérimentales :	170
3. Spécificité du monochromateur/spectrographe :	178
IV. Etalonnage	182
V. Résultats expérimentaux de la tomographie d'un arc électrique 2D	185
1. Description de la configuration de l'arc libre :	185
2. Spectre complet de l'arc :	185
3. Résultats :	187
VI. Résultats expérimentaux de la tomographie d'un arc électrique 3D	199

1. Formation et description de l'arc tridimensionnel :	199
2. Résultats :	200
Conclusion	205
 Chapitre 4 :	
<u>VALIDITÉ DE LA MÉTHODE TOMOGRAPHIQUE MISE EN ŒUVRE POUR LES PLASMAS THERMIQUES EN IMAGERIE MÉDICALE « TEMP »</u>	
<u>207</u>	
Introduction	209
I. La Tomographie par Emission Monophotonique	210
1. Généralités sur l'utilisation clinique de la TEMP :	210
2. Description matérielle de la gamma caméra :	213
2.1. Le collimateur :	215
2.2. Le cristal scintillateur :	217
2.3. Les photomultiplicateurs :	217
2.4. Electronique de détection et localisation des scintillations :	218
2.5. Spectrométrie :	219
3. Les modes d'utilisation clinique d'un TEMP :	220
4. Les méthodes de reconstruction tomographique en routine clinique :	222
II. Validation de l'algorithme MART	222
1. Reconstruction tomographique d'un fantôme numérique de cœur :	224
2. Reconstruction tomographique d'un cerveau :	227
3. Reconstruction tomographique à faible nombre de vues en imagerie par TEMP :	230
Conclusion	233
 <u>CONCLUSION GÉNÉRALE</u>	
<u>235</u>	
 <u>ANNEXES</u>	<u>233</u>
Liste des publications et autres productions scientifiques	235
 <u>BIBLIOGRAPHIE</u>	<u>245</u>

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Introduction

La tomographie, au sens étymologique du terme, est un mode de visualisation en coupe d'un objet quel qu'il soit. De nos jours, et par abus de langage, nous employons le terme « tomographie » pour désigner un système ou une procédure qui permet d'imager l'intérieur d'un objet – et donc des coupes – à partir de ses projections réparties tout autour de celui-ci. Historiquement, un des tous premiers « objets » auquel l'homme s'est intéressé est naturellement son propre corps. Au XVI^{ème} siècle, à l'ère de l'exploration du corps humain par la médecine et de Vésale, considéré comme le père fondateur de l'anatomie moderne avec son ouvrage « La fabrique du corps humain » [Rai_1], la tomographie, se dénotant par son caractère non invasif, aurait pu constituer un outil révolutionnaire. Malheureusement, le principe mathématique de la tomographie, ou de la détermination d'une fonction à partir de ses intégrales, ne fut découvert qu'au début du XX^{ème} siècle par Radon [Rad_1]. L'unique outil à la portée de Vésale et des autres « anatomistes », osant alors transgresser ce qui était considéré à l'époque comme un interdit de droit divin, était alors la dissection de cadavres issus, entre autres, de prisonniers exécutés.

Par conséquent, lorsque la tomographie fait son apparition en médecine vers le milieu du XX^{ème} siècle, l'anatomie est déjà bien connue et maîtrisée des médecins. Elle va alors se tourner vers une application diagnostique avec la création d'un système de tomodensitométrie par Hounsfield [Hou_1] [Hou_2] et Cormack [Cor_1] [Cor_2]. Ensuite, depuis le premier tomodensitomètre à nos jours, la tomographie en imagerie médicale va connaître plusieurs développements et extensions jusqu'à la création récente de l'imagerie de tomographie par émission de positrons.

Outre le domaine de l'imagerie médicale, ses applications vont peu à peu se développer s'étendre à de nombreuses disciplines et problématiques scientifiques pour lesquelles cette méthode inverse qu'est la tomographie apportera beaucoup. On la rencontre aujourd'hui en géologie, pour réaliser des observations internes des volcans par exemple. Elle est également très fréquemment employée par le monde industriel, par exemple en contrôle non destructif, dont pratiquement tous les secteurs peuvent bénéficier de cette technique, que ce soit en aéronautique, en automobile ou encore dans l'industrie pétrolière. Enfin, pour revenir vers notre thématique d'intérêt, la tomographie est aussi fortement présente dans le domaine des plasmas, essentiellement dans le cadre d'études des réactions de fusion nucléaire et donc des plasmas chauds, mais elle est encore rare dans le domaine des plasmas froids notamment thermiques qui nous intéressent dans cette thèse.

Avant tout, définissons donc le plasma, et plus spécifiquement le plasma thermique. Un plasma est un gaz ionisé globalement neutre. Ainsi, il s'agit d'un milieu conducteur contrairement à un gaz simple. C'est pour cela qu'il est considéré comme le 4^{ème} état de la matière. Le plasma dit thermique, qui nous intéresse exclusivement dans ces travaux, est un plasma généré par des arcs électriques au sein duquel toutes les espèces en présence (électrons et particules lourdes) ont des températures voisines. Les premières études de laboratoire sur l'arc électrique ont débuté dans les années 1800 mais ce n'est qu'un siècle plus tard que des applications industrielles ont commencé à voir le jour, applications qui, après diverses améliorations et optimisations, sont toujours d'actualité au XXI^{ème} siècle. Par exemple, nous

pouvons citer les activités de découpe du métal, mais aussi de soudure, avec les torches à plasma. Les applications des plasmas thermiques se sont ensuite multipliées et sont liées à des domaines tels que la métallurgie, le traitement des déchets, le traitement de surface, les disjoncteurs ou encore les lampes...

Le plasma possède des propriétés aussi multiples qu'intéressantes, proposant ainsi un éventail pluridisciplinaire de moyens d'études de ce milieu allant de la thermodynamique à l'étude des phénomènes radiatifs, en passant par la chimie, etc. D'une manière globale, deux approches sont envisageables pour étudier un plasma thermique : une approche expérimentale et une approche visant à modéliser le plasma. Ces deux approches sont différentes mais néanmoins complémentaires. En effet, d'une part, la modélisation d'un plasma doit, avant de pouvoir être utilisée à des fins prédictives, être validée par le biais d'une étude expérimentale et d'autre part, les modèles sont développés afin de prédire les propriétés et le comportement d'un plasma dans le but d'évaluer et d'appréhender celui-ci dans les configurations industrielles telles que les torches.

De nos jours, et depuis quelques années seulement, l'heure est au développement de modèles tridimensionnels permettant de simuler des configurations plus proches des systèmes industriels des procédés. Cependant, ces modèles sont pour le moment rarement validés car un faible nombre de techniques de caractérisation expérimentale d'un plasma non axisymétrique ont pu être établies [Neg_1] [Spe_1]. Pourtant, il existe un réel besoin de validation de ces modèles 3D.

Les travaux de cette thèse ont pour objectif de répondre à cette problématique en développant une méthode et un système de caractérisation expérimentale adaptée aux plasmas thermiques non axisymétriques ; cela permettrait alors une caractérisation en trois dimensions et rendrait ainsi possible la validation de modèles 3D. Pour cela, nous envisageons d'employer une méthode basée sur le principe de tomographie, que nous avons introduit auparavant. À terme, les modèles 3D développés par l'équipe AEPPT (Arcs Electriques et Procédés Plasmas Thermiques) du laboratoire LAPLACE, au sein de laquelle j'ai effectué ces travaux, pourront être validés par le biais du système expérimental mis en œuvre au cours de ma thèse.

Ce manuscrit se décompose en quatre chapitres. Le premier est une introduction globale à la tomographie ainsi qu'à tout ce qui s'y rapporte. Nous en présentons dans un premier temps le principe général puis les différentes méthodes de résolution. Ces méthodes se divisent en deux grandes familles : les méthodes analytiques et les méthodes itératives, et nous citons quelques exemples d'algorithmes parmi les plus courants. Ensuite, les deux domaines d'application de la tomographie qui nous intéressent au cours de ce travail, à savoir les plasmas thermiques et l'imagerie médicale, sont développés puis nous nous attardons à expliciter la problématique, succinctement évoquée ci-dessus, qui a guidé l'essentiel des travaux de cette thèse : la caractérisation expérimentale des plasmas 3D. Nous terminons par un comparatif entre la tomographie que nous mettons en œuvre pour l'étude des plasmas et la tomographie par émission monophotonique (TEMP) en imagerie médicale. Ma formation

initiale étant justement orientée vers la physique et l'imagerie médicales, ceci explique que nous nous y rapportons régulièrement au cours de ce manuscrit.

Le deuxième chapitre comprend deux grandes parties. Une première est consacrée aux plasmas thermiques. Nous y exposons les grands principes et les lois essentielles qui caractérisent un plasma thermique, avec notamment le principe de l'équilibre thermodynamique local. Ensuite, nous présentons les principales méthodes de diagnostic expérimental des plasmas. Dans notre cas, nous utilisons la spectroscopie d'émission qui fait partie des techniques les plus fréquemment employées pour l'étude des plasmas thermiques. La spectroscopie d'émission donne accès à des grandeurs intégrées et non pas à des grandeurs locales comme on le souhaite en diagnostic. Nous décrivons alors la méthode d'inversion la plus employée par la communauté des plasmas : l'inversion d'Abel. C'est alors que nous introduisons comme seconde méthode d'inversion potentielle la tomographie et nous mettons en avant l'apport de celle-ci pour la caractérisation expérimentale 3D. Nous précisons également sa mise en œuvre algorithmique. La seconde partie du chapitre 2 est une étude paramétrique de l'algorithme de reconstruction tomographique que nous avons choisi, à savoir la MART (Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique). Cela permet aux lecteurs de mieux appréhender le comportement de l'algorithme dans diverses situations.

Le troisième chapitre traite exclusivement de la phase expérimentale des travaux de cette thèse. Nous y présentons la totalité du dispositif expérimental de tomographie à quatre vues des plasmas thermiques ainsi que les différentes contraintes auxquelles nous avons dû faire face pour sa mise en place. Ensuite, nous présentons les résultats expérimentaux obtenus dans un premier temps sur une configuration d'arc libre, axisymétrique. Cette configuration, souvent étudiée et bien connue de la communauté des plasmas, nous a permis de valider notre système expérimental par diverses comparaisons. Enfin, nous présentons les résultats expérimentaux que nous obtenons sur une configuration non axisymétrique d'arc. Le plasma est alors deflecté et les résultats montrent que la reconstruction tomographique à quatre vues permet de déterminer les températures locales en trois dimensions au sein du plasma, y compris pour une configuration non axisymétrique.

Finalement, le quatrième et dernier chapitre du manuscrit est un retour vers l'imagerie médicale, et plus particulièrement la tomographie par émission monophotonique (TEMP). Cette modalité d'imagerie diagnostique est le plus souvent employée en médecine dans le cadre d'examens cliniques scintigraphiques. Nous décrivons tout d'abord la composition et le fonctionnement d'un tomographe à émission monophotonique afin de mieux comprendre le principe de la formation d'une image scintigraphique. Ensuite, à partir d'images scintigraphiques numériques ou bien réelles, nous reconstruisons tomographiquement les images en coupe au moyen de l'algorithme développé pour les plasmas, la MART. Nous comparons ces reconstructions à celles obtenues par un algorithme classiquement utilisé en routine clinique puis nous étudions également l'effet d'une réduction du nombre de projections sur des reconstructions tomographiques d'images médicales. L'objectif général de ce chapitre consiste en réalité à évaluer l'aptitude de notre outil tomographique MART à reconstruire des images issues d'un autre domaine que celui de l'arc électrique. Le but est d'étendre le domaine d'exploitation de cet outil à celui de l'imagerie médicale.

Chapitre 1

LA TOMOGRAPHIE : DÉFINITIONS, RÉSOLUTIONS et APPLICATIONS

Introduction

La tomographie est une technique d'imagerie complexe, et pourtant abondamment employée dans une multitude de disciplines scientifiques. La totalité de ce premier chapitre lui est consacrée.

La complexité de la tomographie réside, en grande partie, dans le fait qu'il s'agit d'un problème inverse mal posé dont la résolution exacte et directe est par conséquent impossible. Avant d'exposer les travaux effectués au cours de cette thèse, nous souhaitons présenter de manière très concrète et la plus complète possible la tomographie. C'est l'objet de ce premier chapitre.

Dans un premier temps, nous définissons, de manière globale, ce que sont les problèmes inverses et en quoi ils sont pour la plupart mal posés, notamment en imagerie et en tomographie. Dans une deuxième partie, nous donnons une définition générale de la tomographie et nous présentons de façon détaillée les différentes méthodes de résolution qui existent ainsi que les moyens qui permettent de contourner le caractère mal posé du problème. Dans la troisième partie, nous nous intéressons à deux des nombreux domaines d'application de la tomographie : l'imagerie médicale et les plasmas thermiques. Le premier domaine d'application, l'imagerie médicale, très connue, emploie largement et depuis bien longtemps les techniques de reconstruction tomographique pour l'exploration du corps humain. Le second domaine d'application, les plasmas et notamment les plasmas thermiques, est, quant à lui, bien moins connu du grand public que l'imagerie médicale. La tomographie n'a fait son apparition dans ce dernier domaine que récemment, environ dans les années 80, et encore plus récemment pour les plasmas thermiques. Cette troisième section est donc un état de l'art des applications de la tomographie à ces deux domaines. Enfin, dans la quatrième et dernière section de ce premier chapitre, nous proposons un parallèle entre l'application de la tomographie aux plasmas thermiques et la tomographie en imagerie médicale

I. Problèmes directs, problèmes inverses

1. Introduction sur la problématique inverse :

La problématique inverse est omniprésente en science, dans des disciplines aussi nombreuses que diverses dont voici quelques exemples. En sismologie, la localisation de l'épicentre d'un tremblement de terre est possible grâce à des mesures faites par plusieurs stations sismiques réparties sur la surface du globe terrestre, tout autour du séisme. Ainsi, à partir de ces diverses observations, l'origine du séisme peut être, a posteriori, déterminée précisément. En mécanique classique, on sait que la trajectoire d'un objet en mouvement est la conséquence des différentes forces qui s'exercent sur cet objet. Ainsi, à partir de l'observation de la trajectoire de cet objet, il est possible de déterminer les forces qui lui sont appliquées au cours de son mouvement. Un autre exemple de discipline qui est une source

abondante de problèmes inverses est l'hydrogéologie, ou l'étude des nappes phréatiques. En effet, l'accès aux couches du sous-sol pour la mesure des propriétés aqueuses des roches étant difficile, les scientifiques ont souvent recours à des systèmes de mesures placés à la surface de la terre pour pouvoir remonter à certaines propriétés de l'eau souterraine.

Toutes ces situations sont des cas typiques de problèmes inverses. Ainsi, au travers de ces trois exemples, on comprend bien qu'un problème inverse est une situation dans laquelle on tente de déterminer les causes d'un phénomène – origine du séisme, forces... – à partir des observations expérimentales de ses effets – ondes sismiques, trajectoires d'un objet....

A tout problème inverse est associé un problème direct correspondant. Le problème direct, par opposition au problème inverse, consiste à décrire et prédire les effets d'un phénomène connaissant les causes qui en sont à l'origine. La résolution du problème direct se fait par modélisation des équations théoriques qui permettent de prévoir l'évolution des paramètres physiques d'intérêt, ces paramètres constituant initialement les inconnues du modèle. En général, problème inverse et problème direct sont complémentaires ; en effet, la résolution du problème inverse ne se fait pas sans une modélisation préalable du phénomène étudié, autrement dit sans la résolution du problème direct correspondant qui décrit comment les paramètres du modèle se traduisent en effets observables expérimentalement. Ensuite, à partir des mesures expérimentales obtenues sur le phénomène réel, la démarche va consister à valider le modèle par résolution du problème inverse.

La problématique inverse constitue une thématique extrêmement vaste, présente dans de nombreux domaines qui peuvent être très différents les uns des autres : en astronomie, en géophysique, en thermique ou encore, et c'est à cette thématique que nous nous intéresserons plus particulièrement, en imagerie. Toutefois, malgré son omniprésence dans les problèmes de physique, la résolution des problèmes inverses est une problématique qui reste encore aujourd'hui très complexe. Cette complexité provient du caractère mal posé des problèmes inverses. En effet, contrairement aux problèmes directs, bien posés, pour lesquels les mêmes causes produisent toujours les mêmes effets, on admet facilement le fait que, pour les problèmes inverses, les mêmes effets puissent provenir de causes différentes. Nous définirons plus précisément dans le paragraphe suivant ce que sont un problème bien posé et un problème mal posé. Nous verrons également en quoi les problèmes inverses sont mal posés et comment résoudre cela de façon à obtenir la solution du problème la plus vraisemblable.

2. Les problèmes inverses, des problèmes mal posés :

Les problèmes inverses sont typiquement des problèmes mal posés. Cette notion de problèmes bien et mal posés a été introduite par le mathématicien français Jacques Hadamard [**Had_1**] en 1902 à propos des équations aux dérivées partielles et de leurs interprétations physiques. Au sens d'Hadamard [**Had_2**], et après plusieurs formulations successives du concept, un problème est bien posé lorsque les trois conditions suivantes sont satisfaites :

- La solution doit exister

- La solution doit être unique
- La solution doit être stable, c'est-à-dire qu'elle doit dépendre continûment des données initiales.

Par conséquent, un problème est dit mal posé lorsqu'une (ou plusieurs) de ces trois conditions n'est pas respectée. Ainsi, et selon cette définition, un problème direct est typiquement un problème bien posé tandis que son problème inverse correspondant est mal posé.

Lorsque l'on est en présence d'un problème mal posé, deux des critères cités ci-dessus peuvent être particulièrement problématiques. Tout d'abord, l'absence de stabilité de la solution peut engendrer d'importantes erreurs dans la résolution, en particulier en vue d'une résolution numérique. En effet, si la solution ne dépend pas continûment des données d'entrée du problème, alors cela signifie qu'une faible variation de ces données d'entrée peut générer d'importantes variations de la solution. Quant à la non unicité de la solution, elle constitue également un problème sérieux ; en effet, lorsque plusieurs solutions sont possibles, il devient nécessaire de trouver un moyen de choisir la meilleure, c'est-à-dire la plus exacte d'un point de vue physique. Afin de pallier à ces problèmes de stabilité et de non unicité, on a recours à l'utilisation de méthodes dites de régularisation. Cela consiste à introduire des contraintes dans le problème mal posé pour en permettre sa résolution. Il faut pour cela disposer d'informations supplémentaires sur la solution, dites informations « *a priori* ». Ces contraintes à introduire pour résoudre un problème mal posé vont différer en fonction justement du problème à résoudre, du domaine et des paramètres physiques auxquels on s'intéresse. En bref, régulariser, c'est convertir un problème mal posé en un problème bien posé. En théorie, la régularisation se décline selon deux stratégies : soit le but est de restreindre l'espace des solutions possibles jusqu'à ce que la solution devienne unique, soit on cherche à obtenir la « meilleure » solution parmi toutes les solutions possibles. Les méthodes de régularisation seront plus amplement détaillées dans le cadre de l'imagerie, notamment de la tomographie.

Le paragraphe suivant traite des techniques de résolution des problèmes inverses mal posés, spécifiquement pour le domaine qui nous intéresse : l'imagerie.

3. La problématique inverse en imagerie :

Le large domaine de l'imagerie, notamment la reconstruction tomographique à laquelle nous nous intéressons dans cette thèse, s'inscrit typiquement dans cette thématique « problèmes directs et problèmes inverses ». Dans ce cadre, la simulation de l'image de l'objet étudié constitue le problème direct alors que le problème inverse consiste à identifier et caractériser l'objet, d'un point de vue qualitatif et/ou quantitatif, à partir de son image. La résolution du problème inverse va permettre de reconstruire soit une simple image, soit une cartographie de la grandeur physique d'intérêt pour une section interne de l'objet. Les résultats des deux étapes pourront ensuite être confrontés et ainsi, l'expérience pourra permettre ou non une validation du modèle.

En tomographie, et plus généralement en imagerie, les données initiales du problème inverse sont les projections de l'objet étudié, mesurées autour de celui-ci. Le principal problème de la reconstruction tomographique à partir de projections, et des problèmes inverses en imagerie, c'est qu'il n'existe pas de solution unique ; il existe toujours plusieurs objets qui peuvent être à l'origine d'un ensemble fini de projections. Ce phénomène est dû à l'impossibilité de s'affranchir du bruit au cours d'un procédé d'imagerie, comme pour tout procédé expérimental de mesures. On entend par bruit tout ce qui peut venir dégrader une image lors de son acquisition. Il s'additionne aux observations expérimentales et vient entacher les données de projections. La reconstruction tomographique en devient d'autant plus difficile à résoudre et ce bruit génère des instabilités de la solution. C'est principalement pour cette raison que l'on qualifie la tomographie de problème mal posé : les seules observations expérimentales ne suffisent pas à déterminer parfaitement tous les paramètres recherchés puisque les équations à résoudre sont inexactes du fait de la présence de bruit dans les données.

Le manque d'informations (la non infinité des projections), la perte d'informations inhérente au processus de projection ainsi que le bruit entraînent donc des difficultés non négligeables dans la résolution du problème inverse de tomographie. Ces difficultés en font un problème naturellement mal posé en générant des instabilités et une non unicité de la solution. Ainsi, il s'avère souvent nécessaire d'ajouter des contraintes afin de réduire l'espace des solutions possibles de façon à aboutir à une solution unique au problème.

Nous allons voir dans le paragraphe suivant quelles sont les différentes possibilités pour gérer le caractère « mal posé » de la reconstruction tomographique et comment gérer le bruit introduit lors de l'acquisition des projections.

Revenons tout d'abord de façon plus générale sur les problèmes inverses en imagerie [Ber_1]. Il s'agit tout d'abord de résoudre le problème direct, c'est-à-dire de calculer, pour chaque objet, son image. Cette image n'est autre que la projection de l'objet selon une ou plusieurs incidences angulaires données. Cela correspond à une image « idéale », autrement dit non bruitée. Comme le problème direct est bien posé, à chaque objet correspond une et une seule image, composée de une ou plusieurs projections. De part le procédé d'imagerie qui consiste à projeter l'objet suivant une direction donnée, l'image obtenue est automatiquement « lissée » dans le sens où la projection d'un objet contient toujours moins d'informations que l'objet lui-même. Cette perte d'information est caractéristique de la solution du problème direct en imagerie. Elle peut avoir des conséquences importantes lorsque l'on souhaite procéder au problème inverse correspondant. Par exemple, il se peut que deux objets, ou plus, distincts, se retrouvent confondus et possèdent donc la même image. Il est également possible que deux objets très distants l'un de l'autre aient des images très proches l'une de l'autre. Si on considère maintenant le problème inverse, l'objectif est de déterminer l'objet correspondant à une image donnée. Si on est en présence d'une image qui correspond à la superposition de deux objets distincts, alors la solution du problème inverse n'est pas unique. Si on est en présence d'une image bruitée, alors la solution exacte du problème inverse n'existe pas et si deux images voisines correspondent à deux objets très éloignés l'un de

l'autre, alors la solution du problème inverse ne dépend pas continûment des données et sera instable. De ce fait, plusieurs des critères d'Hadamard ne sont pas satisfaits et on se retrouve dans une situation typiquement mal posée.

Il existe heureusement diverses méthodes pour contourner ces problèmes qui empêchent la résolution exacte d'un problème inverse. Elles fournissent une solution approximative la plus proche possible de la solution réelle. Elles sont regroupées, nous l'avons déjà vu, sous le nom de « régularisation ».

Dans la majorité des cas, on est en présence de données discrètes et il s'agit donc de résoudre un problème discret. Ainsi, la version discrète d'un problème linéaire inverse est un système algébrique linéaire qui peut être résolu par de nombreuses méthodes d'inversion. Cependant, il faut se méfier de ces méthodes qui sont capables de fournir une solution correcte d'un point de vue mathématique mais qui peut parfois être aberrante d'un point de vue physique.

En outre, les données de base d'un problème inverse sont, la plupart du temps, obtenues expérimentalement et sont, par conséquent, entachées de bruit. Ce bruit est également amplifié par la méthode de résolution du problème, ce qui ne permet pas de déterminer la solution physique exacte. De plus, le bruit génère des instabilités dans la solution.

En résumé, il est possible de résoudre le système algébrique correspondant au problème inverse donné mais la solution obtenue n'est pas nécessairement acceptable d'un point de vue physique. La solution physique acceptable qui est recherchée n'est pas une solution exacte du problème mais seulement une approximation de la solution exacte. Elle doit permettre de retrouver les données expérimentales non pas exactement mais en restant comprises dans des marges d'incertitudes acceptables. Cependant, les solutions approximatives constituent un ensemble très vaste de solutions possibles, conséquence de la perte d'information inhérente au problème direct en imagerie. Une question se pose maintenant : comment choisir la bonne solution parmi le vaste ensemble des solutions possibles ?

Pour cela, des contraintes sont ajoutées sur les solutions possibles du problème inverse mal posé ; ces contraintes sont généralement des conditions physiques que doivent satisfaire les solutions. L'ensemble des solutions approximatives correspondant à une mesure est un ensemble d'objets dont les images doivent être proches de celles obtenues expérimentalement. Par conséquent, avant de résoudre le problème inverse en tant que tel, il est souvent utile d'ajouter des informations supplémentaires dites informations *a priori* qui vont compenser la perte d'information qui se produit lorsqu'on réalise l'image d'un objet. Cette information additionnelle ne doit en aucun cas découler de l'image mesurée mais doit exprimer des propriétés physiques de l'objet qui peuvent être connues à l'origine. Le rôle de l'*a priori* est de réduire l'ensemble des objets compatibles avec l'image obtenue expérimentalement, et de permettre la distinction entre des objets solutions intéressants et des objets solutions faux qui peuvent être générés par une importante propagation du bruit. L'information *a priori* peut prendre diverses formes ; elle peut par exemple permettre de limiter la taille de l'objet en

imposant une limite supérieure. Cela peut également être une limite de son intensité, ou de son énergie... Un autre type d'informations *a priori* concerne la non négativité de la grandeur physique recherchée. Cet *a priori* est très souvent utilisé en physique car il est performant, souvent vrai, sans être non plus trop restrictif. Il fut un des premiers exemples de méthodes de régularisation pour la résolution des problèmes inverses mal posés. Cette contrainte de positivité a été utilisée pour la première fois par F. John [**Joh_1**] dans le cas des équations de la chaleur, l'objectif était de déterminer la distribution de la température à un temps $t = 0$ connaissant sa distribution à un temps $t > 0$. La théorie de ces méthodes a été formulée peu après par A.N. Tikhonov [**Tik_1**] [**Tik_2**]. La méthode de régularisation de Tikhonov est aujourd'hui fréquemment employée notamment en thermique [**Mas_1**].

L'information *a priori* peut aussi consister à introduire des propriétés statistiques. On se trouve alors en présence de deux cas de figure. Dans le premier cas, seule l'image est représentée par des propriétés statistiques, conséquence du bruit, et l'objet reste considéré comme un phénomène déterministe, c'est-à-dire non aléatoire. Cela signifie que l'on prend en compte la nature aléatoire du bruit qui vient entacher les données d'imagerie et que l'on suppose connue sa densité de probabilité. On regroupe les méthodes qui découlent de ce principe sous le nom de méthodes de « maximisation de la vraisemblance ». Dans le second cas, à la fois l'image et l'objet à reconstruire sont considérés comme probabiliste ; il faut alors que l'objet soit issu d'un processus aléatoire dont la distribution de probabilité est supposée connue, comme c'est le cas par exemple pour un objet radioactif. Ce sont les méthodes dites « Bayesiennes » puisqu'elles sont fondées sur l'utilisation du théorème de Bayes.

Pour conclure, le principe général des méthodes de régularisation consiste à utiliser initialement une information additionnelle pour aboutir à un ensemble, le plus réduit possible, de solutions approximatives envisageables, c'est-à-dire en imagerie, à un ensemble d'objets compatibles avec une image donnée. Ces méthodes sont aujourd'hui très largement utilisées puisqu'elles font partie des outils les plus performants pour résoudre les problèmes inverses mal posés.

Nous avons, dans ce paragraphe, introduit la notion de reconstruction tomographique en imagerie comme étant typiquement un problème inverse mal posé. Toutefois, nous n'en avons jusqu'à présent pas donné de définition. Ceci fait donc l'objet de la partie suivante.

II. Principe théorique de la tomographie

1. Définition et principe :

La tomographie est un mot issu du grec « **tomos** » signifiant littéralement « coupe » ou « tranche », et « **graphein** » signifiant « écrire ». Ce mot signifie donc littéralement représentation en coupes. D'une manière plus générale, on désigne par tomographie toutes les techniques qui consistent à reconstruire le volume d'un objet à partir d'une série de mesures

déportées à l’extérieur de l’objet. Ces mesures peuvent être effectuées soit à la surface, soit à une certaine distance de l’objet. Le résultat obtenu est une reconstruction en 3D des valeurs prises par une grandeur physique caractérisant l’intérieur de l’objet ; la grandeur physique à caractériser dépend du type d’information que peuvent fournir les détecteurs utilisés (déttection d’une particule, pression acoustique, atténuation d’un faisceau lumineux, différence de vitesses).

La reconstruction tomographique est donc bien un problème inverse puisqu’il s’agit d’estimer la distribution 3D d’une grandeur physique à partir de ses projections 2D mesurées autour de l’objet. Ces projections correspondent à des mesures intégrales de la grandeur physique d’intérêt, effectuées sous différentes incidences angulaires. La reconstruction tomographique permet initialement de reconstruire et de visualiser des images en coupes transversales de l’objet étudié, autrement dit des images bidimensionnelles, puis les coupes reconstruites peuvent être ensuite superposées les unes aux autres pour former une image tridimensionnelle. Après cela, il devient possible, par divers traitements informatiques, de visualiser l’objet directement en 3D, ou bien de visualiser des sections de l’objet d’orientation quelconque.

L’utilisation de la tomographie est majoritairement et historiquement connue dans le cadre de l’imagerie médicale pour laquelle l’objet à reconstruire est le corps humain, mais elle est aussi pratiquée dans d’autres domaines très différents tels qu’en géophysique, pour reconstruire une structure géologique.

L’intérêt de la tomographie est, bien évidemment, de pouvoir connaître *in situ* les caractéristiques d’un objet, quelque soit le type d’information, sans utiliser des outils diagnostiques invasifs. Lorsqu’il s’agit de réaliser un examen médical, cela permet d’apporter un certain confort aux patients. Dans d’autres cas, non médicaux, l’utilisation de techniques tomographiques permet d’éviter de perturber l’objet par une sonde de mesure.

Il existe deux types de tomographie en imagerie :

- *la tomographie de transmission* : dans ce cas, l’objet étudié n’est pas lui-même émetteur mais il est soumis à un rayonnement. Le rayonnement transmis par l’objet est ensuite récupéré puis traité. Par exemple, en imagerie médicale, un tomographe de transmission très connu est le tomodensitomètre (TDM, vulgairement appelé scanner). Pour le TDM, la source émettrice est une source de rayons X située à l’extérieur du patient et on mesure les projections du rayonnement ayant traversé le patient. Les photons émis par la source de rayons X subissent des interactions avec les différents tissus du corps humain et le rayonnement est donc atténué de manière plus ou moins intense en fonction de la densité des tissus traversés. Les projections mesurées correspondent donc aux intégrales des coefficients d’atténuation de ces tissus. On reconstruit ainsi une cartographie 3D des coefficients d’atténuation du milieu traversé qui nous offre une information sur la densité des tissus à l’intérieur du corps humain.
- *la tomographie d’émission* : dans ce cas, c’est l’objet lui-même qui est émetteur. La tomographie d’émission est donc idéale pour étudier des objets qui rayonnent

naturellement comme c'est le cas pour les plasmas thermiques. Par contre, dans le cas de l'imagerie médicale, la source émettrice de rayonnement, qui est un traceur radioactif, est injectée au patient (le plus souvent par voie intraveineuse, parfois par voie orale) et les mesures effectuées tout autour du patient correspondent à l'intégrale de l'activité le long des lignes de projections, en tenant compte de l'atténuation. On peut reconstruire ainsi une cartographie 3D de la distribution de l'activité présente dans l'organisme. Il existe deux types d'imageurs médicaux basés sur la tomographie d'émission : le Tomographe à Emission Mono Photonique (TEMP) et le Tomographe par Emission de Positons (TEP).

Les applications des techniques de reconstruction tomographique sont multiples et variées, notamment en médecine, avec :

- L'IRM (Imagerie par Résonance Magnétique)
- La TDM (TomoDensitoMétrie)
- La TEMP (Tomographie par Emission Mono Photonique)
- La TEP (Tomographie par Emission de Positon)

Ou encore en contrôle non destructif **[Gra_1]** avec :

- La tomographie en cohérence optique
- Le microscope à effet de champ ou le microscope électronique en transmission
- ...

Quelques unes de ces applications seront détaillées ultérieurement.

2. La tomographie, principe de base et méthodes de résolution :

2.1. *Principes de base de la tomographie :*

Les principes mathématiques de base de la reconstruction tomographique ont été pour la première fois énoncés par J. Radon en 1917 suite à ses travaux sur la détermination d'une fonction à partir de ses intégrales **[Rad_1]**.

On peut définir la distribution bidimensionnelle d'une grandeur physique par une fonction $f(x,y)$ donnant sa valeur en tout point de coordonnées (x,y) du plan. Ainsi, la distribution $f(x,y)$ constitue l'objet étudié. La figure 1.1 représente cette fonction de distribution dans un repère cartésien (x,y) fixe ainsi que dans un repère (u,v) tournant qui forme un angle θ avec le repère fixe. Ce repère tournant est associé au détecteur qui, à chaque pas d'acquisition, enregistre une projection faisant un angle θ par rapport à l'objet.

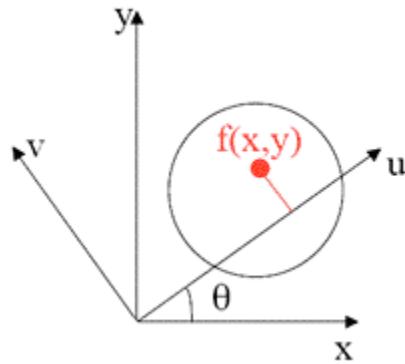


Figure 1.1 : Représentation d'une fonction objet $f(x,y)$.

Les formules (1-1) expriment la position (u,v) d'un point de l'objet dans le repère tournant en fonction de ses coordonnées (x,y) dans le repère fixe :

$$\begin{aligned} u &= x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta \\ v &= -x \cdot \sin \theta + y \cdot \cos \theta \end{aligned} \quad (1-1)$$

A une direction de projection faisant un angle θ avec l'axe x , correspond une fonction $p(u,\theta)$ qui, en tout point de coordonnée u de la projection, est égale à la somme de toutes les valeurs prises par la fonction $f(x,y)$, valeurs rencontrées le long d'un axe v perpendiculaire à u . La projection s'exprime en fonction de la fonction de distribution selon l'équation (1-2) :

$$p(u,\theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dv \quad (1-2)$$

La figure 1.2 schématise la projection $p(u,\theta)$, le long d'un axe u , de la fonction $f(x,y)$ suivant deux angles de vue θ à 90° l'un de l'autre.

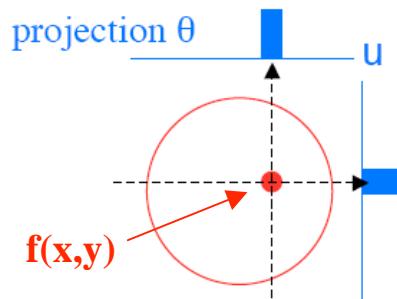


Figure 1.2 : Procédé de projection.

Une projection linéaire p consiste en un ensemble de valeurs ordonnées, chacune correspondant à un point de détection ; ces valeurs sont égales à la somme de la grandeur mesurée (radioactivité pour un examen TEMP, intensité du rayonnement émis pour un plasma...) le long d'une ligne perpendiculaire à la ligne de détection et passant par le point correspondant.

L'ensemble des projections pour des angles allant de 0 à π forme une fonction que l'on nomme transformée de Radon de la fonction objet $f(x,y)$. Les projections obtenues par

mesures expérimentales sont situées dans ce que l'on appelle l'espace de Radon ; le problème de la reconstruction tomographique va donc consister à passer de l'espace de Radon vers le domaine spatial, autrement dit il faut inverser la transformée de Radon afin d'estimer l'objet $f(x,y)$ à partir des projections $p(u,\theta)$.

Les lignes de projections acquises peuvent être disposées les unes au dessous des autres en fonction de l'angle ; cette représentation est un sinogramme. Les sinogrammes et les projections contiennent les mêmes informations ; ils ne diffèrent que par l'organisation avec laquelle les informations sont représentées. Un sinogramme contient toute l'information relative à une coupe, pour tous les angles de projection alors qu'une projection contient toute l'information relative à toutes les coupes mais pour une incidence angulaire donnée. Ainsi, une source de radioactivité, par exemple, va se déplacer dans cette représentation selon une courbe sinusoïdale. Un exemple de représentation sous forme de sinogramme est donné dans la figure 1.3.

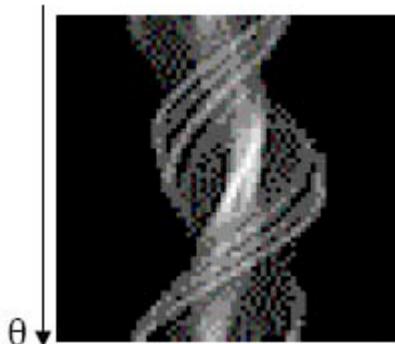


Figure 1. 3 : Exemple de sinogramme.

Une fois l'acquisition effectuée de l'ensemble des projections, il s'agit maintenant d'inverser la transformée de Radon afin de remonter à l'objet qui est à l'origine du sinogramme obtenu. La méthode la plus simple pour reconstruire un objet à partir de ses projections est de projeter en sens inverse – rétroprojecter – la valeur de chaque projection $p(u,\theta)$ sur le plan de reconstruction. Pour un angle donné, la valeur de $p(u,\theta)$ est assignée à tous les pixels qui se trouvent le long de la ligne d'intégration. On somme ensuite la totalité des contributions issues de toutes les projections. Ainsi, la superposition linéaire de toutes les rétroprojections forme l'image reconstruite. La figure 1.4 schématise le processus de rétroposition sur deux angles de visée perpendiculaires.

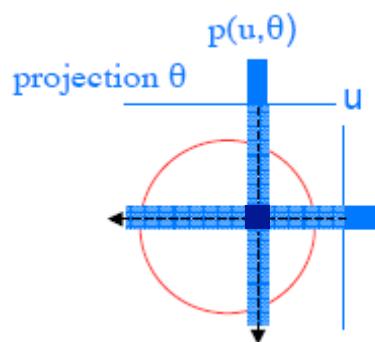


Figure 1. 4 : Rétroposition.

L'opération de rétroprojection peut être formalisée selon l'équation (1-3) où $f^*(x,y)$ constitue la fonction de distribution reconstruite après rétroprojection :

$$f^*(x,y) = \int_0^\pi p(u,\theta) d\theta \quad (1-3)$$

Il faut faire attention à ne pas confondre rétroprojection et inversion de la transformée de Radon ; ce sont deux opérations bien distinctes. En effet, la rétroprojection ne donne pas la solution exacte à l'inversion de la transformée de Radon mais elle en est une alternative plus simple à mettre à œuvre. L'image obtenue après rétroprojection n'est pas exactement l'image recherchée puisque, nous allons le voir, elle s'accompagne d'un flou alors que l'inversion de la transformée de Radon mènerait à une image exacte. Toutefois, pour pouvoir calculer l'inverse de la transformée de Radon, les projections devraient être connues continûment sur l'intervalle $[0,\pi]$. Or, dans la réalité expérimentale, les systèmes d'acquisition permettent d'obtenir des projections seulement pour un nombre fini d'angles. De plus, les détecteurs sont en nombre limité et de dimension finie, ce qui entraîne un échantillonnage des projections dont on ne connaît, par conséquent, que des valeurs discrètes.

C'est donc pour cette raison qu'ont été développées des méthodes alternatives au calcul exact de la transformée de Radon inverse, telles que la rétroprojection, afin de pouvoir reconstruire un objet à partir de ses projections. Ces méthodes de reconstruction [Her_1] se répartissent en deux classes :

- La première classe de méthodes consiste à définir les équivalents discrets de la transformée de Radon ainsi que de l'opérateur de rétroprojection. Ce sont les méthodes analytiques, pour lesquelles il est nécessaire de connaître les projections de façon quasi continue sur 360° autour de l'objet.

- La seconde classe de méthodes de résolution de la tomographie consiste à exprimer le problème directement sous une forme discrète, sous la forme d'un système d'équations linéaires. La résolution s'effectue ainsi selon une approche algébrique itérative, la résolution directe n'étant pas réalisable comme nous allons le voir.

Ces deux catégories de méthodes de résolution de la reconstruction tomographique vont être détaillées dans les deux paragraphes qui suivent.

2.2. *Les méthodes analytiques de reconstruction tomographique :*

Cette catégorie de méthodes consiste à calculer analytiquement l'inversion de la transformée de Radon que nous avons définie dans le paragraphe précédent. Le problème de reconstruction s'exprime ici de façon continue ; par contre, pour la réalisation des calculs, les formules d'inversion sont discrétisées. Comme dit précédemment, la solution la plus simple pour reconstituer la coupe tomographique à partir de ses projections est la rétroprojection : c'est l'épandage des valeurs de la projection sur la portion de plan concernée. Ce processus d'épandage est effectué pour chaque angle de projection successivement. La figure 1.5 montre le résultat d'une reconstruction tomographique par rétroprojection selon le nombre d'angles

de visée utilisé. L'image A représente l'objet initial qui est constitué de deux cercles d'intensités différentes. Les images B à G constituent les reconstructions pour, respectivement, 1, 3, 4, 16, 32 et 64 projections.

Ainsi, on peut voir que, plus le nombre d'angles augmente, plus on voit apparaître distinctement sur l'image les deux cercles lumineux. Il apparaît également sur ces images des résidus lumineux, autour des deux cercles, dans une zone où n'existe à l'origine aucun signal. Il s'agit du « flou » de rétroprojection dont nous avons parlé dans le paragraphe précédent. Ces zones constituent ce que l'on appelle des artéfacts en étoile qui peuvent déformer considérablement le résultat obtenu, particulièrement lorsque le nombre d'angles de vue est faible. L'image reconstruite par simple rétroprojection n'est donc pas parfaitement identique à l'image initiale A, comme le montre la figure 1.5 ci-dessous.

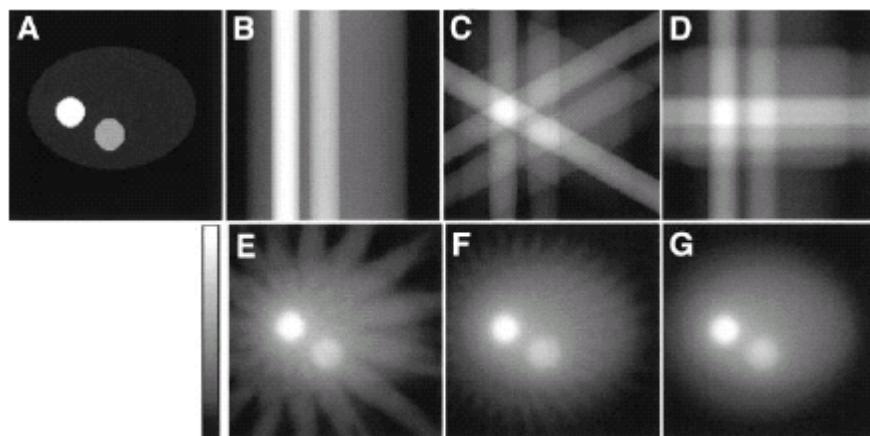


Figure 1. 5 : Rétroréprojection en fonction du nombre de projections. L'image A représente l'objet original et les images B à G représentent l'image reconstruite en fonction du nombre de projections variant de 1 à 64 sur 360° [Bru_1].

La rétroréprojection doit alors être modifiée de façon à permettre l'élimination des artéfacts en étoile. Pour cela, on ajoute une étape de filtrage des projections avant reconstruction ; on applique donc une rétroréprojection filtrée (RPF). Cette méthode est restée pendant longtemps la méthode analytique la plus couramment utilisée en imagerie médicale. La figure 1.6 compare schématiquement la rétroréprojection simple (a) et la rétroréprojection filtrée (b). Elle met en évidence le fait que, en filtrant judicieusement les projections, on limite l'effet d'artefact autour de la zone d'intérêt.

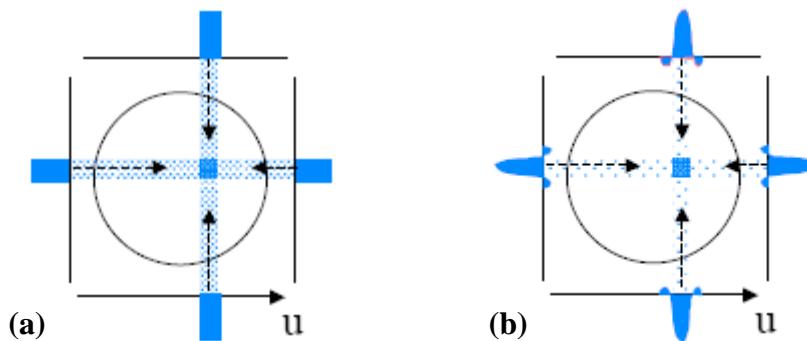


Figure 1. 6 : Rétroréprojection simple (a) et rétroréprojection filtrée (b).

Du fait de l'introduction d'une étape de filtrage, la rétroprojection filtrée se base sur l'utilisation de la transformée de Fourier d'une image. Nous allons commencer par rappeler les principes mathématiques de la transformée de Fourier avant de décrire la méthode de rétroprojection filtrée.

⊕ **Rappel sur la transformée de Fourier (TF) :**

La transformée de Fourier $F(v)$, dont l'expression est donnée par la formule (1-4), est une transformation mathématique qui décompose toute fonction, spatiale $f(x)$ ou temporelle $f(t)$, en une somme infinie de fonctions sinusoïdales :

$$F(v) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot e^{-2i\pi vx} dx \quad (1-4)$$

La transformée de Fourier inverse de la fonction $f(x)$ s'exprime selon l'équation (1-5) :

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(v) \cdot e^{2i\pi vx} dv \quad (1-5)$$

Pour une fonction spatiale $f(x)$, la variable v est appelée fréquence spatiale et s'exprime en m^{-1} . Les valeurs que peut prendre une TF sont des nombres complexes.

Il est possible d'appliquer la TF à une image, autrement dit à une fonction $f(x,y)$. C'est la TF 2D dont l'expression est donnée par la formule (1-6). On commence par effectuer la transformée de Fourier de chaque ligne de l'image puis, à partir du résultat obtenu, on l'applique à nouveau colonne par colonne. On obtient ainsi une TF bidimensionnelle qui présente alors deux fréquences spatiales v_x et v_y , une pour chaque direction de l'espace :

$$F(v_x, v_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \cdot e^{-2i\pi(xv_x + yv_y)} dx \right) dy \quad (1-6)$$

⊕ **Informations contenues dans les fréquences :**

Les fréquences spatiales représentant une image dans l'espace de Fourier contiennent toute l'information concernant cette image. Les basses fréquences représentent les faibles variations d'un pixel à l'autre ; elles portent l'information sur la structure générale de l'image. Ensuite, plus les fréquences vont augmenter et plus elles vont représenter des variations importantes du signal d'un pixel à l'autre de l'image. Les hautes fréquences portent alors l'information concernant les détails de l'image ainsi que les zones où le contraste est fort. Par conséquent, le bruit sera également représenté par les hautes fréquences, ce qui, nous le verrons, sera problématique.

⊕ **Théorème de la coupe centrale (TCC) ou théorème des projections :**

On montre que la transformée de Fourier d'une projection 1D $P(v, \theta)$ est équivalente à une ligne de la transformée de Fourier 2D de l'image qui passe par l'origine et fait un angle θ avec l'axe des abscisses. Cela signifie que la TF unidimensionnelle d'une projection par

rapport à u est égale à la TF bidimensionnelle de la distribution à reconstruire, ce qui peut se représenter par l'égalité (1-7) suivante :

$$P(v, \theta) = F(v_x, v_y) \quad (1-7)$$

C'est le théorème de la coupe centrale ou théorème des projections [Dub_1]. La figure 1.7 en schématise le principe.

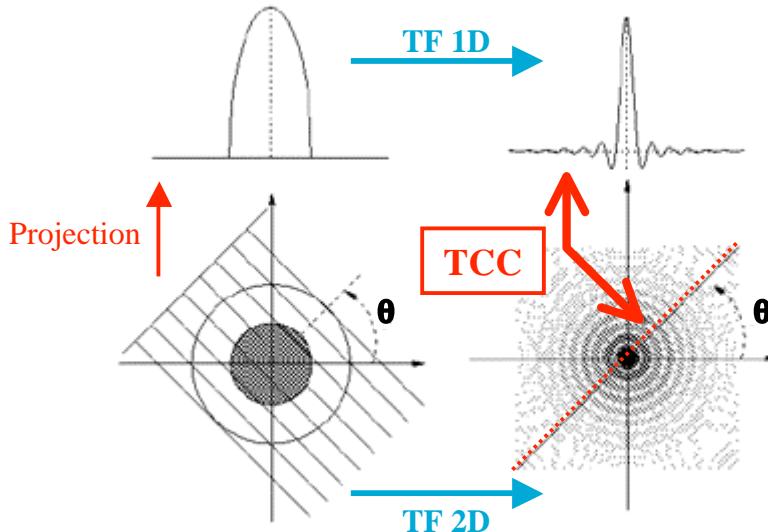


Figure 1.7 : Représentation schématique du théorème de la coupe centrale [Buv_1].

Ce théorème permet d'envisager la reconstruction de la coupe tomographique de manière directe à l'aide de la transformée de Fourier inverse. Pour effectuer cela, on calcule dans un premier temps la TF 1D de chaque projection dont on reporte les valeurs dans le plan fréquentiel puis le calcul de la TF 2D inverse de ce plan donne la coupe tomographique. Cependant, le nombre de projections n'étant pas infini, le remplissage du plan fréquentiel est souvent hautement incomplet, surtout pour les hautes fréquences ; il persiste des vides qu'il faut combler par interpolations linéaires. Cette étape de remplissage des plans de Fourier est longue et complexe ce qui rend cette méthode de reconstruction tomographique peu attractive et par conséquent très rarement utilisée.

La rétroposition, notamment filtrée, est beaucoup plus simple à mettre en œuvre et également plus rapide. Nous en donnons la procédure détaillée ci-dessous.

⊕ **Rétroposition filtrée :**

La rétroposition filtrée, comme l'indique son nom, incorpore une étape de filtrage des données dans le processus de reconstruction. L'opération de filtrage se réalise généralement par convolution de la fonction à filtrer par le filtre lui-même. Le produit de convolution, difficile à calculer, se transformant en simple multiplication dans l'espace de Fourier, le filtrage est bien souvent effectué par l'intermédiaire d'une transformée de Fourier. Le filtrage, et plus généralement le traitement des images, feront l'objet du paragraphe II-3.

Pour réaliser une rétroprojection filtrée, il est donc nécessaire de transposer le problème dans l'espace de Fourier. Nous allons montrer tout d'abord que, le simple fait de passer dans l'espace de Fourier, introduit un filtre rampe représenté sur la figure 1.8.

La TF inverse d'une image nous permet, à partir de l'espace fréquentiel, de remonter à la coupe tomographique $f(x,y)$ comme le montre l'équation (1-8) :

$$f(x, y) = \iint_{-\infty -\infty}^{+\infty +\infty} F(v_x, v_y) e^{2i\pi(xv_x + yv_y)} dv_x dv_y \quad (1-8)$$

D'après le théorème de la coupe centrale, on peut remplacer $F(v_x, v_y)$ par la transformée de Fourier 1D des projections, ce qui nous permet d'exprimer la fonction $f(x,y)$ décrivant l'objet selon l'équation (1-9) :

$$f(x, y) = \iint_{-\infty -\infty}^{+\infty +\infty} P(v, \theta) e^{2i\pi(xv_x + yv_y)} dv_x dv_y \quad (1-9)$$

Suite aux changements de variable $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ et $u = x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta$, l'équation (1.9) devient la transformée de Fourier inverse de la transformée de Fourier des projections avec un facteur multiplicatif $|v|$ supplémentaire. L'équation (1-10) récapitule ce changement :

$$f(x, y) = \iint_0^{\pi +\infty} P(v, \theta) |v| e^{2i\pi vu} dv d\theta \quad (1-10)$$

Le facteur multiplicatif $|v|$ correspond à un filtre rampe appliqué aux projections dans l'espace de Fourier. L'allure d'un filtre rampe est représentée sur la figure 1.8. Il amplifie linéairement les fréquences croissantes.

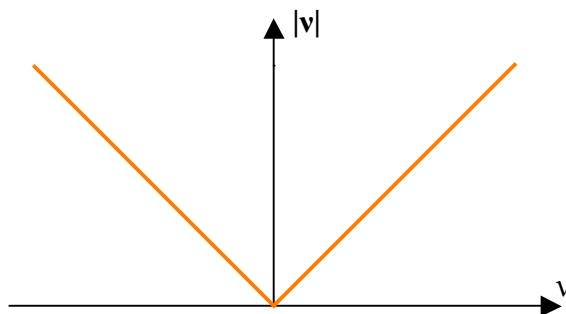


Figure 1.8 : courbe représentative du filtre rampe

On obtient ainsi l'équation (1-11) qui formule la rétroprojection des projections filtrées. La fonction $\hat{p}(u, \theta)$ est la projection filtrée et correspond à la transformée de Fourier inverse de la TF de la projection, multipliée par le filtre rampe.

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \hat{p}(u, \theta) d\theta \quad (1-11)$$

Nous venons donc de voir que, par simple application des transformées de Fourier directe et inverse, nous arrivons à réaliser une rétroposition filtrée par un filtre rampe. Néanmoins, le filtre rampe n'est pas suffisant pour atteindre une reconstruction tomographique satisfaisante, bien au contraire. En effet, le filtre rampe a pour inconvénient d'amplifier les hautes fréquences. Les hautes fréquences contiennent l'information sur les détails et les forts contrastes de l'objet mais c'est également à ces fréquences là que l'on rencontre le bruit. Le filtre rampe amplifie donc le bruit.

Afin de limiter ce phénomène, il va donc falloir ajouter une fenêtre d'apodisation à ce filtre rampe. Cela signifie que, dans l'espace de Fourier, nous allons multiplier le filtre rampe $|v|$ par un autre filtre $w(v)$, qui dépend de la fréquence et également d'une fréquence de coupure. Ce filtre additionnel permet de compenser l'amplification des hautes fréquences qui entraîne la perte des détails de l'objet par la propagation du bruit. En fonction de la fréquence de coupure choisie, le filtre additionnel préservera plus ou moins les détails « hautes fréquences » ; le lissage sera plus ou moins fort. Nous verrons ultérieurement les différents filtres qui sont utilisés pour la suppression du bruit dans les projections.

Nous venons de décrire le principe d'une résolution du problème de reconstruction tomographique par une approche analytique. La seconde approche consiste à aborder le problème de manière algébrique et itérative puisque cette fois-ci l'ensemble du processus de projection est décrit de manière discrète et non plus continue. Son principe est présenté dans le paragraphe suivant.

2.3. Les méthodes itératives de reconstruction tomographique :

Dans cette approche, la totalité du problème de reconstruction tomographique s'exprime de manière discrète, y compris l'équation de projection qui ne fait plus référence à la transformée de Radon mais qui est représentée comme un système d'équations linéaires.

Le problème est donc mis sous forme matricielle. Ainsi, une section de l'objet à reconstruire est représentée comme une matrice de $N \times N$ pixels dont les valeurs sont initialement inconnues. La reconstruction tomographique algébrique consiste donc à retrouver les valeurs de chacun de ces pixels, à partir des projections, comme précédemment. Les projections sont également discrétisées en M éléments parfois nommés « dexels » (pour detector element et en analogie avec pixel). Elles sont donc désormais représentées par des vecteurs dont chaque élément possède une valeur connue puisque ces éléments correspondent aux mesures obtenues expérimentalement pour chaque ligne de projection. Au total, on comptabilise $M \times \Sigma = T$ éléments de projection, avec M le nombre de lignes de projection par angle de vue et Σ le nombre total d'angles de vue.

Par conséquent, le problème de la reconstruction tomographique exprimé sous sa forme algébrique peut être traduit par l'équation (1-12) :

$$\mathbf{p} = \mathbf{R} * \mathbf{f} \quad (1-12)$$

où \mathbf{p} est un vecteur de dimension T qui représente l'ensemble des projections acquises expérimentalement, \mathbf{R} est une matrice de dimension $T \times N^2$ ($N^2 = N \times N$ le nombre de pixels de

la matrice objet) qui représente l'opérateur de projection ; \mathbf{R} donne la contribution de chaque pixel de la matrice objet dans les projections. Pour finir, \mathbf{f} est un vecteur de dimension N^2 qui représente l'ensemble des pixels de la matrice objet à reconstruire. Pour les calculs, la matrice objet de dimension $N \times N$ est représentée vectoriellement.

Ainsi, en développant l'équation précédente sous forme matricielle, on peut exprimer le problème de la reconstruction tomographique comme suit :

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & \dots & r_{1N^2} \\ r_{21} & r_{22} & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ r_{T1} & \dots & \dots & \dots & r_{TN^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_{N^2} \end{bmatrix} \quad (1-13)$$

Et donc :

$p_i = \sum_{j=1}^{N^2} r_{ij} \cdot f_j$, avec i , l'indice de l'angle de vue, allant de 1 à Σ le nombre total d'angles de projection.

Pour résoudre une inversion tomographique de façon algébrique, on considère que chacune des valeurs détectées dans un dixel est une combinaison linéaire des valeurs de pixels à reconstruire ; ceci signifie physiquement que chaque pixel contribue (éventuellement avec un coefficient nul) à chaque raie de projection. La première étape de la résolution consiste alors à calculer l'ensemble des contributions des pixels aux projections, et cela pour chaque ligne de projection et chaque angle de vue, autrement dit cela revient à calculer $T=M \times \Sigma$ matrices des contributions. Chacune de ces matrices des contributions, dites matrices de « projection » ou de « pondération », est mise sous forme vectorielle et correspond à une ligne de la matrice de projection \mathbf{R} .

Il existe différentes façons de procéder au calcul de ces contributions, c'est-à-dire au calcul de l'opérateur de projection. En effet, au travers de cet opérateur \mathbf{R} , il est possible de modéliser plusieurs considérations géométriques du problème de reconstruction. Tout d'abord, on va pouvoir inclure dans l'opérateur la géométrie de détection utilisée : cela peut être une géométrie parallèle, en éventail (fan-beam) ou bien conique (cone-beam). Ces trois géométries de détection sont schématisées sur la figure 1.9.

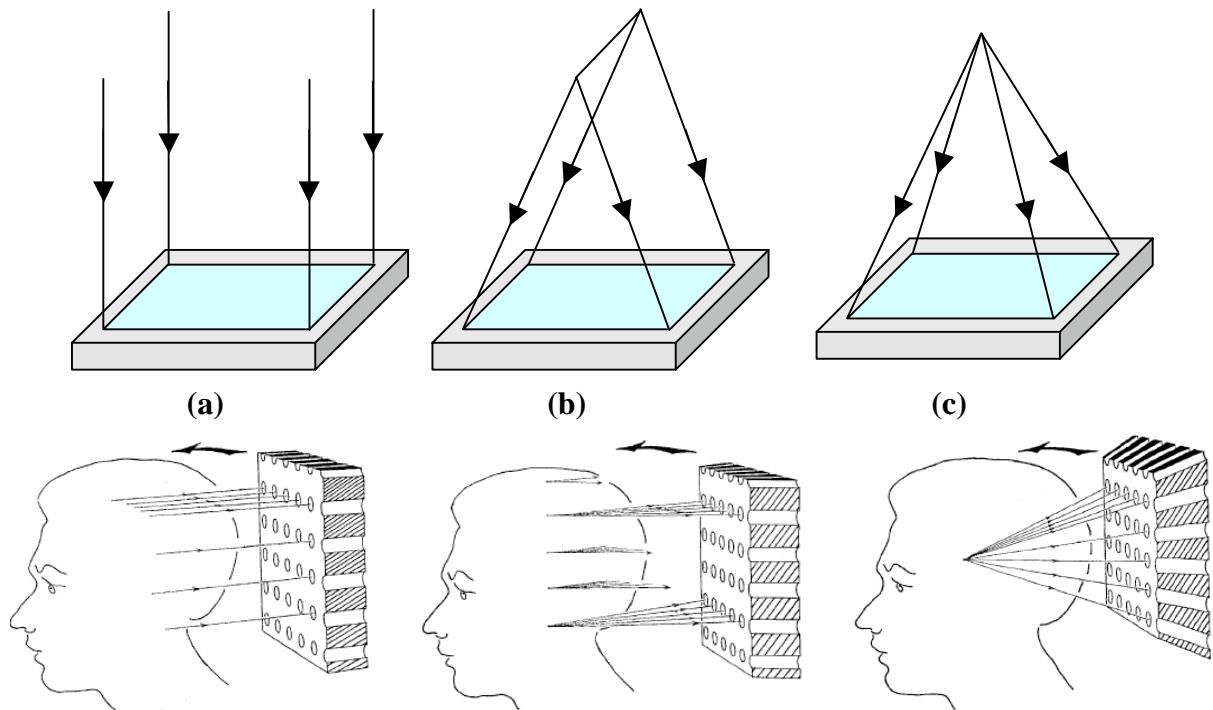


Figure 1.9 : Les différentes géométries de détection, (a) parallèle, (b) en éventail et (c) conique.

Il est aussi possible de choisir le modèle de distribution de l'intensité dans les pixels de la matrice objet ; on peut choisir un modèle uniforme pour lequel on considère que l'intensité est uniformément distribuée dans tout le pixel et pour lequel la contribution correspond à la surface traversée du pixel par la raie de projection (ou « bin » de projection). D'autres types de distribution de l'intensité sont basés soit sur un modèle de Dirac, soit encore sur un modèle de longueur de raie. Les trois modèles de distribution de l'intensité des pixels sont schématisés sur la figure 1.10.

Le modèle uniforme est le plus proche de la réalité et sera donc celui utilisé pour la reconstruction tomographique développée dans le cadre de cette thèse. Par contre, un tel modèle va engendrer des calculs plus longs des matrices de projection.

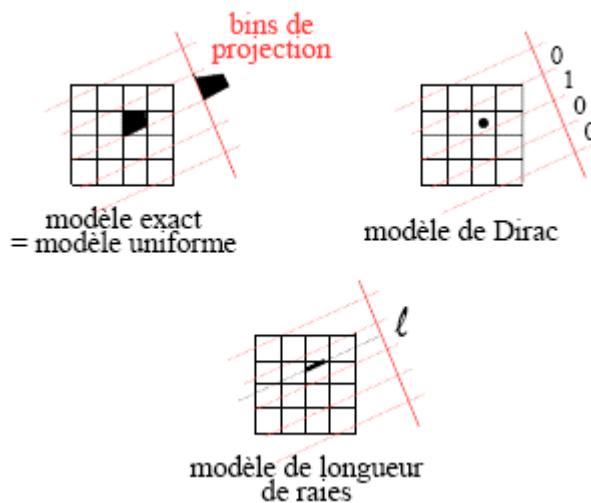


Figure 1.10 : Les modèles de distribution de l'intensité dans un pixel [Buv_1]

Outre les modélisations de type géométrique, l'opérateur de projection peut également inclure des modélisations de phénomènes physiques tels que les phénomènes d'atténuation, de diffusion ou bien la fonction de réponse du détecteur [Buv_1] [Dar_1]. La prise en compte de ces phénomènes physiques peut s'avérer très intéressante pour des applications médicales de la tomographie ; en effet, on va ainsi pouvoir tenir compte des phénomènes d'interactions des rayonnements ionisants avec le corps humain. L'atténuation est de nos jours souvent prise en compte à condition d'avoir accès à la carte des coefficients d'atténuation du corps humain. Cette carte peut être obtenue grâce à un examen tomodensitométrique. C'est notamment une des raisons pour lesquelles on trouve de plus en plus d'appareils d'imagerie fonctionnelle de médecine nucléaire (TEMP, TEP) couplés à un TDM.

Toutes les corrections qui viennent d'être citées ci-dessus et qui peuvent être incluses dans l'opérateur de projection, confèrent un avantage considérable aux méthodes algébriques de reconstruction tomographique par rapport aux méthodes analytiques de résolution [Gou_1].

Une fois le calcul de l'opérateur de projection effectué, le problème de la reconstruction tomographique se traduit par un système d'équations à résoudre. La représentation sous la forme algébrique $\mathbf{p} = \mathbf{R} * \mathbf{f}$ de la reconstruction tomographie constitue en réalité une étape de modélisation du processus « direct » de formation des projections. Or, en pratique, l'objectif est de déterminer l'objet \mathbf{f} à partir de ses projections \mathbf{p} ; il s'agit donc de résoudre l'équation du problème « inverse » qui s'écrit : $\mathbf{f} = \mathbf{R}^{-1} * \mathbf{p}$. Par conséquent, l'inversion directe de la matrice de projection permettrait de résoudre le problème.

Cependant, le système à résoudre est généralement un système de très grande taille avec autant d'inconnues que de pixels à reconstruire. Par exemple, pour 128 projections d'une matrice 128*128 pixels, qui sont les dimensions typiquement utilisées en imagerie médicale, on trouve plus de deux millions d'équations à résoudre. La dimension très élevée de ce système rend l'inversion de la matrice \mathbf{R} très complexe voire quasi impossible. La capacité de stockage et le temps de calcul nécessaires seraient bien trop importants pour rendre cette méthode de résolution avantageuse. De plus, étant donnée la complexité de \mathbf{R} , qui, de surcroît, n'est pas nécessairement carrée, il est possible que sa matrice inverse \mathbf{R}^{-1} n'existe pas ou soit mal posée, ce qui est presque toujours le cas à cause du bruit qui entache les données de projections. Ceci rend par conséquent inenvisageable le calcul de l'inverse \mathbf{R}^{-1} de la matrice de projection.

Pour pallier à cet inconvénient, des méthodes itératives de résolution ont été développées en tant qu'alternative aux méthodes d'inversion matricielle pour résoudre les problèmes inverses de reconstruction tomographique.

Le processus itératif de résolution débute par une initialisation \mathbf{f}^0 de la distribution de la grandeur physique que l'on cherche à déterminer par reconstruction tomographique. Ensuite, il consiste à corriger itérativement cette fonction \mathbf{f} , à partir de sa valeur initiale \mathbf{f}^0 , de façon à se rapprocher au maximum de la réalité de l'objet. Ainsi, à chaque itération \mathbf{n} , on

calcule les projections \mathbf{p}^n à partir des valeurs estimées \mathbf{f}^n de la grandeur physique puis on les compare avec les projections mesurées \mathbf{p} donnant ainsi un facteur de correction \mathbf{c}^n . Cette correction est appliquée, selon différentes manières en fonction de l'algorithme, à \mathbf{f}^n donnant ainsi une nouvelle estimation \mathbf{f}^{n+1} de la grandeur recherchée. On réalise ainsi une mise à jour itérative des valeurs estimées de l'objet. Un critère d'arrêt de la reconstruction doit être défini et testé à chaque itération ; tant que cette condition d'arrêt n'est pas satisfaite, le processus de reconstruction se poursuit. Il peut s'agir de minimiser ou maximiser ce critère qui traduit la fidélité de la reconstruction aux données expérimentales. Nous verrons dans un paragraphe suivant quels sont les différents critères d'arrêt qui peuvent être utilisés et en quoi ce critère d'arrêt est essentiel pour être au plus proche de la solution vraie.

L'ensemble du processus itératif de reconstruction est représenté sur l'organigramme de la figure 1.11.

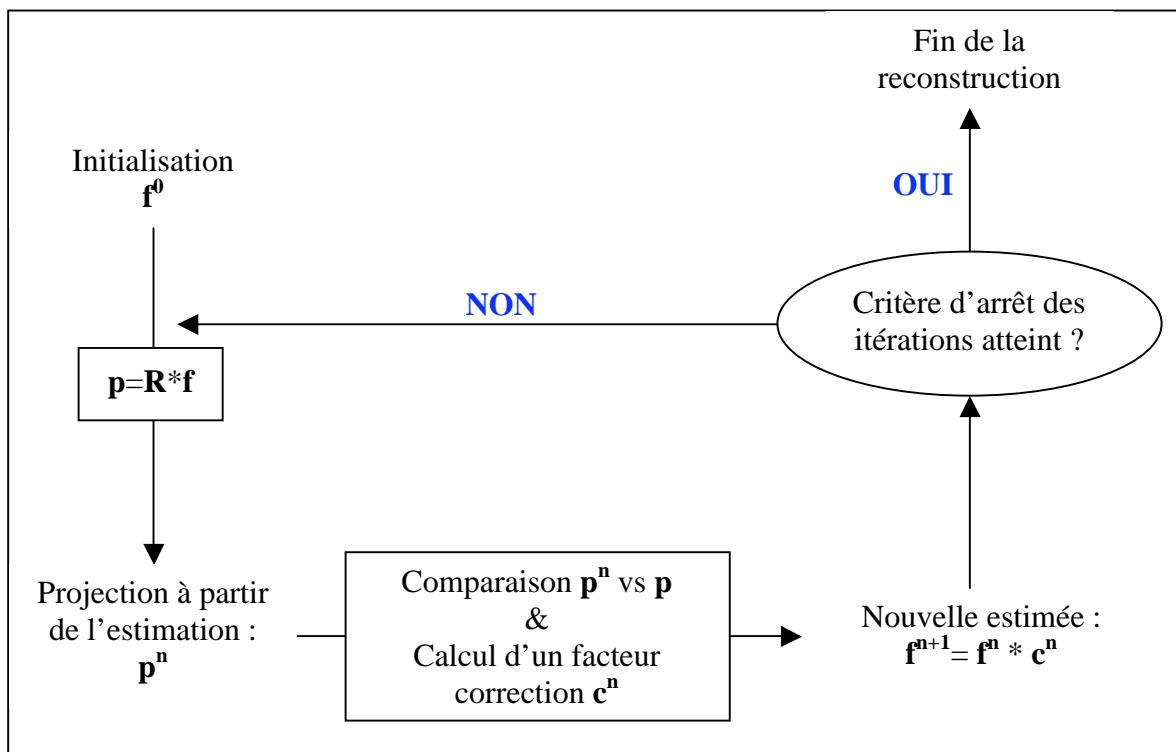


Figure 1. 11 : Organigramme du processus itératif de reconstruction

Il existe de nombreuses méthodes de « comparaison » entre la projection mesurée et la projection estimée, donnant lieu à différents algorithmes de reconstruction. Nous en détaillerons quelques uns plus loin.

✖ Critère d'arrêt de la convergence et régularisation :

Nous avons vu qu'au terme de chaque itération, un critère d'arrêt est calculé de façon à tester la solution. En fonction de l'expression de ce critère, on va chercher à le minimiser ou bien à le maximiser. Critère d'arrêt et régularisation, nous allons le voir, peuvent être étroitement liés.

Les méthodes itératives de reconstruction tomographique sont classées en deux grandes catégories : les méthodes classiques dites algébriques en opposition aux méthodes statistiques basées sur une formulation probabiliste du problème [Dar_1]. Dans le premier cas, on cherche à minimiser la « distance » entre les projections mesurées \mathbf{p} et estimées $\mathbf{p}^n = \mathbf{R.f}$, à chaque itération. On note cette distance $d_1(\mathbf{p}, \mathbf{R.f})$. Elle peut s'exprimer de diverses façons. Par exemple, elle peut prendre la forme d'une différence au sens des moindres carrés, que l'on retrouve dans l'équation (1-14) :

$$d_1(\mathbf{p}, \mathbf{R.f}) = \| \mathbf{p} - \mathbf{R.f} \|^2 \quad (1-14)$$

Ce critère peut aussi formuler l'erreur commise en calculant la moyenne quadratique, connue sous le nom de RMS en anglais pour Root Mean Square, entre projections mesurées et estimées dont l'expression est donnée par l'équation (1-15) :

$$d_1(\mathbf{p}, \mathbf{R.f}) = \sqrt{\frac{(\mathbf{p} - \mathbf{R.f})^2}{\mathbf{p}^2}} \quad (1-15)$$

Dans la seconde catégorie de méthodes, on se place dans le cadre d'une interprétation probabiliste du problème de reconstruction tomographique. Il s'agit de déterminer la solution la plus probable compte tenu des projections expérimentales dont on dispose. Cela signifie que l'on recherche une solution qui maximise la probabilité d'obtenir l'image \mathbf{f} sachant que l'on connaît les projections \mathbf{p} : $\mathbf{P}(\mathbf{f}|\mathbf{p})$. D'après le théorème de Bayes, on a :

$$\mathbf{P}(\mathbf{f}|\mathbf{p}) = \frac{\mathbf{P}(\mathbf{p}|\mathbf{f})\mathbf{P}(\mathbf{f})}{\mathbf{P}(\mathbf{p})} \quad (1-16)$$

Dans la formule (1-16), $\mathbf{P}(\mathbf{p}|\mathbf{f})$ représente la probabilité de mesurer les projections \mathbf{p} connaissant le fonction d'origine \mathbf{f} ; il s'agit de la fonction de vraisemblance des projections. $\mathbf{P}(\mathbf{f})$ et $\mathbf{P}(\mathbf{p})$ sont les probabilités a priori, respectivement de l'image \mathbf{f} et des projections \mathbf{p} et sont égales à 1 puisque les projections sont connues et que l'on n'introduit, pour l'instant, aucune information a priori sur l'image. Par conséquent, l'équation (1-16) devient (1-17) :

$$\mathbf{P}(\mathbf{f}|\mathbf{p}) = \mathbf{P}(\mathbf{p}|\mathbf{f}) \quad (1-17)$$

Ainsi, maximiser $\mathbf{P}(\mathbf{f}|\mathbf{p})$ revient à maximiser la vraisemblance $\mathbf{P}(\mathbf{p}|\mathbf{f})$, c'est-à-dire à minimiser l'écart entre projections mesurées et estimées. C'est la méthode de maximisation de la vraisemblance, pour laquelle $\mathbf{P}(\mathbf{f})$ est uniforme.

Tous ces critères traduisent la fidélité de la solution par rapport aux données, issues des mesures, qui sont connues. Néanmoins, il est insuffisant de se repérer uniquement à un de ces critères pour définir le moment où on atteint la solution « vraie », autrement dit la meilleure reconstruction. Nous appellerons solution « vraie » la solution la plus proche de la réalité. En effet, lors d'un processus itératif de reconstruction, au fur et à mesure des itérations, l'algorithme commence tout d'abord à converger vers la solution « vraie ». Cependant, il ne va pas converger indéfiniment et, après cette phase de convergence, il va se mettre à diverger et donc à s'éloigner de la solution « vraie ». Le bruit, qui entache les mesures expérimentales, est à l'origine de ce phénomène de divergence, au-delà d'un certain nombre d'itérations, du processus de reconstruction tomographique [Mar_1]. On peut

constater ici une des conséquences du caractère mal posé de l'inversion tomographique due au bruit.

Nous allons détailler plus amplement ce phénomène. En réalité, les méthodes itératives reconstruisent progressivement des fréquences croissantes de l'objet. Les premières itérations donnent alors des résultats très lissés, dus à une prédominance des basses fréquences qui décrivent les structures grossières de l'objet. Ensuite, plus le nombre d'itérations augmente, plus les hautes fréquences, qui contiennent les informations concernant les détails de l'objet ainsi que le bruit, apparaissent. Ainsi, au fur et à mesure des itérations, on se rapproche de la solution et l'algorithme converge. Par contre, si on poursuit trop longtemps les itérations, l'influence du bruit sera telle que les processus vont se mettre à diverger et on va s'éloigner de la solution « optimale ».

L'influence de ce bruit doit donc être maîtrisée de façon à éviter la divergence de l'algorithme et obtenir la meilleure solution. Cela se fait en imposant des contraintes sur le processus de reconstruction : l'ensemble de ces contraintes sont regroupées sous le terme de régularisation du processus de reconstruction tomographique et vont permettre de pallier au caractère mal posé du problème. La régularisation peut prendre des formes nombreuses et variées. Nous allons en décrire quelques unes.

Une première méthode de régularisation, implicite, consiste à fixer un nombre maximum d'itérations au-delà duquel l'algorithme s'arrêtera. Si on choisit d'interrompre le processus après un certain nombre d'itérations, cela revient en réalité à utiliser un filtre passe-bas. On renonce ainsi à reconstruire les fréquences, au-delà d'un certain seuil, en considérant qu'elles représentent essentiellement du bruit. Plus on augmente le nombre d'itérations, plus on restaure les détails de l'image et donc plus on améliore la résolution spatiale, mais en contrepartie, on augmente également l'influence du bruit. Le choix du nombre d'itérations devra être le résultat d'un compromis réalisé entre la résolution spatiale et la conséquence du bruit dans l'image reconstruite. En effet, si on arrête trop tôt le processus de reconstruction, certains détails de l'image risque de ne pas apparaître dans le résultat final. A l'inverse, si le nombre d'itérations est trop important, certes les détails auront été reconstruits mais l'influence du bruit viendra dégrader la qualité de l'image.

Le choix du nombre maximum d'itérations à accomplir peut être lié aux critères d'arrêt dont nous avons parlé ci-dessus. Par exemple, lorsqu'on utilise un critère à minimiser, tel que la différence au sens des moindres carrés, il suffit de fixer une valeur critique du critère, proche de zéro dans ce cas, en dessous de laquelle on peut considérer que l'on se trouve suffisamment proche de la solution « optimale » pour pouvoir stopper la reconstruction.

Généralement, au cours des itérations, le critère à minimiser commence par décroître rapidement puis plus doucement et finit par se stabiliser. On considère qu'à partir de ce moment, lorsque sa décroissance est inférieure à un certain pourcentage, on peut interrompre le processus de reconstruction. On détermine ainsi le nombre d'itérations à effectuer. En fonction de la forme et de la complexité de l'objet à reconstruire et en fonction du niveau de bruit dans les projections, le critère d'arrêt à minimiser sera plus ou moins élevé et mettra alors plus ou moins de temps avant de se stabiliser.

L’arrêt de la reconstruction au-delà d’un certain nombre d’itérations est la technique la plus simple de régularisation mais c’est une solution qui demeure relativement subjective et qui est fonction de l’opérateur, d’autant plus que la vitesse de convergence peut varier de façon importante en fonction du niveau de bruit, de l’objet, du modèle d’opérateur choisi... La régularisation du processus de reconstruction tomographique peut se faire de manière plus satisfaisante que le simple fait d’interrompre les itérations. Cette régularisation, plus explicite que la précédente, consiste à introduire une information *a priori* sur la solution, et c’est le cas des méthodes itératives statistiques puisqu’on suppose connues certaines probabilités. Il existe plusieurs types d’informations *a priori* qui sont utilisées pour résoudre itérativement des problèmes de reconstruction tomographique. Ces informations *a priori* permettent de limiter les solutions possibles de façon plus ou moins restrictives. Voici quelques exemples d’informations *a priori* régularisantes :

- La positivité de la solution : cet *a priori* traduit souvent la réalité physique de l’objet. Il est donc souvent utilisé car il est peu contraignant.
- Le degré de lissage de l’image, la régularité dans l’image.
- L’allure globale de l’image : on suppose que l’on connaît, par exemple, certaines discontinuités de l’objet ou encore sa forme générale et on peut donc introduire ces informations comme *a priori* dans la reconstruction.

Lorsqu’on ajoute un *a priori* régularisant, la formulation du critère d’arrêt de l’algorithme s’en trouve quelque peu modifiée.

Dans le formalisme classique des méthodes algébriques, on obtient une solution régularisée en minimisant l’équation (1-18) :

$$d_1(p, R.f) + \lambda.d_2(f, f_a) \quad (1-18)$$

Dans cette expression, \mathbf{d}_1 est le terme de fidélité aux données mesurées. \mathbf{f}_a représente l’information *a priori* introduite sur la solution et par conséquent, \mathbf{d}_2 est le terme de fidélité de la solution à cet *a priori*. Le paramètre λ définit le poids que l’on accorde à l’information *a priori* lors de la reconstruction.

Dans le formalisme Bayesien, on exprime le critère d’arrêt à partir du théorème de Bayes donné dans l’équation (1-16). Dans cette équation, $P(p)$ est toujours égal à 1 puisque les projections mesurées sont des éléments connues mais, du fait de l’introduction d’un *a priori* sur la solution, la probabilité *a priori* $P(\mathbf{f})$ n’est plus égale à 1 comme dans le cas d’une méthode non régularisée. $P(\mathbf{f})$ doit traduire tout ce qui est connu à propos de la solution. Le critère à maximiser s’exprime alors selon l’équation (1-19) :

$$P(\mathbf{f}|p) = P(p|\mathbf{f})P(\mathbf{f}) \quad (1-19)$$

Le terme $P(\mathbf{f}|p)$ est alors appelée probabilité *a posteriori*. Cette méthode régularisée est souvent identifiée sous le terme « MAP » pour « Maximum A Posteriori » [Bru_1]. On constate ainsi que la méthode de maximisation de la vraisemblance n’est qu’un cas particulier de la méthode Bayesienne qui est valable lorsque $P(\mathbf{f})$ est uniforme, c’est-à-dire lorsqu’on n’introduit pas d’*a priori* sur la solution.

La formulation des critères d'arrêt dans le cadre d'une méthode régularisée exprime le fait que l'on recherche une solution qui soit un compromis entre la fidélité aux projections expérimentales et la fidélité à l'information *a priori* qui a été introduite dans le processus de reconstruction.

La régularisation par le biais d'informations *a priori* n'est pas indispensable à la reconstruction tomographique. En fonction du domaine d'application, de l'objectif donné et de la quantité et de la fiabilité des informations *a priori*, il sera plus ou moins intéressant de l'utiliser. En imagerie oncologique TEMP par exemple, de nombreuses informations *a priori* peuvent être disponibles sur le corps du patient ou un organe spécifique. Ce sont principalement des informations anatomiques qui sont fournies grâce à l'emploi d'une autre modalité d'imagerie comme la tomodensitométrie ou l'imagerie par résonance magnétique. Ainsi, grâce à ces informations qui donnent la carte d'atténuation ainsi que les contours des organes, il devient possible non seulement de mieux comprendre le principe de formation des projections au travers du phénomène d'atténuation mais aussi de contraindre les solutions aux régions émettrices réellement intéressantes. C'est pour cela que l'on trouve de plus en plus de systèmes d'imagerie multimodale tels que des TEMP couplés à un TDM.

A l'inverse, dans le cas que nous avons mis en œuvre en imagerie des plasmas thermiques, nous avons souhaité développer un algorithme le plus généraliste possible. Nous avons donc supposé que l'on ne connaissait au préalable aucune information *a priori* sur le plasma, hormis la positivité des valeurs de l'émissivité. L'émissivité est une des grandeurs caractéristiques d'un plasma thermique ; elle est fréquemment étudiée expérimentalement puisqu'elle permet de remonter à la température du milieu. Elle correspond à une énergie rayonnée par le plasma lors de la désexcitation de certains de ses atomes se trouvant dans un état excité. Il est plus intéressant dans le cas de la tomographie des plasmas thermiques de n'introduire aucun *a priori* afin de restreindre au minimum l'espace des solutions possibles. Un *a priori* trop contraignant risquerait de mener à une solution différente de la solution « optimale », particulièrement si le plasma ne satisfait finalement pas l'hypothèse *a priori* fixée.

2.4. Avantages et inconvénients des méthodes analytiques et itératives :

Les méthodes analytiques, essentiellement la rétroprojection filtrée, se distinguent par leur efficacité, c'est-à-dire la rapidité avec laquelle le problème de reconstruction tomographique peut être résolu, ce qui leur confère un avantage non négligeable par rapport aux méthodes itératives. Par contre, de nombreux inconvénients viennent nuire à cet avantage. Effectivement, plusieurs aspects du problème, notamment concernant les phénomènes physiques, ne peuvent pas être pris en compte de façon simple et directe dans le processus de reconstruction. C'est le cas de l'atténuation et de la diffusion du rayonnement qui ne peuvent pas être modélisées, ce qui exclut toute étude possible de la quantification des images médicales. Il n'est pas non plus possible de prendre en compte la fonction de réponse du détecteur ni des géométries complexes d'acquisition telles que le « fan-beam ». Cependant, il existe des méthodes de correction d'atténuation pré ou post reconstruction

[Buv_2], applicables lorsqu'on utilise des méthodes analytiques de reconstruction. Ces méthodes consistent à introduire des facteurs correctifs, tels que le facteur de Chang [Cha_1], soit sur les projections, soit sur l'image reconstruite.

Ensuite, le procédé de rétroprojection génère systématiquement l'apparition d'artefacts dans l'image reconstruite ce qui impose une étape de filtrage supplémentaire venant s'ajouter au filtre rampe intrinsèque. Néanmoins, il subsiste toujours un résidu de ces artefacts présent sur l'image. Cette étape de filtrage additionnelle constitue un inconvénient car elle risque d'introduire des valeurs négatives dans les images. En outre, la rétroprojection filtrée (RPF), de part son caractère quasi continu, est mal adaptée aux cas de reconstructions à partir de données de projection incomplètes. Effectivement, une RPF ne sera efficace que si le nombre d'angles de vue est élevé et réparti de façon quasi continue sur 360° autour de l'objet.

A l'inverse, les méthodes itératives [Van_1], qui discrétilisent le problème, permettent de prendre en compte naturellement la modélisation des phénomènes physiques, de la géométrie de détection ainsi que de la réponse du détecteur. Elles peuvent également permettre de prendre en compte des propriétés statistiques des phénomènes observés, ce qui est impossible lors d'une reconstruction analytique. Grâce à toutes ces considérations, tant physiques que géométriques, qui peuvent être incluses dans l'opérateur de projection des méthodes itératives, l'étude de la quantification des images tomographiques devient tout à fait envisageable. En contrepartie, la mise en œuvre des méthodes itératives nécessite des temps de calcul bien plus importants que les méthodes analytiques ; néanmoins, ceci est un inconvénient de moins en moins pénalisant étant donné les progrès de l'informatique. De plus, pour réduire les temps de calcul, des algorithmes ont été modifiés de façon à accélérer la reconstruction, en classant par exemple les projections en sous-ensembles ordonnés [Hud_1]. C'est le cas de l'algorithme OSEM qui sera détaillé plus tard. Hormis le temps de calcul, les méthodes itératives de reconstruction tomographique ont pour inconvénient d'amplifier le bruit au fur et à mesure des itérations. Nous avons discuté de ce problème dans un paragraphe précédent et nous avons mis en évidence l'importance du choix d'un critère d'arrêt ou d'une méthode de régularisation pour éviter ce phénomène et donc la divergence de la solution.

Finalement, les méthodes analytiques de reconstruction tomographique, du fait de leur rapidité, sont essentiellement plus avantageuses lorsqu'elles doivent être utilisées de façon fréquente et répétitive, comme c'est le cas d'une utilisation en routine clinique pour l'imagerie médicale. Quant aux méthodes itératives de reconstruction tomographique, elles présentent plutôt des intérêts liés aux multiples possibilités de modélisations physiques des phénomènes. Elles permettent, en effet, de représenter de la manière la plus réaliste possible l'objet étudié ainsi que le procédé d'imagerie utilisé. Par conséquent, et grâce aux diverses améliorations qui ont permis de diminuer les temps de calcul, les méthodes itératives sont de plus en plus utilisées quotidiennement pour la reconstruction tomographique des images médicales. Les algorithmes permettant la résolution itérative de la reconstruction

tomographique sont nombreux. Nous allons en détailler quelques uns dans le paragraphe suivant.

2.5. Les principaux algorithmes de reconstruction itérative :

Les méthodes itératives de reconstruction tomographique se divisent en deux catégories [Zen_1] :

- Les méthodes dites **algébriques** sont des méthodes itératives conventionnelles de résolution d'un système d'équations linéaires dont l'objectif est de trouver une solution qui minimise $\|\mathbf{p} \cdot \mathbf{R}^* \mathbf{f}\|^2$. Parmi les méthodes algébriques les plus connues, on peut citer ART (Algebraic Reconstruction Technique), SIRT (Simultaneous Iterative Reconstruction Technique), ou encore GC (gradient conjugué)...
- Les méthodes dites **statistiques** utilisent une formulation probabiliste du problème de reconstruction : les raies de projections **p** sont alors des variables aléatoires de Poisson, ainsi que dans certains cas la fonction **f** à reconstruire, et le bruit aléatoire dans les données peut alors être pris en compte [Van_1]. L'objectif est de trouver une solution qui maximise une fonction de vraisemblance. On peut citer, parmi les plus connues, MLEM (Maximum Likelihood Expectation Maximisation) et sa variante OSEM (Ordered Subset Expectation Maximisation).

Nous allons, dans le paragraphe suivant, décrire quelques uns de ces algorithmes de reconstruction tomographique basés sur une méthode de résolution itérative.

✓ **ART** :

La méthode ART, pour Algebraic Reconstruction Technique, est un algorithme algébrique itératif qui a été utilisé pour la première fois en imagerie médicale par Hounsfield [Hou_1] en 1973 pour effectuer les reconstructions d'images sur le premier tomodensitomètre (TDM, nommé vulgairement scanner) de l'histoire. Elle a fait l'objet d'une première publication en 1970 par Gordon, Bender et Herman [Gor_1], à l'origine pour la microscopie électronique. La méthode de reconstruction ART a été identifiée à l'algorithme de Kaczmarz [Kac_1] développée en 1937 et qui est une méthode de résolution itérative des systèmes linéaires d'équations.

La méthode ART [Gor_2] [Gor_3] se subdivise en deux catégories : une mise en œuvre additive de la correction, c'est la technique AART (Additive Algebraic Reconstruction Technique) et une mise en œuvre multiplicative de la correction, il s'agit de la MART (Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique). Nous verrons plus tard que nous choisirons cette dernière, la MART, pour la tomographie des plasmas thermiques.

L'algorithme AART initial se traduit par l'expression suivante (1-20), après initialisation de la matrice objet $\mathbf{f}^{(0)}$:

$$f_i^{(n+1)} = f_i^{(n)} + \left(p_k - p_k^{(n)} \right) \times \frac{r_{ik}}{\sum_l r_{lk}^2} \quad (1-20)$$

Avec i et l : l'indice du pixel de la matrice allant de 1 à N²,
 n : l'indice de l'itération,
 k : l'indice du pixel de projection allant de 1 à T (avec T=M*Θ),
 $f_i^{(n)}$: la valeur du pixel considéré à l'itération n,
 p_k et $p_k^{(n)}$: respectivement la projection mesurée et la projection estimée à partir de $f_i^{(n)}$,
 r_{ik} : la contribution du pixel i à la projection k,
 $\sum_l r_{lk}^2$: la somme du carré des contributions de l'ensemble des pixels de la matrice à la projection k.

Le rapport entre les contributions r_{ik} que l'on trouve dans la formule (1-20) de l'AART constitue l'élément pondérateur de la correction additive.

Quant à l'algorithme MART, son expression peut se décliner selon différentes formes en fonction de la pondération accordée au facteur correctif multiplicatif. Voici deux exemples de pondération qui fournissent des résultats de reconstruction tout à fait satisfaisants :

$$f_i^{(n+1)} = f_i^{(n)} \times \frac{\sum_k p_k}{\sum_k p_k^{(n)}} \quad (1-21)$$

$$f_i^{(n+1)} = f_i^{(n)} \times \left(\frac{p_k}{p_k^{(n)}} \right)^{r_{ik}/r_{ik} \max} \quad (1-22)$$

Dans la formule (1-21), la pondération s'exprime de façon à ce que, pour chaque pixel de l'image, le facteur correctif prenne en compte la totalité des projections concernées par le pixel considéré, autrement dit toutes les lignes de projection qui traversent le pixel pour un angle de vue donné.

Dans la formule (1-22) **[Byr_1]**, la pondération s'exprime comme une puissance du facteur correctif ; ce rapport, pour chaque pixel et pour chaque ligne de projection, est pondéré par le rapport entre la contribution r_{ik} du pixel i à la raie de projection k et la contribution maximale à cette même raie. Cette pondération est donc fonction de l'importance d'un pixel par rapport à la raie de projection considérée. Ainsi, au cours d'une même itération, chaque pixel est corrigé autant de fois qu'il est traversé par une ligne de projection pour un angle de vue donné et cette correction est pondérée en fonction de la contribution du pixel à la ligne de projection.

✓ **SIRT** :

La méthode SIRT, pour Simultaneous Iterative Reconstruction Technique, entre dans la catégorie des méthodes algébriques. Elle est fondée sur le même principe de base que les

méthodes ART mais contrairement à celles-ci qui, pour chaque itération, corrigent successivement un pixel à partir de l'équation correspondant à une seule raie de projection, la méthode SIRT consiste à corriger un pixel en utilisant toutes les équations – c'est-à-dire toutes les raies de projection sur toutes les incidences angulaires – lors d'une seule et même itération. Elle corrige donc simultanément un pixel à partir de tous les rayons qui le traversent [Gil_1]. Ainsi, la méthode SIRT ne réalise qu'une seule mise à jour par pixel et par itération alors que les méthodes ART effectuent autant de mises à jour par pixel et par itération qu'il y a de raies de projection au total. Son expression, en version additive, est donnée par l'équation (1-23) ci-dessous :

$$f_i^{(n+1)} = f_i^{(n)} + \frac{\sum_k (p_k - p_k^{(n)}) \times r_{ik}}{\sum_k \sum_l r_{lk}^2} \quad (1-23)$$

Par rapport aux méthodes ART, la méthode SIRT offre l'avantage d'être plus consistante et d'aboutir à une solution plus stable mais elle est bien plus lente. En effet, la convergence est atteinte plus tardivement puisqu'une seule mise à jour par pixel est effectuée dans chaque itération. Elle est surtout employée pour la reconstruction à partir de données bruitées. Une méthode similaire en version multiplicative a été développée pour former l'algorithme SMART [Byr_1].

✓ MLEM / OSEM :

La méthode MLEM, pour Maximum Likelihood Expectation Maximization, encore appelée méthode d'Espérance Maximisée (EM), fait partie des méthodes statistiques, à l'inverse des deux précédents algorithmes. Elle a été développée par Dempster en 1977 [Dem_1] et a été introduite en tomographie par Shepp et Vardi en 1982 [She_1]. La formule générale de l'algorithme EM est donnée par l'équation (1-24) ci-dessous dans laquelle on constate que le caractère « statistique » n'apparaît pas explicitement :

$$f_i^{(n+1)} = \frac{f_i^{(n)}}{\sum_k r_{ik}} \times \sum_k \left(r_{ik} \cdot \frac{p_k}{p_k^{(n)}} \right) \quad (1-24)$$

La méthode MLEM utilise une formulation probabiliste du problème de reconstruction. Les données de projection ainsi que les données recherchées (valeurs des pixels de l'image) sont considérées comme des variables aléatoires de Poisson. L'objectif de cette méthode est de déterminer la meilleure image solution au sens du maximum de vraisemblance.

En voici le principe détaillé : on a une série de mesures \mathbf{p} qui correspond à la réalisation d'une variable aléatoire \mathbf{P} et une série d'inconnues \mathbf{f} qui correspond à la réalisation d'une variable aléatoire \mathbf{F} . Le but est de trouver \mathbf{f} qui maximise la probabilité $P(F=f / P=p)$ pour que les inconnues prennent la valeur \mathbf{f} sachant que les projections ont la valeur \mathbf{p} . Cependant, il est uniquement possible de chercher \mathbf{f} maximisant $P(P=p / F=f)$ qui correspond

à la probabilité d'observer des projections mesurées $\mathbf{P}=\mathbf{p}$ sachant que le pixel vaut $\mathbf{F}=\mathbf{f}$. C'est ce que l'on appelle faire une estimation par maximum de vraisemblance.

L'algorithme se décompose en deux étapes : il faut tout d'abord calculer l'espérance de la vraisemblance compte tenu des projections \mathbf{p}_k mesurées et de l'estimation courante (itération n) de la valeur des pixels $\mathbf{f}_i^{(n)}$. Vient ensuite l'étape de maximisation de l'espérance par annulation des dérivées partielles par rapport à $\mathbf{f}_i^{(n)}$.

L'algorithme OSEM, pour Ordered Subset Expectation Maximization, est simplement une version accélérée de la méthode MLEM ; il s'agit de classer les projections en sous-ensembles ordonnés et d'appliquer successivement MLEM à ces sous-ensembles de projections [Hud_1].

3. Le traitement des images – le filtrage :

En imagerie, on a souvent recours à des procédés d'amélioration et de restauration des images numériques acquises ou reconstruites. L'objectif est de restituer aussi fidèlement que possible le signal d'origine en effectuant une amélioration visuelle, une réduction de l'information inutile c'est-à-dire du bruit, et en renforçant l'information utile. On vise ainsi à obtenir une image la plus proche possible de l'image idéale que l'on obtiendrait si le système d'acquisition était parfait. Le traitement des images numériques se divise en deux catégories, l'amélioration et la restauration, et s'effectue à l'aide d'un outil essentiel : le filtrage par convolution.

L'amélioration d'une image est un problème essentiellement subjectif qui va dépendre de l'œil de chacun. Pour cette raison, nous ne nous attarderons pas sur cette technique. Pour améliorer une image, on joue principalement sur le rehaussement du contraste et la modification de l'histogramme. La restauration d'une image pour la réduction du bruit est beaucoup plus communément employée. Elle est basée sur la technique de filtrage.

Le bruit est un signal indésirable qui vient perturber le signal utile d'une image. Il a deux origines principales : une origine interne et une origine externe au système d'acquisition. Le bruit peut tout d'abord être dû au capteur selon sa qualité et son utilisation. Si le capteur est mal positionné par exemple, la mise au point sera mauvaise et on observera dans l'image un flou, éventuellement des distorsions géométriques et une saturation. Le bruit peut également être dû à des événements extérieurs ou bien simplement à l'environnement de l'acquisition. En télédétection par exemple, les nuages peuvent dégrader la qualité des images satellites. D'autres exemples de sources de dégradation peuvent être la poussière ou encore des sources lumineuses dont il est impossible de s'affranchir comme, par exemple, l'éclairage urbain lors d'observations astronomiques.

Il existe deux façons d'analyser le bruit : une méthode statistique et une méthode fréquentielle. Dans le premier cas, il faudra définir la densité de probabilité du bruit, c'est-à-dire la fréquence d'apparition du bruit dans les images. L'analyse fréquentielle permet de définir le spectre en fréquence du bruit ; il s'agit davantage d'une étude en terme d'amplitude du bruit.

Le filtrage d'une image est basé sur l'analyse fréquentielle du bruit. C'est le filtrage par convolution. La convolution peut être appliquée soit dans le domaine spatial de l'espace réel, directement sur l'image, du fait de la discréétisation des images numériques, soit dans le domaine fréquentiel de l'espace de Fourier. Le filtrage par convolution dans le domaine spatial consiste à multiplier chaque pixel de l'image par un masque représentant le filtre, qui n'est autre qu'une matrice. Par décalages successifs, on déplace le masque et réalise ainsi la convolution sur tous les pixels de l'image. On appelle aussi le masque une fenêtre glissante. La valeur d'un pixel est ainsi modifiée en fonction des valeurs contenues dans les pixels voisins à un facteur pondérant près. La fréquence de coupure du filtre est déterminée par la dimension du masque. Plus le masque est petit, plus la fréquence de coupure est élevée et moins le filtre est lissant.

Le même résultat peut être obtenu en effectuant l'opération de filtrage dans le domaine fréquentiel. Il s'agit dans un premier temps de calculer la transformée de Fourier 2D de l'image. On multiplie ensuite cette transformée de Fourier par l'expression du filtre en fréquence, on obtient ainsi la transformée de Fourier filtrée de l'image. On calcule ensuite la transformée de Fourier inverse de cette expression afin d'obtenir l'image filtrée.

Les deux méthodes de filtrage par convolution conduisent à des résultats similaires comme on peut le voir sur la figure 1.12.

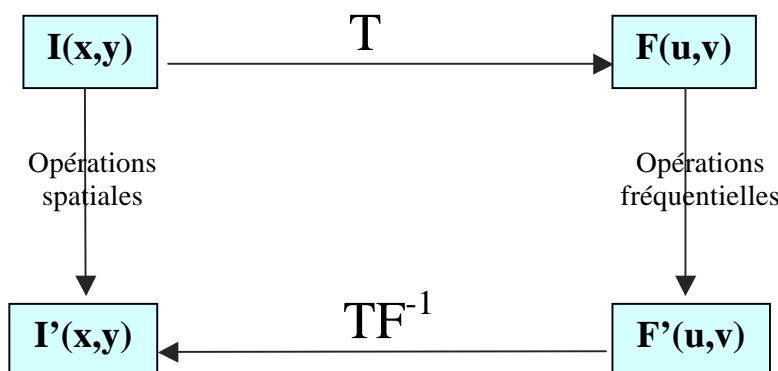


Figure 1. 12 : Filtrage spatial et fréquentiel d'une image.

Toutefois, le filtrage dans le domaine fréquentiel est plus fréquemment employé. En effet, même si la transformée de Fourier d'une image contient autant d'informations que l'image elle-même, il est souvent plus pratique de raisonner en terme de fréquence – spatiale dans le cas d'une image – plutôt que de distance. Ainsi, les détails de petite taille de l'image dans l'espace réel seront plus accessibles et perceptibles en étant représentés dans l'espace de Fourier par les hautes fréquences.

3.1. Le filtrage en tomographie :

En tomographie, nous l'avons vu, le principe consiste à reconstruire une image bidimensionnelle d'un objet à partir de ses projections sur plusieurs incidences angulaires. Le bruit dans ce cas est introduit dans les projections mesurées lors de l'acquisition. L'opération

de filtrage peut alors être implantée à différentes étapes du processus de reconstruction tomographique :

- On peut filtrer les projections puis procéder à la reconstruction tomographique ; il s'agit alors d'un filtrage 1D ou 2D selon le format des projections.
- On peut commencer par la reconstruction tomographique à partir des projections bruitées puis filtrer chaque coupe reconstruite de l'objet ; le filtrage est alors 2D.
- On peut également, après reconstruction tomographique, filtrer le volume entier de l'objet qui a été obtenu ; le filtrage est 3D.

Il est souvent préférable d'appliquer le filtrage sur les projections, avant d'entrer dans le processus de reconstruction tomographique. En effet, la reconstruction tomographique est fortement susceptible d'amplifier le bruit présent dans les projections et donc de propager des erreurs.

Pour réduire l'effet du bruit dans les projections, le filtrage doit effectuer une opération de lissage des données. Or, le bruit est caractérisé dans l'espace de Fourier par les hautes fréquences. Par conséquent, les filtres lissants doivent être de type passe-bas afin d'éliminer ou de réduire les hautes fréquences. Les filtres passe-bas sont nombreux. Les plus classiques sont les filtres de Hann, de Hamming ou encore de Parzen dont le lissage ne dépend que d'un seul paramètre, la fréquence de coupure. Au-delà de la fréquence de coupure, toute fréquence est entièrement supprimée et l'amplitude des fréquences inférieures à la fréquence de coupure est modulée en fonction de l'allure du filtre. Plus la fréquence de coupure est faible, plus le lissage est important. Le filtre de Hann présente l'inconvénient d'être fortement lissant, notamment au niveau des moyennes fréquences, ce qui a pour conséquence la perte de détails dans l'image et donc la dégradation de la résolution spatiale. Le filtre de Parzen, quant à lui, divise en trois l'espace fréquentiel et module différemment l'amplitude des fréquences dans ces trois zones. Il conserve donc davantage les moyennes fréquences que le filtre de Hann. Le filtre de Butterworth est un autre exemple de filtre passe-bas plus complexe que ceux cités précédemment. En effet, son lissage dépend de deux paramètres : la fréquence de coupure comme pour tout filtre, et l'ordre qui détermine la rapidité de décroissance du filtre dans les hautes fréquences. Correctement paramétré, il permet de conserver les moyennes fréquences et donc la résolution spatiale.

Les expressions des filtres de Hann et Butterworth sont données par les formules suivantes (1-25) et (1-26) :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \phi(f)_{Hann} = 0,5 * \left(1 + \cos\left(\pi \frac{|f|}{f_c}\right) \right) & \text{Pour } |f| \leq f_c \\ \phi(f)_{Hann} = 0 & \text{Pour } |f| > f_c \end{array} \right\} \quad (1-25)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \phi(f)_{Butterworth} = \frac{1}{\left[1 + \left(\frac{f}{f_c} \right)^n \right]^{1/2}} & \text{Pour } |f| \leq f_c \\ \phi(f)_{Butterworth} = 0 & \text{Pour } |f| > f_c \end{array} \right\} \quad (1-26)$$

Hormis le filtrage du bruit par des filtres lissants de type passe-bas, il existe d'autres types de filtres pour la restauration des images tels que des filtres contrastants. Ce genre de filtres amplifie les moyennes fréquences dans le but de corriger la dégradation de la résolution par le système de détection. Ils utilisent donc la fonction de transfert de modulation du système. La fonction de transfert de modulation peut être soit mesurée, soit estimée à partir de la résolution du système. Parmi les filtres contrastants les plus connus, on peut citer le filtre de Metz ou encore le filtre de Wiener.

Une étude sur l'influence du type de filtre passe-bas et sur l'influence de la fréquence de coupure pour le filtrage du bruit dans les données de projection pour la reconstruction tomographique est réalisée dans le chapitre suivant.

Nous venons de définir la tomographie qui est la technique d'imagerie la plus largement utilisée en imagerie médicale et que nous souhaitons mettre en œuvre dans le domaine de l'arc électrique. Nous avons aussi détaillé ses différentes techniques de résolution. Nous nous concentrerons, dans le paragraphe III ci-dessous, sur ces deux applications en présentant un état de l'art succinct sur la tomographie dans le domaine des plasmas et la tomographie en imagerie médicale.

III. Les applications de la tomographie

Nous avons vu précédemment que les techniques de tomographie étaient utilisées dans des domaines très variés, allant de la géologie à l'astrophysique en passant par la thermique et bien évidemment l'imagerie médicale. Dans le paragraphe III, nous allons détailler quelques unes de ces applications, notamment celles qui nous intéressent dans le cadre de cette thèse : les plasmas, et plus spécifiquement les plasmas thermiques ainsi que l'imagerie médicale.

1. La tomographie appliquée aux plasmas :

Parmi les différents types de plasmas, on distingue deux grandes catégories : les plasmas froids et les plasmas chauds. Les plasmas chauds se forment lors des réactions de fusion nucléaire ; on les rencontre typiquement dans la composition des étoiles. Un plasma chaud peut atteindre des températures de l'ordre du million de kelvin. Les plasmas froids sont des gaz globalement neutres composés d'ions et d'électrons. La température d'un plasma froid est de l'ordre de 10^4 K. Parmi les plasmas froids, une seconde distinction peut être réalisée entre les plasmas thermiques, pour lesquels on considère que toutes les espèces en présence, électrons et particules lourdes, ont des températures voisines, et les plasmas hors équilibre dans lesquels électrons et particules lourdes ont des températures bien différentes. Dans le cadre de cette thèse, nous ne nous intéressons qu'au cas des plasmas thermiques créés par un arc électrique, mais il faut savoir que, depuis les années 1990, la tomographie est déjà

utilisée pour l'étude de plasmas chauds, et plus particulièrement pour l'étude des tokamaks. Nous allons donc commencer par fournir quelques précisions sur la tomographie des plasmas chauds puis nous nous attarderons essentiellement sur la tomographie des plasmas thermiques en détaillant plus amplement quelques données de la littérature.

1.1. La tomographie appliquée aux plasmas chauds :

Un tokamak est une chambre toroïdale de confinement magnétique destinée à contrôler un plasma chaud dans le but d'étudier la production d'énergie par fusion nucléaire. On peut voir une photographie de l'intérieur d'une de ces chambres toroïdales de confinement sur la figure 1.13. Dans les plasmas de tokamaks, les pertes d'énergie sont principalement provoquées par le rayonnement des particules et par le transport radial de l'énergie du centre vers le bord du plasma. Une grande part de la recherche dans le domaine des plasmas chauds porte donc sur l'étude des mécanismes responsables de ce transport radial de l'énergie dans les tokamaks. A terme, l'objectif serait d'être capable de maîtriser et domestiquer l'énergie produite par la réaction de fusion nucléaire. Ces études nécessitent le développement et l'optimisation de méthodes de diagnostics permettant d'étudier de façon expérimentale les plasmas chauds. C'est donc dans ce cadre que la tomographie a trouvé sa place parmi les techniques de diagnostic des plasmas chauds confinés dans les tokamaks. La reconstruction tomographique, qui permet de déterminer les valeurs d'une grandeur physique en tout point d'une section du plasma à partir des mesures intégrales le long de lignes, est appliquée dans le cadre des plasmas chauds, et de la fusion nucléaire, depuis les années 1980. L'objectif global de ces études consiste à optimiser le confinement du plasma dans le but de minimiser les pertes énergétiques.

Il existe une très grande diversité de tokamaks qui diffèrent de part leur configuration. Nous en citons quelques uns pour exemples [Cea_1] :

- Le Tore Supra, en France, qui possède la particularité de disposer de bobines supraconductrices. On peut en voir une vue interne sur la figure 1.13.
- Le Tokamak à Configuration Variable ou TCV, en Suisse, qui offre la possibilité de modifier la forme de la section du plasma.
- Le JET pour « Joint European Torus » (Europe).



Figure 1.13 : Vue interne d'un tokamak, le Tore Supra à Cadarache, en France.

Le tout dernier projet de construction d'un tokamak est le projet international ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor). Dans le réacteur tel qu'il est prévu, le plasma créé atteindrait une hauteur de 3,8m et un diamètre maximum de presque 13m, un courant de 15MA et une puissance de fusion de 500MW.

Dans la majorité des cas, l'étude expérimentale d'un plasma de tokamak consiste à récupérer les émissions de rayons X, mous (1 à 20keV) ou bien durs (20 à 200keV), provenant du rayonnement de freinage émis par le plasma. Pour cela, on dispose plusieurs caméras au niveau d'une même section du tore, afin de permettre l'inversion tomographique. Chaque caméra contient un certain nombre de détecteurs photosensibles qui mesurent chacun l'émission intégrée le long d'une ligne de visée. Pour pouvoir appliquer sur ces mesures une inversion tomographique, l'ensemble des lignes de visées doit recouvrir la totalité de la section du plasma. On peut alors remonter au profil local de l'émissivité X et indirectement à d'autres paramètres caractéristiques du plasma qui permettent d'analyser des phénomènes physiques tels que la cartographie des surfaces magnétiques.

Dans la majorité des cas, les systèmes de détection sont basés sur l'utilisation de scintillateurs couplés à des photomultiplicateurs, ou bien de photodiodes initialement prévues pour fonctionner dans le domaine du visible et de l'ultraviolet et qui sont ensuite adaptées à l'acquisition des rayons X [Ant_1]. Toutefois, ce type de système de détection n'est pas adapté pour l'étude des rayons X durs. En effet, à cause des importants flux de neutrons et de rayons gamma produits par les réactions de fusion thermonucléaire, les détecteurs doivent être protégés par des systèmes encombrants constitués de métaux lourds qui peuvent être à l'origine d'un bruit important. Les détecteurs à semi-conducteurs au CdTe (Tellure de Cadmium) ont déjà prouvé leur grande efficacité pour la mesure des émissions de rayons X durs dans les tokamaks, notamment dans le Tore Supra [Pey_1], et ce dans de nombreux autres domaines d'application. En effet, leur importante efficacité d'arrêt des rayons X ainsi que leur faible sensibilité aux variations de champ magnétique permettent l'emploi de détecteurs de petite taille et donc de caméras compactes, très pratiques à disposer autour d'un tokamak.

Bien souvent, en tomographie des plasmas de fusion, l'accès au rayonnement est fortement limité par la configuration du tokamak et le faible nombre de hublots de visée. Afin de s'affranchir au mieux de cette limitation, on utilise préférentiellement des caméras dites « pinholes », à géométrie conique, ou alors des caméras « fan-beam » en éventail, de façon à couvrir la totalité de la section de plasma étudié afin de récupérer un maximum de signal.

Dans le cas du TCV, par exemple, qui permet de modifier la forme du plasma, un des principaux objectifs est l'étude de l'importance de la forme du plasma sur le confinement. Anton et al [Ant_1] a mis en oeuvre une méthode de diagnostic expérimental de la forme du plasma basée sur la reconstruction tomographique à partir des rayons X mous. Dans cette étude, dix caméras « pinhole » sont disposées autour de la section du plasma. Le positionnement des caméras est contraint par la disposition des hublots sur l'enceinte à vide. Chaque caméra est composée de 20 détecteurs et chaque détecteur est une ligne de 20 photodiodes fonctionnant dans le domaine du visible et de l'ultraviolet. L'objectif de la

tomographie de rayons X mous est de mettre en évidence la distribution spatiale de l'émissivité. Dans ce cas précis, la résolution spatiale qui peut être atteinte est de l'ordre de $3,8 \times 3,8 \text{ cm}^2$ sur une section de plasma de l'ordre de $1,55 \times 0,55 \text{ m}^2$.

Typiquement, l'ordre de grandeur de la résolution atteinte en tomographie des plasmas de fusion nucléaire varie de 3,5cm à 6cm.

Plusieurs méthodes existantes d'inversion tomographique ont été utilisées et parfois optimisées pour les plasmas de tokamaks. On retrouve parmi les plus utilisées la méthode de maximisation de l'entropie (ou espérance maximisée EM) [Ant_1] [Bal_1], mais également les méthodes algébriques itératives. On trouve également des méthodes plus analytiques, par exemple basées sur le développement en série de Fourier-Bessel de la transformée de Radon [Cha_2] [Yos_1]. Dans certains cas, il a également été mis en œuvre des techniques d'inversion matricielle conventionnelle pour la résolution de la reconstruction tomographique [Wil_1]. Il s'agissait toutefois d'un cas particulier où le système d'équations à résoudre était très réduit. En outre, nous l'avons vu, les données de projections étant fortement incomplètes, la reconstruction tomographique devient un problème à données limitées. Par conséquent, il est souvent nécessaire d'introduire une, voire plusieurs informations *a priori* dans l'algorithme et c'est le cas de la plupart des articles cités [Ing_1]. Parmi les contraintes introduites dans les algorithmes de reconstruction, on trouve fréquemment des contraintes sur le lissage des profils des émissivités locales, ou encore sur les niveaux de l'émissivité, dans certaines zones du plasma, qui peuvent avoir été déterminés à partir d'une autre méthode de diagnostic.

Depuis presque 30 ans maintenant, la tomographie est une « technique de choix » pour le diagnostic expérimental des plasmas de fusion nucléaire des tokamaks. Malgré cela, elle a longtemps tardé à s'implanter dans le domaine des plasmas froids, et notamment thermiques, dans lequel elle trouve pourtant parfaitement sa place. Ceci fait l'objet du paragraphe suivant.

1.2. La tomographie appliquée aux plasmas thermiques :

Contrairement aux plasmas de fusion nucléaire pour lesquels la tomographie est déjà largement reconnue comme une puissante méthode de reconstruction de l'émission de rayons X mous, la tomographie appliquée aux plasmas thermiques est plutôt récente et commence à se développer seulement depuis quelques années. La littérature est donc encore aujourd'hui relativement pauvre. Les premiers articles publiés à ce sujet commencent à apparaître depuis la fin des années 1990 [Neg_1] [Lik_1] [Den_1]. Cependant, on compte tout de même quelques articles plus anciens qui traitent des prémisses de l'utilisation de la tomographie pour l'étude des plasmas thermiques, datant des années 1970 et 1980 [Mal_1] [Mat_1] [Hin_1]. En outre, le terme tomographie n'est pas encore employé dans certains des articles les plus anciens.

Dans la majorité des expériences de diagnostic des plasmas thermiques existantes, il est souvent question de tomographie optique basée sur des techniques d'interférométrie ou encore d'holographie [Far_1] [Neg_1]. De plus, peu de ces expériences conduisent

réellement à la détermination de paramètres physiques caractéristiques du plasma ; il s'agit souvent de simples expériences d'imagerie [Hin_1], ou bien de simulations théoriques. Nous allons détailler quelques unes des principales publications existantes qui traitent de la tomographie des plasmas thermiques.

En 1995, Neger [Neg_1] a réalisé des travaux expérimentaux de tomographie par interférométrie spectrale sur un arc libre, à l'état stable, formé entre une anode plane et trois cathodes pointues positionnées symétriquement sur 360° autour de l'axe. Afin d'acquérir des mesures sur plusieurs angles de vue, l'arc est monté sur un système en rotation. La reconstruction tomographique lui a permis de remonter à la distribution spatiale des atomes de chrome à l'état fondamental pour une section transversale donnée de la colonne de l'arc. La connaissance de la densité de particules peut être utile pour la détermination de la température dans un plasma à l'équilibre thermodynamique local. Ces atomes de chrome qui s'introduisent dans le plasma, sont issus des parois qui entourent la décharge au niveau de l'anode et qui ont été évaporés suite à l'interaction du plasma avec celle-ci. Cette technique nécessitant une résolution en longueur d'onde ne permet pas d'effectuer des acquisitions d'un volume de plasma mais seulement d'une section bidimensionnelle. Suite à une acquisition, Neger récupère des interférogrammes spectraux, pour chaque angle de vue, sur une caméra CCD. La procédure de reconstruction tomographique utilisée est une méthode de convolution, largement utilisée en imagerie médicale, basée sur la transformée de Radon et son inversion ; il s'agit d'une rétroposition filtrée (filtre de Hamming). Le résultat de cette reconstruction tomographique fournit la densité des particules de Chrome présentes dans le plasma, dans leur état fondamental. Cela a permis de mettre en évidence un maximum de la densité situé hors du centre du plasma qui s'explique par le procédé de production du plasma.

Plus récemment, en 2000, d'autres travaux portant sur la tomographie des plasmas thermiques optiquement minces ont été publiés par Likhachev [Lik_1] dont l'objectif est de prendre en compte à la fois l'émission et l'absorption du rayonnement en trois dimensions. Cependant, à l'inverse des travaux de Neger, il s'agit seulement d'une étude basée sur la simulation numérique de mesures expérimentales tomographiques. L'objectif de Likhachev est de déterminer, localement, la distribution spatiale des coefficients d'émission. Pour cela, il se base sur l'hypothèse selon laquelle la distribution des coefficients d'absorption est préalablement connue, soit suite à des mesures expérimentales indépendantes, soit par le calcul théorique. La reconstruction tomographique est ainsi effectuée à partir d'une information *a priori* importante. Plusieurs algorithmes ont été utilisés : des algorithmes algébriques classiques ART et MART ainsi que des algorithmes nouveaux, optimisés par Likhachev en fonction de sa problématique. Ces derniers sont basés sur le développement en séries de Neumann du produit de l'opérateur du transfert radiatif dans un milieu absorbant par l'opérateur solution du problème de reconstruction tomographique de l'émission dans un plasma transparent. Pour réaliser cette étude numérique, 25 projections dont les angles azimutaux ϕ et polaires θ prennent une des cinq valeurs uniformément réparties entre 0° à 288° et de 30° à 150° respectivement. Cette configuration, bien qu'impossible à mettre en œuvre expérimentalement pour des raisons techniques, est intéressante pour l'étude

numérique réalisée par Likhachev. Cela lui a permis de mettre en évidence le fait que les méthodes de reconstruction tomographique de l'émission d'un plasma dépendent du degré d'absorption de cette émission. En 2002, Likhachev et al [Likh_2] a publié une seconde étude numérique, similaire à celle que nous venons de présenter. Toutefois, cet article porte, non pas sur la tomographie d'émission 3D d'un plasma absorbant, mais sur la tomographie d'émission 3D d'un plasma qui diffracte partiellement son propre rayonnement.

En 2001, Wittmann et al [Witt_1] propose une méthode expérimentale, s'apparentant à la tomographie, basée sur la spectroscopie d'émission et qui permet de s'affranchir de la symétrie cylindrique pour déterminer les valeurs locales de la température d'un jet de plasma non axisymétrique. L'objectif est d'étudier l'interaction entre l'injection d'un liquide – de l'eau ici – dans une torche avec le jet de plasma. Grâce à cette méthode, il est également possible de calculer la composition en oxygène du plasma, relativement à la composition de l'argon. Le système spectroscopique est classique et se compose d'un monochromateur et d'un détecteur CCD. L'injection liquide dans la torche à plasma détruit la symétrie cylindrique dans le jet de plasma ; l'inversion d'Abel ne peut donc pas être utilisée. Une nouvelle procédure a alors été mise en place à partir de l'acquisition de l'intensité d'une raie selon deux directions orthogonales. Ceci est réalisé en positionnant l'injecteur de liquide successivement perpendiculaire puis face à la fente d'entrée du monochromateur. Un traitement itératif des données expérimentales, par comparaison avec des données théoriques, permet ensuite de remonter à la distribution 2D des valeurs locales de la température du jet de plasma non axisymétrique à différentes distances de la sortie de la torche. Wittmann et al a ainsi montré que l'injection d'eau refroidie, bien évidemment, le plasma mais le sépare également en deux zones possédant chacune un maximum de température. Au delà de 15mm en dessous de l'injection, ces deux zones sont confondues et le maximum de température est situé sur l'axe du jet de plasma ; à cette distance, la totalité du liquide étant traité par le plasma, le transfert thermique entre l'eau et le plasma est plus efficace. Ces travaux ont constitué un pré requis à la compréhension des interactions entre un jet de plasma et une suspension de céramique dans le cadre de l'élaboration de dépôts de nanostructures.

Denisova fait aussi partie des auteurs qui s'intéressent à la tomographie des plasmas froids. Elle a publié, depuis la fin des années 1990, plusieurs articles sur la tomographie, notamment à deux angles de vue orthogonaux, basée sur un algorithme de maximisation de l'entropie. Là encore, comme pour les travaux de Likhachev, la majorité de ses articles [Den_1] [Den_2] [Den_3], à l'exception des plus récents, proposent des études numériques et non expérimentales. Sa méthode nécessite l'introduction d'informations *a priori* concernant l'objet étudié pour permettre la convergence vers une solution physiquement réaliste ; ceci confère un inconvénient à sa technique de tomographie. Dans ses articles, Denisova met l'accent sur le fait que, lorsqu'il s'agit d'expériences de diagnostic des plasmas, les systèmes expérimentaux sont souvent complexes, ce qui implique un nombre de vues accessible fortement limité. Ceci en fait un problème tomographique mal posé. C'est pour cela qu'elle utilise un algorithme basé sur la maximisation de l'entropie (ME) comme estimateur de la fiabilité de la reconstruction. En effet, les algorithmes itératifs multiplicatifs de ce genre ont déjà montré leur efficacité dans les problèmes à données limitées, d'autant plus qu'ils

permettent d'incorporer facilement des informations *a priori* [And_1]. Finalement, Denisova conclut en mettant en évidence qu'un algorithme de reconstruction tomographique basé sur la maximisation de l'entropie est efficace à condition d'introduire les informations *a priori* adéquates.

Après avoir publié de nombreuses études numériques sur la tomographie pour le diagnostic plasma, Denisova a réalisé des travaux expérimentaux de tomographie sur des lampes hautes fréquences à décharge (sans électrodes) (High-Frequency Electrodeless Lamp : HFEL) dans un mélange Argon-Mercure [Den_4]. L'objectif était de reconstruire les profils spatiaux de densité des atomes de Mercure dans un état excité particulier. Pour ce faire, elle a à nouveau utilisé l'algorithme de reconstruction basé sur le critère de maximisation de l'entropie qu'elle avait testé théoriquement à de multiples reprises. La lampe HFEL utilisée est de forme sphérique. Des filtres optiques permettent de sélectionner la raie d'intérêt et les projections 2D sont enregistrées par une caméra. L'hypothèse de la symétrie sphérique des paramètres du plasma sur une section a été faite ; cela correspond à l'information *a priori* nécessaire pour obtenir de bons résultats avec la reconstruction tomographique par ME. Par conséquent, une seule incidence angulaire est suffisante et sur cette unique projection 2D, il est possible de récupérer le signal issu de plusieurs sections de la lampe. Une seconde information *a priori* est introduite : elle fait la supposition qu'il est possible d'observer une cassure de la symétrie sphérique due à l'effet de la gravité. Ainsi, étant donné ces deux importants *a priori*, la reconstruction tomographie fournit des profils de distribution spatiale de la densité des atomes de Mercure symétriques par rapport au centre de la lampe avec une importante diminution au centre. Une seconde étude expérimentale de tomographie optique basée toujours sur une méthode de ME a également été mise en œuvre par Denisova et al [Den_5]. L'objet source étant à nouveau axisymétrique, là encore, une seule direction de projection a été suffisante pour réaliser la reconstruction tomographique spatiotemporelle des coefficients d'émission de l'atome d'hydrogène et des molécules de C₂ dans un réacteur à plasma.

En 1996, Speckhofer et Schmidt [Spe_1] réalisent une étude théorique et expérimentale sur les arcs électriques tridimensionnels après avoir effectué l'étude analogue en 2D pour des arcs axisymétriques [Spe_2]. Pour cette étude, une méthode tomographique a été mise en œuvre pour permettre la caractérisation expérimentale d'un arc déflecté par champ magnétique. L'arc est créé entre deux électrodes distantes de 3mm, à 100A, sous des pressions pouvant varier de 0,1 à 5 MPa. Le plasma ainsi formé est déflecté par un champ magnétique de l'ordre de 3,5mT établi par l'intermédiaire de bobines de Helmholtz. Le rayonnement émis est ensuite étudié spectroscopiquement. Le dispositif de mesure est constitué de filtres interférentiels pour la sélection en longueur d'onde et une caméra CCD pour l'acquisition des données. Ce dispositif d'acquisition des données est fixe alors que la colonne de l'arc est rotative. Cela permet d'effectuer les mesures sur un total de 13 angles de vue différents autour du plasma. Ces acquisitions sont également réalisées sur plusieurs positions axiales entre la cathode et l'anode grâce à un système de lame semi transparente et de miroir monté sur translation verticale. Au total, 31 sections horizontales du plasma ont pu être reconstruites tomographiquement par utilisation d'un algorithme algébrique additif ART.

Finalement, Speckhofer et Schmidt ont pu mettre en évidence une bonne concordance entre les valeurs de températures obtenues expérimentalement et modélisées pour un arc déflecté.

Pour conclure ce bref état de l'art sur la tomographie des plasmas thermiques, nous terminons en présentant un article [Hli_1] paru très récemment, au début de l'année 2008, et qui traite du diagnostic optique multidirectionnel des torches à plasma thermique. Il s'agit donc bien de la mise en œuvre d'une expérience de tomographie. Dans cet article, le dispositif expérimental est constitué de quatre directions d'acquisition espacées de 45° l'une de l'autre. Le rayonnement émis par la torche est collecté au moyen de lentilles optiques et de fibres optiques pour être ensuite enregistré par des photodiodes. L'algorithme de reconstruction tomographique utilisé est basé sur l'inversion de la transformée de Radon. Cet algorithme, analytique, a été modifié de façon à, premièrement effectuer un lissage polynomial des projections mesurées d'émissivités intégrées et deuxièmement à introduire des projections supplémentaires par interpolation des projections mesurées. Cette méthode de reconstruction repose donc amplement sur de l'introduction d'informations *a priori*. Ceci permet de supprimer les artefacts mais en contrepartie, lorsque les structures étudiées deviennent plus complexes, cela peut parfois conduire à un lissage trop important et donc une perte d'informations. Une configuration idéale de quatre projections mesurées et quatre projections interpolées a été utilisée pour la reconstruction à partir des données expérimentales de la torche à plasma. Les travaux de Hlina permettent certes de reconstruire une image de la distribution de l'intensité du rayonnement du plasma mais ne mettant pas en œuvre d'analyse spectrale de ces émissions, ils ne permettent pas la détermination des valeurs locales de l'émissivité.

En conclusion, on constate globalement qu'il n'existe que peu d'expériences réelles de caractérisation d'un plasma thermique par tomographie. Celles qui ont été mises en œuvre jusqu'à présent conduisent le plus souvent à des résultats simplement qualitatifs, en terme de distribution spatiale du paramètre physique d'intérêt. De plus, les méthodes de reconstruction tomographique utilisées sont souvent basées sur l'introduction, dans les algorithmes, d'*a priori* concernant le plasma étudié. Ceci en fait par conséquent des systèmes spécifiques à un plasma particulier, qui ne peuvent pas être utilisés sur tout type d'objet.

Après cette brève revue bibliographique sur la tomographie des plasmas thermiques, nous allons présenter la problématique pour la caractérisation expérimentale des plasmas thermiques tridimensionnels. Nous verrons ainsi en quoi la tomographie répond parfaitement à cette problématique.

1.3. Problématique pour les plasmas thermiques tridimensionnels :

Il existe principalement deux façons d'étudier les plasmas thermiques : la modélisation et l'expérimentation. Ces deux méthodes ont pour objectif commun la détermination des propriétés d'un plasma par le calcul de certaines grandeurs physiques caractéristiques de son état, comme la température. Modélisation et caractérisation expérimentale sont

complémentaires, la première permettant de comprendre plus finement certains phénomènes que l'on peut observer expérimentalement et la seconde permettant de valider la première.

Depuis que l'on s'intéresse aux propriétés des plasmas, les configurations qui ont été étudiées ont beaucoup évoluées. Les toutes premières modélisations, dans les années 1980, ont été développées pour des configurations unidimensionnelles (1D) ; un plasma 1D est un plasma axisymétrique et invariant le long de son axe. Il s'agit là d'un cas idéal où le plasma est entièrement homogène. Dans ce cas, l'arc stabilisé par parois, que l'on peut voir en photographie sur la figure 1.14, est une configuration expérimentale idéale pour la validation des modèles 1D. Le schéma du système permettant de créer un arc stabilisé par parois est également représenté sur la figure 1.14. La colonne du plasma thermique est alors confinée dans un cylindre formé par juxtaposition de disques refroidis par eau et isolés électriquement ; le trou central de ce cylindre détermine le canal de la décharge électrique et est de l'ordre de quelques millimètres seulement. On obtient ainsi un plasma de forme cylindrique dont les propriétés dépendent uniquement de la distance radiale.

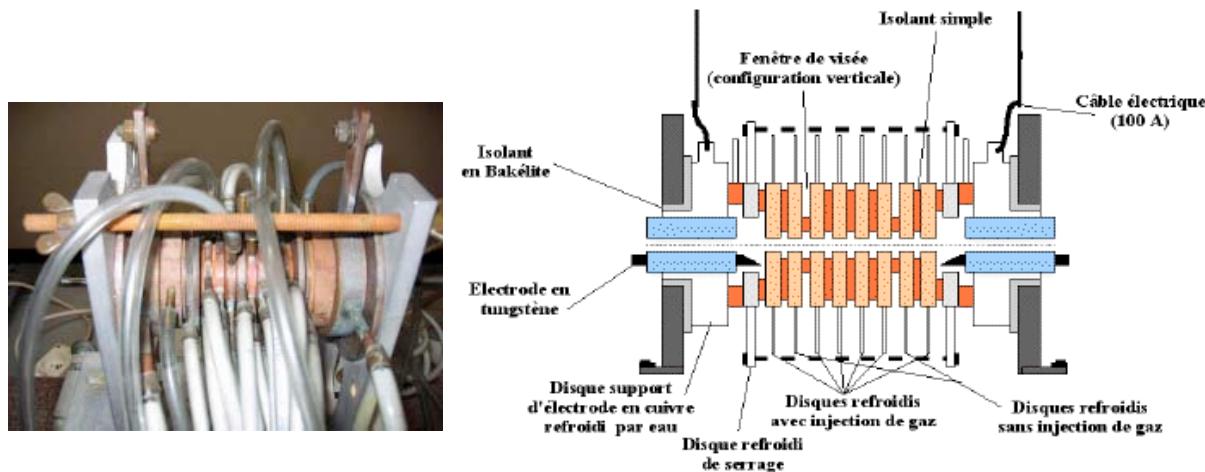


Figure 1. 14 : Photographie et schéma d'un arc stabilisé par parois

Pour la caractérisation expérimentale, la spectroscopie d'émission est la technique la plus utilisée dans le domaine des plasmas thermiques, et cela quelle que soit la configuration étudiée. La spectroscopie d'émission permet de déterminer la température au sein du plasma. Pour réaliser une étude spectroscopique, les seules mesures accessibles sont les émissivités intégrées le long d'une direction donnée, et non les émissivités locales ; il est donc ensuite nécessaire d'effectuer une étape d'inversion de ces mesures intégrées pour remonter aux émissivités locales.

Dans le cas 1D de l'arc stabilisé par parois, cette inversion est particulièrement simple. Des mesures expérimentales de l'intensité rayonnée par l'arc sont effectuées selon des visées perpendiculaires à l'axe de la colonne du plasma. Cette intensité mesurée I est directement proportionnelle à l'épaisseur l de l'arc et à l'émissivité ϵ selon la formule (1-27). Connaissant I et l , il est directement possible de remonter à l'émissivité locale.

$$I = \varepsilon \cdot \ell \text{ alors } \varepsilon = I / \ell \quad (1-27)$$

L'arc stabilisé par parois est la configuration qui permet d'obtenir la colonne de plasma la plus stable et la plus homogène, ce qui le rend particulièrement adapté aux études de laboratoire relativement fondamentales mais sa configuration extrêmement simple est insuffisante pour être représentative des configurations que l'on trouve dans les applications industrielles des plasmas thermiques.

Par conséquent, l'évolution logique de la modélisation des plasmas thermiques a été de passer à des configurations plus complexes à deux dimensions (2D), dans le but de se rapprocher petit à petit des configurations industrielles. Il s'agit de configurations où le plasma n'est plus homogène le long de son axe de symétrie entre la cathode et l'anode. L'arc est seulement axisymétrique et cela correspond typiquement à la configuration expérimentale de l'arc libre représenté sur la figure 1.15. Ces propriétés vont alors dépendre de la distance radiale ainsi que de la position longitudinale. L'arc libre est établi entre une cathode pointue, souvent taillée dans un métal réfractaire tel que le tungstène, et une anode plane. Le plasma créé par arc libre possède une forme caractéristique de « poire » créé par « l'effet Maecker ». Ce phénomène est dû aux forces de Lorentz qui s'exercent sur l'arc. Au niveau local, cette force s'exprime par l'équation (1-28) :

$$\vec{F} = \vec{j} \times \vec{B} \quad (1-28)$$

Où \vec{j} est la densité de courant et \vec{B} le champ magnétique induit par le courant.

Sur la colonne d'un plasma, la densité de courant \vec{j} est principalement axiale et le champ magnétique \vec{B} est azimuthal. Par conséquent, la force de Lorentz se traduit par une compression du plasma qui a, en général, peu d'influence sur la colonne du plasma. En revanche, près de la cathode où l'accrochage de l'arc est très restreint, les lignes de courant se resserrent et la composante radiale de la densité de courant prend plus d'importance : la force de Lorentz est alors constituée, à ce niveau, d'une composante axiale et d'une composante radiale. D'après l'orientation des forces électromagnétiques, la composante axiale des forces est dirigée de la cathode vers l'anode, d'où l'écoulement observé en forme de poire.

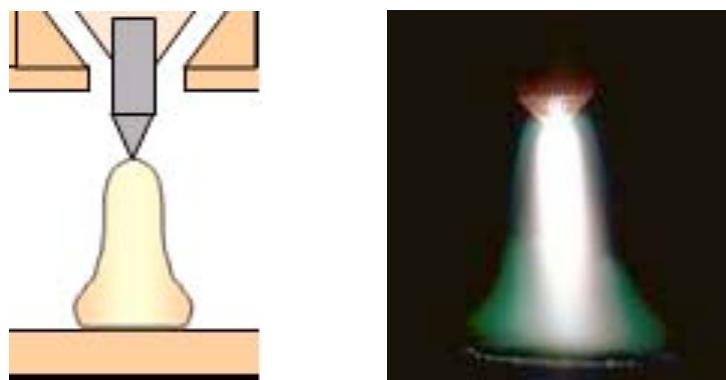


Figure 1. 15 : Arc libre

Comme pour l’arc stabilisé par parois, le diagnostic expérimental sur l’arc libre se fait par spectroscopie d’émission et permet de mesurer l’intensité rayonnée par le plasma ; seulement, cette fois-ci, le passage de la mesure intégrée à l’émissivité locale n’est plus aussi simple que dans le cas de l’arc stabilisé par parois car l’émissivité locale n’est plus simplement inversement proportionnelle à l’épaisseur du plasma. L’inversion d’Abel est une méthode mathématique qui permet de remonter aux valeurs locales d’une grandeur physique quelconque à partir de ses valeurs intégrées le long d’une direction pour des configurations 2D. L’inversion d’Abel [Vac_1] se fonde sur l’hypothèse de l’axisymétrie de l’objet étudié ; elle est par conséquent parfaitement adaptée, et donc largement employée, à la configuration 2D de l’arc libre. Les principes de l’inversion d’Abel seront plus amplement détaillés dans le chapitre suivant. Ainsi, au cours des années 90, les modèles 2D de plasmas développés ont pu être validés grâce au diagnostic expérimental sur arc libre [Hsu_1].

Cependant, les modèles 2D ont très vite été insuffisants car l’enjeu, depuis le milieu des années 90 jusqu’à nos jours, a évolué vers la détermination des propriétés des plasmas thermiques dans des configurations plus complexes, tridimensionnelles, particulièrement lorsqu’il s’agit d’un usage industriel du plasma pour la découpe, le dépôt de particules etc. … Dans ce genre d’usages, le plasma ne peut plus être considéré comme axisymétrique et devra alors être étudié en 3D, dans le sens où les paramètres physiques qui le caractérisent varient en fonction des trois directions de l’espace x, y et z dans un repère cartésien. La modélisation des plasmas thermiques tridimensionnels connaît un intérêt grandissant depuis les années 1990 et de nombreux modèles 3D ont été développés et sont encore développés. Cependant, jusqu’à présent, il n’existe pas de méthodes expérimentales spécifiquement adaptées à la caractérisation des plasmas non axisymétriques qui pourraient permettre de valider ces modèles.

L’objectif de cette thèse a donc consisté à développer une technique expérimentale qui permette de caractériser un plasma en trois dimensions. Cette technique est fondée sur l’utilisation des méthodes tomographiques. La tomographie est basée, comme nous l’avons expliqué dans les paragraphes précédents, sur l’acquisition de projections – qui correspondent, dans le cas d’un plasma, à l’intégrale des émissivités locales – sur plusieurs incidences angulaires. Elle permet de reconstruire une cartographie des valeurs locales de l’émissivité du plasma quelle que soit sa configuration. Comme elle n’est fondée sur aucune hypothèse concernant la symétrie de l’objet à reconstruire, elle est donc naturellement adaptée à l’étude des plasmas non axisymétriques.

Nous venons d’expliquer en quoi les techniques tomographiques peuvent répondre à la problématique de la caractérisation expérimentale des plasmas thermiques tridimensionnels. L’« objet » d’intérêt de cette thèse est donc le plasma thermique, particulièrement non axisymétrique et nous venons de citer quelques travaux de tomographie qui ont été réalisés à ce sujet jusqu’à aujourd’hui. Néanmoins, les plasmas ne constituent pas un des plus fréquents domaines d’application de la tomographie. Effectivement, l’imagerie médicale a été historiquement une des toutes premières applications de la tomographie et c’est actuellement le domaine qui emploie cette technique le plus couramment. Dans le paragraphe suivant, après

un bref historique, nous donnons les principales modalités d'imagerie fondées sur la tomographie et nous décrivons le principe de l'acquisition tomographique pour la modalité la plus analogue à au principe d'acquisition tomographique pour les plasmas thermiques.

2. La tomographie appliquée à l'imagerie médicale :

2.1. *Historique :*

De nos jours, de nombreux examens médicaux de diagnostic passent par des techniques d'imagerie en trois dimensions dont le but est de visualiser entièrement l'anatomie du corps humain, et plus particulièrement l'anatomie interne. Selon la modalité, il est même possible d'effectuer de l'imagerie fonctionnelle afin d'étudier certaines fonctions physiologiques du corps humain. Il existe de nombreuses techniques d'imagerie basées sur le rayonnement du visible qui utilisent des systèmes miniaturisés de caméras CCD tels l'endoscope, ou le fibroscopie. L'inconvénient de ces techniques est double : non seulement ce sont des méthodes invasives et donc peu confortables pour le patient mais en plus, elles ne fournissent qu'une image externe de l'organe examiné. Elles ne permettent donc pas, par exemple dans le domaine de la cancérologie, de diagnostiquer une tumeur interne à un organe, cependant elles restent le premier examen pratiqué au cours d'un diagnostic. Il est donc apparu nécessaire de développer des méthodes d'imagerie non invasives afin de permettre la visualisation de l'intérieur des organes, autrement dit une visualisation en coupe de l'organe considéré. La tomographie répond parfaitement à ce double critère et devient donc, à partir des années 70, avec l'introduction de la tomodensitométrie dans les hôpitaux, très largement utilisée en imagerie médicale.

Bien que le principe mathématique de reconstruction d'un objet à partir de ses projections soit connu depuis 1917 avec la transformée de Radon, les premières applications médicales de la tomographie ne sont apparues qu'à partir des années 1960 [Cor_1] [Cor_2], grâce aux travaux sur la tomodensitométrie de A. M. Cormack et G. N. Hounsfield [Hou_1] [Hou_2] [Hou_3] qui seront récompensés par le prix Nobel de médecine en 1979. En réalité, c'est grâce aux progrès réalisés dans le domaine de l'informatique, que l'imagerie tomographique a pu être mise en place en routine clinique dans les hôpitaux. En effet, ce n'est qu'au début des années 1970, avec l'avènement des ordinateurs, qu'apparaissent les premiers appareils d'imagerie tomographique couplés à des ordinateurs capables de réaliser les calculs nécessaires pour la reconstruction des images en coupe. Le premier scanner à rayons X a été mis au point en 1972 [Hou_1] par le britannique G.N. Hounsfield, alors ingénieur travaillant dans un laboratoire de recherche financé par EMI (Electric and Musical Industries). Hounsfield s'était inspiré des travaux publiés quelques années auparavant par le physicien américain A. M. Cormack. Cet appareil ne permettait initialement d'imager que le cerveau au moyen d'une série de capteurs situés en arc de cercle autour de la tête du patient, puis quelques années après il devenait possible d'imager un corps entier.

2.2. Quelles modalités d'imagerie et quels paramètres physiques associés ?

Aujourd’hui, il existe trois principales familles de modalités d’imagerie médicale basée sur la tomographie : l’imagerie par résonance magnétique (IRM), l’imagerie de médecine nucléaire (TEMP, TEP) et l’imagerie de radiodiagnostic (TDM). Selon la modalité d’imagerie utilisée, le paramètre physique auquel on a accès après la reconstruction tomographique diffère complètement. Nous allons décrire brièvement ces trois catégories d’imagerie médicale tout en insistant particulièrement sur l’imageur médical qu’est le TEMP puisque nous allons confronter, dans ce manuscrit, notre code de tomographie développé pour les plasmas thermiques (la MART) avec des images acquises en TEMP. En effet, le TEMP est l’imageur dont le système d’acquisition des données pour la tomographie est le plus similaire, dans le principe, à notre système d’acquisition des données de plasmas.

Prenons le cas, par exemple, d’un examen TDM. Cet examen nous permet de reconstruire une cartographie tridimensionnelle des coefficients d’atténuation μ du milieu traversé. Ainsi on pourra distinguer les différents organes et tissus du corps humain en fonction de leur densité, et particulièrement les structures osseuses. Un examen TDM est donc particulièrement adapté lorsqu’il s’agit d’examiner l’anatomie du patient. Un appareil TDM actuel est constitué d’une source de rayons X située sur un anneau en rotation autour du patient. Sur ce même anneau, on trouve le détecteur situé en vis-à-vis de la source. Ce détecteur permet de récupérer le rayonnement, émis par la source de rayons X, transmis par le patient ; ce rayonnement mesuré aura été plus ou moins atténué par la traversée du corps du patient, selon la densité des organes traversés. Ainsi, en fonction de l’atténuation du faisceau, on est capable de déterminer quel est l’organe ou le tissu qui a été traversé par les rayons X. Les images obtenues suite à un examen TDM sont des images en coupe transversale du corps humain ; ces coupes sont reconstruites selon la méthode tomographique, à partir des projections mesurées par le détecteur à rayons X en rotation autour du patient. La tomodensitométrie est basée sur une tomographie de transmission.

Lorsqu’on pratique un examen IRM, le paramètre physique auquel on s’intéresse est l’aimantation nucléaire des tissus. Cet examen d’imagerie est basé sur le principe de la résonance magnétique nucléaire, c’est-à-dire sur le couplage entre le moment magnétique du noyau des atomes et un champ magnétique externe qui est appliqué. Il s’agit de localiser spatialement les protons qui constituent les noyaux des atomes grâce à leurs propriétés magnétiques. Pour cela, on étudie les modifications de l’aimantation des noyaux sous l’action conjointe d’un champ magnétique principal statique et intense et d’une onde radiofréquence. L’atome le plus abondant dans l’organisme est l’hydrogène, notamment dans les molécules d’eau qui compose à 80% le corps humain ; l’IRM utilise donc le signal de ces atomes d’hydrogènes afin de former une image des éléments anatomiques du corps. A l’inverse du TDM, l’IRM est bien plus performant pour la visualisation des tissus mous, particulièrement du cerveau ; en effet, on peut obtenir des images d’un même tissu avec des contrastes bien plus élevés qu’avec le TDM. Il est ainsi possible de visualiser des détails anatomiques impossibles à observer avec un examen TDM. Par contre, le TDM reste préférable pour l’étude des tissus « durs », autrement dit des tissus osseux, mais contrairement à ce dernier,

l'IRM possède l'avantage de ne pas faire subir au patient de rayonnements ionisants. L'IRM est un outil de prédilection pour la recherche en neurosciences cognitives puisque depuis les années 1990, la technique d'IRM fonctionnelle qui permet de mesurer l'activité des différentes zones du cerveau a permis d'importantes avancées dans l'étude des bases neurobiologiques de la pensée. On parle bien de tomographie pour l'IRM, une distinction doit pourtant être soulignée entre la tomographie en IRM et la tomographie en TDM ou en médecine nucléaire. En effet, le terme « tomographie » est employé en IRM au sens strictement littéral puisque l'IRM permet de réaliser des images en coupe. Toutefois, la reconstruction tomographique, telle que nous l'avons décrite dans la partie II et qui consiste à reconstruire l'image d'un objet à partir de ses projections sur différentes incidences angulaires, ne s'applique pas à l'IRM dont nous avons donné le principe de formation des images ci-dessus.

Pour finir, la dernière famille qui utilise fréquemment la technique de reconstruction tomographique en imagerie médicale concerne la médecine nucléaire ; la médecine nucléaire est une spécialité de la médecine qui a pour objectif le diagnostic et le traitement de pathologies par l'utilisation de traceurs radioactifs qui vont cibler une fonction particulière de l'organisme ou un métabolisme précis. Les appareils d'imagerie utilisés en médecine nucléaire sont au nombre de deux : le TEMP et le TEP [Dre_1], respectivement Tomographe à Emission Mono Photonique et Tomographe par Emission de Positons. Dans le cadre de l'un de ces examens d'imagerie, le patient reçoit préalablement une injection du radiotraceur préconisé ; le patient devient alors « objet » émetteur. Il s'agit en médecine nucléaire, de tomographie d'émission. Le produit injecté, selon la molécule utilisée, va aller se fixer préférentiellement à certains endroits du corps humain. Ces zones de fixation du radiotraceur seront ensuite localisées par les détecteurs de l'imageur, grâce au rayonnement émis par les atomes radioactifs du traceur. Ainsi, à partir de la détection de ce rayonnement émis par le patient, il est possible de reconstruire, par tomographie, la distribution tridimensionnelle de la radioactivité dans l'organisme. Le TEMP et le TEP se distinguent par le type de rayonnement détecté, et donc par le type d'éléments radioactifs. Dans le premier cas, il s'agit d'émetteurs de photons γ alors que dans le second cas, le traceur est émetteur de positons. Le positon, une fois émis, va s'annihiler pour former deux photons γ de 511keV chacun émis à 180° l'un de l'autre. Le TEP est donc basé sur un système de détection en coïncidence des deux photons issus de l'annihilation d'un positon. Les détecteurs sont donc disposés le long d'un anneau au centre duquel est placé le patient comme on peut le voir sur la figure 1.16.

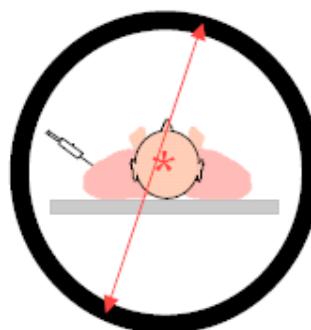


Figure 1. 16 : Système de détection en coïncidence des photons issus de l'annihilation du positon en TEP.

Par contre, en TEMP, les détecteurs captent les photons γ directement émis par le radiotraceur. Le système de détection sera alors constitué de deux détecteurs plans en rotation autour du patient. Le principe général d'une acquisition tomographique en TEMP est donné dans le paragraphe suivant. Les algorithmes de reconstruction tomographique les plus utilisés en TEMP et en TEP sont la rétroposition filtrée ainsi que la technique OSEM. La RPF est de plus en plus délaissée au profit d'une méthode itérative telle que OSEM.

L'utilisation clinique du TEMP ainsi que le fonctionnement technique de cet imageur sont plus amplement détaillés dans le dernier chapitre de cette thèse. Nous allons toutefois expliciter ici le principe général d'une acquisition tomographique, ce principe étant similaire à celui de l'acquisition tomographique que nous avons développée pour les plasmas thermiques.

2.3. Principe de l'imagerie tomographique médicale en TEMP :

Comme nous l'avons expliqué, la reconstruction tomographique est expérimentalement fondée sur la mesure des projections du signal à détecter. Ces projections correspondent à des mesures intégrales effectuées sous différentes incidences angulaires comme le montre la figure 1.17.

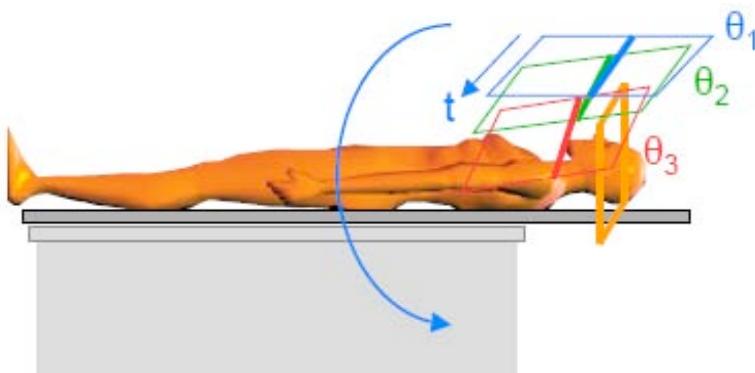


Figure 1. 17 : Acquisition des projections sous différentes incidences angulaires [Buv_1].

La reconstruction tomographique nous permet initialement de visualiser des images en coupes transversales de l'objet étudié, autrement dit des images bidimensionnelles. Les coupes reconstruites sont ensuite superposées les unes aux autres pour former une image 3D. Après cela, nous sommes capables, par divers traitements informatiques, de visualiser des coupes d'orientation quelconque de l'objet. Trois orientations remarquables de coupes d'un cerveau sont représentées sur la figure 1.18. Il s'agit des coupes sagittale, transverse et coronale.

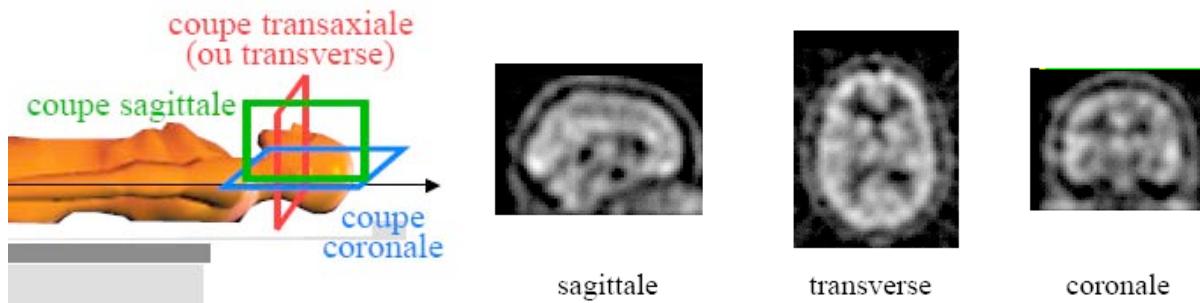


Figure 1.18 : Les incidences de coupes [Buv_1].

Nous avons vu que, lors du processus de reconstruction tomographique, il était nécessaire de tenir compte de la géométrie de détection : parallèle, en éventail ou bien conique. En TEMP, cette géométrie sera déterminée en fonction du collimateur qui sera mis en place devant les détecteurs. Ceci sera développé dans le dernier chapitre de la thèse.

Le principe global d'une acquisition est schématisé sur la figure 1.19. Pour une coupe axiale (ou transverse) z_i , le détecteur balaye suivant l'axe x l'objet et pour chaque position x, il mesure l'intensité $I(x)$ qu'il reçoit. Cette intensité correspond à l'intégrale de toutes les intensités émises le long de l'axe y. Ensuite, le détecteur recommence cette mesure pour chaque coupe successive z_i puis lorsqu'il a fini le balayage le long de l'axe z, il effectue une rotation et recommence tout le processus pour une autre incidence angulaire.

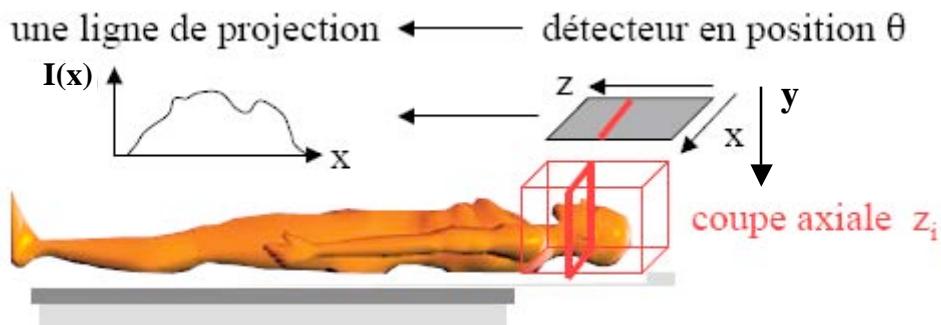


Figure 1.19 : Principe de l'acquisition d'un ligne intégrale de projection, pour une incidence angulaire donnée et pour une coupe axiale donnée [Buv_1].

Typiquement, en imagerie TEMP, le détecteur effectue une rotation complète autour de l'objet et réalise une acquisition tous les 6° , ce qui fait un total de 60 projections utilisées pour la reconstruction tomographique.

3. Conclusion :

Nous venons de consacrer ce paragraphe à la présentation de deux principaux exemples de domaines d'utilisation de la tomographie : les plasmas et tout particulièrement les plasmas thermiques ainsi que l'imagerie médicale avec notamment la tomographie par émission monophotonique. Cette seconde thématique, l'imagerie médicale, nous intéressera

particulièrement puisque la tomographie est née, vers le milieu du 20^{ème} siècle, de par et pour le développement de techniques de diagnostic médical de plus en plus performantes et précises. Par conséquent, cette méthode tomographique qui permettait de visualiser l'intérieur du corps humain sans avoir recours à des actes invasifs voire chirurgicaux fut révolutionnaire et elle a donc été par la suite transposée à de nombreux autres domaines d'application. C'est notamment le cas des plasmas. L'objectif, nous l'avons vu, de cette thèse consiste à caractériser expérimentalement un plasma thermique tridimensionnel par une méthode tomographique. Cependant, en fonction de chaque application, la mise en œuvre de la tomographie peut varier en différents points. Il nous a donc paru intéressant de faire un parallèle un peu plus approfondi entre la tomographie médicale et la tomographie des plasmas thermiques. C'est l'objet du paragraphe IV.

IV. Parallèle entre la tomographie médicale et la tomographie des plasmas thermiques – Objectifs

La première caractéristique qui distingue la tomographie des plasmas thermiques, et plus généralement la tomographie en science physique, de la tomographie en imagerie médicale, concerne l'accessibilité aux données de projection. En imagerie médicale, les systèmes d'acquisition des rayonnements issus ou transmis par le corps du patient possèdent des détecteurs disposés de façon circulaire afin de leur permettre d'effectuer une rotation complète autour du patient. Le patient vient s'allonger sur une table motorisée qui permet de le placer correctement à l'intérieur du système de détection. Le système d'acquisition est donc mobile, en rotation autour de l'« objet » qui vient se positionner en son centre. Ainsi, pour procéder à une reconstruction tomographique du corps entier ou bien d'une partie du corps d'un patient, il est possible d'acquérir autant de projections que nécessaire et cela pour n'importe quel angle de visée de façon quasi continue et équirépartie sur 360°.

Pour la tomographie des plasmas thermiques, le système de détection est différent de celui utilisé en imagerie médicale ; en effet, il s'agit de réaliser une étude spectroscopique du plasma, ce qui nécessite donc l'utilisation d'un monochromateur pour la sélection en longueur d'onde du rayonnement émis, ainsi que l'utilisation d'une matrice de photodiodes pour l'enregistrement des données de projection en sortie du monochromateur. Par conséquent, et à l'inverse de l'imagerie médicale, le système d'acquisition des données pour la tomographie des plasmas ne peut pas être mobile et se déplacer en rotation tout autour du plasma du fait de l'encombrement dû au monochromateur et du fait que son réseau diffractant ne doit subir aucune vibration afin de permettre une bonne sélection en longueur d'onde. Puisque le système d'acquisition ne peut pas être mis en rotation autour du plasma comme dans le cas de l'imagerie médicale, on pourrait donc penser qu'il est possible de mettre l'« objet », autrement dit le plasma, en rotation. Cela permettrait de réaliser des acquisitions du rayonnement émis par le plasma sur plusieurs côtés successivement, mais cela n'est pas non plus une solution envisageable. En effet, le plasma est créé dans un réacteur à arc transféré de dimension et de poids élevés. En outre, ce réacteur est relié à plusieurs câbles électriques afin

d'alimenter les électrodes en courant, ainsi qu'à de nombreux tuyaux de circulation d'eau servant au refroidissement du réacteur et des électrodes. En plus du générateur de courant qui les alimente, les électrodes sont également reliées à un générateur haute fréquence nécessaire à l'amorçage de l'arc. Le réacteur est finalement monté sur deux moteurs en parallèle qui permettent de réaliser des mouvements de translation verticale du plasma. Ceci permet l'acquisition du rayonnement sur toute la hauteur du plasma. Tout cela forme un ensemble lourd, encombrant et complexe dont la mise en rotation est impossible. Des illustrations et des explications supplémentaires sur le dispositif expérimental sont données dans le chapitre 3.

Pour résumer, deux contraintes majeures s'imposent pour la mise en œuvre d'une expérience de tomographie des plasmas thermiques : pour des questions de coût et de complexité, ni le réacteur ni le système d'acquisition des données ne peuvent être mis en rotation pour l'enregistrement des projections sur plusieurs angles de vue nécessaires à la reconstruction tomographique. La solution consiste donc à multiplier les voies d'acquisition autant de fois que l'on veut d'angles de visée. Ainsi, le système complet de diagnostic est composé d'une voie d'acquisition pour chaque angle de vue puis toutes ces voies d'acquisition sont ensuite réunies de façon à recueillir simultanément les données sur le monochromateur puis sur la matrice de photodiodes.

Dans le troisième chapitre de la thèse consacrée à la phase expérimentale, sera présentée une étude [Fra_1] qui a été réalisée au sein de l'équipe AEPPT du LAPLACE en 2005 sur le choix et l'optimisation du nombre et de la position des visées d'acquisition par rapport à un plasma thermique tridimensionnel, déflecté par champ magnétique. Nous verrons alors que, dans notre cas, la configuration optimale pour effectuer la caractérisation d'un arc transféré déflecté par champ magnétique est constituée de quatre incidences angulaires d'acquisition tous les 45° autour du plasma.

Un tel système « multi-vues » implique inévitablement un nombre total de visées faible, à l'inverse de l'imagerie médicale où les visées d'acquisition sont distribuées de façon quasi continue sur 360° . Ceci va fortement influer sur la technique de reconstruction tomographique à utiliser. Effectivement, le fait d'avoir un nombre de visées réduit va limiter les algorithmes qui pourront être utilisés pour la reconstruction. Par exemple, les méthodes analytiques de reconstruction tomographique ne sont performantes que lorsque l'acquisition des données de projection est réalisée de façon quasi continue sur 360° autour de l'objet ; leur utilisation dans des cas à faible nombre de vues serait alors aberrante. Il est donc obligatoire d'utiliser des méthodes algébriques itératives qui discrétilisent le problème et qui se prêtent donc naturellement aux problèmes de reconstruction tomographique à partir de peu de projections. En effet, dans les algorithmes algébriques, seules les équations correspondant aux données de projection disponibles sont utilisées. Parmi les méthodes itératives de résolution de la reconstruction tomographique, deux catégories d'algorithmes semblent plus appropriées aux problèmes à données limitées [And_1] [Ver_1]. Il s'agit des algorithmes algébriques multiplicatifs (MART) et des algorithmes basés sur l'espérance maximisée (MLEM). Nous verrons plus tard que l'algorithme MART est celui que nous avons choisi d'appliquer pour la tomographie des plasmas thermiques.

Le caractère « à données limitées » de la tomographie des plasmas thermiques n'est pas la seule particularité qui la différencie de la tomographie médicale, même si c'est une des plus conséquentes puisqu'elle influe sur la configuration d'acquisition et l'algorithme de reconstruction. Elles diffèrent également de par la grandeur physique d'intérêt. Au sein même de l'imagerie médicale, la tomographie peut donner accès à plusieurs types de grandeurs physiques (cf. Paragraphe III.2.2). Nous savons qu'il existe deux modes de tomographie : la tomographie d'émission et celle de transmission. Ces deux modes sont couramment utilisées en imagerie médicale : le mode « transmission » est utilisé pour procéder aux reconstructions tomographiques à partir des données de projection issues du TDM alors que le mode « émission » est utilisé pour les examens scintigraphiques en TEMP. De ce fait, les paramètres physiques qui sont recherchés sont complètement différents puisque dans le premier cas (le TDM), il s'agit d'obtenir une carte des coefficients d'atténuation du corps humain alors que dans le second cas (TEMP), il s'agit de remonter à une distribution radioactive. Dans le cadre des plasmas thermiques, qui, par leur nature, rayonnent intensément dans le domaine du visible, proche UV et proche IR, la tomographie est utilisée en mode « émission » et la grandeur physique que l'on cherche à déterminer est l'émissivité du plasma, et donc indirectement sa température, en tout point du volume défini par le plasma.

Une différence supplémentaire en tomographie médicale et tomographie des plasmas thermiques concerne le niveau de bruit dans les données de projection. Particulièrement en imagerie TEMP, les données de projection sont très bruitées ; ce bruit est de type poissonien. Il est essentiellement dû à la nature stochastique de l'émission photonique. Ainsi, afin de prendre en compte le caractère aléatoire des interactions des rayonnements avec la matière (corps humain) et donc le bruit, on se tourne de plus en plus vers l'utilisation d'algorithmes itératifs de type statistique en routine clinique. Pour les plasmas thermiques, la situation est radicalement différente. En effet, le plasma est un objet qui rayonne de façon extrêmement intense ; on obtiendra donc des données avec un bon rapport signal sur bruit. De plus, son rayonnement n'est pas ionisant et ne va donc pas réagir avec la matière qui entoure le plasma (ex : parois du réacteur). Par conséquent, aucun phénomène aléatoire ne vient perturber les données de projection à acquérir. Ainsi, l'utilisation d'un algorithme itératif algébrique – et non statistique – est suffisante pour la tomographie des plasmas thermiques.

Enfin, une dernière différence entre la tomographie médicale et la tomographie des plasmas thermiques doit être soulignée. Pour une plage de longueur d'onde bien choisie, et donc pour les raies considérées, le plasma est un milieu optiquement mince, contrairement au corps humain qui est un milieu très hétérogène et très atténuant dans certaines zones. Par conséquent, l'acquisition des données de projection pour la tomographie des plasmas pourra être effectuée sur seulement 180° autour de celui-ci alors que dans le cas de l'imagerie médicale, l'acquisition est quasi systématiquement effectuée sur 360° autour du patient. Pourtant, théoriquement, l'information obtenue par une acquisition sur 180° est suffisante. En réalité, en TEMP, deux phénomènes importants, parmi d'autres, limitent et dégradent le signal. Nous avons, d'une part, l'atténuation qui produit un effet considérable, avec environ 50% des photons émis par un radio-isotope tel que le technétium 99 métastable, qui sont

atténués dans 4 à 6cm d'eau. En conséquence, en fonction de la zone d'émission et de l'épaisseur du corps traversé, les photons seront plus ou moins atténués. D'autre part, la résolution spatiale du collimateur varie grandement avec la distance. Plus le collimateur est éloigné, plus l'image est floue. Ainsi, une acquisition sur 360° permet de tenir davantage compte des organes plus ou moins atténuants du corps humain et de la distance au collimateur en doublant la quantité de données initiales. Cela compense légèrement les défauts de reconstruction dus à l'atténuation grâce à l'information supplémentaire apportée par les incidences opposées. Un unique cas clinique fait exception à cette règle : le cas des scintigraphies cardiaques pour lesquelles l'acquisition est réalisée sur seulement 180°, comme pour un plasma thermique. En effet, dans le cas du cœur, les projections postérieures droites sont tellement atténuées que le cœur n'y apparaît pratiquement pas. Ainsi, utiliser les projections d'incidences allant de 180° à 360° n'apporterait que du bruit dans la reconstruction tomographique et pratiquement pas d'informations utiles.

Il existe malgré tout des similitudes entre les deux applications de la tomographie que sont l'imagerie médicale et les plasmas thermiques. En réalité, ces similitudes apparaissent essentiellement pour une modalité bien particulière de l'imagerie médicale : la TEMP. Trois points communs peuvent être mis en évidence. Pour commencer, un premier point commun évident est le mode de tomographie réalisée. En effet, dans les deux cas, il s'agit de tomographie d'émission. Ensuite, une seconde similitude concerne la configuration géométrique de détection. Dans les deux applications, les trois géométries existantes (parallèle, éventail et conique) sont possibles. La géométrie dépendra du mode de sélection des rayons émis par l'objet (patient ou plasma). En TEMP, c'est le rôle du collimateur qui, en fonction de sa forme, détermine la géométrie de détection. Le collimateur est défini plus en détail dans le 4^{ème} chapitre. En plasma, le mode de sélection du rayonnement dépend du système d'acquisition qui sera détaillé dans le chapitre 3.

Ensuite, un détecteur plan est utilisé dans les deux cas. La tomographie des plasmas thermiques emploie une matrice de photodiodes pour enregistrer les données de projection et la TEMP emploie une double tête de détection composée d'un cristal scintillateur plan succédé de photomultiplicateurs. Les autres modalités d'imagerie utilisées en tomographie médicale sont munies quant à elles de détecteurs en forme d'anneau. L'ensemble des systèmes d'acquisition des données tomographiques pour les plasmas thermiques et pour la TEMP sera plus amplement détaillé respectivement dans les chapitres 3 et 4.

Pour toutes ces similitudes, nous avons choisi d'utiliser des données issues d'un TEMP pour la confrontation de la technique de reconstruction tomographique que nous avons développée pour les plasmas thermiques. Ceci fera l'objet du chapitre 4.

Conclusion

Nous avons dédié ce premier chapitre à la tomographie que nous avons présentée sous tous ses aspects. Nous avons, dans un premier temps, introduit la problématique inverse dans

laquelle s'inscrit incontestablement la tomographie. Toute une partie était ensuite consacrée à définir ce qu'est la tomographie, quel en est le principe mathématique de base ainsi qu'à la description détaillée des deux grandes méthodes de résolution de la reconstruction tomographique : les méthodes analytiques et les méthodes algébriques. Nous avons vu que la tomographie trouvait son utilité dans de très nombreux et très variés domaines d'application allant de l'astronomie à la géologie en passant par l'imagerie médicale. Toutefois, l'objectif de cette thèse consiste à la mettre en œuvre dans un domaine scientifique auquel elle n'est pas encore, ou très peu, appliquée : le domaine de l'arc électrique. Avant de présenter cette mise en œuvre spécifique, nous nous attachons, dans le chapitre 2, à davantage approfondir nos connaissances sur l'algorithme de reconstruction tomographique que nous avons utilisé pour les plasmas thermiques au travers de diverses études paramétriques théoriques. Au cours de ce chapitre, nous nous attachons également à introduire la tomographie au travers de la problématique des études spectroscopiques expérimentales des plasmas tridimensionnels et à en démontrer l'intérêt.

Chapitre 2

CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE D'UN PLASMA THERMIQUE : APPORT DE LA TOMOGRAPHIE – ÉTUDE PARAMÉTRIQUE DE LA « MART »

Introduction

Ce deuxième chapitre a pour but d'introduire la tomographie au sein de la problématique de la caractérisation expérimentale des plasmas thermiques.

Nous présentons tout d'abord un état de l'art des techniques de diagnostic et de caractérisation expérimentale d'un plasma thermique. Nous introduisons ensuite la tomographie au sein de cette thématique de manière à mettre en évidence quelle est la place qu'elle peut y prendre et ce qu'elle peut y apporter. Pour cela, nous la comparons de façon théorique aux méthodes qui sont actuellement employées pour la caractérisation, notamment l'inversion d'Abel.

Ce chapitre se décompose en quatre grandes parties. Les deux premières sont dédiées plus particulièrement au plasma thermique alors que les deux dernières sont plus globalement orientées vers la problématique de la tomographie. Ainsi, dans un premier temps, et afin de mieux saisir ce qu'est un plasma, nous présentons les lois qui régissent les paramètres fondamentaux d'un plasma d'arc de manière à mieux en cerner le principe. Ensuite, nous abordons les méthodes de diagnostic, essentiellement la spectroscopie d'émission qui est la plus employée dans le domaine des plasmas d'arc.

Pour finir, après avoir donné une description détaillée de l'algorithme de reconstruction tomographique que nous avons développé, la « MART », pour les plasmas thermiques, nous concluons ce chapitre par une étude paramétrique approfondie de cet algorithme. En effet, à partir de cas simulés, nous étudions, entre autre, l'influence du nombre de projections, l'influence du bruit...ceci afin de nous permettre de mieux apprécier le comportement de l'algorithme selon différentes situations.

I. Composition d'un plasma

Un plasma thermique est caractérisé par sa composition. C'est un paramètre essentiel qui évolue en fonction de la température du milieu considéré. L'utilisation des lois de l'équilibre thermodynamique permet la détermination de la composition du milieu, par le calcul des densités de chaque espèce en présence en fonction de la température et de la pression. A partir de la composition, il est ensuite possible de déterminer les propriétés de base du milieu telles que ses propriétés thermodynamiques ou les propriétés de son rayonnement.

Nous allons, dans un premier temps, rappeler succinctement les lois qui définissent l'état d'équilibre thermodynamique total d'un milieu. Nous détaillons ensuite le cas particulier d'un plasma thermique pour lequel certaines de ces lois ne sont pas valables. Dans ce cas, il devient alors nécessaire d'établir un nouvel état que l'on nomme équilibre thermodynamique local (ETL) et qui va permettre de décrire un plasma thermique.

1. Les lois de l'équilibre thermodynamique total :

Deux conditions sont nécessaires à l'établissement de l'état d'équilibre thermodynamique total dans un milieu. Tout d'abord, le milieu ne doit présenter aucun gradient de température. Vient s'ajouter à cela une condition de micro réversibilité des processus qui se produisent au sein du milieu. Ainsi, un équilibre s'établit entre les phénomènes de création et de disparition tels que l'excitation et la désexcitation d'une particule, l'ionisation et la recombinaison ou entre l'émission et l'absorption de photons. Chaque processus microscopique est donc exactement contre balancé par son processus inverse.

Il existe un ensemble de lois qui régissent le fonctionnement d'un milieu à l'équilibre thermodynamique total. Les lois de Maxwell, Boltzmann, Saha et Guldberg-Waage décrivent les processus collisionnels et la loi de Planck est utilisée pour le rayonnement. Ces lois sont détaillées ci-dessous.

⊕ **Loi de Maxwell :**

La loi de Maxwell permet de déterminer la fonction de distribution des vitesses des particules. Avec $d\mathbf{n}_i$ le nombre de particules de l'espèce i dont la vitesse est comprise entre v et $v+dv$, cette loi s'exprime selon l'équation (2-1) :

$$\frac{d\mathbf{n}_i}{n_i} = \left(\frac{m_i}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{m_i v^2}{k_B T}\right) 4\pi v^2 dv \quad (2-1)$$

m_i : masse des particules i

T : température des particules

k_B : constante de Boltzmann

⊕ **Loi de Boltzmann :**

La loi de Boltzmann permet de calculer le rapport entre les densités de population d'une espèce d'un niveau d'énergie haut E_h et d'un niveau d'énergie bas E_b :

$$\frac{n_h}{n_b} = \frac{g_h}{g_b} \exp\left(-\frac{E_h - E_b}{k_B T}\right) \quad (2-2)$$

Les grandeurs g_h et g_b sont les poids statistiques de niveaux h et b .

Cette loi peut également s'exprimer en fonction de la densité totale $N(T)$ de l'espèce considéré et de la fonction de partition $U(T)$ selon la forme :

$$\frac{n_h}{N(T)} = \frac{g_h}{U(T)} \exp\left(-\frac{E_h}{k_B T}\right) \quad (2-3)$$

La fonction de partition a pour expression :

$$U(T) = \sum_i g_i \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right) \quad (2-4)$$

La densité totale de particules de l'espèce considérée et la fonction de partition ne dépendent que de la température.

 **Loi de Saha :**

La loi de Saha relie les densités des espèces neutres et des espèces chargées et renseigne sur le degré d'ionisation du milieu lorsque la charge z de l'espèce est non nulle. Elle s'exprime suivant l'équation (2-5) :

$$\frac{n_e \cdot n_i^{(z+1)+}}{n_i^{z+}} = 2 \frac{U_i^{(z+1)+}}{U_i^{z+}} \cdot \frac{(2\pi m_e k_B T)^{3/2}}{h^3} \cdot \exp\left(-\frac{E_I - \Delta E}{k_B T}\right) \quad (2-5)$$

n_e : densité électronique

$n_i^{(z+1)+}$: densité de l'ion i chargé (z+1) fois

n_i^{z+} : densité de l'ion i chargé (z) fois

$U_i^{(z+1)+}$ et U_i^{z+} : fonctions de partition, respectivement de l'ion i chargé (z) fois et de l'ion i chargé (z+1) fois

h : constante de Planck

E_I : potentiel d'ionisation pour passer de la particule chargée (z+1) fois à celle chargée z fois

ΔE : abaissement du potentiel d'ionisation dû à la présence de particules chargées

Le facteur 2 correspond à la fonction de partition de l'électron.

 **Loi de Guldberg-Waage :**

La loi de Guldberg-Waage détermine l'équilibre de dissociation des espèces moléculaires présentes dans le milieu. Si on considère la réaction suivante, avec E_{AB} l'énergie de dissociation de la molécule AB :



Alors cette loi relie les densités n_{AB} , n_A et n_B , respectivement des particules AB, A et B par la relation :

$$\frac{n_A \cdot n_B}{n_{AB}} = \frac{U_A \cdot U_B}{U_{AB}} \left(\frac{m_A \cdot m_B}{m_A + m_B} \right)^{3/2} \left(\frac{2\pi k_B T}{h^2} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_{AB}}{k_B T}\right) \quad (2-6)$$

n_i : densité des espèces i

U_i : fonction de partition de l'espèce i

m_i : masse de la particule i

 **Loi de Planck :**

Dans un milieu en équilibre thermodynamique total, tout le rayonnement absorbé est réémis de manière non sélective ; c'est le principe du corps noir. La loi de Planck nous donne le rayonnement d'un corps noir pour une longueur d'onde λ et une température T données :

$$B(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1} \quad (2-7)$$

$B(\lambda, T)$ exprime la puissance émise par unité de volume et d'angle solide.

Les cinq lois précédentes sont les principales lois générales dictant l'équilibre thermodynamique total. A ces lois, dans le cas particulier d'un plasma thermique, viennent s'ajouter quelques lois annexes qui ne sont pas uniquement caractéristiques de l'équilibre thermodynamique : la loi de la neutralité électrique et la loi de Dalton.

⊕ **Loi de la neutralité électrique :**

Cette loi rend compte de l'électroneutralité d'un plasma, c'est-à-dire que l'on compte autant de particules de charge négative que de particules de charge positive. Elle s'écrit :

$$n_e = \sum_i z_i \cdot n_i \quad (2-8)$$

n_e : densité électronique

z_i : charges des différentes espèces chargées positivement dont la densité est n_i .

⊕ **Loi de Dalton :**

Si on note n_i la densité de l'espèce i , la pression totale du milieu est donnée par :

$$P = k_B T \sum_i n_i \quad (2-9)$$

2. L'équilibre thermodynamique local :

Toutes les lois que nous venons de détailler permettent de décrire des milieux à l'équilibre thermodynamique total, qui sont caractérisés par une température uniforme et par une micro réversibilité des phénomènes.

De telles caractéristiques ne sont pas valables lorsque le milieu est formé par un plasma d'arc. En effet, un plasma thermique est un milieu qui présente d'importants gradients de température et de densité. La température sur l'axe de la décharge est généralement plus élevée que sur la périphérie du plasma et on observe l'émission d'un rayonnement en dehors du milieu. Le rayonnement d'un plasma ne peut pas être considéré comme celui d'un corps noir et il n'y a pas micro réversibilité des processus radiatifs. Pour toutes ces raisons, l'équilibre thermodynamique total ne peut pas être réalisé au sein d'un plasma d'arc. Cependant, il est possible de définir des conditions d'application de certaines lois de l'équilibre thermodynamique total de façon à pouvoir déterminer la composition et les propriétés thermodynamiques d'un plasma. On définit alors un nouvel état nommé équilibre thermodynamique local (ETL).

Si on se représente un plasma comme constitué d'un ensemble de sous-systèmes juxtaposés, possédant chacun une température uniforme, toutes les lois régissant les phénomènes collisionnels (Maxwell, Boltzmann, Saha et Guldberg-Waage) sont alors

valables localement et applicables à chaque sous-ensemble. Par contre, comme il n'y a pas micro réversibilité des processus radiatifs, la loi de Planck n'est pas applicable, même localement. Le rayonnement émis dépend des différentes régions du plasma qu'il aura traversé, régions où règnent des gradients de température.

Ainsi, afin de pouvoir considérer l'ETL dans un plasma, et donc appliquer localement les lois relatives aux processus collisionnels, il est nécessaire que les phénomènes radiatifs soient négligeables devant les processus collisionnels. Une seconde condition nécessaire à l'établissement de l'ETL dans un plasma est l'absence de forts gradients de température et de densité. En conclusion, l'ETL est assuré par les nombreuses collisions électroniques qui se produisent dans les plasmas.

Pour toutes les mesures spectroscopiques qui seront présentées dans ce manuscrit, nous considérerons les conditions d'existence de l'ETL valables.

II. Spectroscopie d'émission :

Un plasma thermique est un milieu dans lequel la plupart des électrons cèdent leur énergie cinétique aux particules lourdes au cours des collisions élastiques. Du fait de ces phénomènes collisionnels, le plasma émet un rayonnement suite aux différentes transitions électroniques. Ce rayonnement contient des propriétés caractéristiques du plasma et peut donc être utilisé pour la détermination de certains paramètres importants tels que la température ou la densité électronique.

La spectroscopie d'émission apparaît donc comme une technique expérimentale naturellement adaptée pour le diagnostic des plasmas. Elle s'inscrit plus généralement dans un ensemble de techniques de spectroscopie optique. Ces méthodes permettent de remonter à des grandeurs caractéristiques du milieu étudié à partir de l'analyse de ses propriétés optiques telles que la lumière émise ou absorbée, ou encore la variation de son indice de réfraction.

Il existe deux grandes familles de méthodes de diagnostic des plasmas par spectroscopie optique :

➊ La première catégorie comprend toutes les méthodes basées sur l'étude du spectre. Elles sont au nombre de trois :

- Les méthodes basées sur l'étude des photons émis par le milieu : c'est la spectroscopie d'émission.
- Les méthodes basées sur l'étude des photons émis par une source extérieure et absorbés par le milieu : c'est la spectroscopie d'absorption.
- Les méthodes basées à la fois sur les propriétés d'émission et d'absorption de photons par le milieu : ce sont les techniques de fluorescence.

La seconde catégorie de méthodes de spectroscopie optique se base sur les principes de l'interférométrie qui utilise la différence de marche introduite par le plasma entre un faisceau lumineux qui traverse le milieu étudié et un faisceau de référence.

La spectroscopie d'émission est une des techniques les moins complexes à mettre en œuvre sur le plan expérimental. C'est donc cette méthode que nous avons choisi d'appliquer. Dans le cas d'un plasma thermique, la spectroscopie d'émission consiste à exploiter le spectre de la lumière émise par l'arc électrique afin de pouvoir remonter à la grandeur physique qui nous intéresse ici, la température au sein du plasma. Dans la suite, nous nous concentrerons uniquement sur la spectroscopie d'émission et nous développons les différentes possibilités de détermination de la température à partir de mesures spectroscopiques. Nous ne détaillons donc pas davantage les autres techniques citées ci-dessus pour lesquelles des explications complémentaires peuvent être trouvées dans [Vac_1]. La mise en œuvre expérimentale de la spectroscopie d'émission pour la reconstruction tomographique d'un plasma thermique est ensuite présentée dans le chapitre 3.

Le premier paragraphe de cette deuxième partie est consacré aux différents processus qui sont à l'origine de l'émission d'un rayonnement par le plasma.

1. Émission du rayonnement d'un plasma :

Les différentes transitions électroniques dues aux phénomènes collisionnels qui se produisent dans le plasma sont à l'origine de l'émission du rayonnement [Vac_1]. Il existe deux grands types de transitions électroniques : les transitions continues et les transitions discrètes. Les transitions continues, qui sont de deux types, se diffèrentent en fonction de l'état de l'électron mis en jeu. Elles peuvent être de type libre-libre ou bien libre-lié. Les transitions discrètes, quant à elles, mettent obligatoirement en jeu deux états liés d'un électron. L'ensemble de ces différentes transitions est schématisé sur la figure 2.1.

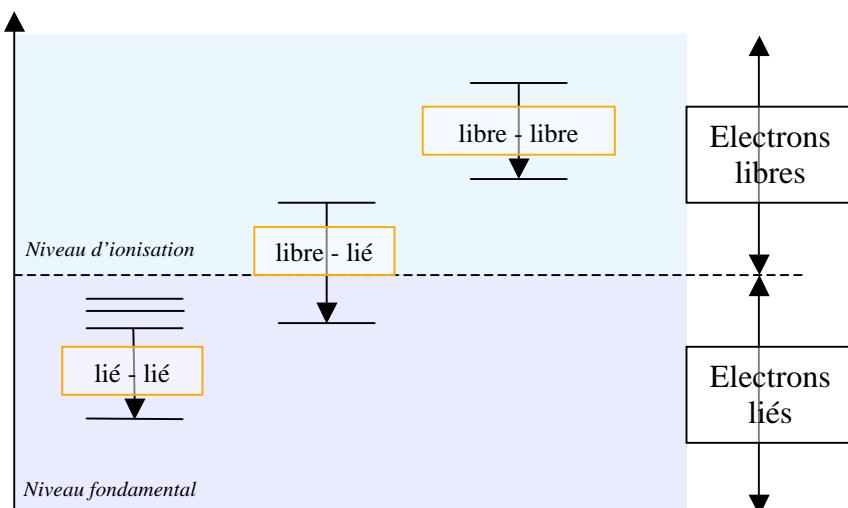


Figure 2. 1 : Différentes transitions radiatives

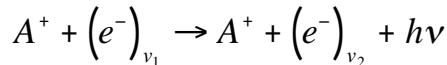
Les transitions continues donnent naissance à l'émission du spectre continu ou continuum alors que les transitions discrètes sont à l'origine d'un spectre de raies. Le rayonnement total résulte donc de la superposition de ces deux spectres.

1.1. *Le continuum :*

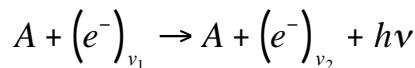
Le rayonnement produit par les transitions radiatives continues est essentiellement la conséquence de deux phénomènes d'interactions distincts qui se produisent dans les plasmas thermiques : le rayonnement de freinage et la recombinaison radiative. Le continuum émis par le plasma provient des transitions de type libre – libre lors d'un processus de rayonnement de freinage, et libre – lié lors d'un processus de recombinaison radiative. Nous allons à présent détailler ces deux phénomènes.

Le rayonnement de freinage se produit lors des interactions électron – ion et électron – atome. Lorsqu'un électron libre entre dans le champ de potentiel d'un ion positif ou bien d'un atome, celui-ci est ralenti. Il y a alors émission d'un photon dont l'énergie correspond à la perte d'énergie cinétique de l'électron libre, autrement dit à la différence d'énergie avant et après interaction. On peut schématiser les interactions de rayonnement de freinage par les deux équations suivantes, selon le type de particules mises en jeu :

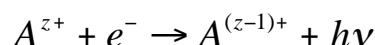
- *Rayonnement de freinage électron – ion :*



- *Rayonnement de freinage électron – atome :*



Dans le cas de la recombinaison radiative, un électron libre est capturé par un ion positif de charge $z+$ et l'ensemble se recombine de façon à former un ion de charge $(z-1)+$ ou un atome excité. L'excédent d'énergie de l'électron est libéré sous la forme d'un continuum. Le photon émis possède une énergie correspondant à la différence d'énergie d'ionisation entre l'ion initial de charge $z+$ et l'ion final de charge $(z-1)+$. Le mécanisme de la réaction de recombinaison radiative peut s'écrire selon l'équation suivante :



Le fond continu total est la superposition des rayonnements continus émis par chacun des processus cités ci-dessus. Par la suite, nous n'utiliserons pas le rayonnement continu mais le spectre de raies pour caractériser le plasma que nous étudions ; nous ne donnerons donc pas plus de détails sur l'origine du continuum.

1.2. Le spectre de raies :

Le spectre de raies apparaît en présence de transitions radiatives des électrons liés à l'atome entre un niveau haut E_h et un niveau bas E_b d'énergie. Lors de cette transition radiative, il y a émission d'un photon de fréquence ν bien déterminée :

$$\nu = \frac{E_h - E_b}{h}, \text{ avec } h \text{ la constante de Planck.} \quad (2-10)$$

Les transitions entre deux états électroniques liés donnent naissance à des émissions dans le domaine du visible et l'ultraviolet.

L'intensité de la raie émise lors de cette transition, que l'on nomme également émissivité, est alors égale à :

$$\varepsilon = \frac{h\nu}{4\pi} A_{bh} n_h \quad (2-11)$$

Avec A_{bh} : la probabilité de transition entre les niveaux haut h et bas b

n_h : la densité du niveau émetteur.

Cette quantité représente l'énergie rayonnée par la raie, pour un volume unité de plasma, contenant n_h atomes dans l'état énergétique E_h se désexcitant spontanément vers un état d'énergie inférieur E_b , par unité d'angle solide et par unité de temps. L'énergie rayonnée par une raie s'exprime en $\text{W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$ en unités CGS.

2. Les méthodes de diagnostic de spectroscopie d'émission :

Comme nous venons de le voir, un plasma thermique émet un spectre de raies atomiques et/ou moléculaires qui sont caractéristiques des espèces présentes dans le milieu. L'étude de l'intensité de ces raies permet d'accéder à la température du plasma, à condition de faire l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local et que la raie ne soit pas autoabsorbée. C'est grâce à la loi de Boltzmann (équation 2-2), qui régie les densités de population des différents niveaux d'énergie, qu'il est possible de relier l'intensité d'une raie mesurée spectroscopiquement à la température. L'émissivité théorique peut donc s'écrire selon l'équation (2-12) :

$$\varepsilon_{th}(T) = \frac{hc}{4\pi\lambda} A_{hb} g_h \frac{N(T)}{Q(T)} \exp\left(-\frac{E_h}{k_B T}\right) \quad (2-12)$$

D'après cette formule, dans tous les cas, l'émissivité ε passe par un maximum pour une température particulière notée T_m et appelée température d'émission maximale. C'est la température à laquelle l'émissivité de la raie considérée atteint son maximum. Au-delà de cette valeur, l'émissivité décroît mais la température s'élève. Cette température T_m dépend de la pression et de la composition du plasma. Pour une composition de plasma donnée, plus la pression diminue, plus T_m diminue et le maximum d'émissivité se décale vers les basses températures.

Pour illustrer ceci, nous prenons l'exemple de la raie 6965Å de l'argon neutre. Il s'agit de la raie que nous utilisons par la suite, lors de nos mesures spectroscopiques, pour la

détermination de la température d'un plasma thermique par tomographie. La figure 2.2 représente l'évolution de l'émissivité d'un plasma d'argon pur à la pression atmosphérique en fonction de la température. On constate que l'émissivité maximale est atteinte aux alentours de 15200K.

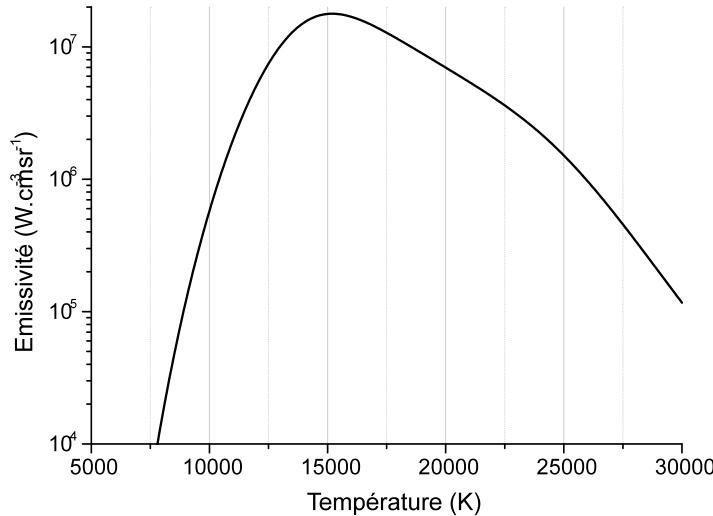


Figure 2. 2 : Emissivités de la raie 6965Å de l'argon neutre en fonction de la température.

Il existe trois méthodes qui, à partir de la mesure de l'énergie d'une raie, permettent de déterminer les valeurs de la température au sein du plasma.

✓ *Diagnostic basé sur l'intensité absolue d'une raie :*

La mise en œuvre de cette méthode nécessite initialement la connaissance des probabilités de transitions A_{bh} et de la composition n_h du plasma. Ainsi, pour une composition donnée et en supposant l'ETL, on peut calculer les valeurs d'émissivité théorique en fonction de la température, $\varepsilon_{th}(T)$, selon l'équation suivante :

$$\varepsilon_{th} = \frac{h\nu}{4\pi} A_{bh} n_h \quad (2-13)$$

On pourra alors, en comparant cette émissivité théorique avec l'émissivité obtenue expérimentalement, après étalonnage, en déduire les valeurs de la température au sein du plasma étudié.

✓ *Diagnostic basé sur l'intensité relative entre plusieurs raies – diagramme de Boltzmann :*

A l'ETL, on peut exprimer la densité de population n_h d'un niveau émetteur, d'après la relation de Boltzmann, en fonction de l'énergie E_h de ce niveau selon la formule (2-14) :

$$\ln\left(\frac{n_h}{g_h}\right) = -\frac{E_h}{kT} + B(T), \text{ avec } B(T) = \ln\left(\frac{N(T)}{U(T)}\right) \quad (2-14)$$

Le coefficient $B(T)$ dépend seulement de la température et peut donc être considéré comme une constante de l'énergie. On peut ensuite, d'après l'équation (2-2), exprimer la densité n_h en fonction de l'émissivité et on obtient ainsi l'équation (2-15) :

$$\ln\left(\frac{\varepsilon\lambda}{A_{hb}g_h}\right) = -\frac{E_h}{kT} + cste \quad (2-15)$$

La méthode du diagramme de Boltzmann consiste alors à tracer la courbe $\ln\left(\frac{\varepsilon\lambda}{A_{hb}g_h}\right) = f(E_h)$ en fonction de l'énergie E_h du niveau émetteur, pour plusieurs raies en un même point du plasma. Comme on considère l'ETL, la courbe obtenue est une droite dont la pente vaut $-1/kT$. Le calcul de la valeur de cette pente permet de remonter directement à la température au point du plasma considéré. Afin de commettre un minimum d'erreur dans la détermination de la pente, au moins trois raies doivent être utilisées. Les raies doivent être choisies non auto absorbées et avec des niveaux émetteur d'énergie suffisamment éloignés les uns des autres. La méthode du diagramme de Boltzmann présente l'avantage de permettre une vérification rapide de l'hypothèse de l'ETL en tout point du plasma. En effet, si la courbe passant par les points des raies choisies n'est pas une droite, alors l'ETL n'est pas établi au point considéré du plasma.

✓ *Méthode de Fowler-Milne :*

La méthode de diagnostic de Fowler-Milne s'applique dans le cas particulier où le plasma présente une température axiale plus élevée que la température d'émissivité maximale T_m . Ainsi, dans la zone où la température est supérieure à T_m , les valeurs de l'émissivité correspondantes sont plus faibles que l'émissivité maximale théorique de la raie considérée. On se situe alors dans la partie droite de la courbe représentée sur la figure 2.2, où l'émissivité décroît alors que la température augmente et dépasse T_m .

Lorsqu'on se trouve dans ce cas de figure, la courbe de l'émissivité expérimentale en fonction de la position radiale $\varepsilon_{exp}(r)$ présente un maximum en dehors de l'axe de la décharge pour une position radiale r_m où la température vaut T_m . Un tel profil radial d'émissivité, présentant un maximum en dehors de l'axe, est schématisé sur la figure 2.3. Sur cette figure, r_m est la position radiale du maximum d'émissivité $\varepsilon(r_m)$.

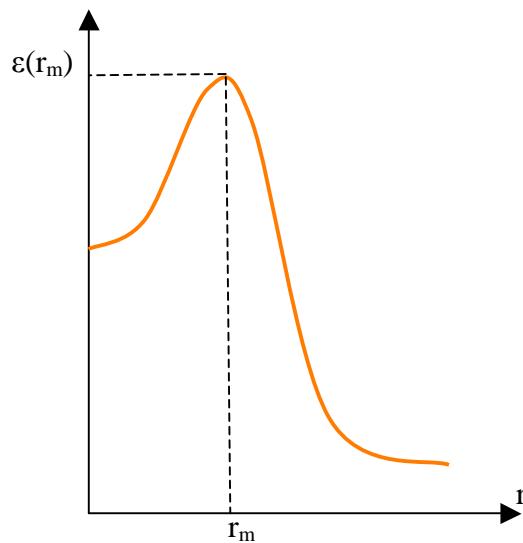


Figure 2. 3 : Profil radial du coefficient d'émission présentant un maximum d'émission en dehors de l'axe

Lorsqu'on se trouve dans ce cas de figure, les émissivités expérimentales $\varepsilon_{\text{exp}}(r)$ et $\varepsilon_{\text{exp}}(r_m)$, respectivement pour une position radiale r et pour la position du maximum d'émissivité, ont été mesurées alors que $\varepsilon_{\text{th}}(T_m)$ est connue théoriquement pour une composition de plasma bien définie. Ainsi, en utilisant l'égalité (2-16) suivante :

$$\frac{\varepsilon_{\text{exp}}(r)}{\varepsilon_{\text{exp}}(r_m)} = \frac{\varepsilon_{\text{th}}(T)}{\varepsilon_{\text{th}}(T_m)} \quad (2-16)$$

On peut calculer la valeur théorique de l'émissivité $\varepsilon_{\text{th}}(T)$ correspondant à la valeur expérimentale de l'émissivité $\varepsilon_{\text{exp}}(r)$ pour chaque position radiale. Connaissant ensuite la valeur de la température pour chaque émissivité théorique, on en déduit la distribution radiale de la température au sein du plasma.

Cette méthode a pour avantage de ne pas nécessiter la connaissance des probabilités de transition mais elle n'est pas toujours très précise, surtout lorsque le maximum d'émissivité est peu marqué.

L'exploitation de l'intensité d'une raie n'est pas la seule méthode permettant la détermination de certaines grandeurs physiques caractéristiques d'un plasma. Il est également possible d'exploiter le profil d'une raie [Vac_1]. L'intensité lumineuse émise par une raie est toujours distribuée en fonction de la longueur d'onde selon une certaine loi qui définit son profil. Ce profil dépend des caractéristiques du niveau émetteur et des contraintes que lui font subir les particules environnantes. Ainsi l'élargissement d'une raie pourra être utilisé pour le calcul de la densité électronique dans un plasma.

Cependant, comme nous n'utilisons pas les profils des raies pour déterminer les paramètres qui nous intéressent, nous ne donnons pas plus de détails à propos des processus, multiples et complexes, qui sont à l'origine de l'élargissement d'une raie. Des explications complémentaires peuvent être trouvées dans [Vac_1].

Nous venons de lister les différentes méthodes qui permettent de déterminer la température d'un milieu à partir de son émissivité locale obtenue par spectroscopie d'émission. Cependant, de part leur principe même, les mesures spectroscopiques ne donnent pas directement accès aux valeurs locales de l'émissivité mais seulement aux valeurs intégrales. Or, seules les grandeurs locales permettent une interprétation physique. Il est donc nécessaire d'introduire des méthodes afin d'obtenir, à partir des grandeurs intégrales mesurées, les grandeurs locales correspondantes. On parle alors d'inversion. Le paragraphe suivant est consacré à cette thématique.

III. Les méthodes d'inversion

Par sa facilité de mise en œuvre, la spectroscopie d'émission est fréquemment employée pour la caractérisation expérimentale des plasmas thermiques [Fau_1] [Vac_1].

Cependant, elle mesure uniquement des grandeurs qui sont égales aux valeurs intégrées de l'émissivité locale le long d'une direction donnée. Autrement dit, ce que l'on mesure est la somme des valeurs locales qui caractérisent les points situés le long de la ligne de visée. La figure 2.4 représente le principe de la mesure spectroscopique. Il s'agit d'une tranche de plasma optiquement mince, vue par un observateur selon une ligne de visée y_0 . L'intensité totale $I(y_0)$ émise suivant la corde y_0 et récupérée lors de la mesure correspond à la somme des émissions locales entre les deux bords du plasma x_1 et x_2 comme le montre l'équation (2-17) :

$$I(y_0) = \int_{x_1}^{x_2} \varepsilon(x, y_0) dx \quad (2-17)$$

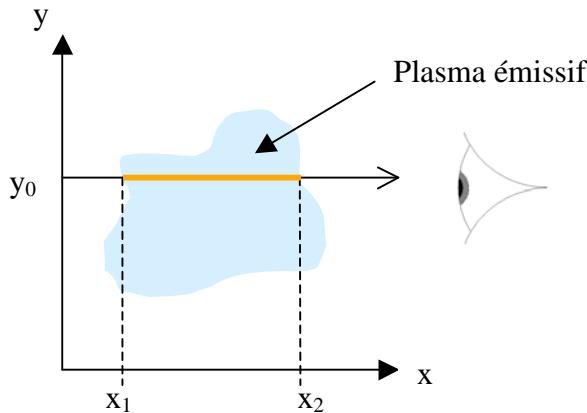


Figure 2.4 : Mesures de valeurs intégrées

Les intensités mesurées n'ayant pas de signification physique immédiate, il est nécessaire d'introduire une étape d'inversion qui va transformer les grandeurs mesurées en grandeurs locales. Ce problème étant bien connu, il existe des méthodes d'inversion efficaces qui permettent de le résoudre. Parmi les méthodes d'inversion utilisées dans le domaine des plasmas, l'inversion d'Abel est une des plus couramment mises en œuvre lorsqu'il est possible d'établir certaines hypothèses concernant les propriétés de symétrie. Nous allons en donner le principe détaillé dans le paragraphe III.1 et nous allons également montrer ses limites lorsqu'elle est appliquée à un plasma non axisymétrique. Néanmoins, par manque de méthodes adaptées à l'étude des plasmas 3D, l'inversion d'Abel est encore fréquemment appliquée sur ce type de configuration.

Lorsqu'on se trouve dans un cas général où aucune hypothèse sur la forme analytique des émissivités locales ne peut être émise, le passage des valeurs intégrées aux valeurs locales est impossible si on mesure seulement l'intensité suivant une dimension tel qu'on peut le faire pour l'inversion d'Abel. Expérimentalement, la résolution d'un tel problème nécessite une exploration du milieu au minimum en deux dimensions. C'est le principe de la tomographie qui a été défini lors du premier chapitre de cette thèse. On se trouve alors dans une situation analogue à celle de l'imagerie médicale pour laquelle l'acquisition des grandeurs intégrées s'effectue sur plusieurs angles de vue autour du patient et sur toute sa hauteur. Le paragraphe III.2 est consacré à l'algorithme de reconstruction tomographique que nous avons choisi d'appliquer aux données expérimentales issues d'un plasma non axisymétrique. Nous

approfondissons plus particulièrement l'ensemble du processus de reconstruction que nous allons développer.

Enfin, nous présentons dans la partie III.3 de ce chapitre une comparaison théorique entre l'inversion d'Abel et une reconstruction tomographique à quatre vues, appliquées à un arc électrique 3D modélisé.

1. L'inversion d'Abel :

L'inversion d'Abel est un outil mathématique qui permet de transformer des valeurs intégrées en valeurs locales. Elle est fondée sur l'hypothèse de la symétrie cylindrique du plasma étudié. Le plasma en question est en outre considéré comme optiquement mince, c'est-à-dire que tout photon émis par ce plasma en sort sans y être réabsorbé.

On représente schématiquement sur la figure 2.5 une section d'un plasma axisymétrique de rayon R, localisée à une hauteur z. On effectue une mesure suivant une corde de position y parallèle à l'axe x. On récupère $I(y)$ l'intensité totale le long de cette corde de visée. Du fait de la relation $r^2 = x^2 + y^2$ et de la symétrie cylindrique, on exprime $I(y)$, en coordonnées cylindriques, par l'équation (2-18) :

$$I(y) = 2 \int_y^R \varepsilon(r) \frac{r}{\sqrt{r^2 - y^2}} dr \quad (2-18)$$

En balayant le plasma sur toute sa largeur et sur toute sa hauteur, on effectue ainsi l'acquisition des intensités $I(y)$ sur la totalité du plasma.

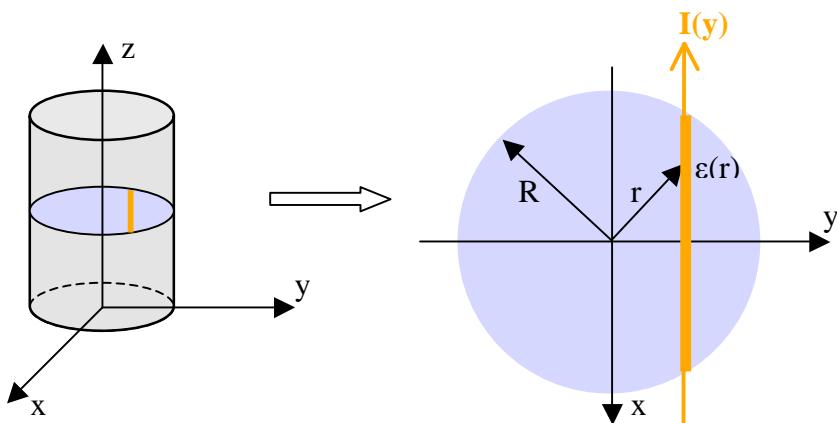


Figure 2.5 : Schéma d'une section de plasma cylindrique et mesure intégrale

L'inversion d'Abel transforme l'équation précédente afin d'exprimer l'émissivité locale $\varepsilon(r)$ en fonction de l'intensité mesurée $I(y)$ selon la formule (2-19) suivante :

$$\varepsilon(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^R \frac{dI(y)}{dy} \frac{1}{\sqrt{y^2 - r^2}} dy \quad (2-19)$$

Un premier inconvénient de l'inversion d'Abel réside dans la nécessité de connaître la valeur du rayon du plasma pour pouvoir être appliquée. Ensuite, la difficulté du calcul de

l'émissivité locale réside dans la résolution de l'intégrale de l'équation (2-19) ; en effet, ne connaissant pas la fonction $I(y)$, sa dérivée n'est pas calculable de façon exacte. Dans la littérature, on trouve plusieurs méthodes de résolution numérique de l'inversion d'Abel [Deu_1] [Jaf_1] [Mer_1] ... Nous allons décrire deux d'entre elles : la méthode de Mermet et Robin et la méthode de Jaffe.

1.1. La méthode de Mermet et Robin :

La méthode de résolution de l'inversion d'Abel proposée par Mermet et Robin [Mer_1] consiste à effectuer, préalablement à l'inversion, un lissage des données expérimentales par la méthode des moindres carrés. L'intensité intégrée $I(y)$ est mise sous forme polynomiale telle que :

$$I(y) = a_0 + a_1y + a_2y^2 + a_3y^3 + \dots + a_ny^n \quad (2-20)$$

Le calcul de la dérivée de $I(y)$ devient alors évident et le calcul de $\varepsilon(r)$ plus facile, comme le montre l'équation (2-21) obtenue après un lissage polynomial de degré 6 :

$$\varepsilon(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^R \frac{2a_2y + 3a_3y^2 + 4a_4y^3 + 5a_5y^4 + 6a_6y^5}{\sqrt{y^2 - r^2}} dy \quad (2-21)$$

Pour un lissage convenable, Mermet et Robin préconisent un lissage polynomial à un degré compris entre $n = 4$ et $n = 6$. Toutefois, comme la symétrie cylindrique du plasma est supposée vraie, cette méthode ne s'applique que sur la moitié du profil radial des émissivités.

1.2. La méthode de Jaffe :

La méthode de Jaffe [Jaf_1] est plus complexe et plus élaborée que la précédente. Elle est basée sur un développement en série de Fourier de $I(y)$ et se décompose en deux étapes :

- Lissage des mesures expérimentales par développement en série de Fourier
- Inversion d'Abel à partir de la série de Fourier trouvée.

Pour lisser les données expérimentales par une série de Fourier, il faut tout d'abord exprimer l'intensité mesurée $I(y)$ sous la forme de sa transformée de Fourier $L(f)$ formulée par l'équation (2-22) :

$$L(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} I(y) \exp(2i\pi.f.y) dy \quad (2-22)$$

La transformée de Fourier inverse de $I(y)$ s'exprime par :

$$I(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} L(f) \exp(2i\pi.f.y) df \quad (2-23)$$

Dans notre cas, les bornes ne varient pas de $-\infty$ à $+\infty$ mais sur toute la largeur du plasma, c'est-à-dire de $-R$ à $+R$ avec R le rayon du plasma. Les mesures ne sont pas effectuées de façon continue mais en un nombre N fini de points le long de l'axe y . L'intégrale peut donc être remplacée par une somme discrète. Le nombre N de points doit être pair et le pas Δ entre chaque point de mesure doit être constant.

Les transformées de Fourier directe et inverse s'expriment alors sous leur forme discrète selon les équations (2-24) et (2-25) :

$$L_n = \Delta \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} I(y_k) \exp(2i\pi \cdot f_n \cdot y_k) \quad (2-24)$$

$$I_n = \frac{1}{\Delta N} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} L_k \exp(2i\pi \cdot f_k \cdot y_n) \quad (2-25)$$

La variable f_n est la fréquence spatiale du point de mesure n et est égale à $\frac{n}{\Delta N}$. La variable y_n est égale à $(-\frac{N}{2} + n)\Delta$.

Les mesures effectuées sur toute la largeur du plasma peuvent être décalées par rapport au centre de l'intervalle de mesure ; or, comme le plasma est à symétrie cylindrique, il est nécessaire de corriger ce décalage afin de pouvoir symétriser les données expérimentales par rapport à l'axe de la décharge. La méthode de Jaffe, à l'inverse de la méthode de Mermet et Robin, prévoit le calcul d'un coefficient de décalage m pour permettre la symétrisation des données expérimentales. On obtient alors de nouvelles expressions des coefficients de Fourier corrigés ; la partie réelle, qui nous intéresse, est donnée par les expressions suivantes :

$$L'_n = \operatorname{Re}(L_n \exp(-2i\pi m \Delta f_n)) \quad (2-26)$$

Et

$$I'_n = \frac{1}{\Delta N} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} \operatorname{Re}(L'_k \exp(-2i\pi m \Delta f_k)) \quad (2-27)$$

L'équation (2-27) peut s'exprimer comme une somme de cosinus et on obtient ainsi la forme développée en série de Fourier de l'intensité intégrée $I(y)$:

$$I(y) = \frac{1}{\Delta N} \left[L'_0 + 2 \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}-1} L'_k \cdot \cos(2\pi \cdot y \cdot f_k) + L'_{\frac{N}{2}} \cdot \cos(2\pi \cdot y \cdot f_{\frac{N}{2}}) \right] \quad (2-28)$$

Nous venons donc de détailler la première étape qui consiste à lisser les données expérimentales par un développement en série de Fourier. Maintenant, à partir de l'équation (2-28), nous pouvons appliquer l'inversion d'Abel en utilisant l'équation (2-19) et calculer les valeurs de l'émissivité locale en fonction de la position radiale $\epsilon(r)$:

$$\epsilon(r) = 2 \sum_{k=1}^{\frac{N}{2}} a_k \cdot f_k \cdot \int_r^R \frac{\sin(2\pi \cdot y \cdot f_k)}{\sqrt{y^2 - r^2}} dy \quad (2-29)$$

Avec :

$$a_k = 2L_k \text{ pour } 1 \leq k < N/2$$

$$a_{N/2} = L_{N/2}.$$

Dans certains cas, et par manque de méthode adaptée, l'inversion d'Abel, malgré son hypothèse de symétrie cylindrique, est parfois utilisée pour des configurations de plasmas qui ne sont pas exactement axisymétriques. Dans de tels cas de figure, la méthode de résolution de l'inversion d'Abel par la méthode de Jaffe présente des avantages plus intéressants que d'autres méthodes, notamment celle de Mermet et Robin qui ne l'applique que sur un demi profil. En effet, la résolution de Jaffe, intégrant une étape de centrage et de symétrisation des profils expérimentaux par rapport à l'axe de la décharge, permet de modifier des profils dissymétriques afin d'obtenir des profils symétriques dont la forme est un compromis entre les deux cotés du profil dissymétrique. C'est donc la meilleure façon de prendre en compte le caractère non axisymétrique du plasma. Par conséquent, lorsque ultérieurement nous mettrons en œuvre l'inversion d'Abel pour la comparer avec la tomographie, nous utiliserons la méthode de résolution de Jaffe.

Dans le paragraphe suivant, nous décrivons en détail l'algorithme de reconstruction tomographique que nous avons mis en œuvre en explicitant pas à pas chaque étape nécessaire.

2. La tomographie :

Le principe général de la tomographie a été préalablement détaillé dans le chapitre 1. Cette partie du chapitre 2 aborde spécifiquement l'algorithme de reconstruction que nous avons utilisé et développé de manière à l'adapter au domaine des plasmas thermiques. Il s'agit de l'algorithme MART. Dans une première partie, nous expliquons comment s'est effectué le choix du type d'algorithme à utiliser puis nous détaillons les différentes étapes du processus de mise en œuvre de la reconstruction tomographique par l'algorithme MART. Précisons que la totalité de ce processus a été programmée en langage C. Il s'agit d'un code que j'ai entièrement développé au cours de ma thèse et qui comporte environ 2000 lignes au total. Le compilateur utilisé est Visual C++ 5.0.

2.1. Choix de l'algorithme :

La discussion à propos de la problématique du choix de l'algorithme a déjà été entamée lors du premier chapitre de ce manuscrit. Comme nous l'avions expliqué et comme nous le montrerons lorsque nous présenterons la phase expérimentale de cette thèse dans le chapitre 3, la complexité du système expérimental limite fortement le nombre de visées accessibles pour l'implémentation de la tomographie des plasmas thermiques. Cette particularité va, par conséquent, influencer le choix de l'algorithme de reconstruction tomographique à utiliser. Nous avons vu que les algorithmes itératifs, du fait de la discréttisation du problème, se prêtaient mieux à des configurations à faible nombre de vues que les algorithmes analytiques, pour lesquels les acquisitions doivent être réalisées quasi continûment sur 360°. Nous avons également vu que, le plasma rayonnant de manière très intense, le signal mesuré était peu altéré par le bruit. Ces deux spécificités majeures de la tomographie des plasmas thermiques nous ont conduit à choisir un algorithme algébrique itératif et multiplicatif nommé « MART » dont la formule générale, déjà explicitée dans le chapitre 1, est rappelée ici par l'équation (2-30) :

$$f_i^{(n+1)} = f_i^{(n)} * \frac{p_k}{p_k^{(n)}} \quad (2-30)$$

Le sigle MART signifie « Multiplicative Algebraic Reconstruction Technique ». Le choix d'un algorithme de type « itératif » s'est imposé de part la limitation technique du nombre d'angles de visée. En effet, une mise en forme matricielle, donc discrète, est naturellement adaptée à la représentation d'un problème à données limitées. Ensuite, le choix du type « algébrique », par opposition au type « statistique », de l'algorithme utilisé s'est aussi imposé de part la faible influence du bruit sur les données de mesure. En effet, le signal mesuré est souvent très intense et donc peu détérioré par le bruit. Lorsque, comme dans le cas de l'imagerie médicale, le bruit prend une place importante dans le signal recueilli, le signal d'intérêt s'en trouve fortement biaisé. Il devient alors nécessaire de prendre en compte ce bruit lors de la reconstruction. On utilise pour cela des algorithmes statistiques, plus complexes que les algorithmes algébriques, capables de tenir compte de la nature aléatoire du bruit. Dans notre cas, il n'est pas nécessaire de développer de tels algorithmes, le rapport signal sur bruit étant convenable. Ainsi, un algorithme simplement algébrique est suffisant pour obtenir une reconstruction tomographique de bonne qualité.

En outre, il a déjà été démontré dans la littérature [And_1] [Ran_1] [Ver_1], à plusieurs reprises, que les algorithmes algébriques multiplicatifs, ainsi que les algorithmes de maximisation de l'entropie, sont particulièrement adéquats aux situations où les données accessibles sont fortement limitées. Tout ceci confirme donc le choix de l'algorithme MART pour mettre en œuvre notre méthode de tomographie des plasmas thermiques.

Détaillons maintenant la mise en œuvre et le développement de cet algorithme.

2.2. Les différentes étapes de la mise en œuvre de l'algorithme de reconstruction tomographique :

L'ensemble des phases nécessaires au processus de reconstruction tomographique par la MART ainsi que les différentes hypothèses émises sont décrits dans ce paragraphe.,

⊕ **Mise sous forme matricielle du problème et hypothèses de base :**

Puisque nous employons un algorithme algébrique, la toute première étape consiste à discréteriser le problème. Une section du plasma est alors représentée par une matrice carrée divisée en $N \times N$ pixels. Chaque maille de cette matrice objet est considérée comme uniforme, c'est-à-dire que l'émissivité ϵ émise par un pixel est constante sur tout ce pixel. Le détecteur est également discréterisé en un vecteur de M éléments de détection. Nous appellerons ces éléments de détection « capteurs » ou encore « projections ». Les lignes perpendiculaires à chaque capteur et traversant le matrice objet sont appelées « raies » de projection.

Pour toutes les reconstructions à venir, nous définissons la dimension des pixels de la matrice objet comme égale à la largeur des capteurs. De plus, le nombre de capteurs, autrement dit la longueur totale du détecteur, doit être suffisamment élevé pour pouvoir couvrir la totalité de la matrice objet sous toutes les incidences angulaires.

⊕ **Le choix de la version de la MART :**

Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre, il existe plusieurs façons d'exprimer analytiquement l'opération réalisée par l'algorithme MART. Chaque variante de la MART diffère dans la manière dont on pondère le facteur correctif pour tenir compte de la contribution des pixels de la matrice objet aux capteurs.

La formulation de l'algorithme MART que nous avons utilisée est exprimée par l'équation (2-31), où f_i est la valeur d'un pixel i de la matrice objet et p_k est la valeur mesurée par un capteur k du système de détection aussi nommée projection :

$$f_i^{(n+1)} = f_i^{(n)} * \left(\frac{p_k}{p_k^{(n)}} \right)^{r_{ik}} \quad (2-31)$$

La formule (2-31) exprime le fait que, à chaque itération $(n+1)$, les grandeurs $f_i^{(n)}$ estimées à l'itération précédente (n) sont multipliées par un facteur correctif. Ce facteur correctif est constitué d'un facteur de base et d'une pondération. Le facteur de base est égal au rapport entre la projection mesurée p_k et la projection calculée $p_k^{(n)}$ à partir de $f_i^{(n)}$. Ce rapport est ensuite pondéré de façon à tenir compte de la contribution du pixel i de la matrice objet à la projection k considérée. Cette pondération s'exprime comme une puissance du facteur correctif ; la correction, appliquée à chaque point de l'objet et pour chaque ligne de projection, est pondérée par la contribution r_{ik} du point i à la raie de projection k , normalisée par la contribution maximale possible, autrement dit la surface totale d'un pixel.

Ainsi, au cours d'une même itération, chaque pixel de la matrice objet est corrigé autant de fois qu'il est traversé par une ligne de projection pour un angle de vue donné et cette correction est pondérée en fonction de la contribution de ce pixel à la projection. Les détails

du calcul de ces contributions seront donnés dans un paragraphe suivant. Ce calcul ainsi que le calcul des projections estimées à chaque itération dépendent de la géométrie de détection.

⊕ La configuration géométrique de détection :

Grâce à la mise sous forme matricielle du problème de reconstruction tomographique, il est possible de modéliser plusieurs géométries de détection. Nous avons cité, dans le chapitre 1, les différentes géométries possibles. Dans notre cas, nous nous sommes placés selon une configuration de détection à rayons parallèles schématisée sur la figure 2.6. Cette figure représente une section de plasma d'émissivité $\epsilon(x,y)$. Elle schématise le principe de l'acquisition tomographique pour une incidence angulaire θ donnée. Une acquisition réalisée selon une configuration à rayons parallèles signifie que l'on considère que les rayons qui sont détectés par les capteurs sont parallèles entre eux et arrivent perpendiculairement au plan du détecteur. Le signal mesuré par le capteur en position k le long de la projection d'angle θ est appelé $P(\theta,k)$.

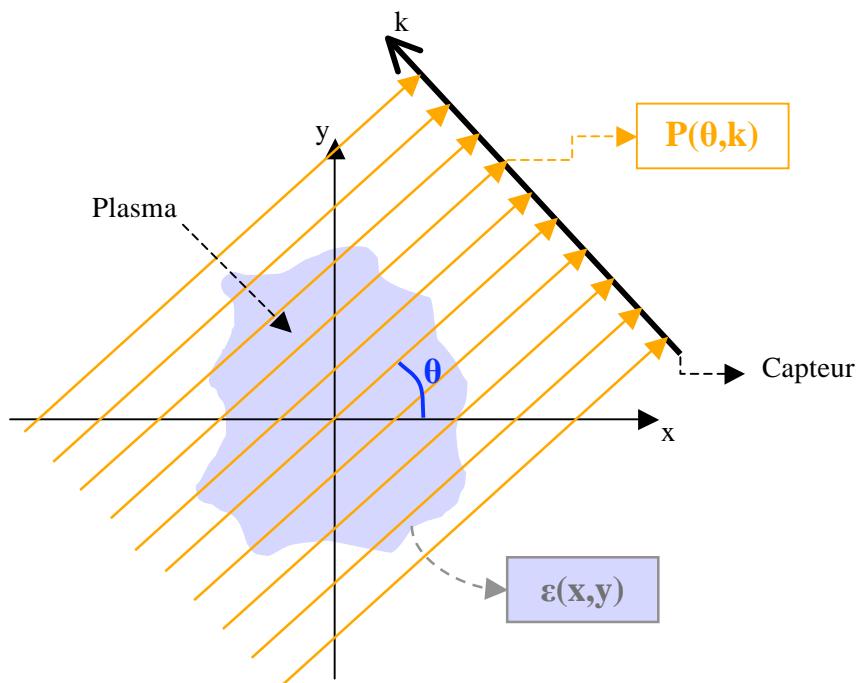


Figure 2.6 : Principe de l'acquisition tomographique en géométrie parallèle, pour un angle de visée θ

Une grande partie du processus de reconstruction tomographique repose sur la géométrie de détection. Le système expérimental devra alors être adapté en conséquence, afin de permettre l'acquisition des projections selon la configuration à rayons parallèles. Nous verrons comment cela est réalisable dans la partie décrivant le montage expérimental du chapitre 3.

⊕ La génération des matrices de pondération :

Précédant la phase de reconstruction tomographique à proprement parlée, une des toutes premières étapes à réaliser consiste à calculer les matrices de pondération, encore nommées matrices de projection, qui nous renseignent sur la contribution de chaque pixel de la matrice représentant l'objet à la projection considérée. Elles sont générées pour chaque

angle de visée et pour chaque élément du détecteur, et une matrice de pondération possède des dimensions identiques à celles de la matrice objet. Dans notre cas, où l'acquisition s'effectue selon une configuration à rayons parallèles, les raies de projection sont perpendiculaires au détecteur et ne sont pas infiniment étroites ; elles ont une largeur égale à la taille d'un élément de détection.

Pour illustrer le principe du calcul des matrices de pondération, nous représentons sur la figure 2.7 une matrice simplifiée de dimension 3*3 simulant une section de plasma, ainsi qu'un détecteur d'incidence angulaire θ par rapport à la matrice. Sur cette figure, nous schématisons l'intersection entre la raie de projection issue du capteur central (n°2) du détecteur et la matrice. Etant donnée la géométrie d'acquisition en rayons parallèles, le rayonnement émis par le plasma et détecté par ce capteur est proportionnel à la surface de l'intersection de la raie de projection avec la matrice. Ainsi, chaque pixel contribue à une projection proportionnellement à sa surface d'intersection. C'est cette surface, pour chaque maille de la matrice, pour chaque élément du détecteur et pour chaque position du détecteur, qui est stockée dans les matrices de pondération. Par conséquent, ces matrices seront constituées d'éléments positifs non nuls lorsque le rayonnement issu d'un pixel, après sélection des rayons parallèles, contribuera au signal recueilli par le capteur considéré, et d'éléments nuls lorsqu'il n'y contribuera pas.

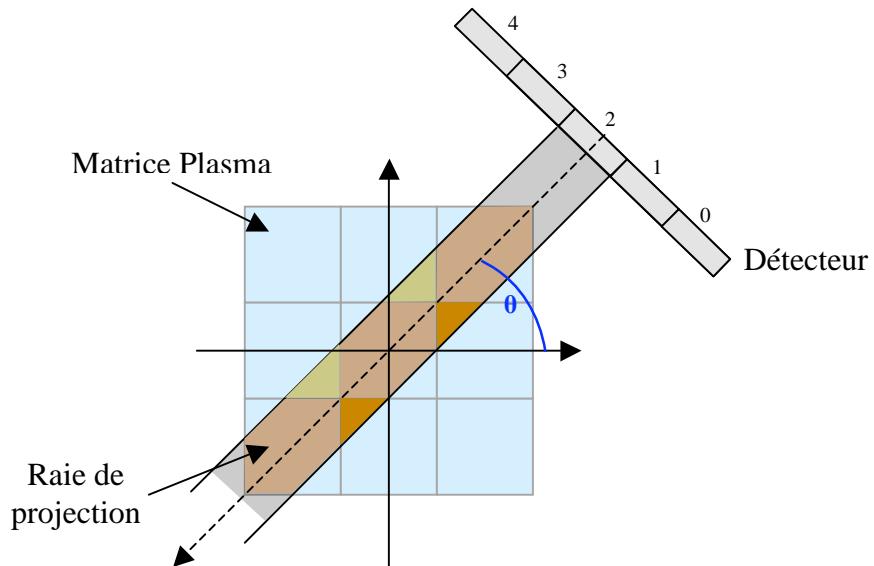


Figure 2. 7 : Contribution de chaque maille aux capteurs

Par définition, les matrices de pondération vont donc contenir de nombreuses valeurs nulles ; c'est ce que l'on appelle une matrice creuse ou « sparse » **[Don_1]**. Au lieu de stocker ces matrices dans leur totalité, nous stockons uniquement les valeurs non nulles accompagnées des indices ligne et colonne correspondant à leur position dans la matrice. Ce format de stockage nous permet d'optimiser l'espace mémoire utilisé et d'améliorer ainsi les temps de calcul de ces matrices.

Typiquement, le temps nécessaire au calcul d'une matrice de projection, c'est-à-dire pour un capteur de détection et pour un angle de visée, de dimension 201*201 pixels, est de

l'ordre de 3 secondes sur un ordinateur de bureau Pentium D 2,8GHz à 1Go de RAM. Si on prend une configuration à quatre angles de vue, avec un détecteur contenant 300 pixels pour pouvoir couvrir la totalité de la matrice objet, il est alors nécessaire de générer 1200 matrices de projection dont le calcul va durer environ 1 heure. Quant au processus itératif de reconstruction tomographique, une à deux secondes par itération sont nécessaires à la reconstruction d'une matrice comprenant 201*201 pixels avec quatre projections de 300 pixels.

La génération des matrices de pondération effectuée, il devient désormais possible de procéder au processus de reconstruction tomographique. Pour une configuration donnée, le calcul des matrices de pondération pourra être effectué une seule fois. Elles sont ensuite réutilisables pour chaque reconstruction tomographique.

⊕ Processus itératif de reconstruction tomographique :

Dans un premier temps, la matrice objet que l'on souhaite reconstruire doit être initialisée. Comme nous utilisons un algorithme multiplicatif, chaque pixel de la matrice est simplement initialisé à 1. A partir de cette matrice initiale, il devient possible de calculer les projections, que l'on appellera projections « estimées », pour la première itération du processus. Ensuite, aux itérations suivantes, elles seront calculées à partir de la matrice précédemment corrigée. Les projections estimées sont calculées sous les mêmes conditions d'acquisition que les projections mesurées, c'est-à-dire selon les mêmes incidences angulaires et la même configuration de détecteur (dimension et résolution identiques). Les projections estimées sont exprimées par la grandeur $R^n(\theta, k)$ pour l'itération n et le capteur k de la projection d'incidence θ , et sont utilisées pour le calcul du facteur correctif de la MART.

Nous listons ci-dessous le détail des opérations qui sont réalisées au cours de la 1^{ère} itération du processus de reconstruction tomographique, ainsi que des suivantes :

- ✖ A partir de la matrice initialisée, on commence tout d'abord par calculer la projection estimée pour le premier angle de visée que l'on appelle θ_0 . Pour chaque capteur k du détecteur, on obtient ainsi une valeur de projection : $R^0(\theta_0, k)$.
- ✖ Pour le premier capteur k_0 le long de la projection d'angle θ_0 , on calcule le facteur correctif de base comme étant le rapport entre la projection mesurée et la projection estimée à partir de la matrice initiale. Le facteur correctif de base est donné par la formule (2-31) :

$$\frac{P(\theta_0, k_0)}{R^0(\theta_0, k_0)} \quad (2-31)$$

- ✖ Cette correction, pour l'angle de visée θ_0 et le capteur k_0 , est appliquée à l'ensemble de la matrice à reconstruire, avec, pour chaque pixel i, la pondération associée. Lorsque la pondération est nulle, le facteur correctif est égal à 1. Cela signifie que l'on n'applique aucune correction au pixel dont la valeur reste identique. Le facteur correctif complet de la MART est exprimé par l'équation (2-32) :

$$\left[\frac{P(\theta_0, k_0)}{R^0(\theta_0, k_0)} \right]^{pondération_pixel_i} \quad (2-32)$$

✖ L'opération précédente est effectuée successivement pour chaque capteur k de la projection d'angle θ_0 :

$$\left[\frac{P(\theta_0, k)}{R^0(\theta_0, k)} \right]^{pondération_pixel_i} \quad (2-33)$$

Après avoir entièrement balayé le détecteur d'incidence angulaire θ_0 , on réitère les quatre étapes précédemment détaillées pour les incidences angulaires suivantes. L'ensemble de ces opérations constitue une itération. Il est important de faire remarquer que l'ordre dans lequel on utilise les angles de projection au cours d'une itération peut grandement influencer la rapidité de convergence de la reconstruction ainsi que sa qualité. Nous discuterons ultérieurement de cette problématique et nous présenterons pour cela une étude théorique concernant le classement des visées angulaires en sous-ensembles ordonnés pour leur utilisation dans le processus de reconstruction tomographique.

A la fin de chaque itération, le résultat de la reconstruction tomographique est testé. Pour cela, la différence au sens des moindres carrées – que l'on nomme RMS selon l'appellation anglaise Root Mean Square – est calculée entre les projections mesurées et les projections estimées à l'issue de l'itération qui vient de se terminer. La RMS s'exprime selon la formule (2-34) :

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{\theta} \sum_k (R_n(\theta, k) - P(\theta, k))^2}{\sum_{\theta} \sum_k (P(\theta, k))^2}} \quad (2-34)$$

La RMS est une expression qui permet d'apprécier l'adéquation entre deux grandeurs, tant sur le plan qualitatif que quantitatif. Plus les deux grandeurs sont proches, plus la RMS tend vers zéro.

Nous avons vu lors du premier chapitre qu'il est initialement nécessaire de fixer un critère d'arrêt de la reconstruction tomographique itérative. La RMS étant un bon indicatif de la qualité de la reconstruction, nous nous fixons un premier critère d'arrêt qui porte sur sa valeur. On décide ainsi de stopper les itérations dès que la valeur de la RMS devient inférieure à une valeur seuil fixée initialement. Plus la RMS est proche de zéro, meilleure est la concordance entre les deux projections mesurée et estimée. Nous choisissons donc cette valeur seuil suffisamment faible et proche de zéro de façon à être sûr d'une bonne adéquation entre les deux valeurs de projection mais nous ne la fixons pas égale à zéro car nous savons qu'il est impossible de reconstruire parfaitement à l'identique de l'objet, la tomographie étant un problème mal posé. Nous fixons également un nombre maximum d'itérations afin d'éviter

la divergence de l'algorithme par amplification du bruit. Ainsi, tant que l'un de ces deux critères n'atteint pas sa valeur limite, le processus de reconstruction tomographique se poursuit en effectuant une nouvelle itération.

L'ensemble de ces opérations de reconstruction tomographique est synthétisé dans l'organigramme de la figure 2.8.

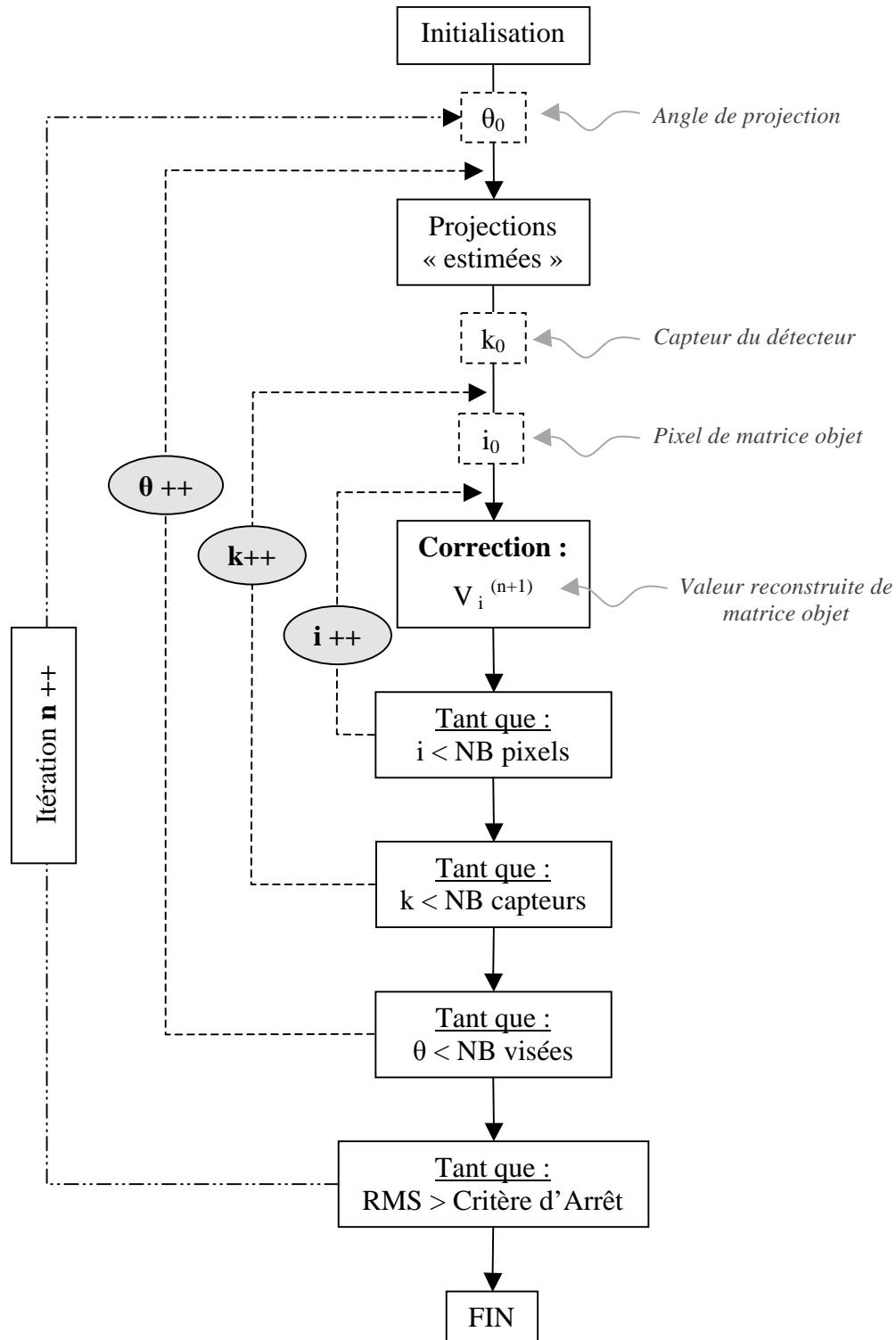


Figure 2. 8 : Schéma de principe du processus de reconstruction tomographique par la MART.

 **Filtrage :**

Avant de procéder au processus de reconstruction tomographique tel qu'il est décrit par l'organigramme de la figure 2.8, il est nécessaire de prendre en compte le bruit qui peut exister lorsque les données de projections ont été obtenues expérimentalement. Pour cela, un filtrage est appliqué aux mesures afin d'atténuer l'influence du bruit. Nous utilisons des filtres fréquentiels qui nécessitent un passage dans l'espace de Fourier des données mesurées. Ainsi, les informations contenues dans les projections mesurées sont traduites et classées selon leur fréquence spatiale. Le filtrage de données a été détaillé dans le chapitre 1. La reconstruction tomographique est ensuite effectuée à partir des projections filtrées. Après une étude théorique portant sur différents filtres, qui est présentée ultérieurement, nous avons décidé d'appliquer le filtre de Parzen. L'expression du filtre de Parzen est donnée par l'équation (2-35), où f est la fréquence et f_c la fréquence de coupure :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \phi(f) = 1 - 6\left(\frac{|f|}{f_c}\right)^2\left(1 - \frac{|f|}{f_c}\right) & \text{Pour } |f| \leq \frac{f_c}{2} \\ \phi(f) = 2\left(1 - \frac{|f|}{f_c}\right)^3 & \text{Pour } \frac{f_c}{2} < |f| \leq f_c \\ \phi(f) = 0 & \text{Pour } |f| > f_c \end{array} \right\} \quad (2-35)$$

Le filtre de Parzen divise le spectre en trois parties dont la largeur va dépendre de la fréquence de coupure choisie. Lorsqu'on attribue à la fréquence de coupure la valeur de la fréquence maximale, le filtre de Parzen prend l'allure schématisée par la figure 2.9. Le filtre de Parzen conserve la quasi-totalité des très basses fréquences, puis au fur et à mesure que la fréquence augmente, le filtre va réduire de plus en plus l'amplitude de ces fréquences. Au-delà de la fréquence $f_{\max}/2$, les trois quarts de la puissance du spectre sont coupés.

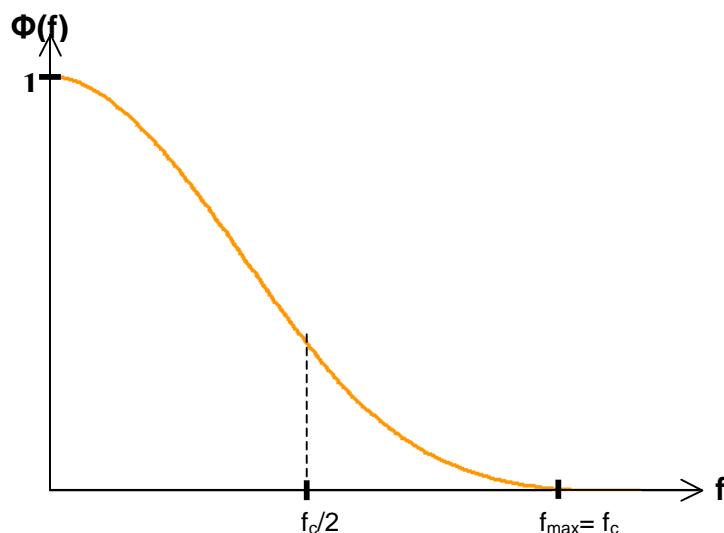


Figure 2. 9 : Allure du filtre de Parzen pour $f_c = f_{\max}$

Franceries et al [Fra_1] ont réalisé une étude théorique de faisabilité de la tomographie appliquée aux plasmas thermiques à partir de données issues d'un modèle 3D. Dans cet article, les auteurs ont également effectué une étude du filtrage des projections, volontairement altérées par ajout de bruit gaussien pour s'approcher au mieux des conditions réelles expérimentales. Ils ont pu mettre en évidence l'apport du filtre de Parzen par rapport à une fenêtre rectangulaire pour la reconstruction de sections de plasma. L'article publié par Franceries et al nous a permis de nous guider au préalable quant au choix du filtre à utiliser.

Nous venons de détailler précisément toutes les étapes de la mise en œuvre de l'algorithme MART de reconstruction tomographique que nous avons développé pour la caractérisation expérimentale des plasmas thermiques tridimensionnels. Toutes les études théoriques auxquelles nous avons procédé afin de tester la MART sont exposées dans le paragraphe IV de ce chapitre. Auparavant, et afin de mieux comprendre toutes les explications précédentes de description de l'algorithme MART, nous en présentons le principe à l'aide d'un exemple simplifié.

2.3. Un exemple de reconstruction tomographique par l'algorithme MART à deux angles de vue à 90° :

Dans ce paragraphe, nous présentons un exemple très simple de reconstruction tomographique par l'algorithme MART à deux angles de projection. On considère une matrice objet de dimension 3*3 dont chaque pixel s'est vu attribuer une valeur numérique arbitraire. On calcule ensuite les projections de cette matrice suivant deux directions perpendiculaires, en sommant les valeurs contenues dans les pixels qui se trouvent le long de la direction de projection, comme on peut le voir sur la figure 2.10. Ces projections sont considérées comme équivalentes à des mesures expérimentales.

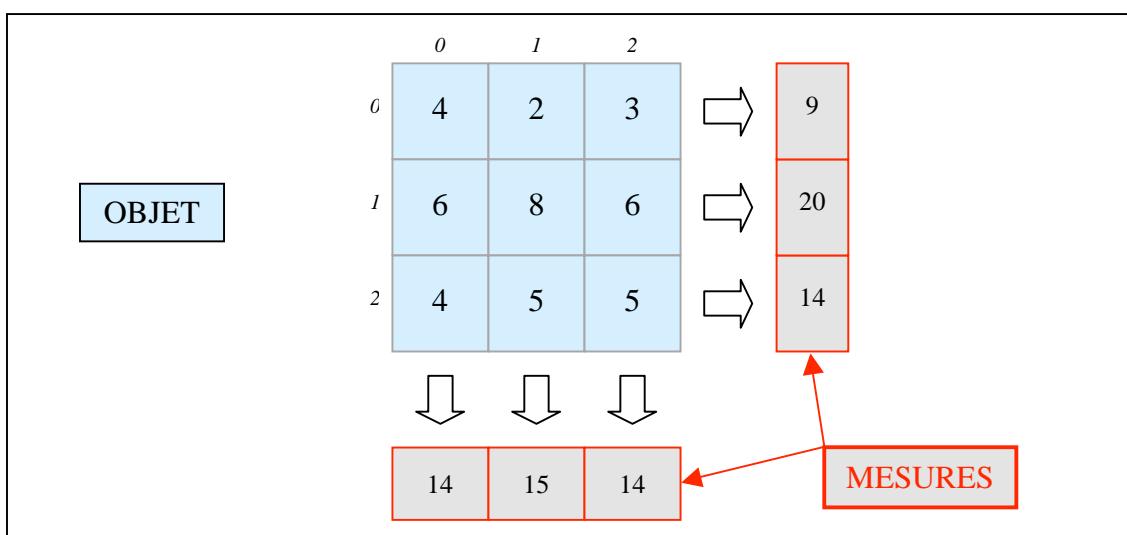


Figure 2. 10 : Matrice objet et simulation des mesures expérimentales suivant deux angles perpendiculaires.

Comme nous l'avons vu, la première étape du processus de reconstruction tomographique par la méthode MART consiste à initialiser la matrice à 1. Cette initialisation forme la matrice à l'itération 0. À partir de celle-ci, sont calculées les projections estimées pour un premier angle de vue, ici θ_1 . Ceci est représenté sur la figure 2.11.

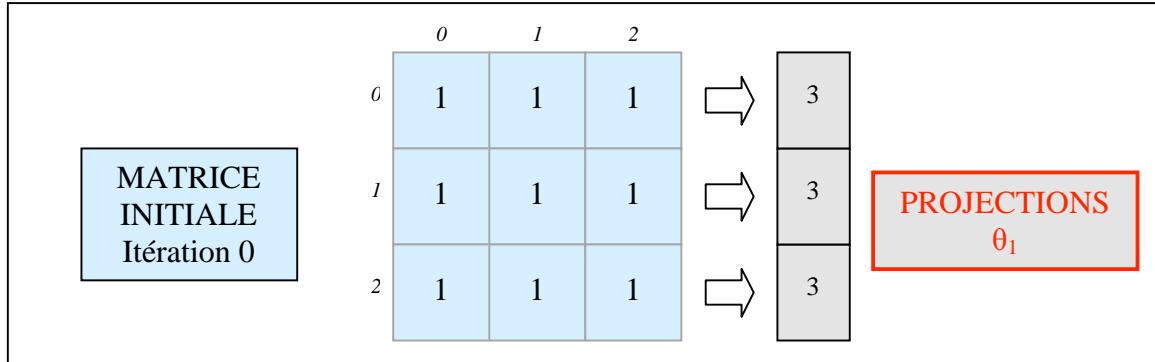


Figure 2. 11 : Initialisation de la matrice à reconstruire et calcul des projections estimées selon θ_1 .

On effectue alors la première correction à partir des projections estimées suivant un premier angle de visée θ_1 pour le premier pixel (0,0) de la matrice. Cette correction s'exprime par l'équation suivante :

$$f_{ij}^{(n+1)} = f_{ij}^{(n)} * \left(\frac{p_k}{p_k^{(n)}} \right)^{\frac{r_{ik}}{r_{ik} \max}} \xrightarrow{(0,0)} f_{00}^{(1)} = f_{00}^{(0)} * \left(\frac{p_0}{p_0^{(0)}} \right)^{\frac{r_{00}}{r_{00} \max}} = 1 * \left(\frac{9}{3} \right)^{\frac{1}{1}} = \frac{9}{3}$$

On attribue donc la valeur 9/3 au pixel (0,0). Ensuite, on réitère ce calcul pour tous les pixels (i,j) de la matrice à reconstruire avec les indices i et j qui vont de 0 à 2. On obtient alors la matrice corrigée, à l'itération 1, dont les nouvelles valeurs sont données sur la figure 2.12. À partir de cette matrice estimée à l'itération 1, on va calculer les projections estimées suivant l'angle θ_2 .

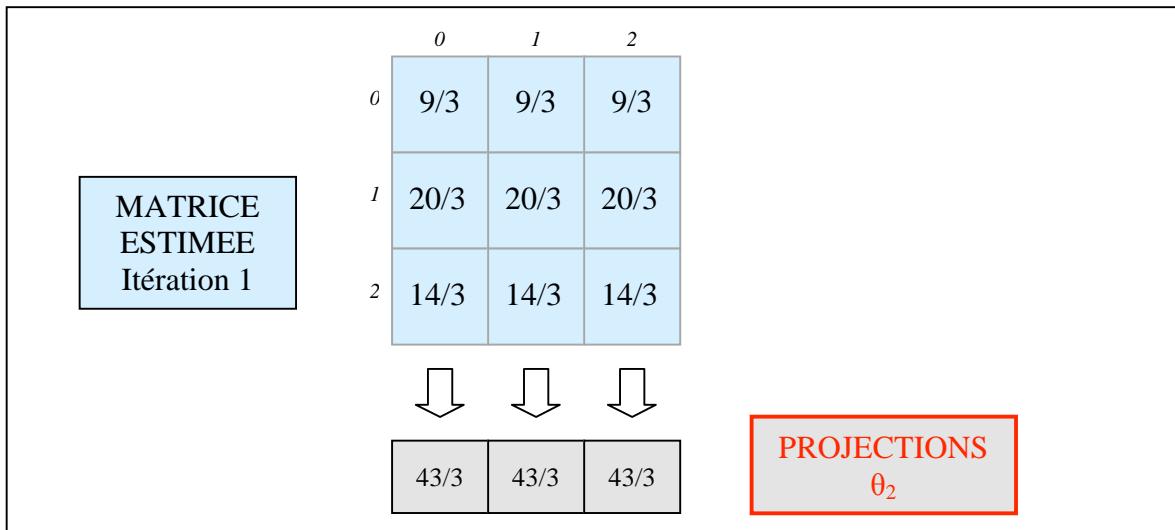


Figure 2. 12 : Matrice corrigée à l'itération 1 et calcul des projections estimées selon θ_2 .

De nouveau, on effectue une correction de la matrice à partir des projections estimées suivant l'angle θ_2 pour le pixel (0,0) de la matrice. Cette correction s'exprime par l'équation suivante :

$$f_{ij}^{(n+1)} = f_{ij}^{(n)} * \left(\frac{p_k}{p_k^{(n)}} \right)^{\frac{r_{ik}}{r_{ik} \max}} \xrightarrow{(0,0)} f_{00}^{(2)} = f_{00}^{(1)} * \left(\frac{P_0}{P_0^{(1)}} \right)^{\frac{r_{00}}{r_{00} \max}} = \frac{9}{3} * \left(\frac{14}{\frac{43}{3}} \right)^{\frac{1}{1}} \approx 2.93$$

La valeur du pixel (0,0) est donc réévaluée à 2,93. On réitère ce calcul pour tous les pixels de la matrice et on obtient ainsi la matrice estimée à l'itération 2 qui est donnée dans la figure 2.13. Les projections estimées à partir de cette matrice reconstruite sont identiques aux mesures expérimentales simulées.

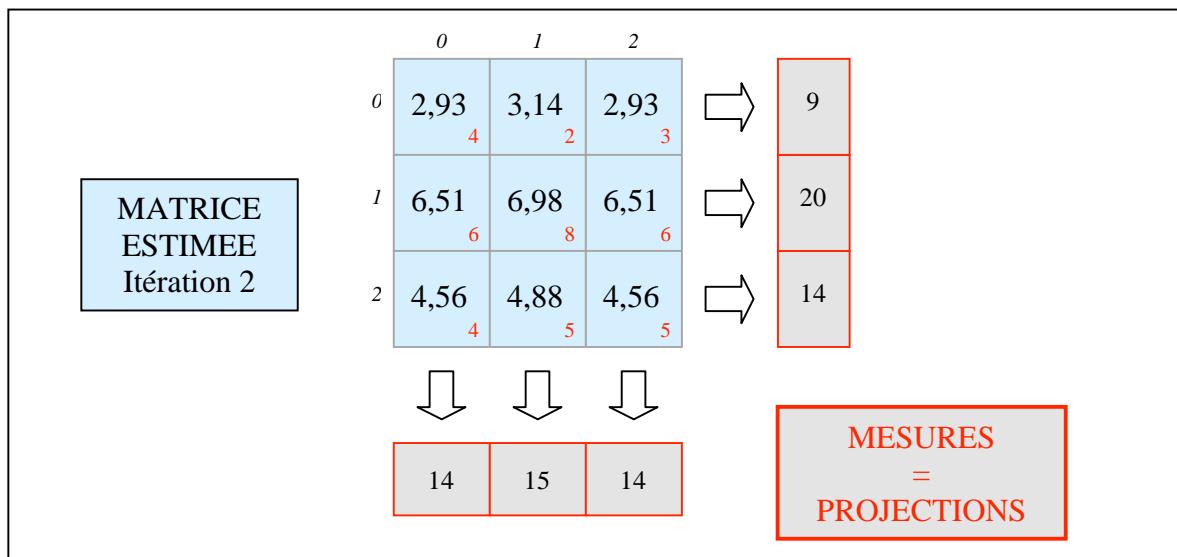


Figure 2. 13 : Matrice reconstruite à l'itération 2, matrice théorique et projections estimées.

Les projections calculées à partir de la matrice estimée à l'itération 2 étant égales aux mesures faites à partir de l'objet, la RMS, si on l'avait calculée, aurait été nulle. On arrête donc le processus de reconstruction après deux itérations. Toutefois, malgré la parfaite concordance entre projections mesurées et estimées, on constate que les valeurs de la matrice reconstruite sont différentes de celles de l'objet. Cela s'explique par le très faible nombre d'angles de visée utilisés dans cet exemple, qui est particulièrement pénalisant, l'objet ne présentant aucune symétrie.

Le nombre d'angles de vue ainsi que leur répartition angulaire autour de l'objet sont deux paramètres cruciaux de la reconstruction tomographique. Comme nous l'avons déjà exprimé à plusieurs reprises, le cas de la tomographie appliquée aux plasmas thermiques est un cas à données fortement limitées, le système expérimental étant complexe et coûteux. Il a donc été nécessaire, au préalable, de définir une configuration optimale faisant un compromis entre la complexité du montage expérimental et un nombre suffisant d'incidences angulaires d'acquisition pour permettre une reconstruction tomographique satisfaisante. Ce choix sera discuté au cours du troisième chapitre.

L'ensemble du paragraphe III a été jusqu'ici consacré à la description de principe et à la résolution de deux méthodes d'inversion de grandeurs intégrales en grandeurs locales, notamment en spectroscopie d'émission des plasmas thermiques. Nous avons, jusqu'à présent, affirmé à plusieurs reprises que l'inversion d'Abel atteignait ses limites dans des cas de plasmas non axisymétriques et que la tomographie était une méthode particulièrement appropriée à ce genre de situation. Dans le paragraphe qui suit, nous avons souhaité justifier cette affirmation en simulant théoriquement la mise en application de ces deux techniques d'inversion.

3. Une étude comparative théorique entre la MART et l'inversion d'Abel à partir des données d'un modèle d'arc tridimensionnel :

En spectroscopie d'émission, l'inversion d'Abel est très communément utilisée pour la détermination des valeurs locales de l'émissivité d'un plasma thermique axisymétrique. C'est une méthode d'inversion, nous l'avons vu, exclusivement bidimensionnelle puisqu'elle est fondée sur l'hypothèse de la symétrie cylindrique de l'objet étudié. Cette hypothèse simplificatrice en fait donc une technique naturellement inappropriée à l'étude des plasmas 3D, non axisymétriques. Toutefois, et nous le répétons, des méthodes d'inversion tridimensionnelles, telles que la tomographie, n'étant encore que très peu voire pas développées et appliquées au domaine des plasmas thermiques, l'inversion d'Abel reste la première technique de détermination de l'émissivité locale y compris pour des plasmas sans symétrie de révolution.

Grâce à l'étude théorique que nous allons présenter, notre objectif est de mettre en évidence quel peut être l'apport d'une technique tomographique par rapport à l'inversion d'Abel dans un cas de détermination des émissivités locales d'un plasma non axisymétrique.

Pour la réalisation de cette étude, nous avons initialement utilisé les données d'un modèle tridimensionnel développé par Gonzalez et al [Gon_1] au sein de l'équipe AEPPT du laboratoire LAPLACE. Ce modèle décrit les propriétés d'un arc transféré dans l'argon déflecté par un champ magnétique de 3,5mT. Plus précisément, il fournit les champs de température du plasma pour différents plans, perpendiculaires à l'axe de la décharge. Nous avons extrait de ce modèle le champ de température d'une section donnée du plasma. On peut voir sur la partie gauche de la figure 2.14, une représentation du champ de température de l'arc 3D le long de l'axe z, entre les deux électrodes. L'arc est déflecté suivant l'axe x. On a ensuite représenté sur la partie droite de la figure 2.14 une section transversale z_1 , dans le plan (xy), de ce même champ de température.

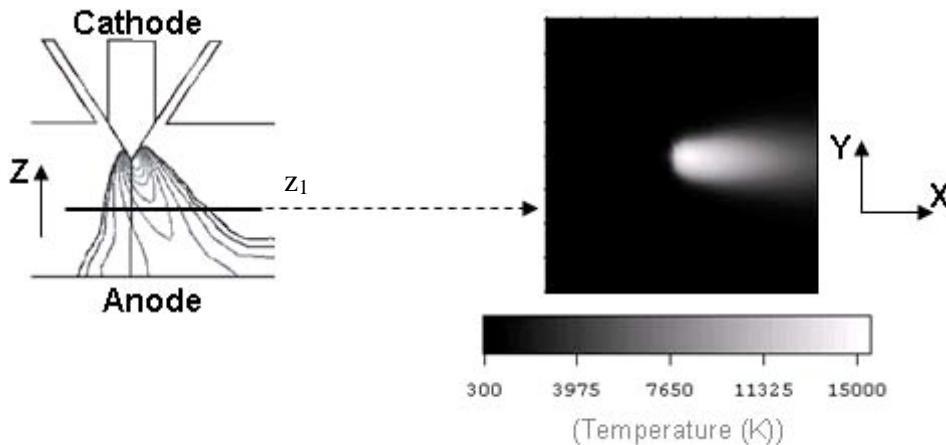


Figure 2. 14 : Champ de températures d'un plasma thermique défecté, le long de l'axe inter électrode à gauche et en vue transversale à droite.

A partir de cette section de plasma, nous devons simuler des projections expérimentales. Pour cela, il faut premièrement convertir le champ de températures que l'on a sur la section sélectionnée en une matrice d'émissivités. Grâce à la base de données du N.I.S.T. (National Institute of Standards and Technology) [Nis_1], l'équilibre thermodynamique local (ETL) étant supposé établi, la loi de Boltzmann et l'expression de l'émissivité, respectivement données par les formules (2-2) et (2-11), nous permettent de transformer les valeurs locales de la température en valeurs locales d'émissivité pour une raie atomique donnée. La raie 6965Å de l'argon neutre, qui est peu auto absorbée, a été choisie. L'évolution de l'émissivité en fonction de la température pour cette raie atomique de l'argon est donnée par la figure 2.15.

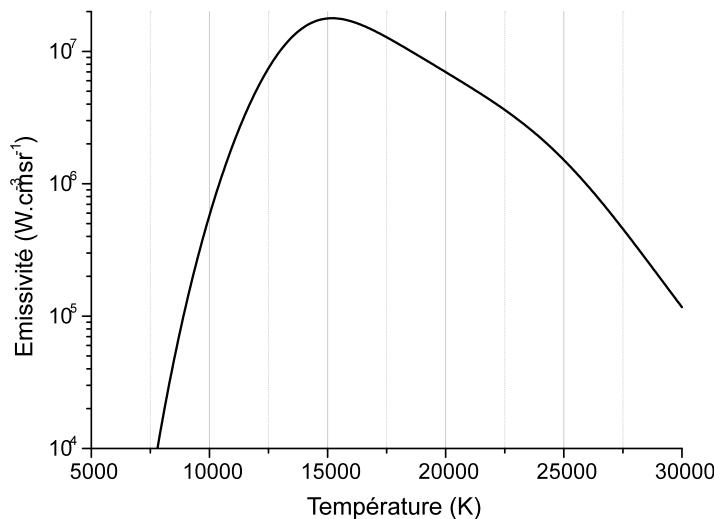


Figure 2. 15 : Variation de l'émissivité en fonction de la température pour la raie atomique 6965Å de l'argon

On constate en premier lieu que la relation entre émissivité et température n'est pas bijective et que l'émissivité maximale de la raie 6965Å de l'argon vaut $1,78 \cdot 10^7 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$ et correspond à une température de 15200K. Au-delà de cette température, l'émissivité diminue à nouveau. Par conséquent, lorsque la température au centre de la colonne de plasma atteint

des valeurs plus élevées que 15200K, on observe un maximum d'émissivité en dehors de l'axe de la décharge avec un minimum local au centre. Ce phénomène se produit pour des sections transversales de plasma proches de la cathode où la température est élevée. Ensuite, plus on se rapproche de l'anode, plus le plasma se refroidit. Ainsi, dès que la température devient inférieure à la température du maximum d'émissivité, on ne se trouve plus en présence d'un maximum d'émissivité en dehors de l'axe.

Sur la section de plasma que nous avons sélectionnée à partir du modèle, après conversion des valeurs en terme d'émissivité, on remarque une très légère diminution au centre du plasma. Cela signifie donc que nous sommes en présence d'un maximum d'émissivité en dehors de l'axe.

A présent que nous connaissons la matrice des émissivités locales, nous pouvons en calculer les projections de façon à simuler des mesures expérimentales. Les données de projection sont calculées par intégration des émissivités locales le long d'une direction donnée, en considérant une configuration d'acquisition à rayons parallèles telle que nous l'avons représentée sur la figure 2.6. Quatre angles de projections, espacés de 45°, seront simulés puis utilisés pour reconstruire une section du plasma par tomographie. Cette configuration spécifique a été définie comme optimale, dans notre situation, suite à une étude théorique réalisée au sein de l'équipe AEPPT du LAPLACE par Francieries et al [Fra_1]. Elle est celle que nous utilisons pour mettre en œuvre notre expérience de reconstruction tomographique d'un plasma thermique 3D. Sa mise en place expérimentale est détaillée dans le chapitre 3, ainsi que l'étude théorique qui a permis de la déterminer.

Parmi les quatre projections de notre configuration, la première, à 0°, est effectuée selon l'axe x. La troisième projection, à 90°, correspond à la direction de l'axe y alors que les deux autres projections font un angle de 45° et 135° par rapport à l'axe x. L'inversion d'Abel, elle, ne nécessite qu'une seule direction de projection pour pouvoir être appliquée puisqu'elle suppose la symétrie cylindrique de l'objet. Nous sélectionnons néanmoins deux projections parmi les quatre qui sont utilisées par la tomographie, 0° et 90°, et nous appliquons l'inversion d'Abel sur chacune de celles-ci. Le résultat de la tomographie se présente sous la forme d'une matrice bidimensionnelle de valeurs alors que le résultat d'une inversion d'Abel se présente sous la forme d'un profil radial, donc unidimensionnel. Afin de comparer plus aisément les deux méthodes, nous extrayons deux profils de la matrice reconstruite tomographiquement. Le premier profil est observé lorsqu'on se place suivant la direction de l'axe x, à 0°, et donne la variation de l'émissivité selon l'axe y. Il sera comparé au résultat de l'inversion d'Abel obtenu avec la projection à 0°. Le second profil est observé lorsqu'on se situe dans la direction de l'axe y, à 90°, et donne la variation de l'émissivité selon l'axe x. Ce profil sera comparé au résultat de l'inversion d'Abel obtenu avec la projection à 90°.

L'orientation des projections par rapport au plasma ainsi que leur allure sont données par la figure 2.16. L'allure des profils d'émissivité locale sera similaire à l'allure des projections, seules les valeurs numériques diffèrent.

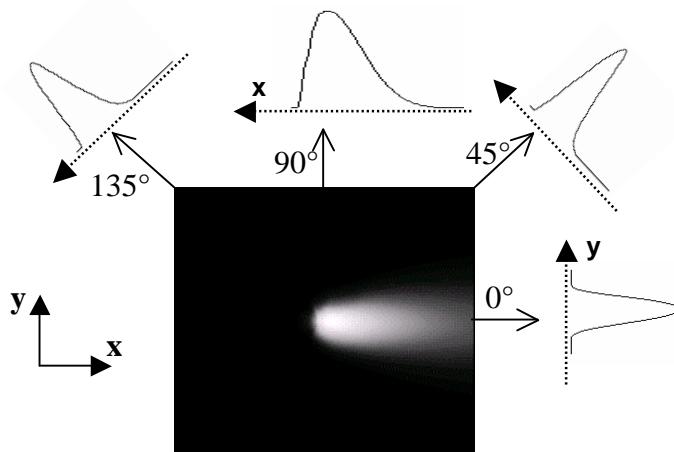


Figure 2. 16 : Direction et allure des projections simulées.

On remarque sur la figure 2.16 que la projection à 0° est symétrique par rapport à l'axe x alors que les trois autres sont asymétriques, particulièrement la projection à 90° . Les projections 0° et 90° étant deux cas extrêmes, nous avons choisi de ne comparer, par la suite, que les profils d'émissivité, qui seront obtenus selon ces deux directions suite à l'inversion d'Abel et la reconstruction tomographique.

3.1. Inversion d'Abel :

L'inversion d'Abel est ici résolue selon la méthode de Jaffe décrite auparavant. La résolution de Jaffe débute par une étape de symétrisation des données de projection, autrement dit des profils d'émissivités intégrées. La figure 2.17 montre une comparaison entre les projections à 0° et 90° originales (trait plein) puis symétrisées (■).

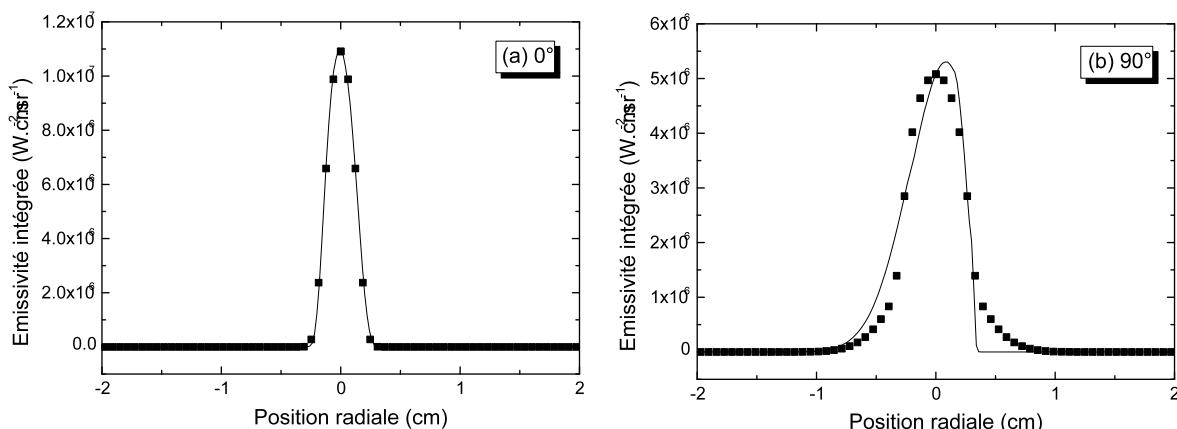


Figure 2. 17 : Projections originales (trait plein) et symétrisées (■) par la méthode de Jaffe à 0° (a) et 90° (b).

La figure 2.17 (b) est clairement représentative des modifications que peut introduire l'inversion d'Abel sur une projection expérimentale dissymétrique de façon à satisfaire l'hypothèse de symétrie cylindrique sur laquelle elle repose. A partir des nouvelles projections

symétrisées, l'inversion d'Abel, en tant que telle, peut ensuite être réalisée. La figure 2.18 en montre les résultats à 0° en (a) et à 90° en (b).

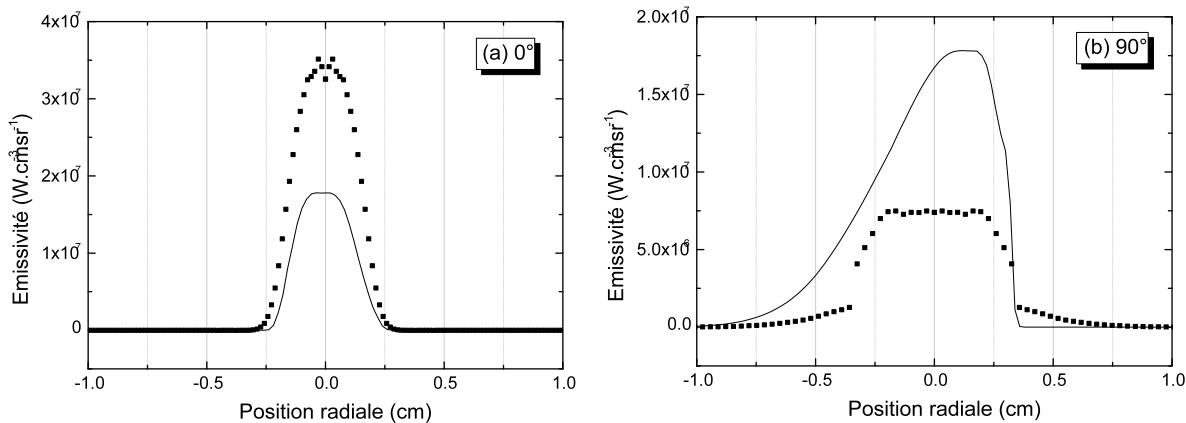


Figure 2.18 : Profils radiaux d'émissivités locales théoriques (—) et obtenus par inversion d'Abel (■), (a) à 0° et (b) à 90° .

Sur la figure 2.18, sont représentés en trait plein les profils théoriques d'émissivités locales directement extraits du modèle et en ■ les profils d'émissivités locales obtenus par inversion d'Abel. Deux constats importants peuvent être soulevés suite à ces résultats.

- Premièrement, le profil d'émissivités suivant la direction 0° obtenu par inversion d'Abel est fortement surestimé par rapport au profil théorique. Les valeurs maximales atteignent quasiment le double de leurs valeurs théoriques. En effet, dans ce cas précis, lors de la détermination des émissivités locales, l'inversion d'Abel redistribue les émissivités intégrées sur une zone plus petite que la réalité puisqu'elle considère comme diamètre de plasma la largeur de la projection expérimentale symétrisée correspondante. Or, le plasma est, en réalité, beaucoup plus large dans un sens que dans l'autre. Ceci explique donc le phénomène de surestimation de l'émissivité locale à 0° .

- Deuxièmement, le profil d'émissivité suivant la direction 90° obtenu par inversion d'Abel est fortement sous-estimé par rapport au profil théorique comme on peut le voir sur la figure 2.18 (b). En réalité, l'inversion d'Abel produit dans ce cas un phénomène inverse de celui observé à 0° du fait que les émissivités intégrées sont cette fois-ci redistribuées sur une zone plus grande que la réalité. En effet, l'inversion d'Abel considère ici un diamètre de plasma de l'ordre de la largeur de la projection expérimentale symétrisée, ce qui n'est pas vrai dans toutes les directions.

Nous venons de voir, avec les résultats présentés par la figure 2.18, que l'inversion d'Abel appliquée à un plasma non axisymétrique peut conduire à des profils d'émissivités locales complètement différents en fonction de l'incidence angulaire d'acquisition des données expérimentales. De plus, ces profils peuvent être soit largement surestimés soit largement sous-estimés et donc mener à des valeurs erronées de l'émissivité locale. Pour terminer, elle engendre la perte totale du caractère non axisymétrique du plasma.

Nous présentons ci-dessous les résultats obtenus pour la même étude dont les profils d'émissivités locales ont été reconstruits tomographiquement.

3.2. Tomographie :

Nous avons, dans le paragraphe précédent, explicité en détail le processus de reconstruction tomographique mis en place. Nous appliquons ici strictement cet algorithme en utilisant quatre projections espacées de 45° comme nous l'avons montré précédemment sur la figure 2.16. La figure 2.19 ci-dessous regroupe les profils d'émissivités locales extraits de la matrice reconstruite tomographique selon les directions 0° en (a) et 90° en (b).

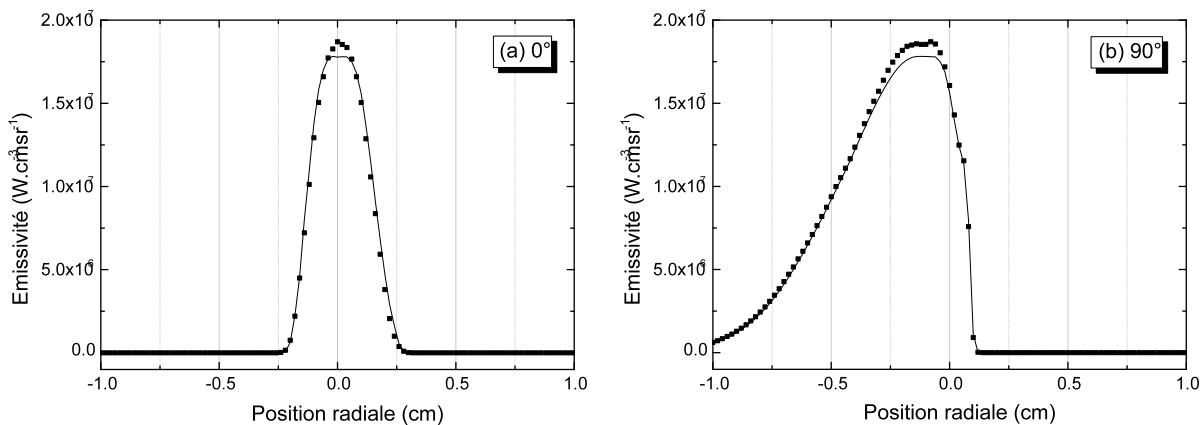


Figure 2.19 : Profils d'émissivités locales théoriques (—) et reconstruites par tomographie (■), (a) à 0° et (b) à 90° .

Les profils reconstruits tomographiquement sont en très bon accord avec les données théoriques quelle que soit la direction d'observation considérée. On remarque cependant une très légère surestimation, de l'ordre de 5%, des valeurs de l'émissivité locale aux alentours du maximum.

3.3. Bilan en température :

Nous allons à présent comparer l'ensemble des résultats précédents, obtenus avec l'inversion d'Abel et la tomographie, en terme de température. La section de plasma que nous avons sélectionnée pour cette étude est localisée proche de la cathode, où les températures sont élevées, et nous nous trouvons donc en présence d'un maximum d'émissivité en dehors de l'axe. Ainsi, la méthode de Fowler-Milne peut être appliquée pour la conversion des émissivités en températures, notamment pour tous les profils d'émissivité surestimés que nous avons obtenus, c'est-à-dire où l'émissivité est supérieure à l'émissivité maximale théorique de la raie atomique 6965\AA de l'argon. En effet, cette méthode étant basée sur des rapports d'émissivités, la conversion en température d'émissivités supérieures aux valeurs théoriques devient possible. Dans les autres cas, nous utilisons la méthode basée sur l'intensité absolue.

Ces résultats sont regroupés sur la figure 2.20 pour les profils observés selon la direction 0° et sur la figure 2.21 pour les profils observés selon la direction 90° .

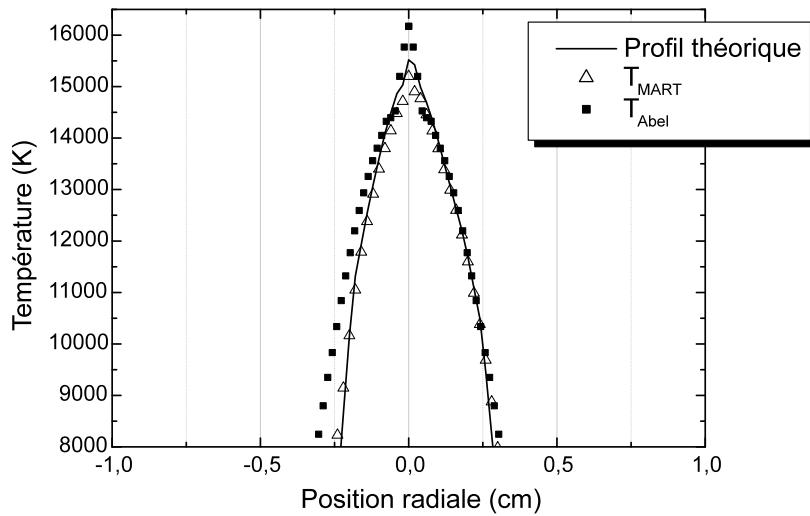


Figure 2. 20 : Profils de températures selon la direction 0° .

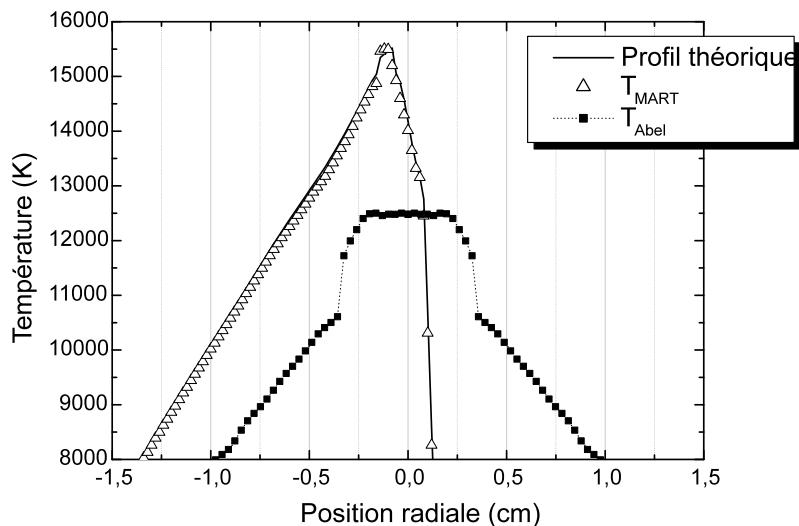


Figure 2. 21 : Profils de températures selon la direction 90° .

Pour la direction d'observation à 0° dont la projection est symétrique, on constate sur la figure 2.20 que aussi bien l'inversion d'Abel que la tomographie conduisent à un profil de températures en bonne adéquation avec le profil théorique, le profil obtenu par inversion d'Abel étant sensiblement plus large. L'écart maximal entre la théorie et l'une ou l'autre des méthodes d'inversion testées n'excède pas les 300K aux alentours de la température maximale. Le maximum de température étant de l'ordre de 15200K, un écart de 300K n'est pas significatif. Toutefois, ce résultat ne doit pas faire oublier l'importante surestimation des valeurs de l'émissivité locale à laquelle l'inversion d'Abel conduit initialement.

Pour la seconde direction d'observation à 90° selon laquelle la projection est cette fois-ci dissymétrique, la figure 2.21 met parfaitement en évidence la supériorité de la tomographie par rapport à l'inversion d'Abel lorsqu'elle est appliquée à un plasma non axisymétrique. En effet, le profil de températures obtenu par inversion d'Abel est non seulement erroné d'un point de vue qualitatif mais également quantitativement. L'allure globale de ce profil diffère totalement du profil théorique ; ceci est dû à l'étape de symétrisation de la méthode de résolution de Jaffe nécessaire pour satisfaire l'hypothèse de symétrie cylindrique de l'inversion d'Abel. Ensuite, l'importante sous-estimation à laquelle on parvient sur le profil d'émissivités locales est conservée lors de la conversion en températures. L'écart en température par rapport au profil théorique atteint les 3000K, ce qui ne peut pas être négligé. Par contre, le profil de températures reconstruit par tomographie est en parfaite adéquation avec le profil théorique, tant sur le plan qualitatif que quantitatif avec un écart à la théorie qui n'excède pas les 20K à 15500K. De plus, nous rappelons le fait que la tomographie ne reconstruit pas simplement des profils radiaux mais une vraie matrice des émissivités et températures locales. A l'inverse de l'inversion d'Abel, elle présente l'avantage de ne reposer sur aucune hypothèse de symétrie concernant l'objet étudié.

En conclusion, grâce à cet exemple théorique d'application de l'inversion d'Abel et de la tomographie à un plasma non axisymétrique dont les données initiales ont été extraites d'un modèle 3D, nous avons premièrement démontré à quel point l'inversion d'Abel peut mener à une caractérisation erronée d'un plasma, tant sur le plan qualitatif que quantitatif. Nous avons deuxièmement mis en évidence tout l'intérêt d'utiliser une méthode tomographique, notamment la MART que nous avons explicitée auparavant, pour la détermination des émissivités et températures locales des plasmas tridimensionnels. Une étude paramétrique approfondie de cette méthode tomographique MART est réalisée dans la partie suivante.

IV. Etudes paramétriques théoriques de l'algorithme MART

Avant de présenter le dispositif expérimental de tomographie des plasmas thermiques que nous avons mis en œuvre, nous souhaitons compléter ce chapitre de description de l'algorithme MART de reconstruction tomographique en présentant plusieurs études paramétriques théoriques que nous avons réalisées afin d'analyser et de maîtriser au mieux cet algorithme.

Ainsi, tout au long de cette quatrième partie, nous présentons des reconstructions tomographiques de différents objets initialement connus, effectuées par la MART, selon des conditions diverses et variées. Dans un premier paragraphe, est présentée une étude concernant l'influence du classement des angles de projection en sous-ensembles ordonnés. Le deuxième paragraphe est consacré à l'étude de l'influence du nombre de visées ainsi que de leur direction sur la qualité de la reconstruction, en fonction de la géométrie de l'objet. Nous analysons finalement la finesse de la reconstruction tomographique ainsi que l'influence du filtrage des données de projection lorsqu'elles sont bruitées telles qu'elles le sont dans la réalité expérimentale.

1. Influence de l'ordre et du classement des angles de visées en sous-ensembles ordonnés pour la convergence :

La littérature [Hud_1] [Her_2] a déjà mis en évidence l'importance de l'ordre dans lequel les angles de vue sont utilisés pendant la reconstruction tomographique pour la rapidité de convergence et pour la qualité de la reconstruction. La méthode la moins efficace consiste à considérer les angles de façon consécutive. Dans le cas de notre configuration optimale à quatre incidences angulaires par exemple, la convergence est accélérée si on regroupe les angles deux à deux perpendiculairement c'est-à-dire lorsque l'on applique successivement les angles 0° , 90° , 45° puis 135° au cours de la reconstruction. Nous avons donc classé les visées en deux sous-ensembles. C'est la méthode des sous-ensembles ordonnés qui a été proposée initialement par Hudson et Larkin en 1994 [Hud_1]. Toutefois, il existe une différence entre cette méthode et celle que nous appliquons avec notre algorithme MART. En effet, la méthode de Hudson et Larkin est mise en œuvre pour des algorithmes simultanés, dans lesquels un facteur correctif prend en compte simultanément plusieurs projections selon leur classement en sous-ensembles ordonnés, alors que dans notre cas, le facteur correctif prend en compte les projections une à une successivement dans l'ordre de leur classement. Néanmoins, le classement en sous-ensembles ordonnés est important dans les deux cas.

La méthode des sous-ensembles ordonnés consiste à décomposer chaque itération en sous itérations au cours desquelles la reconstruction porte uniquement sur une partie des projections. Pour être pleinement efficace, il faut regrouper et ordonner les projections de façon à être le moins redondant possible dans chaque sous-ensemble. C'est pour cela que l'on regroupe des projections séparées par un angle important, notamment les projections perpendiculaires.

L'ordre dans lequel les projections sont traitées peut être choisi arbitrairement. Toutefois, **Hudson et Larkin** conseillent d'introduire le plus rapidement possible les projections qui contiennent le maximum d'informations sur l'objet, notamment les directions suivant lesquelles on observe les plus importantes variations de l'objet. Par exemple, si on commence avec la projection qui fournit le maximum de détail de l'objet, on peut poursuivre avec la projection qui lui est perpendiculaire, puis les projections suivantes pourront correspondre à des positions intermédiaires entre la 1^{ère} et la 2^{ème} projections et entre la 2^{ème} et l'angle maximal de répartition des projections (180° ou 360°).

Le classement des projections en sous-ensembles ordonnés prend toute son importance lorsque le nombre de projections est élevé ; c'est le cas des acquisitions TEMP réalisées dans un cadre médical. Les acquisitions TEMP sont généralement composées de 64 projections réparties uniformément sur 360°, pour une image constituée de 64 x 64 pixels. C'est typiquement dans ce genre de situation que, pour accélérer la convergence, on met en œuvre la méthode des sous-ensembles ordonnés développée par Hudson et Larkin. On utilise désormais en routine clinique l'algorithme OSEM pour « Ordered Subsets Expectation Maximization ».

Pour la reconstruction tomographique d'un plasma thermique, nous avons montré que la configuration optimale consiste à considérer quatre angles de projection tous les 45°. Dans ce cas, il n'existe qu'une seule façon de classer les angles en sous-ensembles ordonnés. Les projections sont regroupées deux à deux perpendiculairement ; nous aurons alors deux sous-ensembles contenant les projections {0°, 90°} pour le premier et {45°, 135°} pour le second.

Nous avons voulu présenter une étude théorique afin de mettre en évidence l'importance du choix d'un classement des angles de projection en sous-ensembles ordonnés tel que cela est préconisé par Hudson [**Hud_1**]. Pour cela et afin que cette influence soit facilement mise en évidence, nous avons choisi de réaliser cette étude en utilisant une configuration avec un nombre important d'incidences angulaires : 30 angles de visée répartis tous les 6° sur 180° autour de l'objet.

Nous étudions ensuite trois configurations d'agencement des angles de projections pour la reconstruction :

- Une première configuration, que l'on nomme « **A1** », regroupe les angles deux à deux perpendiculairement. Cela signifie que les premiers angles appliqués lors d'une reconstruction seront les angles 0° et 90°, puis on passera au 2^{ème} sous-ensemble en appliquant les angles 6° et 96°, etc. jusqu'aux derniers angles. Cette configuration A1 permet de privilégier les directions perpendiculaires.

- La deuxième configuration testée est nommée « **A2** ». Dans ce cas, les angles sont également classés en sous-ensembles de deux projections mais ils sont regroupés en alternant un angle sur deux et non plus perpendiculairement comme dans la configuration A1. Par exemple, le 1^{er} sous-ensemble sera constitué des angles 0° et 12°, le 2^{ème} des angles 6° et 18°, le 3^{ème} des angles 12° et 24° et ainsi de suite jusqu'au dernier sous-ensemble constitué des angles 162° et 174°.

- La dernière configuration que l'on nomme « A3 » est la configuration la plus simple puisque aucun sous-ensemble n'est formé. En effet, les angles sont traités un à un successivement, par ordre croissant, de 0° jusqu'à 174° . Cette configuration, lorsqu'on est en présence d'un nombre important de visées de projection, ne permet pas une convergence rapide ni une reconstruction de bonne qualité. Nous avons cependant souhaité montrer les résultats d'une reconstruction tomographique que l'on peut obtenir avec ce type de configuration.

Chacune des trois configurations A1, A2 et A3 a été testée à partir de deux objets. Le premier objet est un objet très simple, présentant une symétrie évidente. Le second objet testé est un cas opposé puisqu'il s'agit d'un objet ne présentant aucune symétrie évidente. Ces deux objets nous permettent de simuler, de façon simpliste, un plasma axisymétrique et un plasma non axisymétrique qui seront étudiés expérimentalement dans le chapitre suivant.

Pour pouvoir comparer les configurations entre-elles, nous présenterons d'une part les reconstructions obtenues, et d'autre part, puisque l'objet est connu, les différences et les erreurs relatives locales entre l'objet et sa reconstruction tomographique. Les différences et les erreurs relatives nous fourniront des comparaisons plus intéressantes entre les configurations que la simple visualisation du résultat de la reconstruction tomographique. Ces deux grandeurs sont calculées pour chaque pixel (i,j) de la matrice suivant les formules (2-37) et (2-38) :

$$différence = V_{objet} - V_{recon} \quad (2-37)$$

$$erreur(\%) = \frac{|V_{objet} - V_{recon}|}{V_{objet}} * 100 \quad (2-38)$$

Une remarque doit être faite concernant le calcul de l'erreur relative. Lorsque les valeurs initiales de l'objet et les valeurs reconstruites sont très proches de zéro, c'est-à-dire pour des valeurs de l'ordre de 10^{-5} et inférieures, une faible différence entre ces deux valeurs, non significative d'une reconstruction erronée, va engendrer des erreurs relatives très élevées et par conséquent aberrantes. Les valeurs maximales de l'objet étant de l'ordre de 1 ou 2, la dynamique de reconstruction tomographique ne peut pas être performante sur des valeurs allant de 1 ou 2 jusqu'à 10^{-5} voire inférieure. Nous avons donc décidé de considérer, lors du calcul des erreurs relatives, que cette erreur serait nulle pour toutes les valeurs de l'objet qui sont inférieures ou égales à 10^{-5} . Malgré cette restriction, nous allons voir que dans certains cas, on observe tout de même des valeurs aberrantes de l'erreur qu'il ne faudra pas considérer comme significative.

L'algorithme MART utilisé est celui que nous avons détaillé précédemment et que nous utilisons pour toutes les reconstructions tomographiques présentées dans cette thèse. Pour rappel, il s'agit de l'algorithme pour lequel le facteur correctif multiplicatif est pondéré à

la puissance. Les critères d'arrêt de l'algorithme, que nous appliquons pour toutes les reconstructions de la partie IV, sont un nombre maximum d'itérations égal à **10**, et une valeur seuil de la RMS en terme de projections valant **10^{-6}** , en dessous de laquelle on cesse le processus itératif de reconstruction. Ces valeurs seuil ont pu être déterminées après plusieurs essais de reconstructions tomographiques. En effet, il est difficile de prévoir à l'avance comment la RMS va évoluer au fur et à mesure des itérations, tout comme il est difficile de savoir quel est le nombre d'itérations nécessaires et suffisantes à une bonne reconstruction, tous ces paramètres pouvant varier selon la situation (importance du bruit par exemple). Par conséquent, il est nécessaire d'effectuer des reconstructions préalables dans le but de déterminer les valeurs seuils de la RMS et du nombre maximum d'itérations. Sachant qu'une reconstruction tomographique idéale donnerait une RMS nulle, la RMS est choisie suffisamment faible afin de garantir des reconstructions de bonne qualité, proches de la réalité. Quant au nombre maximum d'itérations, il est choisi suffisamment grand pour permettre une bonne reconstruction mais pas non plus trop élevé afin d'éviter la divergence de l'algorithme qui peut générer des reconstructions erronées. Dans le cas des études paramétriques que nous présentons dans cette partie IV, nous avons constaté qu'au mieux la RMS atteint une valeur de l'ordre de 10^{-9} et peut aller jusqu'à 10^{-3} ; nous avons donc choisi une valeur intermédiaire de 10^{-6} . Ensuite, nous avons pu remarquer qu'après 10 itérations, l'évolution de la RMS se stabilise correctement. Il n'est donc pas nécessaire de poursuivre les itérations et de risquer la divergence de la reconstruction tomographique.

Nous constaterons plus tard que le facteur limitant se trouve bien souvent être le nombre maximum d'itérations. En effet, la RMS atteint rarement la valeur seuil que nous nous sommes fixées, à l'exception des cas très simples et idéaux.

1.1. Objet test n°1 : la gaussienne centrée

Le premier objet test est une gaussienne centrée sur une matrice de 201*201 pixels, dont la largeur à mi-hauteur (Full Width at Half Maximum : FWHM) fait 60 pixels : c'est donc un objet assez large, à symétrie cylindrique. La taille des pixels est égale à 1. Le capteur, simulé pour le calcul des projections, comprend 301 éléments de détection de dimension égale à 1. Cet objet peut être visualisé en 2D sur la figure 2.22.

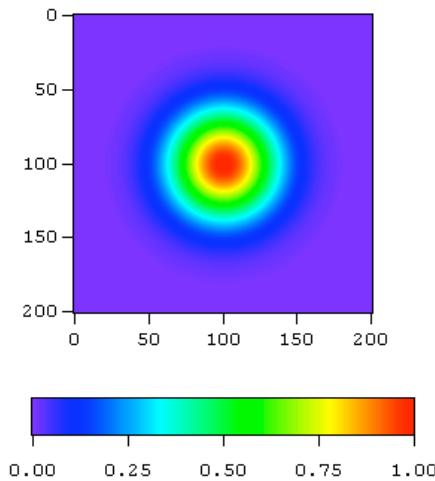


Figure 2.22: Visualisation 2D de l'objet 1 formé par une gaussienne centrée de largeur à mi-hauteur 60 pixels.

La figure 2.23 (a) nous donne la représentation de la reconstruction tomographique obtenue avec la configuration A1 et la figure 2.23 (b) celle obtenue en configuration A2. Si on observe simplement la reconstruction, il est difficile de faire la différence entre les deux configurations et la figure 2.23 nous permet seulement de conclure que les deux configurations d'angles sont équivalentes et performantes pour la reconstruction d'un objet simple.

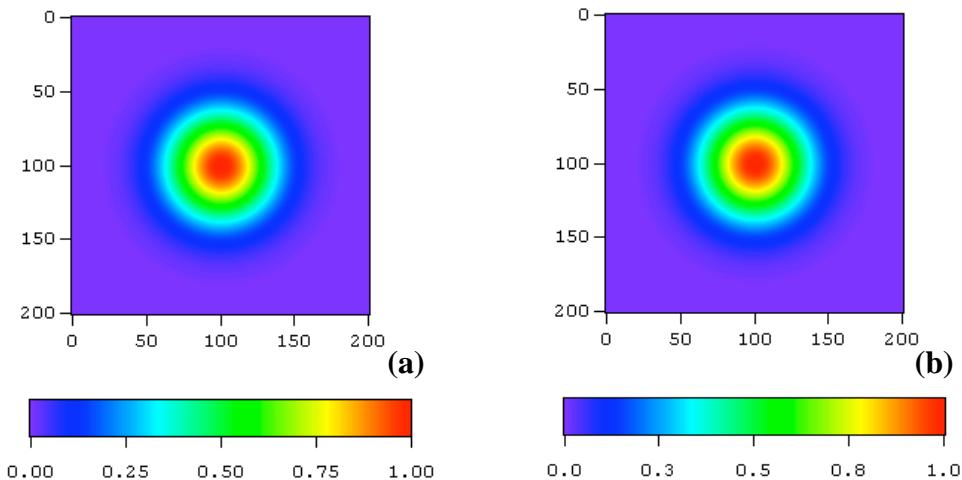
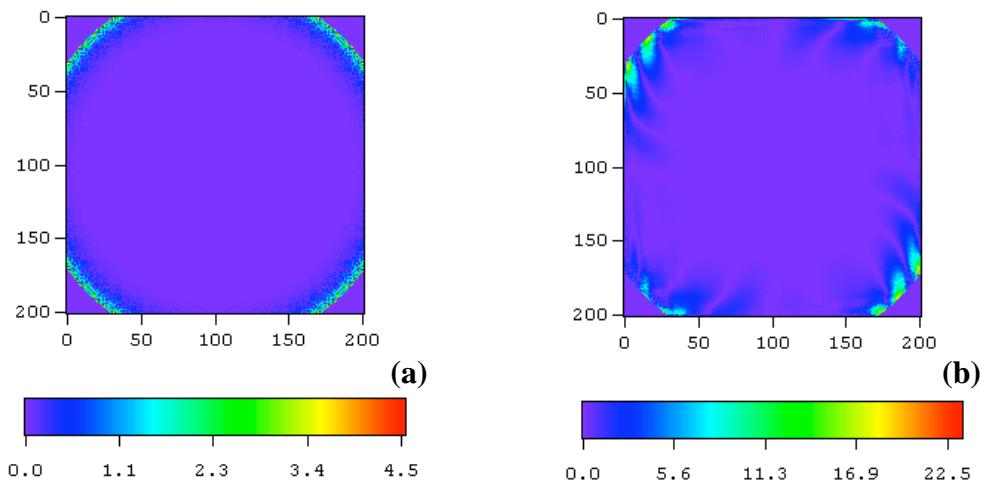


Figure 2.23 : Reconstruction MART de l'objet n°1, (a) en configuration A1 et (b) en configuration A2.

Afin de comparer plus finement les configurations A1 et A2, nous pouvons observer les figures 2.24 et 2.25 qui nous donnent respectivement l'erreur relative et la différence entre les valeurs de l'objet et les valeurs reconstruites en chaque pixel de la matrice.

Dans un premier temps, nous allons commenter la distribution des erreurs et des différences sur la matrice. Afin d'observer distinctement ces distributions, les échelles de couleur ne sont pas identiques sur toutes les figures. Nous discuterons ensuite de l'amplitude de ces grandeurs.



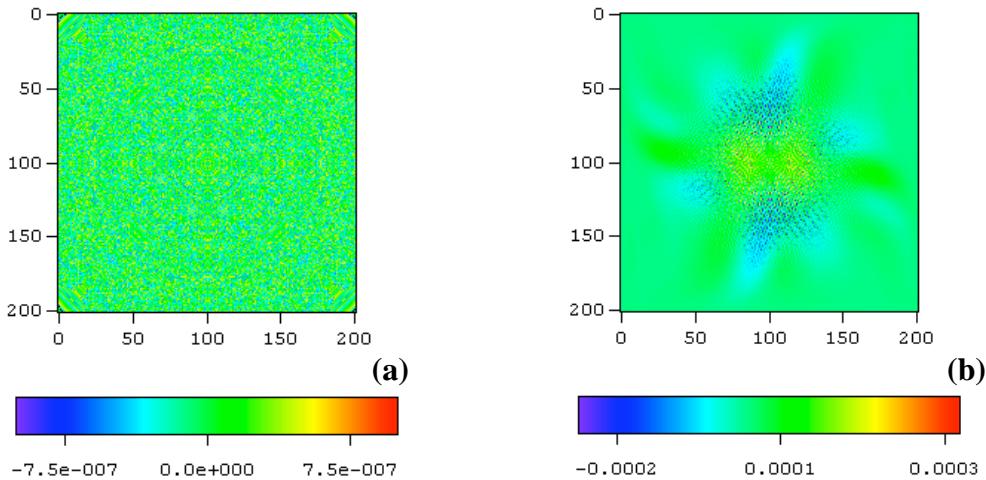
**Figure 2.24 : Erreurs relatives locales entre reconstruction MART et objet n°1,
(a) en configuration A1 et (b) en configuration A2.**

La figure 2.24 montre que les erreurs relatives se distribuent principalement sur les bords de la matrice, et plus particulièrement dans les coins. Elles semblent se distribuer le long d'un cercle qui correspondrait au cercle marquant la fin de la gaussienne (passage aux valeurs nulles de l'objet). A l'intérieur de ce cercle, les valeurs de l'objet situées au pied de la gaussienne sont extrêmement faibles, de l'ordre de 10^{-5} à 10^{-6} ; la différence entre la valeur objet et la valeur reconstruite est alors négligeable mais l'erreur relative prend des valeurs élevées qui ne sont pas significatives. Pour la configuration A1, les erreurs sont distribuées de façon très symétrique et très uniforme aux quatre coins, alors pour la configuration A2, cette distribution est plus hétérogène. En effet, en A2, les erreurs s'étendent davantage vers l'intérieur de la matrice comme suivant les raies de rétroposition.

Quant aux valeurs numériques, l'erreur relative varie de 0% à 4,5% pour la configuration A1. Sur la partie centrale, où les valeurs de la gaussienne s'approchent de leur maximum qui est égal à 1, l'erreur relative reste très faible avec des valeurs maximales de l'ordre de $10^{-4}\%$. Pour la configuration A2, les erreurs s'étendent de 0% à 23,5%. Néanmoins, les valeurs centrales de l'erreur relative sont, comme en A1, faibles et de l'ordre de $10^{-1}\%$ et inférieures. Comme nous l'avons précisé auparavant, les valeurs de l'erreur relative sur les bords de l'objet ne sont pas significatives du fait que les valeurs de la gaussienne sont extrêmement faibles dans ces zones.

L'observation des erreurs relatives, notamment au centre de la matrice où se situe la zone de l'objet qui nous intéresse, nous a montré que les deux configurations A1 et A2 permettent toutes deux d'obtenir des reconstructions tomographiques très satisfaisantes d'un objet simple et axisymétrique.

La figure 2.25 nous montre les matrices de différences locales entre l'objet et sa reconstruction en configuration A1 en (a) et sa reconstruction en A2 en (b).



**Figure 2.25 : Différences locales entre reconstruction MART et objet n°1,
(a) en configuration A1 et (b) en configuration A2.**

On constate, sur la figure 2.25 (a), que la configuration A1 donne une distribution des différences globalement très homogène avec des valeurs variant entre -1.10^{-6} et $+6.10^{-7}$. Pour la configuration A2, la distribution est moins homogène ; il se dessine, comme pour la matrice des erreurs relatives, les raies de rétroposition. Les valeurs s'étendent de $-2,6.10^{-4}$ à $3,2.10^{-4}$. Néanmoins, ces différences en A2 restent très faibles sachant que la zone essentielle de la gaussienne objet comprend des valeurs allant approximativement de 0,25 à 1.

Nous venons de comparer les reconstructions selon les configurations d'angles de visée A1 et A2 en terme de distribution spatiale et en terme d'écart des valeurs à la théorie. Toutes deux permettent d'atteindre une reconstruction de très bonne qualité à tout point de vue, qualitatif comme quantitatif, même si la configuration A1, pour laquelle les angles sont groupés deux à deux perpendiculairement, est sensiblement meilleure.

Nous allons maintenant analyser la convergence de l'algorithme en fonction du classement des angles de projection. Pour cela, nous allons étudier l'évolution des valeurs de la RMS en terme de projection pour les deux configurations, en fonction du nombre d'itérations. Pour la configuration A1, l'algorithme converge dès la seconde itération pour laquelle la RMS en terme de projection atteint la valeur de 9.10^{-9} . Nous avions défini, initialement, que l'algorithme devait cesser, soit après 10 itérations, soit dès que la RMS en projection était égale ou inférieure à 10^{-6} . Pour la configuration A2, l'algorithme va au terme des 10 itérations. La RMS en projection à la 10^{ème} itération vaut $3,25.10^{-5}$. Ces valeurs sont regroupées dans les tableaux 1 et 2 ci-dessous.

Configuration A1	Itérations	RMS en projection
	0	1,10664
	1	$9,05936.10^{-9}$

Tableau 1: Évolution de la RMS en projection en configuration A1.

Configuration A2	Itérations	RMS en projection
	0	1,10027
	1	$2,45766 \cdot 10^{-2}$

	9	$3,25666 \cdot 10^{-5}$

Tableau 2: Évolution de la RMS en projection en configuration A2.

Pour résumer, les erreurs et différences pour la configuration A1 sont globalement inférieures à celles de la configuration A2. En outre, leurs distributions sont plus homogènes. En conclusion, on peut dire qu'un traitement des angles de projections regroupés deux à deux perpendiculairement permet non seulement une convergence plus rapide de l'algorithme mais également d'obtenir des reconstructions avec des erreurs moindres.

④ Remarque importante :

Après avoir étudié les deux configurations les plus intéressantes A1 et A2, nous allons présenter les résultats obtenus lorsque l'on ne classe pas les angles de projection mais qu'on les applique les uns après les autres successivement par ordre croissant. Il s'agit de la configuration A3.

La configuration A3 est a priori la pire des façons de considérer les incidences angulaires. Hudson [Hud_1] a montré que la reconstruction tomographique avait tendance à favoriser les premiers angles de projection utilisés plutôt que les suivants, ce qui peut avoir comme effet une déformation de l'image de l'objet.

On peut observer, sur la figure 2.26, l'image obtenue par reconstruction tomographique en configuration A3 en (a) ainsi que la matrice des différences locales correspondante en (b).

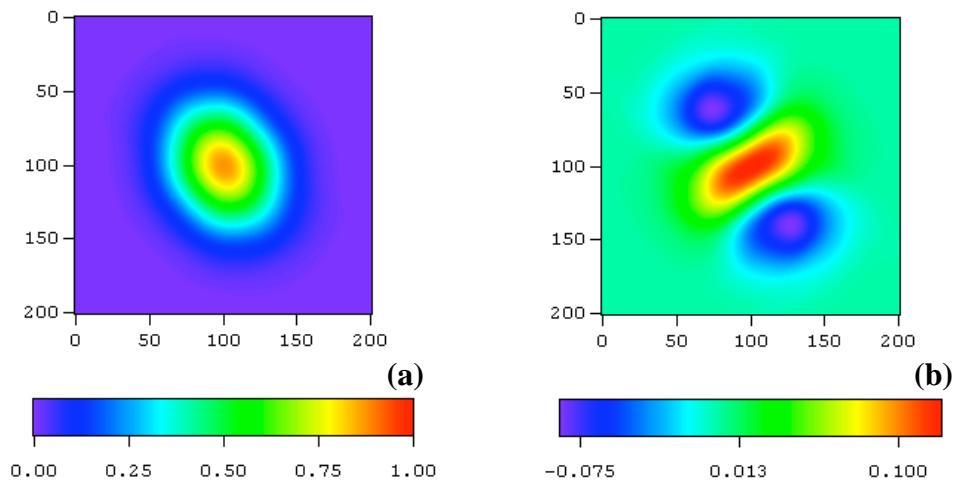


Figure 2.26 : Configuration A3, (a) reconstruction tomographique et (b) différences locales

La première remarque que l'on peut faire concerne l'image obtenue par reconstruction tomographique dont la distribution spatiale diffère nettement de celle de l'objet que l'on peut voir sur la figure 2.22. On observe une gaussienne déformée, étirée, dont les contours ne sont

plus ronds mais plutôt ovales. On perd la symétrie de révolution. La gaussienne reconstruite s'allonge le long d'une diagonale de la matrice suivant une direction qui correspond à la direction des premières rétroprojections appliquées lors de la reconstruction. Cette déformation a généré un biais important dans les valeurs numériques que prend la gaussienne, particulièrement au centre où la valeur maximale reconstruite est égale à 0,88 pour une valeur maximale théorique de 1. La figure 2.26 (b) nous donne la distribution des différences en chaque point de la matrice ainsi que l'ordre de grandeur de leurs valeurs. Cela confirme la déformation observée sur la reconstruction de la figure 2.26 (a) avec une sous-estimation des valeurs reconstruites au centre et une surestimation de ces valeurs de part et d'autre du centre le long de la diagonale.

En outre, les valeurs de la RMS confirment l'inefficacité de la configuration A3 avec une valeur minimale à la 10^{ème} itération de l'ordre de 0,015 pour $3,25 \cdot 10^{-5}$ en A2 et $9 \cdot 10^{-9}$ en A1.

Nous venons donc de mettre en évidence, grâce à un exemple basique de reconstruction tomographique appliquée à un objet à symétrie cylindrique, que le simple fait de classer les angles de projection en sous-ensembles ordonnés influe fortement sur la qualité de la reconstruction ainsi que sur la rapidité de convergence de l'algorithme. C'est donc une étape qui peut jouer un rôle fondamental dans la reconstruction tomographique.

Nous allons maintenant tenter de confirmer ces conclusions lorsqu'il s'agit de reconstruire tomographiquement un objet complexe sans symétrie particulière. C'est le sujet du paragraphe suivant.

1.2. Objet test n°2 : l'objet asymétrique

Nous renouvelons l'étude précédente à partir d'un objet test toujours connu mais plus complexe que l'objet n°1. Cet objet n°2, que l'on peut visualiser sur la figure 2.27, est une combinaison de quatre gaussiennes de largeurs à mi-hauteur différentes et centrées à divers endroits de la matrice :

- Gaussienne 1 : FWHM = 50 pixels, Shift X = 0 et Shift Y = 0
- Gaussienne 2 : FWHM = 100 pixels, Shift X = 50 et Shift Y = -50
- Gaussienne 3 : FWHM = 50 pixels, Shift X = 30 et Shift Y = 0
- Gaussienne 4 : FWHM = 25 pixels, Shift X = 30 et Shift Y = 30.

Le problème est identiquement discréétisé, à savoir que les matrices objet et reconstruite contiennent 201*201 pixels de taille 1, et le détecteur contient 301 éléments de dimension 1.

L'algorithme MART et les critères d'arrêt sont les mêmes que pour l'objet n°1 et on garde la même configuration d'acquisition de 30 projections tous les 6° réparties sur 180°. Nous allons tester les deux configurations les plus intéressantes, à savoir A1 et A2. Nous rappelons que la configuration A1 considère les angles groupés deux à deux perpendiculairement alors que la configuration A2 regroupe les angles deux à deux, en conservant un sur deux alternativement.

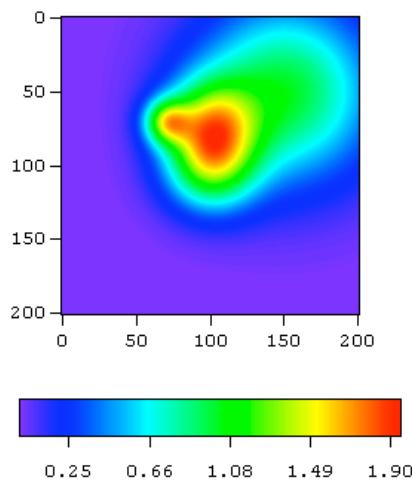


Figure 2. 27 : Visualisation 2D de l'objet n°2 asymétrique composé de quatre gaussiennes différentes.
 Les reconstructions tomographiques en configuration A1 et A2 peuvent être visualisées respectivement sur la figure 2.28 (a) et (b).

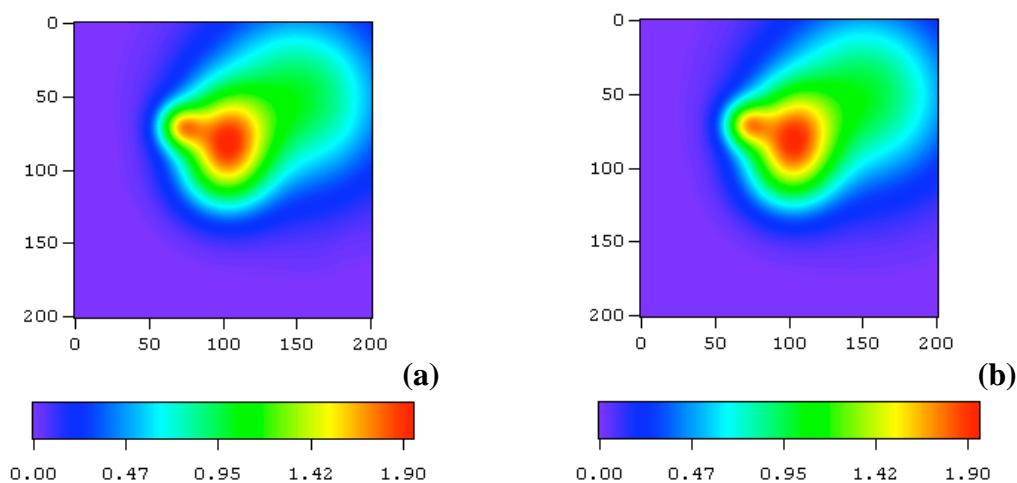


Figure 2. 28 : Reconstruction MART de l'objet n°2, (a) en configuration A1 et (b) en configuration A2.

La figure 2.29 montre les matrices des différences locales entre objet et reconstruction, en configuration A1 en (a) et A2 en (b). Les contours de l'objet théorique ont été superposés à ces matrices. Cela permet de localiser plus aisément les différences par rapport à la géométrie de l'objet. Enfin, la figure 2.30 représente les matrices des erreurs relatives locales, en A1 en (a) et A2 en (b).

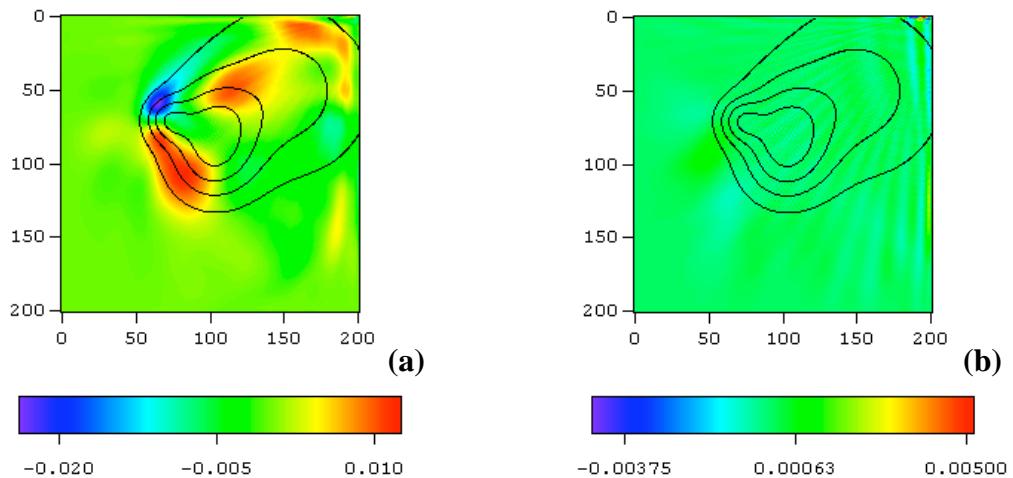


Figure 2.29 : Différences entre les valeurs locales de l'objet n°2 et de la reconstruction MART,
(a) en configuration A1 et (b) en configuration A2.

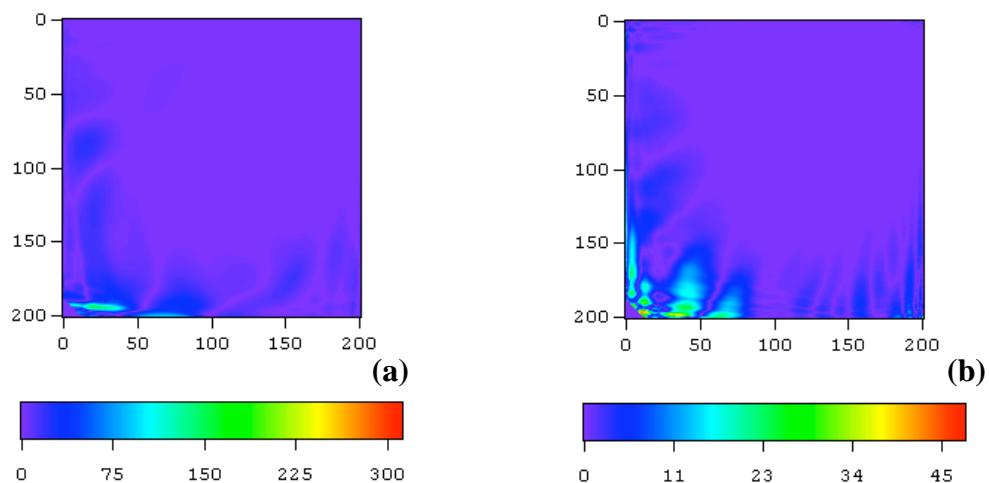


Figure 2.30 : Erreurs relatives entre les valeurs locales de l'objet n°2 et de la reconstruction MART
(a) en configuration A1 et (b) en configuration A2.

Les images reconstruites en configuration A1 et A2 de la figure 2.28 sont très similaires et très semblables à l'objet test n°2, ce qui amène à des conclusions positives concernant la reconstruction tomographique des objets complexes à partir de 30 projections tous les 6° . Cependant, afin d'affiner la comparaison, nous allons étudier les matrices donnant les différences ainsi que les erreurs relatives entre les valeurs locales de l'objet et reconstruites. Avant de comparer cela, nous allons tout d'abord commenter les valeurs de la RMS en projection, et notamment son évolution au fur et à mesure des itérations. Les tableaux 3 et 4 nous donnent ces valeurs et la figure 2.31 montre l'évolution de la RMS en projection au fur et à mesure des 10 itérations.

Configuration A1	Itérations	RMS projections
	0	$2,87254 \cdot 10^{-1}$
	1	$2,19618 \cdot 10^{-2}$

	9	$1,18531 \cdot 10^{-3}$

Tableau 3: Évolution de la RMS projection en fonction des itérations en configuration A1.

Configuration A2	Itérations	RMS projections
	0	$2,66569 \cdot 10^{-1}$
	1	$2,07194 \cdot 10^{-2}$

	9	$9,16770 \cdot 10^{-5}$

Tableau 4: Évolution de la RMS projection en fonction des itérations en configuration A2.

La première remarque que nous faisons concerne le nombre d'itérations utilisées par l'algorithme. Dans les deux configurations, l'algorithme a utilisé le nombre maximum d'itérations, à savoir 10, puisque la RMS en projection n'est pas passée en dessous de sa valeur seuil qui vaut 10^{-6} . Du fait de la complexité de l'objet n°2, l'écart entre projections mesurées et calculées est plus important que lorsqu'il s'agit d'un objet extrêmement simple tel que la gaussienne centrée. Les RMS sont donc logiquement plus élevées que dans le cas de l'objet n°1. Par contre, à l'inverse du premier objet testé, la configuration A2 mène à des RMS plus faibles et donc converge plus rapidement que la configuration A1, comme on peut le voir sur la figure 2.31 et le tableau 4. Cela peut s'expliquer par le fait que les directions perpendiculaires entre elles, qui sont privilégiées dans la configuration A1, ne contiennent pas d'informations particulières sur l'objet n°2 du fait de sa forme quelconque. Ainsi, le fait de traiter des directions perpendiculaires entre elles emmène, dans un premier temps, l'algorithme vers une reconstruction tomographique moins proche de la réalité que lorsqu'on traite les directions de façon groupées deux à deux alternativement selon la configuration A2. C'est pour cela que la configuration A2 converge plus rapidement et vers des solutions moins erronées que la configuration A1 dans le cas de l'objet n°2. Si un objet à reconstruire possède des détails situés le long de directions bien particulières, il conviendra de traiter en premier lieu ces directions privilégiées, puis les directions secondaires.

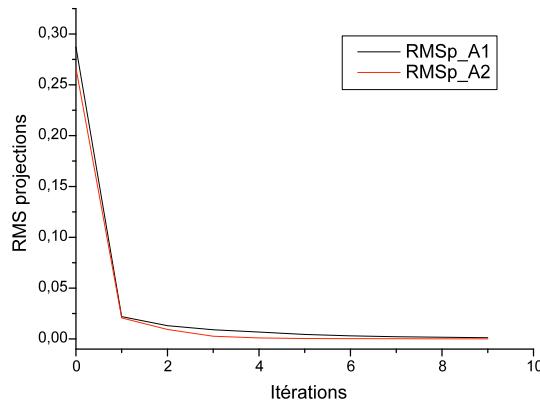


Figure 2. 31 : Evolution de la RMS en terme de projection en fonction des itérations pour les configurations A1 et A2.

Comparons maintenant les matrices de différences et d'erreurs relatives des figures 2.29 et 2.30. Les matrices d'erreurs relatives sont peu significatives telles qu'elles sont représentées sur la figure 2.30. En effet, pour la configuration A1, on retrouve des erreurs qui vont jusqu'à 300% pour des valeurs très faibles de l'objet situées dans le coin de la matrice. Il s'agit par exemple de l'obtention d'une valeur reconstruite de 7.10^{-5} pour une valeur objet de 2.10^{-5} . Or, comme nous l'avons déjà indiqué, la reconstruction tomographique ne peut pas être précise sur une dynamique de valeurs numériques allant de 2 à 0 avec une précision pouvant aller jusqu'à 10^{-6} , soit 6 chiffres après la virgule. Nous allons donc faire un zoom sur ces matrices d'erreurs relatives pour conserver uniquement la partie centrale où se trouve l'essentiel de l'objet n°2. C'est ce que l'on peut voir sur la figure 2.32 ci-dessous.

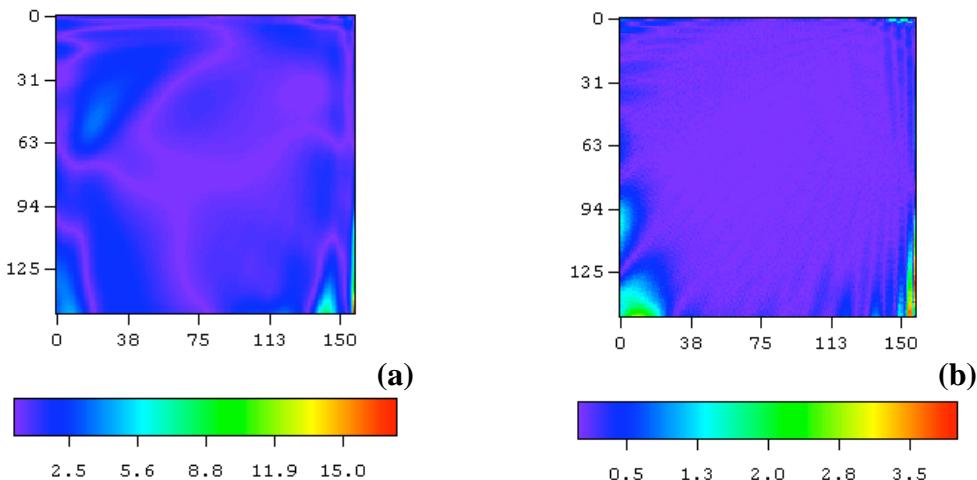


Figure 2. 32 : Erreurs relatives zoomées, (a) en configuration A1 et (b) en configuration A2.

Si on observe la distribution des erreurs sur la figure 2.32, on remarque que celles-ci semblent se distribuer davantage suivant les raies de projections sur la configuration A2 que sur la configuration A1 où la répartition semble plus aléatoire. Cependant, la différence en terme de répartition entre les deux n'est pas considérable. Toutefois, ces deux configurations de sous-ensembles ordonnées des angles de vue diffèrent considérablement du point de vue

des valeurs numériques des erreurs relatives. Sur une même zone de la matrice centrée sur l'objet, les erreurs atteignent les 17% en A1 alors qu'elles ne valent au maximum que 4% en A2. La supériorité de la configuration A2 se note aussi sur les matrices des différences locales entre les valeurs objet et les valeurs reconstruites de la figure 2.29. Tout d'abord, les valeurs numériques des différences corroborent les résultats obtenus en terme d'erreurs relatives puisque les différences s'étendent de $-2,4 \cdot 10^{-2}$ à $1,2 \cdot 10^{-2}$ pour A1 et de $-4,5 \cdot 10^{-3}$ à $5,2 \cdot 10^{-3}$ pour A2. Elles sont donc plus faibles d'un facteur 10 pour la configuration A2 qui considère les angles de vue deux à deux alternativement. Ensuite, d'un point de vue de la répartition de ces différences, les contours théoriques de l'objet ont été superposés aux matrices de différence pour faciliter la visualisation de la distribution des écarts à l'objet test. On constate donc que les différences sont réparties de façon très homogène en A2 avec des valeurs moyennes de l'ordre de $5 \cdot 10^{-4}$ alors qu'elles se répartissent de façon beaucoup plus hétérogène en A1. En effet, on distingue aisément certaines zones où les valeurs reconstruites sont soit supérieures soit inférieures aux valeurs réelles de l'objet. Ces zones semblent situées dans l'ensemble au niveau des gradients de forte et moyenne intensité de l'objet.

1.3. Conclusion :

Pour conclure sur cette première étude théorique concernant l'influence du classement des visées angulaires en sous-ensembles ordonnés, on peut dire que lorsque l'objet se complexifie, la configuration A2 où les directions de projection sont regroupées deux à deux alternativement, est plus efficace qu'une configuration telle que A1 où les angles sont regroupés deux à deux perpendiculairement. En effet, d'une part la convergence de l'algorithme est sensiblement plus rapide et d'autre part, on minimise les écarts entre l'image reconstruite tomographiquement et l'objet initial.

Nous avons également mis en évidence le fait que, si on connaît a priori l'allure globale de l'objet à reconstruire, on pourra en tenir compte lors de la création des sous ensembles ordonnés des angles en privilégiant les directions qui contiennent davantage d'informations sur l'objet, selon sa forme.

Dans l'étude que nous venons de présenter, nous avons étudié uniquement une configuration d'acquisition à 30 directions de projection tous les 6° . Toutefois, selon le système d'acquisition des projections, il n'est pas toujours possible d'avoir accès à un nombre d'angles aussi important. Ce sera notamment notre cas, comme nous l'avons expliqué précédemment, où nous devrons appliquer une tomographie à quatre angles de vue tous les 45° . Nous avons donc souhaité présenter une deuxième étude théorique concernant le nombre et les directions des angles de projection qui sont utilisés en tomographie afin d'en montrer l'influence selon la géométrie et la complexité de l'objet étudié. Cette étude est présentée dans le paragraphe suivant.

2. Influence du nombre de vues sur la reconstruction tomographique :

Les conditions de réalisation de cette deuxième étude sont strictement identiques à l'étude précédente. L'algorithme MART utilisé applique un facteur correctif multiplicatif pondéré à la puissance. Le nombre maximum d'itérations est de 10 et la valeur de la RMS en projection en dessous de laquelle on stoppe le processus de reconstruction est de 10^{-6} .

Précédemment, nous avons montré que le classement des angles de projection en sous ensembles ordonnés dépend de la géométrie de l'objet. Deux configurations de sous-ensembles ont été retenues comme étant performantes et nous utilisons en fonction de l'objet l'une ou l'autre :

- La configuration A1 où les angles sont considérés deux à deux perpendiculairement, pour des objets avec symétrie.
- La configuration A2 où les angles sont considérés deux à deux alternativement, pour des objets sans symétrie apparente.

Nous allons tester plusieurs configurations d'acquisition pour lesquelles nous allons faire varier le nombre total d'angles de vue ainsi que leur incidence angulaire. Nous faisons aussi varier la répartition angulaire totale de ces angles autour de l'objet, c'est-à-dire que les acquisitions seront soit distribuées sur 180° autour de l'objet, soit sur 360° . Voici la liste et la nomenclature utilisée pour chaque configuration d'acquisition :

- **V0** : 2 angles de vue à 0° et 90° ,
- **V1** : 4 angles de vue tous les 45° , répartis sur 180° ,
- **V2** : 7 angles de vue tous les 30° et 45° , répartis sur 180° , à savoir $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ et 135° ,
- **V3** : 30 angles de vue tous les 6° , répartis sur 180° ,
- **V4** : 60 angles de vue tous les 6° , répartis sur 360° .

Nous appliquons ces combinaisons d'angles de vue sur les deux objets tests de la première étude de l'algorithme. Ces objets ont l'avantage d'être représentatifs de deux situations opposées, une situation à géométrie simple et une situation à géométrie complexe, dans lesquelles il est possible de se trouver expérimentalement. Pour rappel, l'objet n°1 est un objet simple à symétrie cylindrique formé par une gaussienne de largeur à mi hauteur 60 pixels que l'on peut voir sur la figure 2.33 (a). L'objet n°2, plus complexe, est représenté sur la figure 2.33 (b) ; il ne présente aucune symétrie évidente et est formé par la juxtaposition de quatre gaussiennes de largeurs à mi hauteur différentes et décalées les unes par rapport aux autres et par rapport au centre de la matrice.

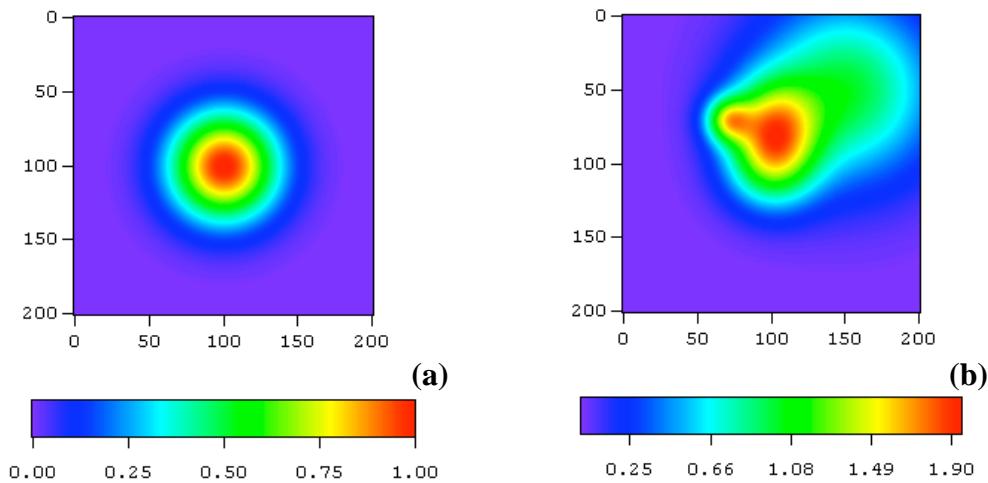


Figure 2.33 : Objet n°1 (a) et objet n°2 (b).

L'objet n°1 possède un maximum à 1 localisé au pixel (100,100), centré sur la matrice ainsi qu'un minimum nul situé sur plusieurs pixels aux quatre coins de la matrice. Quant à l'objet n°2, il possède un maximum à 1,9491 localisé au niveau du pixel (81,103), autrement dit excentré, ainsi qu'un minimum non nul, mais néanmoins très faible, de 4.10^{-6} distribué sur trois pixels (199,0) (200,0) et (200,1), autrement dit dans le coin au bas à gauche de la matrice.

2.1. *Objet test n°1 : la gaussienne centrée*

Nous commençons par observer et comparer les reconstructions tomographiques de l'objet n°1 obtenues selon les quatre premières configurations de visées, à savoir V0, V1, V2 et V3. Cette étude ne sera ici que brièvement abordée car, étant donné l'extrême simplicité de l'objet n°1, nous allons voir que, dans un cas idéal sans bruit tel que celui dans lequel nous nous plaçons, même la configuration la plus basique, V0, à deux vues perpendiculaires, donne accès à de très bonnes reconstructions tomographiques. Nous ne présenterons donc pas en détail les résultats pour chacune des configurations d'acquisition testées.

La figure 2.34 fait la comparaison entre l'objet n°1 et sa reconstruction tomographique en configuration V0, à deux angles perpendiculaires. On s'aperçoit que la reconstruction est de bonne qualité, même avec si peu de visées.

Etant donné que la configuration la plus simple V0 donne une reconstruction de l'objet n°1 de bonne qualité à la fois d'un point de vue qualitatif et quantitatif, nous pouvons en conclure, et nous l'avons constaté d'après les reconstructions obtenues, que les autres configurations V1 à V3 donneront des résultats aussi satisfaisants, voire meilleurs. Nous ne donnons donc pas les reconstructions obtenues par ces trois dernières configurations.

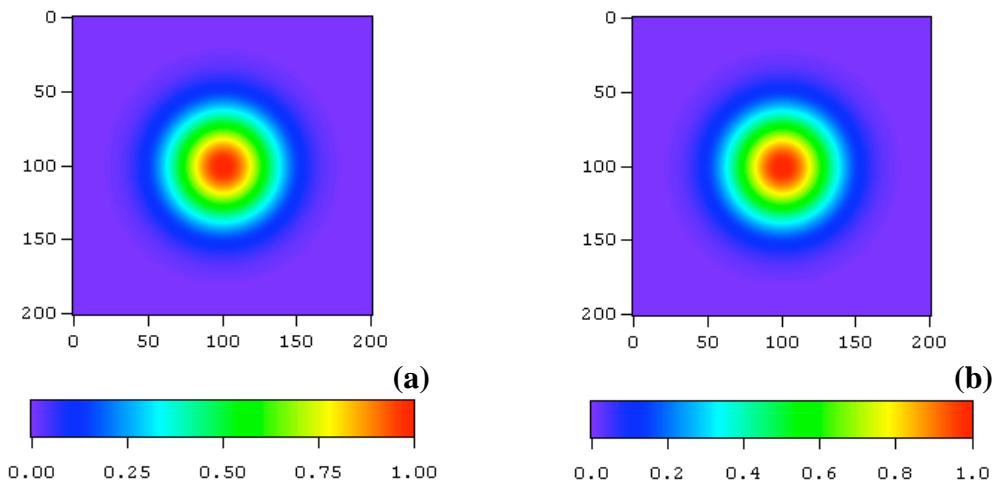


Figure 2.34 : Comparaison entre l'objet n°1 (a) et sa reconstruction tomographique (b) en configuration V0 (0° et 90°).

Afin de pouvoir comparer plus précisément les reconstructions issues des quatre configurations V0 à V3, nous représentons sur les figures 2.35 et 2.36, respectivement les matrices des différences et des erreurs relatives locales entre l'objet et sa reconstruction tomographique. La matrice (a) des figures 2.35 et 2.36 correspond à la configuration V0 à deux visées alors que la matrice (b) correspond à la configuration la plus complexe à savoir V3 à 30 visées sur 180° .

Comme pour l'erreur relative, on constate sur la figure 2.35, particulièrement en (a), que les différences se distribuent suivant un cercle. Ce cercle correspond au pied de la gaussienne où les valeurs sont très proches de zéro. Ce cercle est d'autant plus visible que le nombre de d'angles de projection est faible. De plus, on remarque sur la figure 2.35 (a) que les lignes de projection tous les 45° se dessinent légèrement au travers de la matrice des différences. Dans le cas de la reconstruction tomographique en configuration V3, avec 30 angles de vue, ces lignes de projection apparaissent nettement moins.

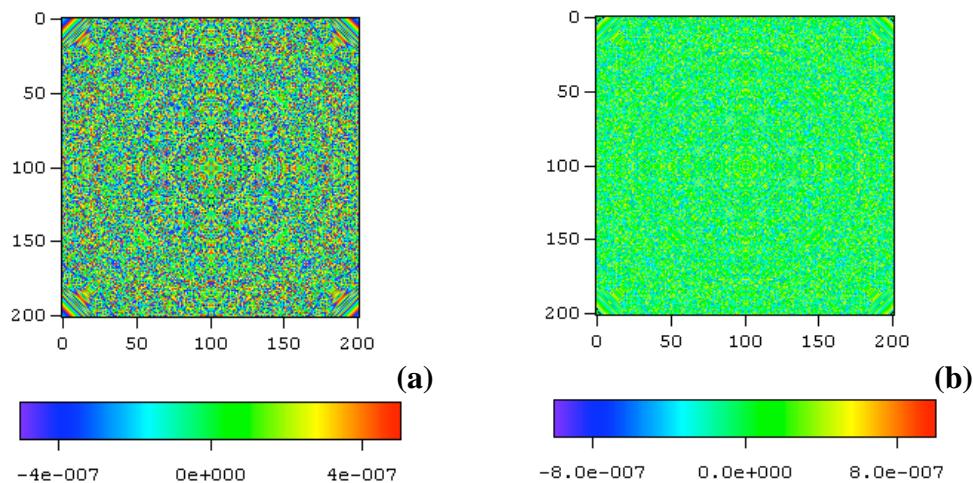


Figure 2.35 : Différences locales entre l'objet n°1 et ses reconstructions tomographiques en configuration V0 (a) et V3 (b).

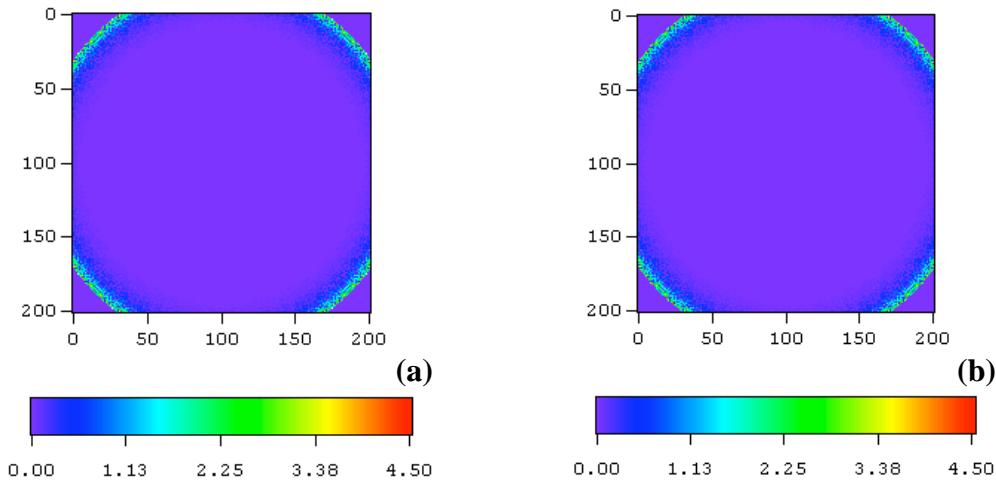


Figure 2.36 : Erreurs relatives locales entre l'objet n°1 et ses reconstructions tomographiques en configuration V0 (a) et V3 (b).

Finalement, quel que soit le nombre d'angles utilisés, on constate que l'erreur relative et la différence entre l'objet n°1 et sa reconstruction tomographique sont quasiment identiques tant sur le plan de leur distribution que sur le plan quantitatif. En effet, la valeur maximale de l'erreur relative est égale à $4,55\%$ en moyenne ($\pm 2\%$) pour chacune des quatre configurations testées. Les différences, quant à elles, varient en moyenne entre $-8,5 \cdot 10^{-7}$ et $+5,5 \cdot 10^{-7}$ sur les quatre configurations et sont donc très faibles dans les deux cas de reconstruction. Les écarts à l'objet théorique sont donc négligeables quelle que soit la configuration d'acquisition.

En conclusion, pour un objet très simple, avec des symétries importantes telles qu'ici la symétrie cylindrique, et dans le cadre d'un cas de figure idéal, très peu d'incidences angulaires sont nécessaires à l'obtention d'une reconstruction tomographique de bonne qualité à tous les points de vue.

Nous ne nous attardons donc pas davantage sur cette étude et passons à la suivante pour laquelle l'objet test n°2 est plus complexe que la simple gaussienne centrée de l'objet n°1.

2.2. *Objet test n°2 : l'objet asymétrique*

Dans le cas d'un objet où les symétries se font rares, nous allons mettre en évidence que le nombre de visées ainsi que leur incidence angulaire et leur répartition autour de l'objet sont d'une très grande importance pour l'obtention d'une reconstruction tomographique réussie.

Dans un premier temps, nous allons observer, qualitativement, l'allure globale des reconstructions obtenues pour les quatre premières configurations d'angles de projection. Ces reconstructions sont regroupées sur la figure 2.37 où l'objet théorique n°2 est représenté en (a). En (b), on retrouve la reconstruction selon la configuration V0, puis en (c), (d) et (e) respectivement les reconstructions selon les configurations V1, V2 et V3.

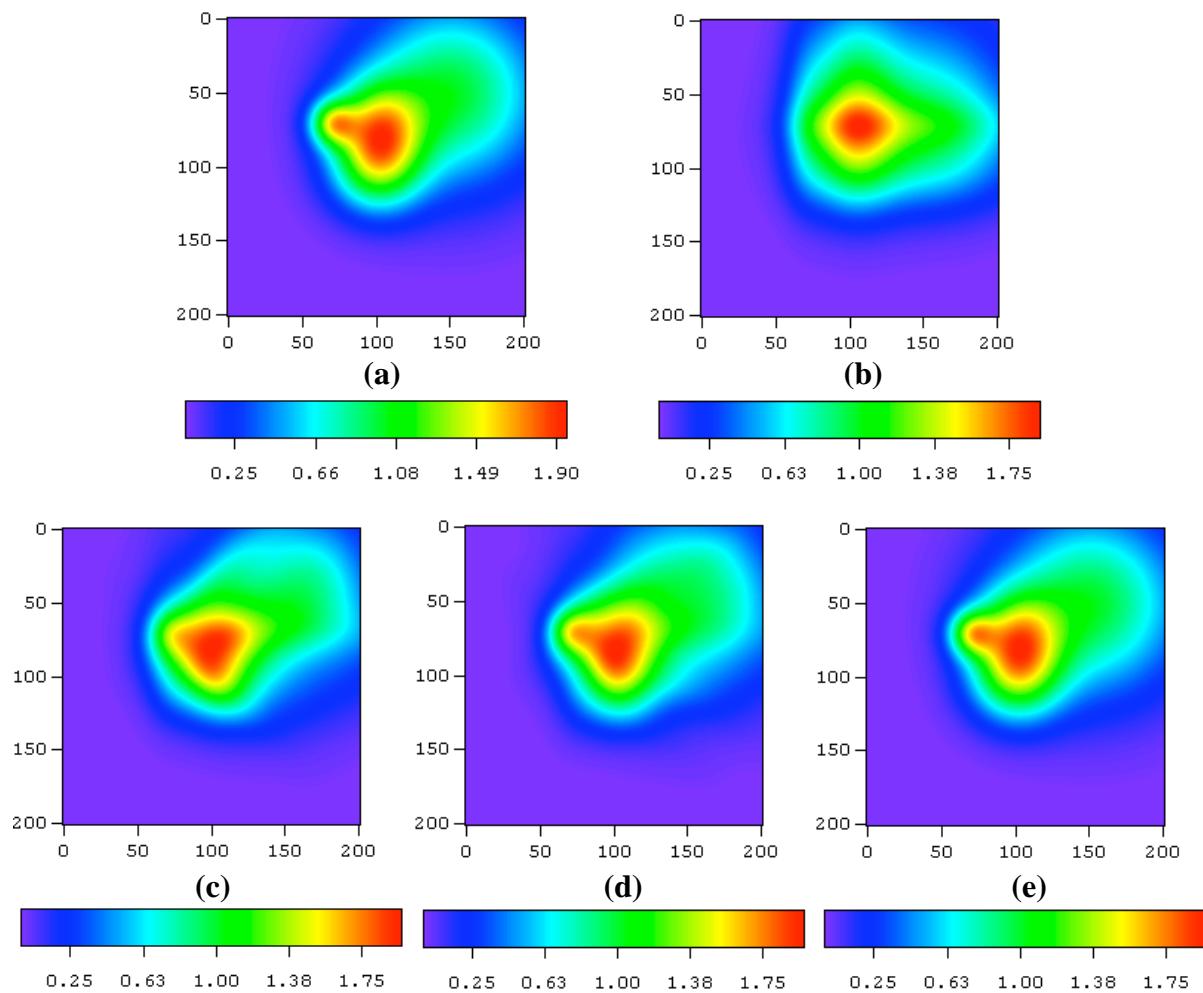


Figure 2.37 : Objet n°2 (a) et ses reconstructions tomographiques selon les configurations d'angles de visée V0 (b), V1 (c), V2 (d) et V3 (e).

La figure 2.37 illustre parfaitement l'influence du nombre de visées sur la reconstruction tomographique d'un objet à géométrie complexe tel que l'objet n°2. La reconstruction tomographique la plus fidèle à l'objet est celle obtenue pour la configuration V3 composée de 30 angles de vues espacés de 6° entre eux. Nous constatons que plus le nombre de vues augmente, meilleure est la reconstruction. Pour l'objet n°2, l'image reconstruite tomographiquement commence à ressembler de façon très fidèle à l'objet à partir de la configuration V2 à 7 angles de vue tous les 45° et 30° sur 180° . Quant à la reconstruction obtenue en V1, l'allure globale de l'objet est correctement reconstruite mais seule manque la gaussienne de faible largeur à mi-hauteur située légèrement sur la gauche. Par contre, la reconstruction obtenue en V0 est trop éloignée de l'objet réel. La configuration V3 qui utilise un nombre très élevé (30) d'angles de projection conduit à une reconstruction très satisfaisante y compris quantitativement.

Afin d'observer plus efficacement les biais quantitatifs présents dans les images reconstruites, nous pouvons comparer les matrices donnant les différences locales entre objet

et reconstruction pour chacune des configurations d'acquisition. C'est ce que schématisse la figure 2.38.

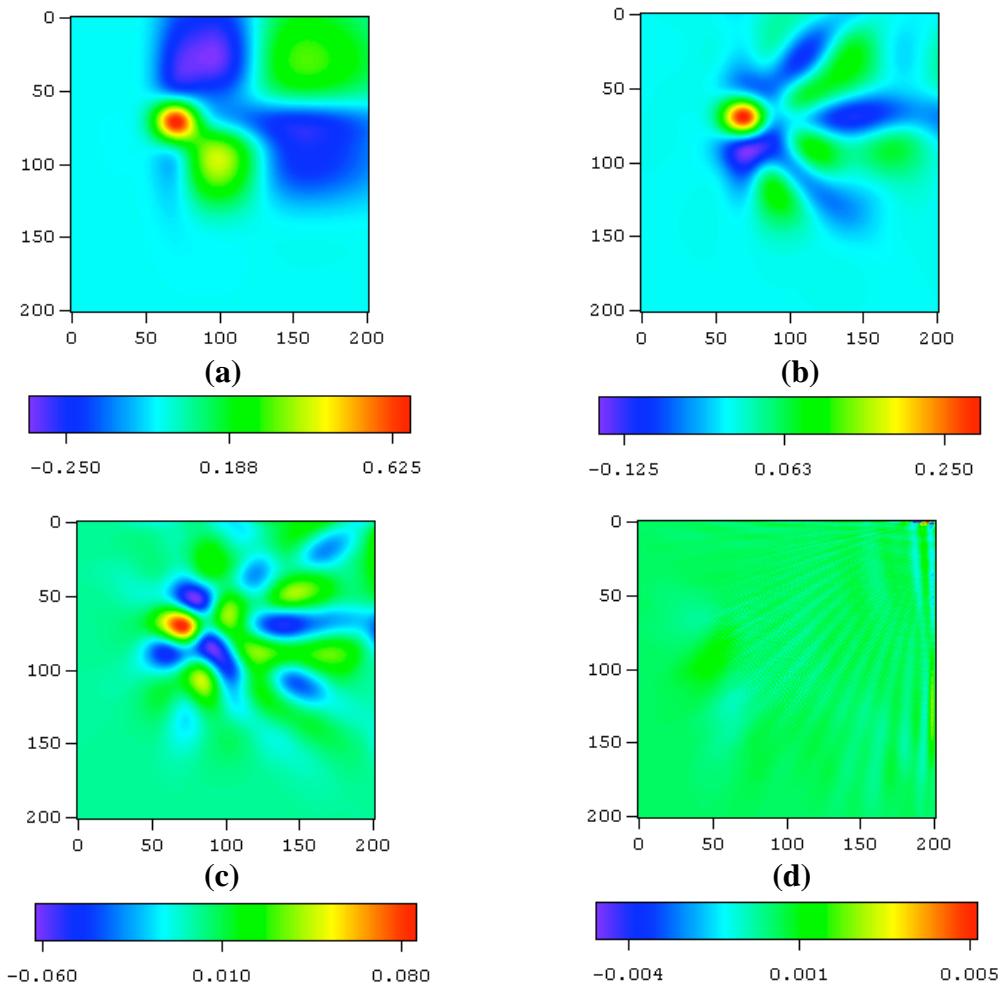


Figure 2.38 : Différences locales entre objet n°2 et ses reconstructions tomographiques pour les configurations V0 (a), V1 (b), V2 (c) et V3 (d).

Cette figure 2.38 nous permet d'en conclure que les valeurs des différences locales pour la configuration V3 sont négligeables par rapport à celles obtenues pour les trois autres configurations. On observe en effet un facteur 10 entre les différences de V2 et V3 et un facteur 100 entre V3 et les deux premières configurations V0, V1. De plus, la répartition de ces différences est étroitement liée au nombre de visées ainsi qu'à leur incidence angulaire ; les différences les plus importantes se répartissent autour des lignes de projection comme on peut le voir nettement pour la configuration V0 par exemple sur la figure 2.38 (a).

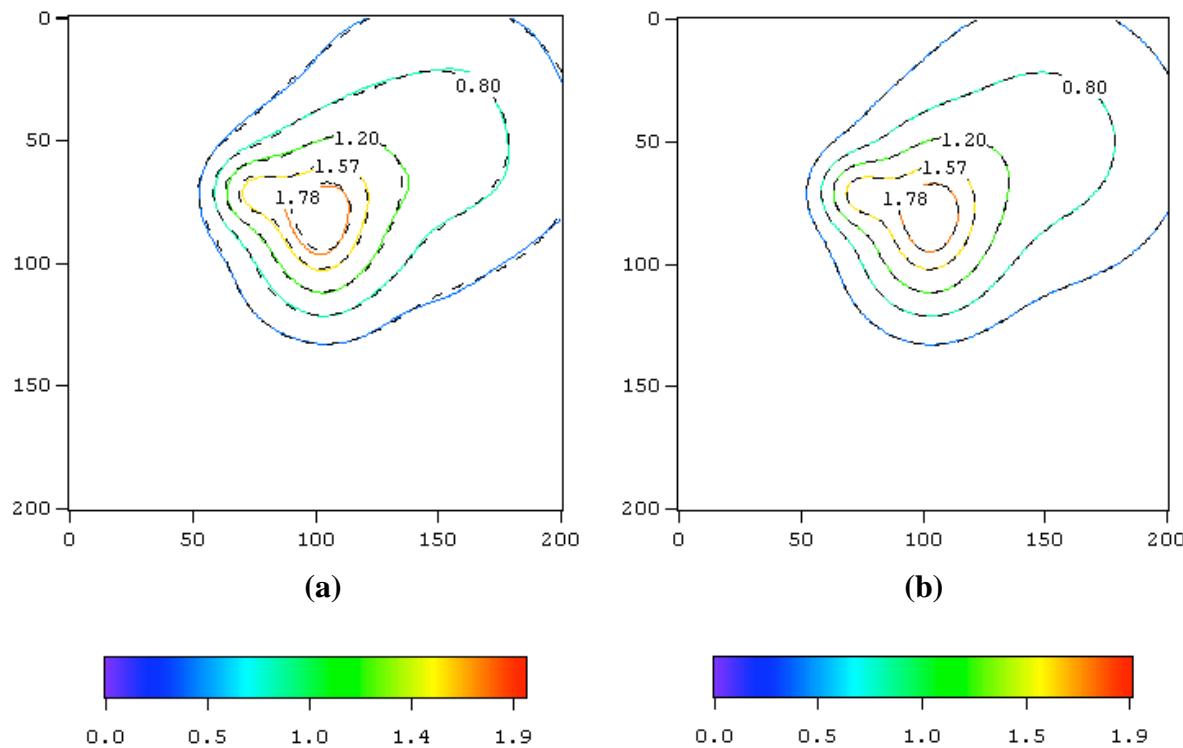


Figure 2.39 : Superposition des contours d'iso-valeurs reconstruits (trait continu) aux contours théoriques (trait pointillé), en configuration V2 (a) et V3 (b).

Grâce à la figure 2.39 et à la représentation des reconstructions sous forme de contours d'iso-valeurs superposés aux mêmes contours théoriques, nous voulons mettre l'accent sur la différence entre la configuration V2 à 7 angles de vue et la configuration V3 à 30 angles de vue, toutes deux réparties sur 180° . Les contours théoriques sont dessinés en pointillés noirs alors que les contours reconstruits sont en ligne continue de couleur. Les contours théoriques sont parfaitement superposés aux iso-contours reconstruits en configuration V3 comme on peut le voir sur la figure 2.39 (b) alors qu'on observe de très légers décalages sur la figure 2.38 (a) représentant les résultats obtenus en configuration V2. Toutefois, comme on peut le voir, ces décalages sont faibles et une configuration à 7 angles de vue telle que la configuration V2 que nous avons testée, peut permettre de reconstruire un objet complexe, sans symétrie apparente, de manière tout à fait correcte tant sur le plan qualitatif que quantitatif. Les différences locales sont effectivement peu élevées et s'étendent seulement de $-6,27 \cdot 10^{-2}$ à $8,58 \cdot 10^{-2}$, comme on peut en effet voir sur le tableau 5 plus bas. Ce tableau résume les valeurs des différences, erreurs et maxima pour l'ensemble des configurations d'acquisition.

2.3. Influence de la répartition angulaire totale :

Dans ce paragraphe, nous allons comparer la configuration V3 comprenant 30 visées tous les 6° réparties sur 180° avec la configuration V4 identique à V3 à l'exception de la répartition angulaire qui se fait sur 360° et non pas sur 180° . La configuration V4 est donc constituée de 60 projections tous les 6° . La figure 2.40 représente la superposition des iso-

contours théoriques (pointillés noirs) et reconstruits (couleurs) sur 180° (V3) en (a) et sur 360° (V4) en (b).

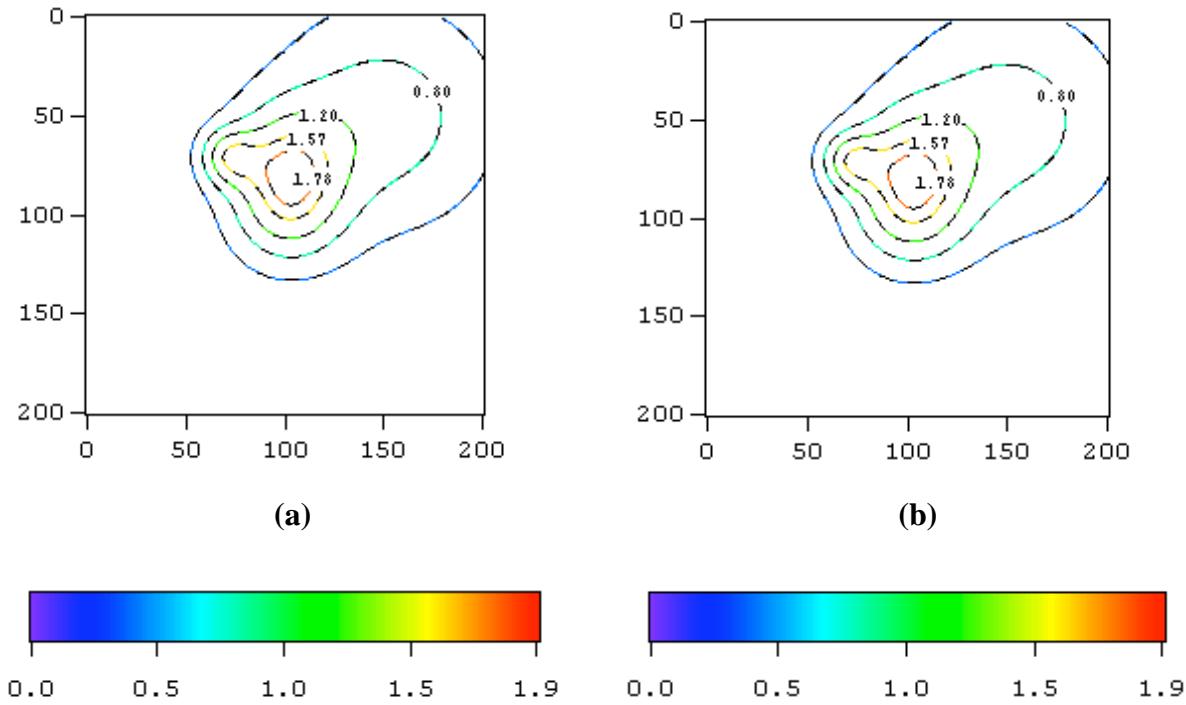


Figure 2.40 : Comparaison des iso-contours entre une reconstruction sur 180° (a) et une reconstruction sur 360° (b), avec des visées tous les 6° .

La figure 2.40 permet de mettre en évidence l'inutilité d'utiliser une répartition angulaire sur 360° pour un objet à géométrie complexe tel que celui que nous avons utilisé. On peut en effet constater qu'il n'y a pas de différence significative entre les deux répartitions angulaires. Dans les deux cas, les contours théoriques et reconstruits sont parfaitement superposés. Des projections réparties seulement sur 180° autour de l'objet sont donc amplement suffisantes à l'obtention d'une reconstruction satisfaisante. Il n'est par conséquent pas nécessaire d'alourdir l'algorithme et d'augmenter le temps de calcul (et, en situation expérimentale, le temps d'acquisition) en doublant le nombre de projections pour avoir une répartition angulaire sur 360° .

Néanmoins, il est important de préciser qu'une répartition angulaire des projections est effectivement inutile uniquement dans le cas d'un objet non atténuant, et c'est le cas des objets que nous considérons dans toute cette étude puisque nous nous plaçons dans des situations idéales. Les plasmas thermiques que nous étudions dans cette thèse sont considérés comme des milieux optiquement minces ; il ne sera donc pas nécessaire d'acquérir des projections sur 360° autour d'eux mais seulement sur 180° . En imagerie médicale, la situation est différente puisque le corps humain est un milieu qui peut être, selon les zones, très atténuants. Par conséquent, pour explorer certaines zones du corps, il est nécessaire d'effectuer les acquisitions de projections sur 360° autour du patient.

2.4. Conclusion :

Pour conclure sur l'étude ci-dessus concernant l'influence du nombre de projections et leur répartition angulaire autour de l'objet, nous avons montré tout d'abord que lorsque l'objet présente de nombreuses symétries, et dans un cas idéal tel que celui de l'étude, peu de projections réparties uniformément sur 180° permettent une bonne reconstruction de l'objet aussi bien qualitativement que quantitativement. Par contre, pour un objet complexe, sans symétrie, plus le nombre de projections est élevé, meilleure est la reconstruction. Un faible nombre de projections, tel que deux, est insuffisant et conduit à un biais qualitatif de l'image important par rapport à l'objet d'origine.

Nous avons également montré que, même pour un objet complexe, une répartition angulaire totale des projections sur 180° est nécessaire et suffisante pour la reconstruction tomographique. Toutefois, il faut rappeler que, dans le cas des objets théoriques utilisés ici comme dans le cas d'un plasma thermique, on considère que le milieu est optiquement mince et par conséquent non atténuant pour les projections. Par contre, en imagerie médicale, où le corps humain est un milieu optiquement épais et atténuant, il est alors souvent nécessaire de réaliser des acquisitions tomographiques sur 360° autour du patient afin de multiplier les informations.

Nous venons d'étudier, à partir de deux objets différents, l'influence du nombre de projections, de leur incidence angulaire ainsi que de leur classement en sous-ensembles ordonnés lors de la reconstruction tomographique par l'algorithme MART. Tous ces paramètres peuvent grandement influencer la qualité de la reconstruction et notamment la résolution spatiale obtenue. Etudions maintenant la précision de cette reconstruction en fonction de l'objet et de ses détails que l'on souhaite reconstruire, et cela en fonction du nombre de projections. Dans la suite du document, nous entendons par « précision de la reconstruction tomographique », résolution spatiale.

3. Etude de la finesse de la reconstruction tomographique (contraste et résolution spatiale) :

L'objet de cette troisième étude concerne la finesse de la reconstruction tomographique. Nous utilisons pour cela des cas extrêmes d'objets tests qui vont nous permettre de déterminer la résolution spatiale de notre algorithme de tomographie en fonction du nombre d'incidences angulaires utilisées.

Nous avons testé deux objets ; le premier est un disque uniforme dont les valeurs intérieures sont égales à 1 et les valeurs extérieures sont nulles. Ce disque est centré et son rayon mesure 25 pixels. Le second objet est quasiment identique au premier auquel vient se juxtaposer une petite gaussienne excentrée. Pour cet objet, le disque est toujours centré mais son rayon vaut 35 pixels et la gaussienne supplémentaire possède une largeur à mi hauteur de 5 pixels et est décalée de +15 pixels dans les deux directions du plan. Ces objets sont des cas extrêmes dans le sens où ce sont des objets à très fort contraste possédant pour le second un

détail très intense de petite taille et excentré. Ils sont constitués de gradients d'intensité très brutaux. Ces objets sont représentés sur la figure 2.41.

Pour l'objet n°1, le but est d'étudier la précision de la reconstruction tomographique en fonction du nombre de projections spécifiquement au niveau des bords de l'objet. Quant à l'objet n°2, on souhaite également évaluer la précision de la reconstruction tomographique mais cette fois-ci au niveau des détails de petite taille présents dans l'objet. On pourra alors déterminer le nombre d'angles de projection nécessaire à l'obtention d'une bonne résolution spatiale de l'image reconstruite.

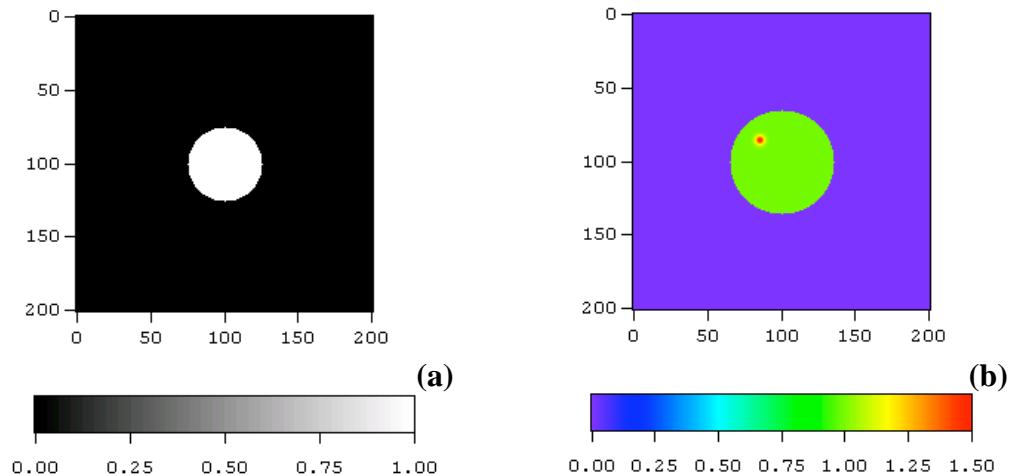


Figure 2. 41 : Visualisation 2D des objets tests n°1 (a) et n°2 (b)

Les paramètres et conditions de mise en œuvre de la reconstruction tomographique pour cette étude restent identiques à ceux des deux précédentes études. La matrice contient 201*201 pixels de dimension égale à 1. Les projections contiennent 301 capteurs de longueur élémentaire égale à 1. Les critères d'arrêt de l'algorithme MART restent aussi inchangés, à savoir 10 itérations au maximum et un RMS en projection inférieur ou égal à 10^{-6} .

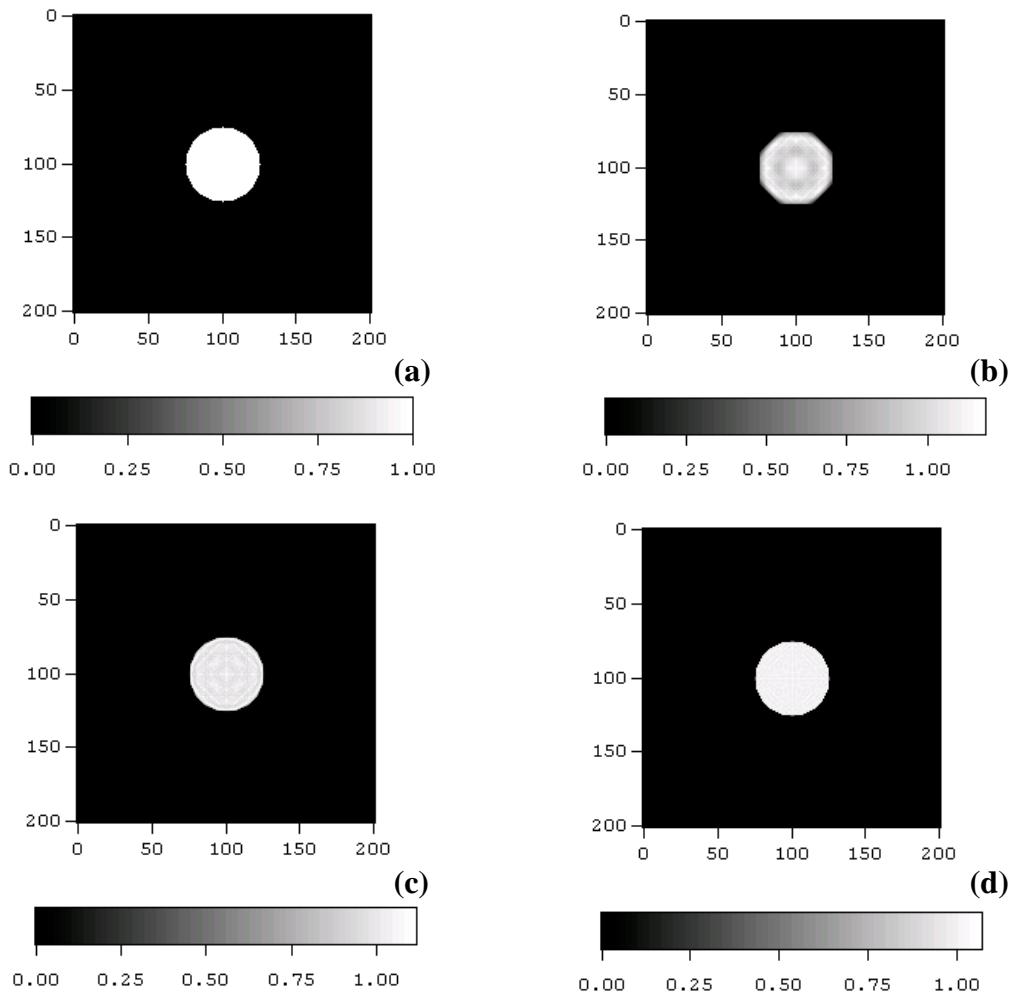
Nous avons testé trois configurations d'acquisition ayant toutes une répartition angulaire totale de 180° :

- 4 angles de vue tous les 45° nommée « 4T »,
- 8 angles de vue tous les 22.5° nommée « 8T »,
- 18 angles de vue tous les 10° nommée « 18T ».

Pour toutes ces configurations, nous n'avons appliqué qu'une seule configuration de sous-ensembles ordonnés des angles de projection parmi les trois testées dans le paragraphe IV 1 de ce chapitre. Il s'agit de la configuration A0 qui assemble les projections perpendiculaires deux à deux. Par exemple et pour rappel, pour la configuration d'acquisition 8T, sont regroupés et appliqués en premier les angles $\{0^\circ, 90^\circ\}$, puis $\{22.5^\circ, 112.5^\circ\}$, $\{45^\circ, 135^\circ\}$ et pour finir les angles $\{67.5^\circ, 157.5^\circ\}$.

La figure 2.42 représente, en niveaux de gris, l'objet n°1 accompagné de ses reconstructions selon les trois configurations d'acquisition testées. On constate sur cette figure

que plus le nombre de projections est élevé et plus le cercle reconstruit est uniforme et ses valeurs se rapprochent de 1. Pour la configuration à 18 angles de vue, les valeurs à l'intérieur du cercle varient entre 0,96 (-4%) et 1,07 (7%) alors que pour la configuration à 4 angles de vue, l'intérieur du cercle est beaucoup plus hétérogène et ses valeurs oscillent entre 0,51 et 1,18, autrement dit entre -50% et +20%.



**Figure 2.42 : Objet n°1 (a) et reconstructions tomographiques
 à 4 angles de vue (b), 8 angles (c) et 18 angles (d).**

Ensuite, si on observe les contours des reconstructions par rapport à celui de l'objet, représentés sur la figure 2.43, on constate aussi que plus le nombre de visées est grand, meilleur est le contour de l'objet, c'est-à-dire plus le contour tend à s'approcher d'un cercle. On remarque en effet, sur la figure 2.43 (a), que pour la configuration à 4 angles de projection, le contour du cercle reconstruit n'est pas rond mais octogonal, chaque côté correspondant à une raie de projection.

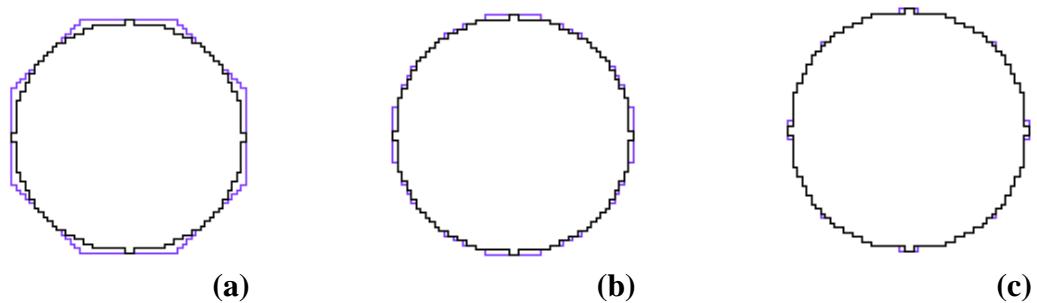


Figure 2.43 : Superposition des contours théorique (noir) et reconstruits (bleu) de l'objet :
(a) à 4 visées, (b) 8 visées et (c) 18 visées à droite.

Nous allons maintenant commenter les résultats des reconstructions tomographiques obtenues à partir de l'objet n°2. Ces résultats sont présentés sur la figure 2.44.

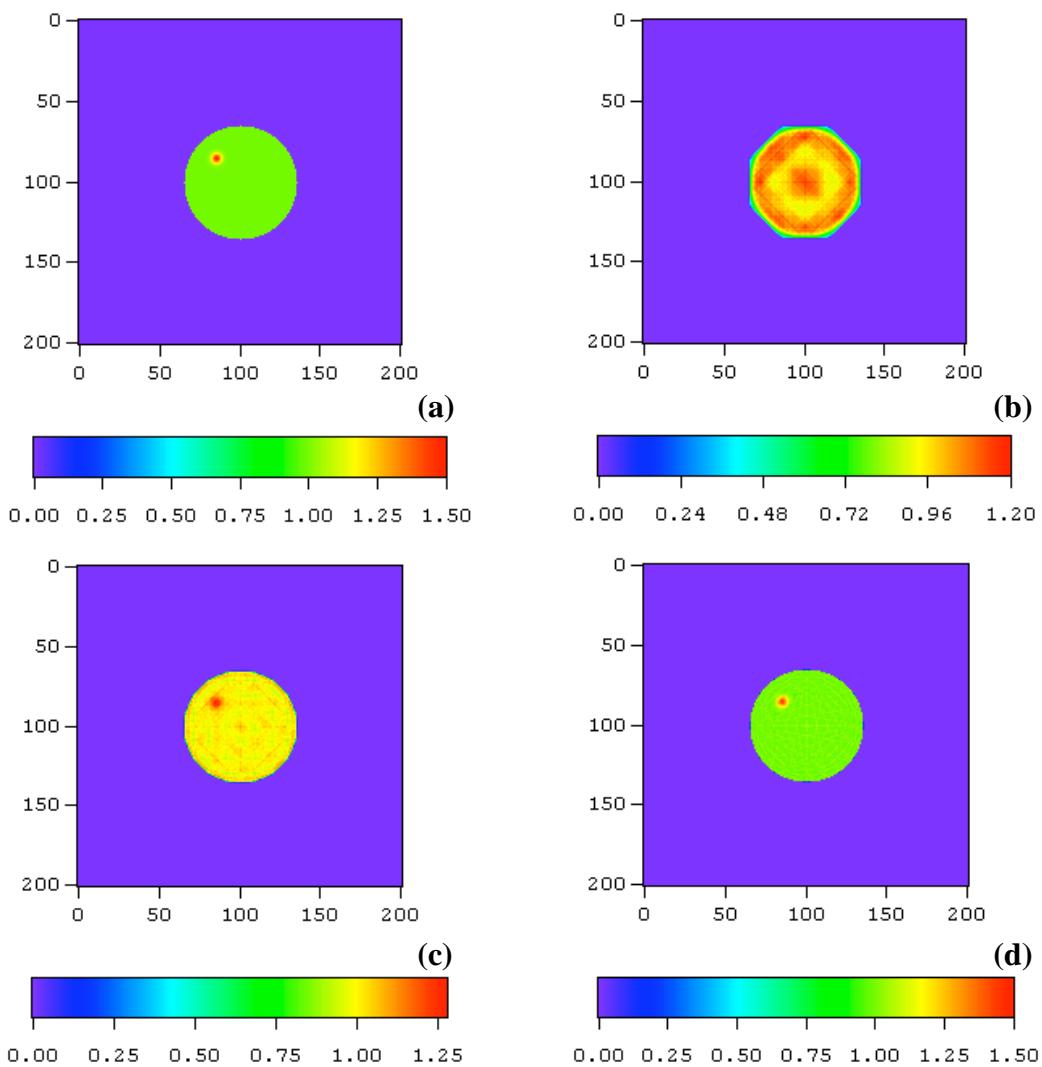


Figure 2.44 : Objet n°2 (a) et reconstructions à 4 angles de vue (b), 8 angles (c) et 18 angles (d).

On remarque que la reconstruction à quatre angles de projection (figure 2.44 (b)) ne permet pas de reconstruire le détail de l'objet, c'est-à-dire la gaussienne excentrée de petite taille. Avec la configuration à 8 angles de vue (figure 2.44 (c)), ce détail de l'objet n°2 commence à

apparaître dans la reconstruction mais les valeurs de l'image reconstruites sont largement sous-estimées par rapport à l'objet puisqu'on observe un maximum à 1,27 pour 1,50 en théorie. Seule la troisième configuration à 18 angles de projection (figure 2.44 (d)) permet d'obtenir une bonne reconstruction sur laquelle le détail est nettement visible et ses valeurs proches de celles de l'objet.

Tous les résultats que nous venons de commenter dans ce paragraphe nous amènent à la conclusion suivante : pour obtenir une image tomographique d'un objet à fort contraste possédant des détails de petite taille, plus on augmentera le nombre d'incidences de projection, meilleure sera la résolution spatiale de l'image reconstruite et donc plus les détails et contrastes de l'objet seront visibles avec précision sur l'image finale.

Le nombre de visées angulaires utilisées pour la reconstruction tomographique n'est pas le seul paramètre qui va jouer sur la résolution spatiale de l'image calculée. En effet, les données acquises expérimentalement sont naturellement entachées de bruit. Ce bruit, s'il n'est pas pris en compte et traité avant d'entrer dans le processus de reconstruction, va générer une perte de résolution des images reconstruites. Pour éviter cela et essayer de conserver au maximum une résolution spatiale satisfaisante, les données de projection vont être filtrées. Dans le paragraphe ci-dessous, nous présentons les résultats d'une étude théorique concernant le bruit et le filtrage des données.

4. Influence du bruit et filtrage :

Le filtrage est une étape importante du processus de reconstruction tomographique, et ne doit pas être négligée lorsque les données de base sont expérimentales. L'étape de filtrage peut être appliquée à plusieurs niveaux du processus de reconstruction, comme nous l'avons vu dans le paragraphe II-3 du premier chapitre. Dans notre cas, nous avons choisi de filtrer directement les données de projections. Nous avons donc ajouté une étape préalable au processus de reconstruction tomographique.

En premier lieu, nous avons voulu tester le filtrage de façon théorique. Nous avons donc choisi pour cela deux objets tests. Comme précédemment, on commence par effectuer les tests sur un premier objet simple à symétrie cylindrique, qui est formé par une fonction gaussienne bidimensionnelle. Cela nous permettra dans un premier temps d'étudier le comportement de différents filtres sur des données bruitées. On complexifie ensuite l'objet de façon à se rapprocher d'une géométrie de plasma que l'on pourrait observer expérimentalement. Pour cette étude, comme il s'agit de déterminer les meilleures conditions d'application d'un filtrage des mesures expérimentales, nous avons choisi de prendre comme second objet test les données extraites d'un modèle 3D de plasma thermique non axisymétrique, développé par Gonzalez et al [Gon_1]. Ces données sont celles utilisées lors de l'étude théorique comparative entre l'inversion d'Abel et la tomographie, étude que nous avons présentée dans le paragraphe III-3 de ce chapitre. Le modèle procure les émissivités en tout point d'un plasma d'arc transféré déflecté par champ magnétique. Pour se placer dans la

situation la plus complexe que nous allons pouvoir rencontrer expérimentalement, nous extrayons de ce modèle les valeurs des émissivités sur une section du plasma, perpendiculaire à l'axe cathode – anode, située proche de la cathode. En effet, à ce niveau-là, nous verrons dans le chapitre 3 que l'on observe un maximum d'émissivité en dehors de l'axe cathode – anode ; ce phénomène est bien connu pour les plasmas tels que ceux que nous étudions dans cette thèse. Cela signifie que l'« objet » à reconstruire possède un minimum local au centre, contrairement aux coupes proches de l'anode où le maximum est centré sur l'axe de la décharge.

Pour se placer dans des conditions similaires aux conditions expérimentales, nous avons ajouté du bruit aux données de projection qui sont calculées à partir de l'objet. Nous avons choisi d'introduire un bruit de type gaussien avec $\sigma = 5\%$ de déviation standard ; cela signifie que 95,4% du bruit est compris entre les valeurs -2σ et $+2\sigma$, autrement dit entre -10% et +10% des valeurs des projections. Ce bruit correspond aux incertitudes habituellement fournies par les constructeurs pour les matrices CCD de détection. Comme nous utilisons ce type de matériel comme système d'acquisition du rayonnement émis par un plasma (Cf. Chapitre 3) nous nous sommes basés sur ces données pour simuler le bruit.

Avant de mettre en œuvre le dispositif expérimental de reconstruction tomographique pour les plasmas thermiques, il a été nécessaire de définir une configuration d'acquisition, autrement dit le nombre total de projections et leur direction par rapport au plasma. Le choix de cette configuration fait l'objet du premier paragraphe du chapitre 3. Nous verrons comment une configuration à quatre projections tous les 45° a pu être définie comme optimale. C'est pour cette raison que l'étude présentée ici est effectuée selon les mêmes conditions que cette configuration optimale choisie puisque le but est de déterminer un filtre optimum applicable, si nécessaire, sur les données expérimentales issues d'un plasma thermique. Ainsi, après avoir testé plusieurs types de filtres et défini le plus adapté à notre situation, nous avons également voulu tester l'influence de la fréquence de coupure sur la qualité des reconstructions.

Trois types de filtres fréquentiels ont été testés ; il s'agit du filtre de Parzen, du filtre de Hann et du filtre de Hamming dont les expressions sont données respectivement par les formules (2-39) à (2-41) :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \phi(f)_{Parzen} = 1 - 6 \left(\frac{|f|}{f_c} \right)^2 \left(1 - \frac{|f|}{f_c} \right) & \text{Pour } |f| \leq \frac{f_c}{2} \\ \phi(f)_{Parzen} = 2 \left(1 - \frac{|f|}{f_c} \right)^3 & \text{Pour } \frac{f_c}{2} < |f| \leq f_c \\ \phi(f)_{Parzen} = 0 & \text{Pour } |f| > f_c \end{array} \right\} \quad (2-39)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \phi(f)_{Hann} = 0,5 * \left(1 + \cos \left(\pi \frac{|f|}{f_c} \right) \right) & \text{Pour } |f| \leq f_c \\ \phi(f)_{Hann} = 0 & \text{Pour } |f| > f_c \end{array} \right\} \quad (2-40)$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \phi(f)_{Ham\ min\ g} = 0,54 + 0,46 * \cos\left(\pi \frac{|f|}{f_c}\right) & \text{Pour } |f| \leq f_c \\ \phi(f)_{Ham\ min\ g} = 0 & \text{Pour } |f| > f_c \end{array} \right\} \quad (2-41)$$

On remarque que le filtre de Hann et le filtre de Hamming ne diffèrent que dans le poids accordé à la fonction cosinus. En réalité, le filtre Hann est une version particulière du filtre de Hamming dont une formulation plus générale s'écrit selon l'équation (2-42), où le coefficient α est compris entre 0 et 1 :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \phi(f)_{Ham\ min\ g} = \alpha + (1 - \alpha) * \cos\left(\pi \frac{|f|}{f_c}\right) & \text{Pour } |f| \leq f_c \\ \phi(f)_{Ham\ min\ g} = 0 & \text{Pour } |f| > f_c \end{array} \right\} \quad (2-42)$$

La version du filtre de Hamming donnée dans la formule (2-41) où α vaut 0,54 est une des plus utilisées en tomographie.

On peut voir sur la figure 2.45 la représentation de l'évolution de ces trois filtres en fonction de la fréquence pour une fréquence de coupure égale à la fréquence maximale. On remarque, en premier lieu, que le filtre de Parzen filtre davantage les moyennes et hautes fréquences que les deux autres filtres. On constate ensuite, en comparant les courbes de Hann et de Hamming, que plus le coefficient α augmente (Hamming) et moins les hautes fréquences sont filtrées. Les fréquences maximales n'étant pas entièrement supprimées, les projections sont alors légèrement plus bruitées qu'avec la fenêtre de Hann mais, en contre partie, on est certain de ne pas dégrader de manière trop importante la résolution spatiale.

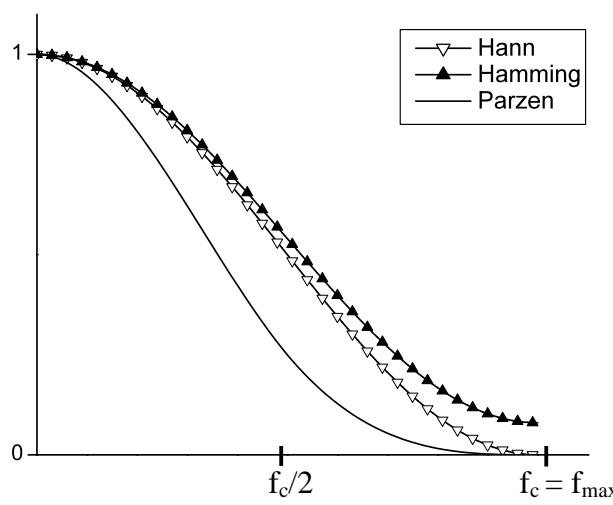


Figure 2.45 : Allure des filtres fréquentiels

La figure 2.46 donne l'allure du filtre de Parzen pour différentes valeurs de la fréquence de coupure. Pour cette figure, la fréquence maximale est égale à 150 ; la courbe

intitulée « $F_c = 150$ » correspond au filtre de Parzen pour une fréquence de coupure égale à la fréquence maximale. Ensuite, la courbe « $F_c = 100$ » représente le filtre de Parzen pour une fréquence de coupure égale au $2/3$ de la fréquence maximale et pour finir la dernière courbe « $F_c = 50$ » nous donne l'allure du filtre de Parzen pour une fréquence de coupure égale au $1/3$ de la fréquence maximale. On constate sur cette figure 2.46 que logiquement, plus la fréquence de coupure est faible, plus la pente du filtre est importante ; cela signifie que les fréquences croissantes de l'objet sont coupées de plus en plus tôt. Ainsi, une fréquence de coupure trop faible va, certes, lisser correctement les données et supprimer de façon satisfaisante le bruit mais cela va en contrepartie fortement dégrader la résolution spatiale. Les détails de l'objet, qui sont contenus dans les hautes fréquences, ne seront pas préservés pour une fréquence de coupure trop basse et on risque donc de faire disparaître certains éléments de l'objet étudié.

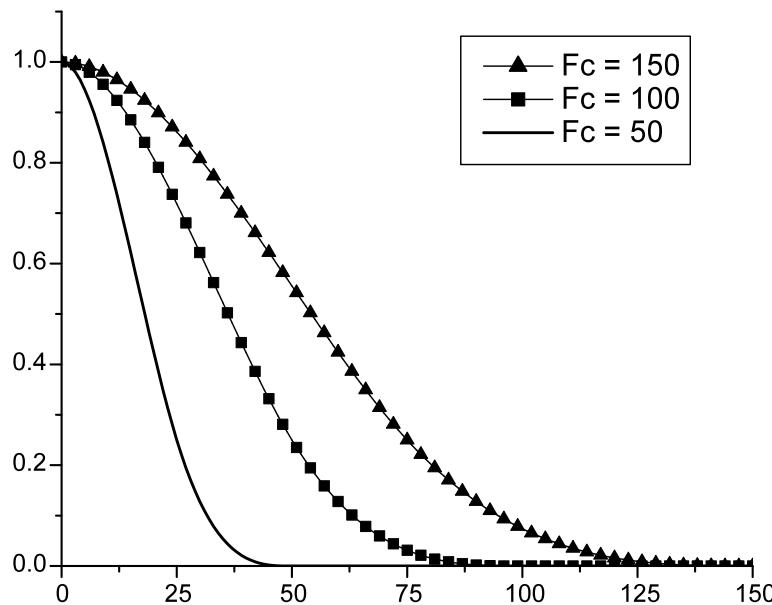


Figure 2. 46 : Evolution du filtre de Parzen en fonction de la fréquence de coupure

Nous venons de détailler les trois filtres fréquentiels que nous allons tester, les filtres de Parzen, de Hamming et de Hann, ainsi que l'évolution du filtre de Parzen en fonction de la fréquence de coupure. Nous allons maintenant présenter deux études théoriques sur le filtrage de données bruitées ; la première concerne l'influence du type de filtres utilisés et la seconde traite de l'influence de la fréquence de coupure.

4.1. Etude sur le type de filtres :

Nous avons appliqué les trois filtres présentés ci-dessus sur les projections bruitées extraites des deux objets étudiés : l'objet simple représenté par une gaussienne centrée puis l'objet plus complexe issu du modèle de plasma thermique non axisymétrique.

Avant d'observer l'effet du bruitage et filtrage sur les résultats de la reconstruction tomographique, nous pouvons, sur la figure 2.47, voir leur effet sur les projections. Nous avons représenté sur cette figure une projection théorique (a) d'une gaussienne centrée, la

même projection bruitée (b) par un bruit gaussien de 5% ainsi que toujours la même projection mais cette fois-ci filtrée (c) avec un filtre de Parzen dont la fréquence de coupure est égale à la fréquence maximale.

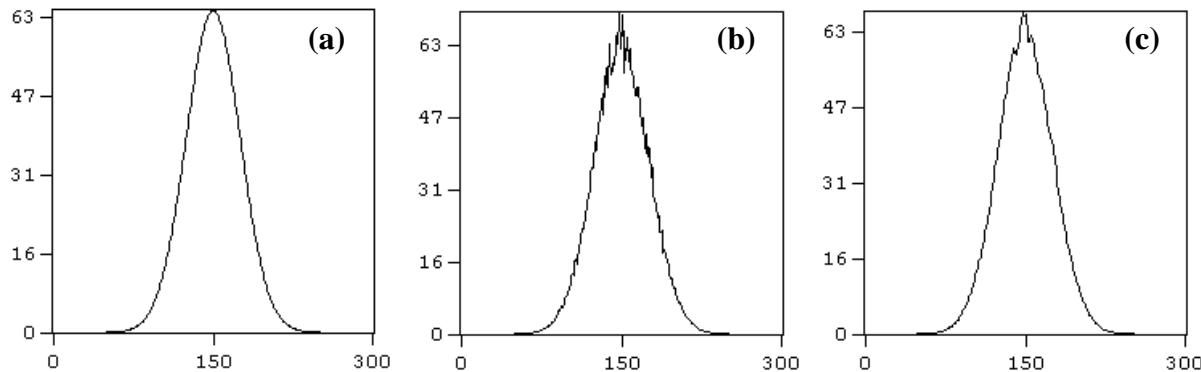


Figure 2.47 : Projection théorique (a) d'un objet gaussien, projection bruitée (b) et projection filtrée (c) par un filtre de Parzen de $f_c = f_{\max}$.

On remarque, grâce à la figure 2.47 (b), que le bruit ajouté à la projection introduit une légère surestimation, de l'ordre de 9%, des valeurs les plus élevées de la projection. On remarque également que les oscillations dues au bruit sont essentiellement concentrées autour du maximum de la projection et très peu au niveau des bases de la gaussienne. Le filtrage appliqué a été réalisé avec une fenêtre de Parzen de fréquence de coupure égale à la fréquence maximale ; cela signifie que c'est le filtrage le moins lissant possible qui a été appliqué et qui préserve donc au mieux la résolution spatiale. Après filtrage, la surestimation des valeurs maximales due au bruit a été atténuée à 4,5%. On constate, sur la figure 2.47 (c), que le profil de la projection a été lissé par le filtrage et se rapproche ainsi de la projection théorique avec, toutefois, quelques légères oscillations qui subsistent autour du maximum.

Après avoir observé l'effet du bruit et du filtre sur les projections, nous pouvons étudier leur effet sur les reconstructions tomographiques représentées sur la figure 2.48. Les reconstructions tomographiques ont été réalisées, comme habituellement, avec l'algorithme MART, à 10 itérations et à quatre angles incidences angulaires tous les 45° .

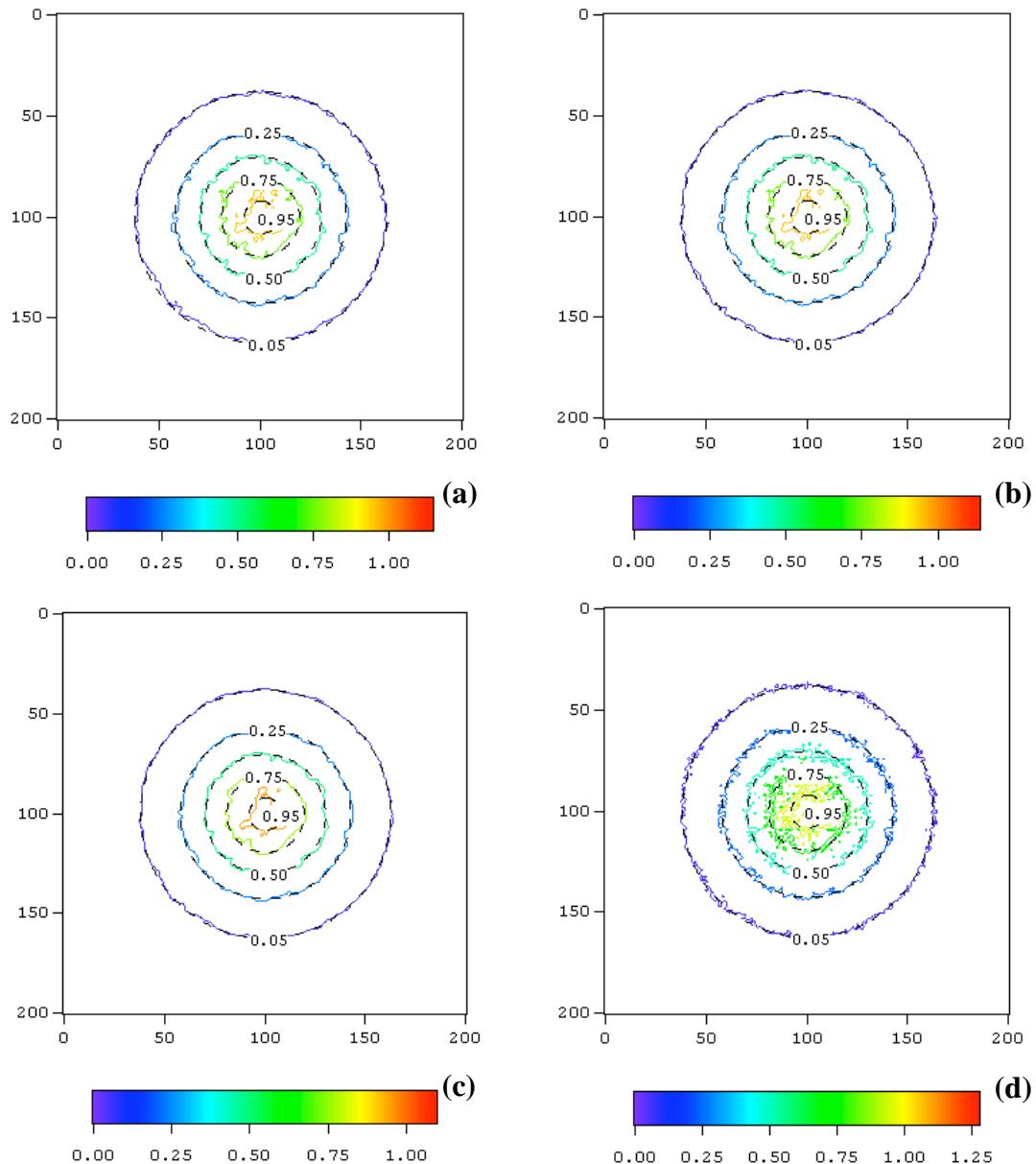


Figure 2.48 : Comparaison des iso-contours théoriques (pointillés) et reconstruits avec le filtrage des projections bruitées selon les filtres de Hamming (a), de Hann (b) et de Parzen (c) et sans filtrage (d).

Tous les filtrages de cette étude ont été réalisés avec une fréquence de coupure égale à la fréquence maximale. La figure 2.48 (a) représente le résultat de la reconstruction tomographique après filtrage des projections bruitées par le filtre de Hamming, la figure (b) la reconstruction après filtrage par le filtre de Hann et la figure (c) la reconstruction après filtrage par le filtre de Parzen. A chacune des reconstructions tomographiques, nous avons superposé les contours théoriques de l'objet qui sont représentés en pointillés sur la figure 2.48. Nous constatons que les reconstructions tomographiques après l'application d'un filtrage de Hamming et de Hann sur les projections sont quasiment similaires ; le filtre de Hann lisse toutefois sensiblement plus les contours que le filtre de Hamming, ce qui concorde avec l'allure des deux filtres que l'on peut voir sur la figure 2.48. Le filtre de Parzen, quant à lui, donne des contours reconstruits beaucoup plus lissés qu'avec les deux autres filtres et par

conséquent beaucoup plus confondus avec les contours théoriques, à l'exception du contour à 0,95 pour lequel les écarts au contour théorique restent encore importants. Nous avons ajouté sur la figure 2.48 (d) le résultat d'une reconstruction tomographique du même objet dont les projections sont identiquement bruitées sans filtrage. Cela nous permet donc de mettre en évidence la différence entre une reconstruction non filtrée et filtrée et ainsi l'importance de l'étape de filtrage des données expérimentales avant le processus de reconstruction tomographique.

Cette étude du filtrage pour un objet simple formé par une gaussienne centrée nous permet d'aboutir à la conclusion que la fenêtre de Parzen semble être le filtre qui permet d'atteindre les reconstructions tomographiques, à partir de projections bruitées par un bruit gaussien de $\sigma = 5\%$, les plus proches de l'objet théorique et par conséquent les plus correctes. Nous allons à présent essayer de confirmer ces résultats en reproduisant cette même étude sur le deuxième objet choisi : une section de plasma thermique non axisymétrique, donnant les émissivités locales proches de la cathode, qui est représentée sur la figure 2.49 (a). Ces données, comme nous l'avons précisé auparavant, sont issues d'un modèle 3D [**Gon_1**].

Les résultats sont présentés sur la figure 2.49 sur laquelle l'objet (a) est comparé à ses reconstructions tomographiques suite aux filtrages des projections par la fenêtre de Parzen (b), de Hamming (c) et de Hann (d). La fréquence de coupure est égale à la fréquence maximale dans les trois cas. On constate tout d'abord que, quel que soit le filtre utilisé, le minimum local d'émissivités centré sur l'axe est reconstruit. On constate également que la section de plasma reconstruite après filtrage par une fenêtre de Parzen est la moins bruitée des trois reconstructions. Le filtre de Parzen lisse donc de façon plus uniforme le bruit dans les données de projection que les filtres de Hann et de Hamming. Cela confirme donc les conclusions faites à l'issue de l'étude des filtres sur l'objet n°1, c'est-à-dire la gaussienne centrée.

Ces deux études de filtre pour la reconstruction tomographique d'un objet simple et d'une section de plasma 3D avec maximum d'émissivités en dehors de l'axe des électrodes nous amènent à la conclusion que le filtre de Parzen semble être le plus approprié. En effet, il nous permet, étant donnée la fréquence de coupure choisie ici, de lisser correctement le bruit introduit dans les projections tout en conservant une résolution spatiale suffisante pour la détermination des émissivités locales quelle que soit la localisation de la section de plasma entre l'anode et la cathode. Nous choisissons par conséquent la fenêtre de Parzen pour le filtrage des acquisitions expérimentales.

Le filtre de Parzen avait été également sélectionné par Francerries et al [**Fra_1**] lors de l'étude de faisabilité de la tomographie des plasmas thermiques 3D qu'il a réalisée.

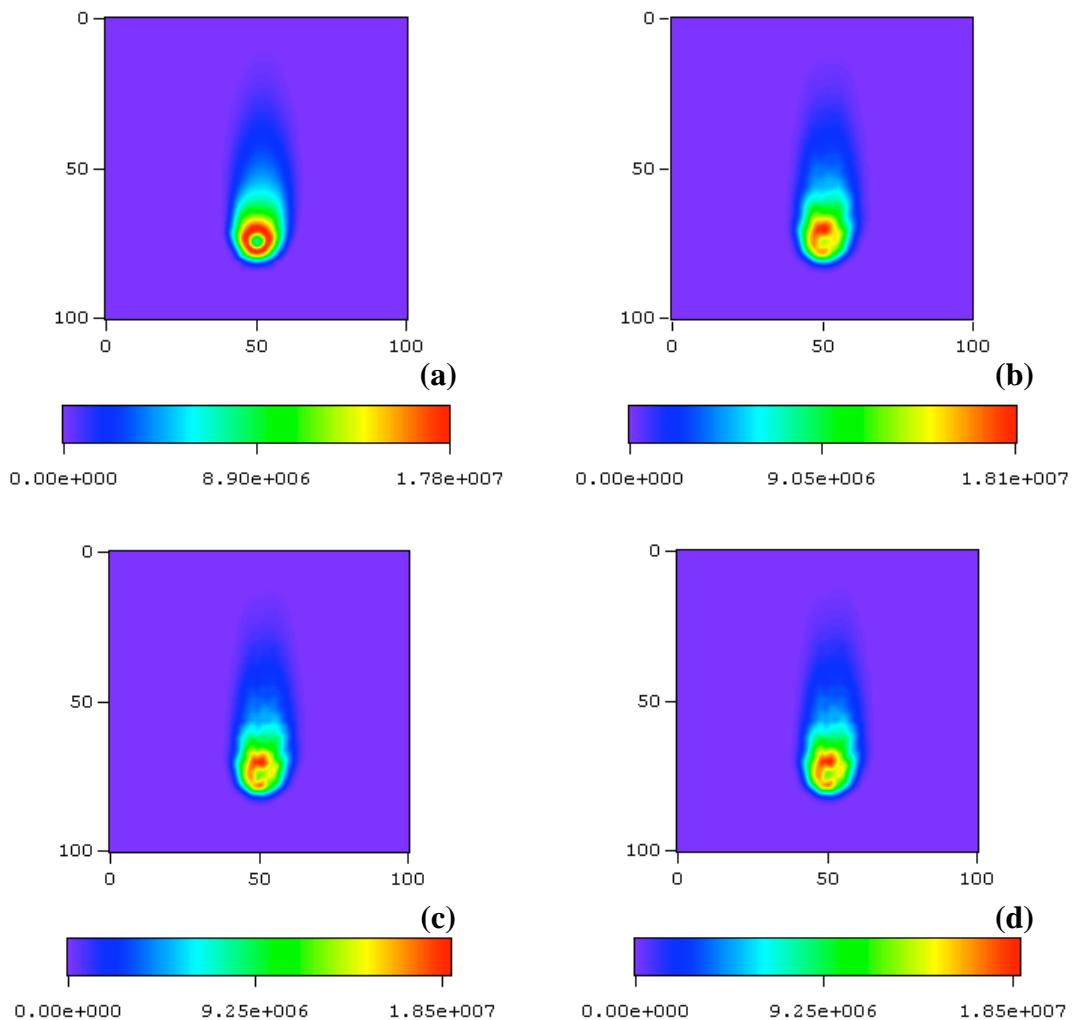


Figure 2.49 : Reconstructions tomographiques d'une section de plasma 3D (a) à partir de données bruitées puis filtrées par une fenêtre de Parzen (b), de Hamming (c) et de Hann (d) pour f_c égale à f_{max} .

A présent que nous avons choisi le filtrage optimal applicable aux données expérimentales mesurées, il nous faut déterminer la fréquence de coupure optimale qui permet une suppression correcte du bruit sans dégrader excessivement la résolution spatiale. C'est l'objet du paragraphe ci-dessous.

4.2. Etude sur la fréquence de coupure :

Dans cette partie, nous avons comme objectif de déterminer les meilleurs paramètres du filtrage, autrement dit, il s'agit de définir la fréquence de coupure optimale qui permet à la fois de supprimer correctement le bruit tout en conservant une bonne résolution spatiale. L'étude précédente a permis de définir le filtre de Parzen comme étant le plus performant des trois filtres testés. Nous allons maintenant tenter d'optimiser la valeur de la fréquence de coupure pour ce filtre. Pour cela, nous nous plaçons, comme précédemment, dans des conditions les plus réalistes possibles en utilisant les mêmes objets tests issus du modèle de [Gon_1].

Il est important de choisir la fréquence de coupure en fonction de l'objet, particulièrement en fonction de sa géométrie, de ses détails et contrastes. En effet, si l'objet est simple, comme peut l'être une gaussienne, une fréquence de coupure basse, c'est-à-dire un filtrage très lissant où les fréquences croissantes de l'objet sont très rapidement tronquées, pourra être utilisée pour avoir une image reconstruite la plus proche possible de l'objet théorique, sans pour autant dégrader la résolution spatiale et supprimer des détails de l'objet. Par contre, lorsqu'il s'agit d'un objet plus complexe, nous allons voir qu'un lissage trop important peut conduire à la suppression de certains détails de petite taille de l'image et donc à une mauvaise résolution spatiale.

La figure 2.50 représente les reconstructions tomographiques d'une gaussienne après filtrage des projections bruitées par une fenêtre de Parzen pour trois fréquences de coupure : $f_{\max}/3$, $2f_{\max}/3$ et f_{\max} . Nous avons déjà montré l'effet de la variation de la fréquence de coupure sur l'allure du filtre de Parzen sur la figure 2.46. L'objet théorique est représenté en pointillés et superposés aux contours des reconstructions. D'après la figure 2.50, nous pouvons dire que la reconstruction tomographique de la gaussienne la plus fidèle à l'objet théorique est obtenue pour une fréquence de coupure égale à $f_{\max}/3$, autrement dit la plus faible des trois. L'objet étant initialement très simple, ne contenant pas de détails particuliers, un filtrage important tel que celui réalisé sur la figure 2.50 (a) supprime efficacement le bruit sans dégrader la résolution spatiale.

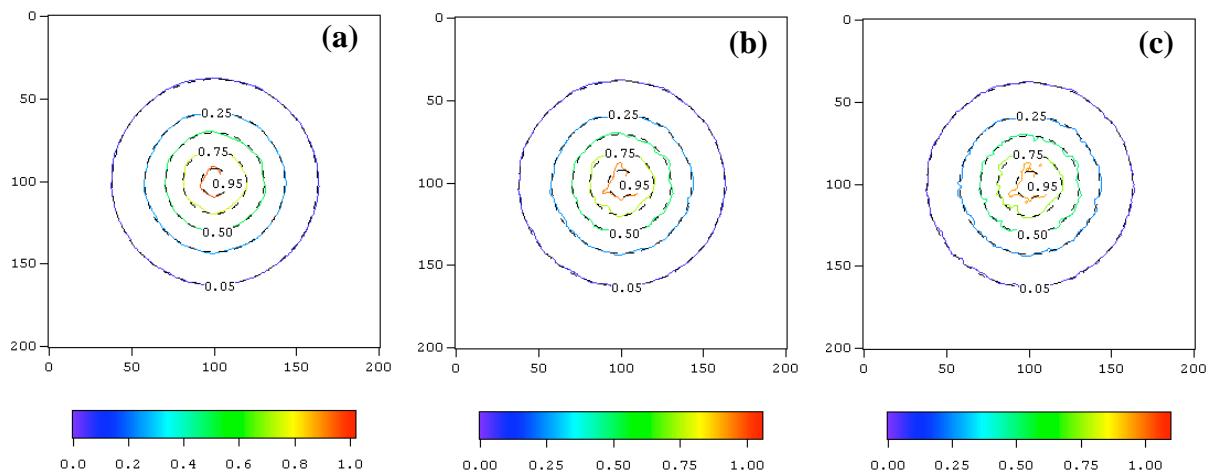
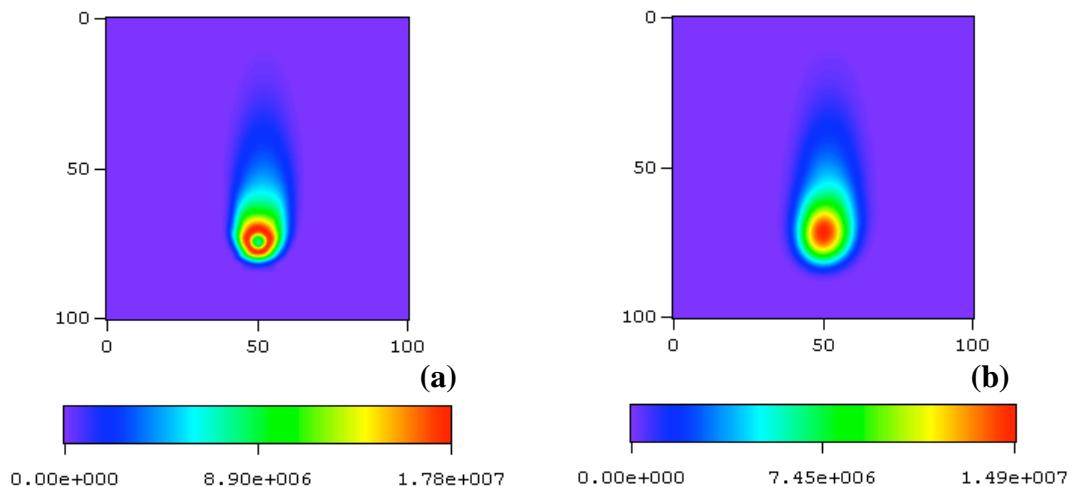


Figure 2. 50 : Iso-contours théoriques (pointillés) et reconstruits avec filtrage des projections bruitées par fenêtre de Parzen pour une fréquence de coupure de (a) $f_{\max}/3$, (b) $2f_{\max}/3$ et (c) f_{\max} .

Toutefois, la figure 2.50 est un cas très simple, et lorsque l'objet se complexifie et contient des détails bien particuliers tels qu'un minimum local comme sur certaines sections de plasma, les conclusions sont différentes. Nous allons montrer qu'une fréquence de coupure trop basse et donc un filtrage trop puissant entraîne la perte des détails de l'objet dans l'image reconstruite. Ces résultats sont présentés sur la figure 2.51 pour laquelle les matrices ont été zoomées par un grandissement de 2 afin de rendre les résultats plus visibles. La figure 2.51 (a) représente l'objet théorique ; il s'agit de la section du plasma 3D fournissant les valeurs

locales de l'émissivité proche de la cathode. Nous pouvons voir que les valeurs maximales (de l'ordre de $1,8 \cdot 10^7$), représentées en rouge, forment un cercle au centre duquel les valeurs, en vert, sont plus faibles. Ainsi, nous sommes bien en présence d'un minimum local situé sur l'axe de la décharge dont les valeurs sont de l'ordre de $9 \cdot 10^6$ seulement, et le maximum d'émissivité se trouve en dehors de cet axe. Les figures (b), (c) et (d) donnent les reconstructions tomographiques correspondant aux trois fréquences de coupure croissantes du filtre de Parzen.

A partir de la matrice objet, nous avons calculé les projections suivant les quatre angles de vue tous les 45° . Nous avons ensuite bruité ces projections avec un bruit gaussien de 5% afin de pouvoir y appliquer un filtrage de Parzen. A partir de ces nouvelles valeurs de projections filtrées, nous effectuons les reconstructions tomographiques dont nous présentons les résultats, pour trois fréquences de coupure différentes, sur la figure 2.51. Les fréquences de coupure appliquées sont égales à $f_{\max}/3$ sur la figure 2.51 (b), $2f_{\max}/3$ sur la figure 2.51 (c) et f_{\max} sur la figure 2.51 (d). On constate qu'un filtrage dont la fréquence de coupure est faible comme en 2.51 (b), lisse tellement les données de projection que les détails ne sont pas reconstruits. En effet, le minimum local que l'on observe au centre du plasma en (a) n'apparaît pas dans l'image reconstruite après un filtrage avec une fréquence de coupure égale à $f_{\max}/3$ (b). Ce phénomène n'apparaît pas dans la figure 2.50 qui montre pourtant qu'une fréquence de coupure de faible valeur supprime efficacement le bruit. Nous venons donc de montrer qu'il faut être prudent quant au choix de la valeur de la fréquence de coupure ; ce choix doit s'effectuer en fonction de l'objet et de ses détails que l'on souhaite reconstruire.



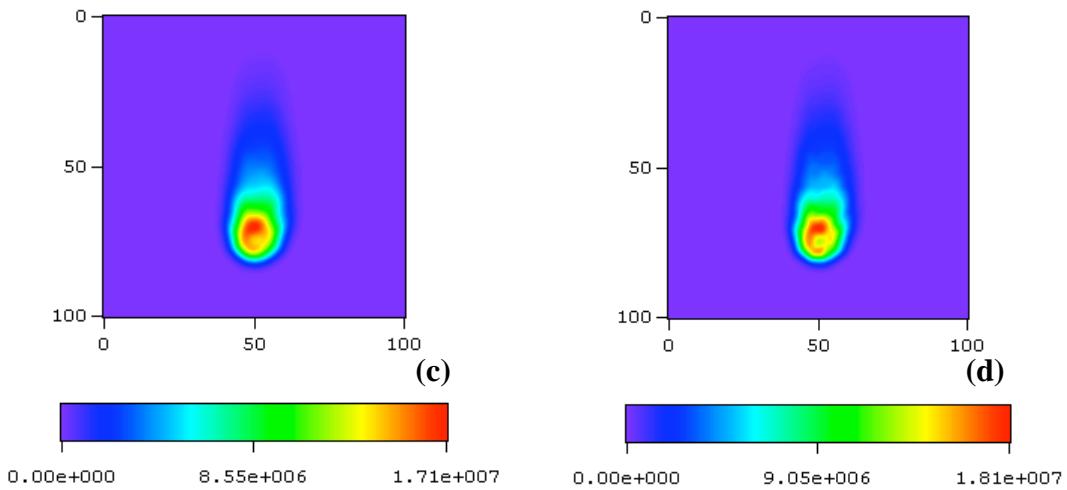


Figure 2.51 : Reconstructions tomographiques d'une section de plasma 3D (a) à partir de données bruitées puis filtrées par une fenêtre de Parzen de fréquence de coupure (b) $f_{\max}/3$, (c) $2f_{\max}/3$ et (d) f_{\max} .

Ensuite, au fur et à mesure que l'on augmente la fréquence de coupure, le minimum local commence à apparaître dans les images reconstruites par tomographie. En effet, on commence à voir se dessiner le minimum local en 2.51 (c) où f_c est égale à $2f_{\max}/3$, pour le distinguer nettement en 2.51 (d) où la fréquence de coupure est égale à f_{\max} .

En conclusion, pour ce cas très particulier où l'objet est une section de plasma non axisymétrique qui présente un maximum d'émissivité en dehors de l'axe, la fréquence de coupure du filtre de Parzen doit être la moins lissante possible pour permettre au mieux la conservation du minimum local d'émissivités dans la reconstruction tomographique et donc la conservation d'une bonne résolution spatiale. Par conséquent, pour les reconstructions tomographiques que nous réaliserons sur les données expérimentales, nous appliquerons, si nécessaire, un filtrage des projections par une fenêtre de Parzen dont la fréquence de coupure sera égale à la fréquence maximale.

Nous devons faire remarquer qu'un tel filtrage conduit à une légère surestimation des valeurs les plus élevées de l'émissivité comme on peut le voir sur la figure 2.51 (d). Cette surestimation est de l'ordre de 1,85% au maximum. Les surestimations des valeurs de l'émissivité sont toutefois fréquentes dans les données expérimentales lorsqu'on se trouve en présence d'un maximum d'émissivité en dehors de l'axe. Grâce à la méthode de diagnostic de spectroscopie d'émission de Fowler-Milne qui est basée sur un rapport entre les émissivités maximales théorique et expérimentale, il est possible de palier à ce genre d'erreurs. En effet, cela permet de ramener l'émissivité maximale expérimentale à sa valeur correspondante théorique pour un gaz donné. La méthode de Fowler-Milne a été détaillée dans le chapitre 2 au paragraphe II.2.

Pour terminer cette partie IV du chapitre 2, nous concluons sur un bref paragraphe de discussion sur la résolution spatiale. Nous en donnons la définition et nous discutons de paramètres qui peuvent l'influencer. Enfin, nous précisons les valeurs de résolution spatiale

qui sont communément obtenues en imagerie médicale et celles que nous souhaitons atteindre en mettant en œuvre l'expérience de tomographie des plasmas thermiques qui est décrite dans le chapitre suivant.

5. Résolution spatiale :

La résolution spatiale se définit de façon générale comme la plus petite distance entre deux structures discernables dans une image. Elle se décompose en plusieurs parties. Tout d'abord, on parle de la résolution spatiale intrinsèque d'un système d'imagerie, ou du détecteur. Cette résolution spatiale intrinsèque dépend de la dimension des éléments de détection, de la fonction de réponse impulsionale inhérente au système ainsi que du niveau de bruit dans les données. Nous allons voir que le bruit intervient également, de façon indirecte, dans la seconde composante de la résolution spatiale totale qui, elle, est due au processus mathématique de reconstruction tomographique de l'image. Cette résolution spatiale va dépendre de l'échantillonnage des projections et des coupes reconstruites, du nombre d'incidences angulaires utilisées pour la reconstruction et également du filtrage qui est appliqué lorsque les données de projection sont bruitées. Comme nous l'avons déjà vu, il est nécessaire de faire un compromis entre le bruit et la résolution spatiale car si on cherche à trop filtrer le bruit dans les données, on court le risque d'effectuer un lissage trop important et donc de perdre des détails de l'image et ainsi de dégrader la résolution spatiale.

Au total, la résolution spatiale est égale à la largeur à mi-hauteur de la fonction de réponse impulsionale obtenue sur l'image reconstruite tomographiquement.

En imagerie médicale, la résolution spatiale est très variable en fonction de la modalité. Prenons l'imagerie TEMP, puisque c'est celle qui possède le plus de points communs avec notre dispositif expérimental de tomographie. L'imagerie TEMP n'est pas particulièrement performante en terme de résolution spatiale ; cependant, elle est vouée à amener de l'information fonctionnelle et non anatomique. En effet, elle atteint une résolution de l'ordre du demi centimètre au mieux alors qu'une image IRM ou échographique est capable de fournir une image nette au millimètre près.

Quant au système expérimental que nous avons mis en place pour la réalisation de la tomographie des plasmas thermiques, la résolution spatiale est limitée par la résolution du détecteur et par le grandissement du système optique. En effet, la matrice CCD étant composée de pixels de $13\mu\text{m}$ et le grandissement étant de 0,065, cela correspond à une résolution spatiale de la section du plasma reconstruite de 0,02cm.

Conclusion

Au cours du chapitre 2, nous avons exploré différents thèmes autour du domaine de l'arc électrique. Avant tout, nous avons voulu poser les bases théoriques afin de mieux appréhender ce qu'est un plasma thermique. Pour cela, nous avons présenté les différentes

lois qui régissent la composition d'un plasma ainsi que son rayonnement. Par la suite, ces lois sont utiles pour la détermination de la température à partir de techniques de diagnostic expérimental que nous mettons en œuvre. Ces techniques sont basées sur la spectroscopie d'émission et sont détaillées dans le paragraphe II.

Ensuite, nous avons vu, à plusieurs reprises, que les données expérimentales issues de la spectroscopie d'émission sont des grandeurs intégrées et non locales comme on le souhaiterait. Une étape d'inversion de ces grandeurs est alors nécessaire. Depuis longtemps, l'inversion d'Abel est largement employée pour le calcul des valeurs locales, particulièrement pour les plasmas bidimensionnels, mais elle ne peut, en théorie, s'appliquer aux configurations 3D. Nous avons alors introduit la reconstruction tomographique comme un second outil d'inversion qui peut naturellement s'appliquer aux plasmas non axisymétriques car elle n'est fondée sur aucune hypothèse de symétrie. Ces deux méthodes d'inversion ont été décrites, avec plus de précision sur la tomographie et l'algorithme que nous utilisons puisque c'est une nouvelle méthode qui s'implante dans le domaine de l'étude des arcs électriques. Nous avons conclu ce paragraphe par une étude théorique comparant l'inversion d'Abel et la tomographie. Nous avons pu mettre en évidence l'apport de la tomographie par rapport à l'inversion d'Abel lorsque ces méthodes sont appliquées sur un plasma 3D.

Enfin, nous terminons ce chapitre par une étude paramétrique de l'algorithme MART que nous avons implémenté pour la mise en œuvre de la tomographie des plasmas thermiques, ceci dans le but d'une meilleure compréhension du comportement de l'algorithme dans plusieurs situations.

Finalement, le chapitre 2 a permis de poser les bases de l'étude expérimentale qui va suivre dans le chapitre 3, tant sur la physique des plasmas que sur le principe de la reconstruction tomographique et plus spécifiquement de l'algorithme MART utilisé.

Chapitre 3

MISE EN ŒUVRE EXPÉRIMENTALE DE LA TOMOGRAPHIE DES PLASMAS THERMIQUES

Introduction

Le chapitre 3 de ce manuscrit est entièrement consacré à la phase expérimentale de mes travaux de thèse. Toutefois, nous débutons ce chapitre en présentant une étude théorique qui a permis la détermination de la configuration optimale d’acquisition pour mettre en œuvre expérimentalement un dispositif de tomographie des plasmas thermiques. Cette configuration doit être optimale dans le sens où elle doit réaliser un bon compromis entre un nombre de projections restreint afin de limiter la complexité du système mais cependant suffisant afin de pouvoir reconstruire correctement les sections du plasma.

Une fois cette configuration définie, la mise en œuvre du dispositif expérimental devient possible. Ce dispositif se compose de deux systèmes : le système de formation de l’arc électrique et le système d’acquisition du rayonnement émis par le plasma généré. Ces deux composantes du dispositif expérimental sont décrites respectivement dans les parties II et III de ce chapitre.

Finalement, et après une brève description de la procédure d’étalonnage nécessaire à l’exploitation des mesures expérimentales, les deux derniers paragraphes sont dédiés aux résultats expérimentaux de la reconstruction tomographique d’un plasma thermique 2D et 3D.

I. Choix de la configuration expérimentale optimale

Nous avons vu à plusieurs reprises lors du chapitre précédent, qu’en tomographie, la qualité de l’image reconstruite dépend à la fois du nombre d’angles de projection ainsi que de leur incidence angulaire par rapport à l’objet étudié. Dans notre cas, l’objet d’intérêt est un plasma d’arc électrique non axisymétrique dont le système expérimental de formation sera décrit dans le paragraphe II. Préalablement à la mise en œuvre du montage expérimental, il a donc été nécessaire de définir théoriquement la configuration optimale d’acquisition pour la tomographie dans le cas précis de notre objet. On entend par configuration optimale d’acquisition le nombre de visées et la direction de ces visées par rapport à un plasma thermique 3D qui permettront d’atteindre des reconstructions tomographiques de bonne qualité, tout en limitant la complexité et le coût du système expérimental envisagé.

La configuration optimale a pu être définie suite à une étude théorique de faisabilité de la tomographie des plasmas thermiques. Cette étude a été réalisée par Xavier Franceris lors d’un post-doctorat effectué en 2005 au sein de l’équipe AEPPT [Fra_1]. Nous allons donner quelques détails et résultats de cette étude théorique qui a permis de déterminer la configuration optimale d’acquisition ainsi que d’évaluer le nombre d’itérations nécessaire et suffisant pour obtenir une bonne reconstruction d’un plasma thermique non axisymétrique.

Afin de déterminer la configuration optimale, il faut prendre en compte essentiellement deux aspects : la complexité du système expérimental et la géométrie du plasma 3D. Cette problématique a pu être résolue par simulations numériques ; l’algorithme de reconstruction MART a été testé dans des conditions les plus proches de la réalité

expérimentale. Les données de base en terme d'émissivité ont été extraites d'un modèle 3D d'arc transféré deflecté par champ magnétique, proche de notre configuration expérimentale. Il s'agit d'un modèle développé par Gonzalez et al [Gon_1]. A partir de ces émissivités, ont été simulées les projections suivant divers angles de vue. Afin de s'approcher au mieux d'une situation réelle, les données de projection ont été bruitées puis filtrées tel qu'on pourrait le faire sur des mesures expérimentales.

Plusieurs configurations d'acquisition ont été testées dans cette étude. Le nombre de visées varie de 2 à 7 dont les directions sont : $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 30^\circ$, $\theta_3 = 45^\circ$, $\theta_4 = 60^\circ$, $\theta_5 = 90^\circ$, $\theta_6 = 120^\circ$, $\theta_7 = 135^\circ$ par rapport au plasma. La position de ces directions par rapport à une section du plasma est représentée sur la figure 3.1. On remarquera que la direction θ_5 est parallèle à la direction de déflection de l'arc et la direction θ_1 perpendiculaire.

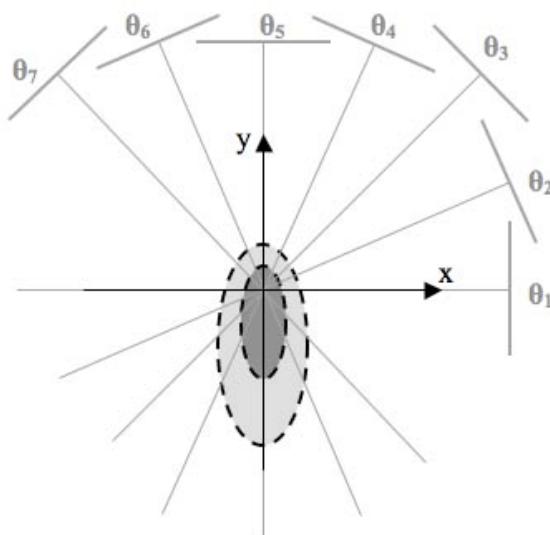


Figure 3. 1: Disposition des directions de visée par rapport au plasma 3D.

Au total, sept configurations, à 2, 3, 4 et 7 angles de vue, créées à partir de différentes combinaisons des 7 angles de vue, ont été testées. Le choix des directions doit se faire par rapport à la forme du plasma. La nomenclature choisie par Franceris et al, que nous reprenons ici, est la suivante : une configuration est nommée « C » suivi du numéro des vues utilisées. Les 7 configurations qui ont été testées sont :

- C_{1.5} : 0° et 90°
- C_{3.7} : 45° et 135°
- C_{1.3.5} : 0°, 45° et 90°
- C_{1.4.6} : 0°, 60° et 120°
- C_{1.2.4.5} : 0°, 30°, 60° et 90°
- C_{1.3.5.7} : 0°, 45°, 90° et 135°
- C_{1.2.3.4.5.6.7} : 0°, 30°, 45°, 60°, 90°, 120° et 135°.

La reconstruction tomographique a été appliquée sur un total de 11 sections transversales du plasma, espacées de 0.25mm, balayant la quasi-totalité de sa hauteur, la distance inter électrodes étant de 3 mm.

Dans un premier temps, les reconstructions tomographiques ont été effectuées dans un cas idéal, c'est-à-dire sans ajout de bruit dans les données de projection. Cette étude a permis de déterminer la meilleure combinaison d'angles de vue, parmi les 7 configurations testées, en fonction de la forme du plasma et elle a également permis de déterminer le nombre d'itérations nécessaires et suffisantes pour atteindre une reconstruction des émissivités locales de bonne qualité, la plus proche possible du modèle.

Pour quantifier la qualité des reconstructions, Francerries et al ont utilisé la formule du RMS dont nous avons donné une expression dans l'équation (2-35) ; néanmoins, comme il s'agit d'un cas test pour lequel les valeurs théoriques de l'émissivité locale sont connues, la formule du RMS a été appliquée directement sur les émissivités locales théoriques ϵ_0 (issues du modèle) et reconstruites ϵ , et non sur les projections mesurées et estimées comme dans l'équation (2-35). Son expression est donnée par (3-1) :

$$RMS_{\epsilon} = \sqrt{\frac{\sum_i \sum_j (\epsilon(i,j) - \epsilon_0(i,j))^2}{\sum_i \sum_j (\epsilon(i,j))^2}} \quad (3-1)$$

Les valeurs prises par le RMS_{ϵ} à chaque itération ont été reportées sur le graphe de la figure 3.2 pour les 7 configurations d'acquisition testées.

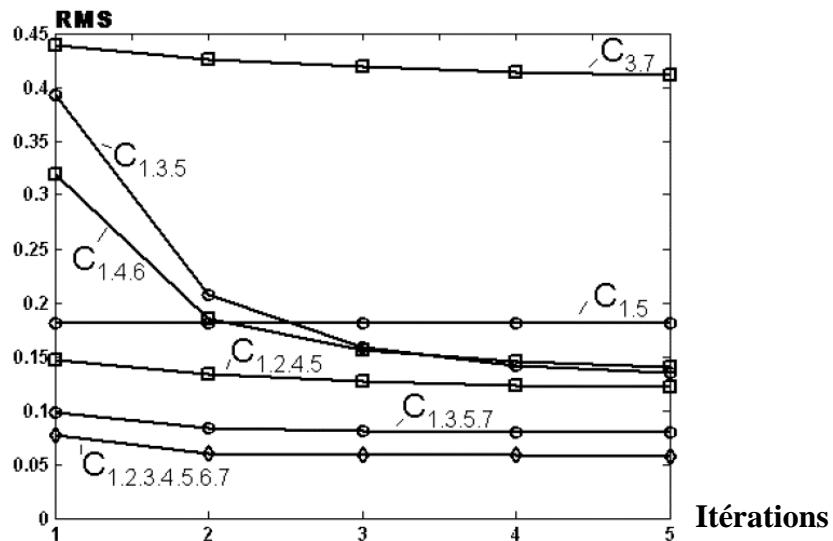


Figure 3. 2: Evolution du RMS_{ϵ} en fonction du nombre d'itérations.

Sur la figure 3.2, l'évolution du RMS_{ϵ} au fur et à mesure des itérations a été comparée pour chacune des configurations, ce qui a permis de mettre en évidence plusieurs points, en concordance avec les résultats des reconstructions tomographiques donnés sur la figure 3.3 :

- Selon la forme du plasma, certaines directions de projection sont nécessaires à la bonne reconstruction tomographique de l'objet. Dans le cas test, on peut voir sur la figure 3.1 que le plasma est symétrique de part et d'autre de l'axe y mais dissymétrique par rapport à l'axe x. La visée θ_5 à 90° , parallèle à la direction de

déflexion de l'arc, doit donc être prise en compte. Une conclusion comparable peut être faite pour l'angle perpendiculaire à cette visée essentielle, autrement dit l'angle θ_1 à 0° , étant donné qu'il s'agit de la visée qui rend parfaitement compte de la déflexion de l'arc. En conclusion, au vu de la géométrie du plasma 3D choisie pour cette étude, deux angles de visée sont essentiels : θ_1 à 0° et θ_5 à 90° .

- Plus le nombre de visées et la plage angulaire balayée sont importants, plus on améliore la qualité de la reconstruction et donc la vitesse de convergence.
- Etant donné la forme du plasma test, il semble que la configuration $C_{1,3,5,7}$ soit pratiquement identique à la configuration $C_{1,2,3,4,5,6,7}$ au bout de la cinquième itération. En effet, on observe seulement 2% de différence entre les deux valeurs du RMS_ε .

La même comparaison a ensuite été réalisée avec la formule du RMS calculées à partir des projections mesurées (simulées dans cette étude) et reconstruites. Au-delà de la 5^{ème} itération, le RMS ne varie pas plus de 0.02%. Il a donc été considéré que le nombre de 5 itérations est un bon compromis entre le temps de calcul et une convergence suffisante de l'algorithme, et donc une bonne reconstruction tomographique. C'est donc le nombre d'itérations choisi par Francerries et al pour effectuer la reconstruction tomographique d'un plasma 3D.

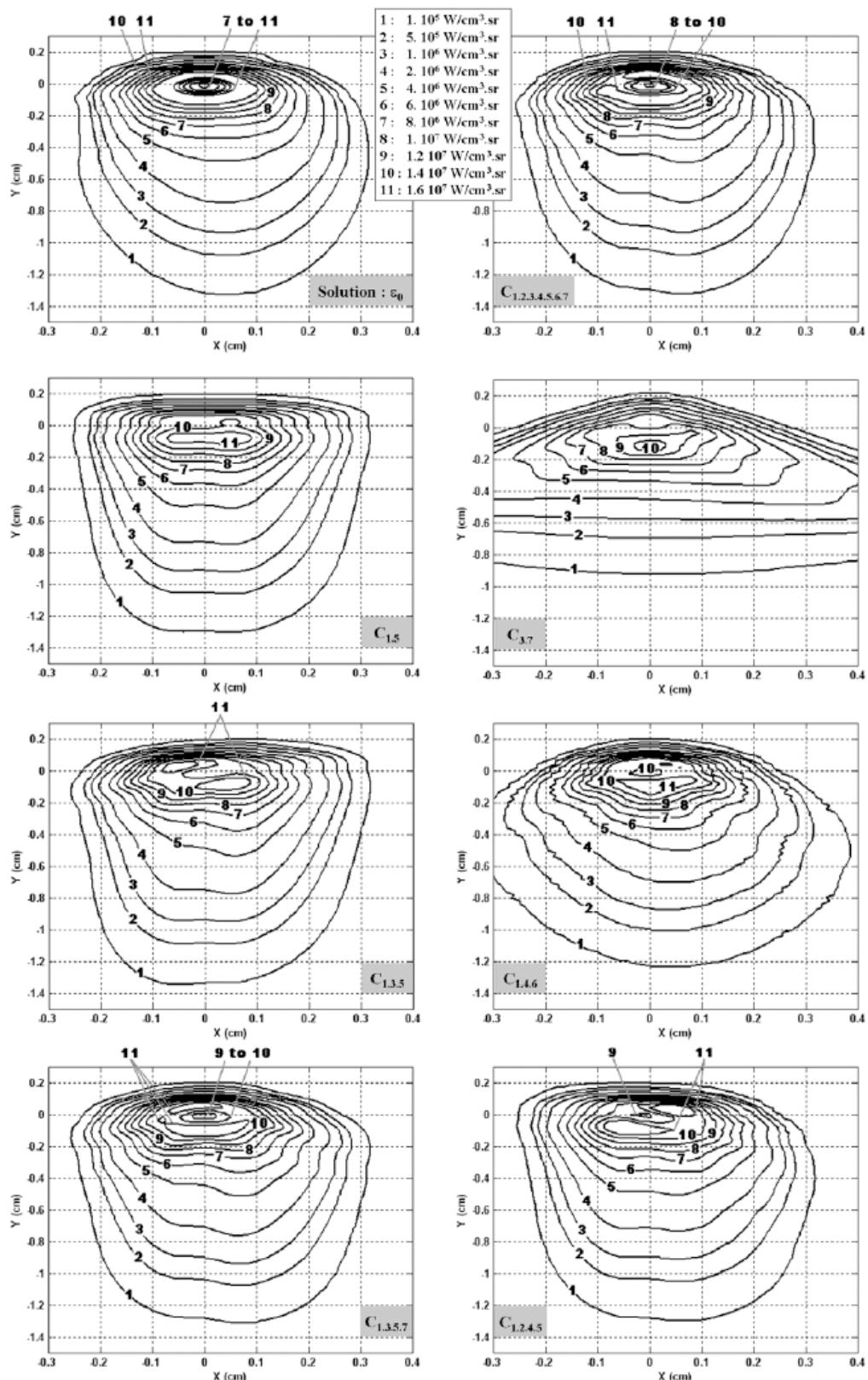


Figure 3.3 : Emissivités théoriques et reconstruites pour une section de plasma proche de la cathode [Fra_1].

La figure 3.3 reprend tous les résultats des reconstructions tomographiques, à la 5^{ème} itération, obtenues pour chacune des 7 configurations étudiées. Elle représente une section du

plasma 3D, située proche de la cathode. On observe donc, sur les contours d'émissivités théoriques (en haut à gauche de la figure 3.3), un maximum d'émissivité en dehors de l'axe des électrodes. Cette particularité des sections très chaudes du plasma doit être restituée par les reconstructions tomographiques pour permettre une bonne interprétation physique. On constate que seules les configurations $C_{1.3.5.7}$ et $C_{1.2.3.4.5.6.7}$ permettent de reconstruire cette zone centrale du plasma où les émissivités décroissent. La configuration $C_{1.2.3.4.5.6.7}$ donne en toute logique de meilleurs résultats que $C_{1.3.5.7}$, étant donné que plus on a d'incidences angulaires de projection, meilleure est la reconstruction. Cependant, un système expérimental à 7 visées étant complexe et coûteux à réaliser, Francerries et al ont considéré que la configuration $C_{1.3.5.7}$ représentait un bon compromis entre une complexité restreinte du montage expérimental et une bonne qualité de reconstruction.

Nous avons donc décidé de conserver la configuration d'acquisition définie comme optimale par Francerries et al suite à son étude théorique de faisabilité, c'est-à-dire 4 incidences angulaires d'acquisition tous les 45° , deux d'entre-elles étant situées respectivement parallèlement et perpendiculairement à la direction de déflection. Notre montage expérimental devra être configuré de la sorte ; autrement dit nos quatre visées à 0° , 45° , 90° et 135° , devront être disposées selon la figure 3.1.

Dans la suite de son article, Francerries et al réalise une étude sur l'influence du filtrage lorsqu'on se trouve dans des situations proches de la réalité expérimentale où les données sont bruitées. Il a, comme nous, utilisé un filtre de Parzen. Les conclusions qu'il avait pu établir pour un cas idéal de plasma 3D non bruité ne sont pas modifiées par l'ajout de bruit et du filtrage des données.

Une fois la configuration optimale d'acquisition définie, la mise en œuvre du montage expérimental devient alors possible. Dans le paragraphe II, nous décrivons le dispositif expérimental de formation de l'arc puis le paragraphe III est consacré à la description du système expérimental d'acquisition des projections selon la configuration optimale que nous venons de définir.

II. Description du dispositif expérimental d'arc transféré

Le dispositif expérimental à arc transféré est à l'origine constitué de deux parties essentielles qui sont la chambre à arc, ou réacteur à arc transféré, et les électrodes dont la géométrie et le positionnement jouent un rôle majeur dans l'établissement de l'arc. Ensuite, pour permettre la formation de plasmas non axisymétriques, un système de déflection de l'arc par champ magnétique a été ajouté au dispositif initial.

1. La chambre à arc :

L'ensemble des travaux effectués au cours de la thèse a été réalisé, à la base, à partir d'une configuration de réacteur à arc transféré. Pour pouvoir satisfaire la configuration optimale d'acquisition définie précédemment, une chambre à arc spécifique a été conçue. Elle est composée d'une enceinte de forme octogonale, comme on peut le voir sur la figure 3.4, équipée de huit hublots de visée en quartz qui permettent l'observation de l'arc sous un total de huit vues, tous les 45° . La configuration optimale se constituant de quatre incidences angulaires tous les 45° autour du plasma, seuls quatre hublots de visée sur les huit sont utilisés pour les mesures spectroscopiques. Les quatre autres permettent soit une observation visuelle aisée de l'arc, soit un accès à l'intérieur de l'enceinte pour le placement de l'anode par exemple, soit encore la mise en place du dispositif de déflection de l'arc ; ce dispositif sera détaillé ultérieurement.

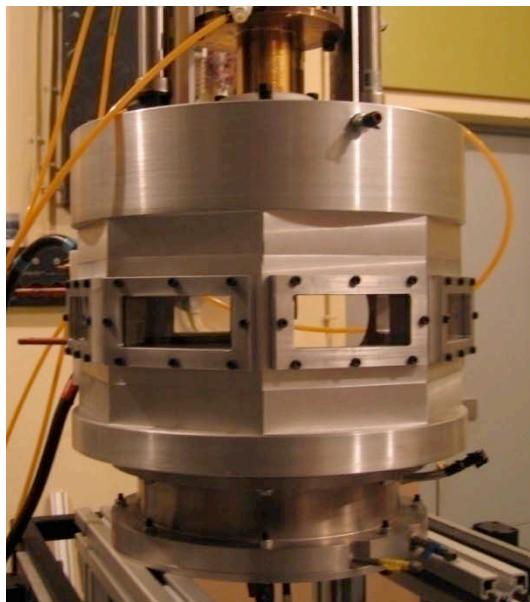


Figure 3.4 : Enceinte octogonale du réacteur à plasma.

L'enceinte de la chambre à arc, de diamètre 30cm, a été usinée majoritairement en aluminium. Elle est constituée d'une paroi double, en acier inoxydable, sur les parties supérieure et inférieure pour permettre son refroidissement par circulation d'eau. L'arc est créé à l'intérieur de cette enceinte, à la pression atmosphérique, entre une cathode pointe en position supérieure et une anode plane en position inférieure.

2. Les électrodes :

La cathode utilisée est une cathode de forme conique dont l'angle au sommet est de 60° . Elle a été taillée dans un cylindre de tungstène thorié de 6mm de diamètre. Cet alliage est préféré au tungstène pur pour deux raisons. Tout d'abord, l'érosion d'une cathode constituée de tungstène thorié est bien moindre qu'avec du tungstène pur. De plus, le tungstène thorié

étant plus thermoémissif que le tungstène pur, il facilite l'amorçage. La pointe de tungstène thorié est fixée dans un socle en cuivre qui se visse sur un support cylindrique. Ce support de la cathode vient s'insérer sur la partie supérieure du réacteur. Il est amovible afin de permettre un changement plus aisément de cathode, les cathodes s'érodant inévitablement après plusieurs utilisations.

Les anodes utilisées sont des anodes planes et de forme circulaire, en cuivre, ayant un diamètre de 50mm et une épaisseur d'environ 10mm. L'anode vient simplement se poser sur un support cylindrique en cuivre fixé sur la partie inférieure de l'enceinte. Elle est donc facilement interchangeable, par le biais d'un des hublots de visée non utilisés pour les acquisitions tomographiques. L'anode possède un diamètre plus large que son support ainsi qu'un léger rebord pour pouvoir être centrée correctement.

Tout comme les parties supérieures et inférieures de la chambre à arc, les électrodes sont également refroidies. Ce refroidissement est indispensable pour permettre aux électrodes de supporter les températures élevées du plasma, qui peuvent atteindre les 20000 K proches de la cathode dans notre cas. La totalité du système de refroidissement, que ce soit pour l'enceinte ou pour les électrodes, s'effectue par forte circulation d'eau courante. Pour que celui-ci soit le plus efficace possible, le refroidissement des parties supérieures – cathode et partie haute de l'enceinte – et des parties inférieures – anode et partie basse de l'enceinte – du dispositif expérimental est réalisé à l'aide de deux circuits d'eau indépendants.

Cathode et anode sont refroidies par l'intermédiaire de leur support respectif. Les circuits de refroidissement des électrodes sont schématisés sur la figure 3.5. L'anode et son support sont en cuivre. Comme l'anode ne doit pas se déformer au cours de la formation de l'arc, un matériau comme le cuivre, possédant une forte conductivité thermique, est donc préférable à un matériau de faible conductivité thermique, tel que le fer [Bou_1]. La forte conductivité thermique du cuivre va permettre de mieux évacuer la puissance déposée par l'arc à l'anode à l'aide du système de refroidissement. On limite ainsi au maximum la formation de vapeurs métalliques qui entraînent la modification de la composition, et donc des propriétés, de l'arc.

La chambre à arc fonctionne à la pression atmosphérique mais elle est toutefois hermétique à l'air ambiant de façon à permettre l'injection du gaz plasmagène. Le gaz est injecté verticalement autour de la cathode avec un débit peu élevé, de l'ordre de $10\text{l}.\text{min}^{-1}$, pouvant varier selon l'arc généré. Cela permet de s'approcher d'une configuration d'arc libre. Dans notre cas, le plasma n'est généré que dans un seul type de gaz. Il s'agit de l'argon pur. L'évacuation des gaz chauds est ensuite effectuée par l'intermédiaire d'un tuyau situé au bas de l'enceinte et relié à une pompe d'extraction. L'injection du gaz plasmagène dans la cathode et l'extraction des gaz chauds sont également schématisées sur la figure 3.5.

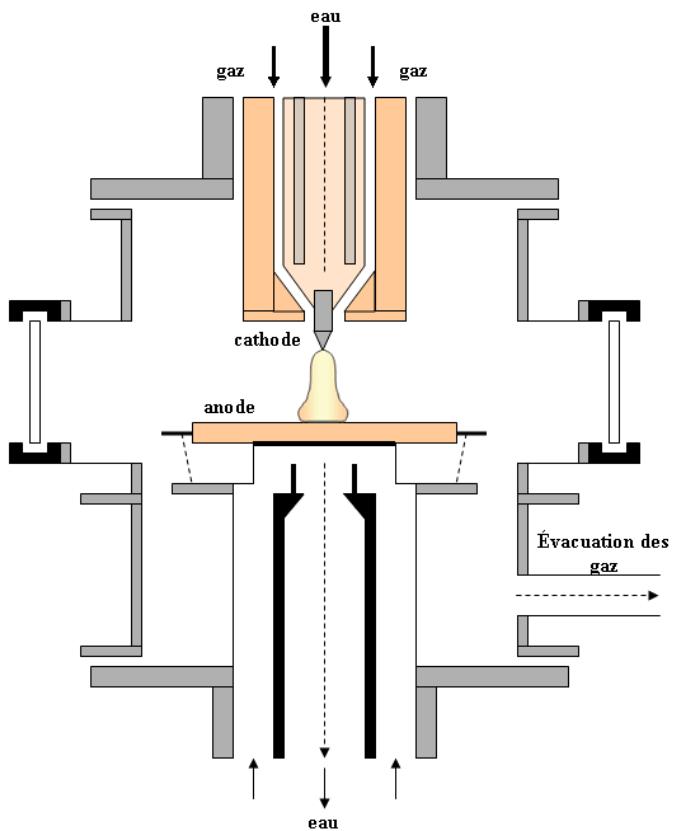


Figure 3. 5 : Schéma en coupe de l'enceinte à arc transféré.

La distance inter électrodes est modulable grâce à une cathode mobile montée sur un système de vérins pneumatiques. Cela permet d'une part de faire varier la longueur d'arc d'une expérience à l'autre, et d'autre part de procéder à l'amorçage de l'arc. En effet, l'amorçage nécessite une distance inter électrodes très faible, puis une fois l'amorçage effectué, cette distance peut être augmentée. La procédure d'amorçage est décrite dans le paragraphe II.3.

Enfin, la chambre à arc est posée sur un support comprenant deux moteurs pas à pas synchronisés, situés de part et d'autre, qui permettent la translation verticale du réacteur avec une précision millimétrique. Grâce à cette translation, il est possible d'étudier le plasma sur toute sa hauteur, pour plusieurs sections situées entre la cathode et l'anode.

3. Système d'alimentation de la décharge électrique et amorçage :

L'alimentation électrique de l'arc est assurée par un générateur de courant continu pouvant délivrer un courant maximum de 100A. Ce générateur n'est pas directement relié à l'arc. Le courant passe par l'intermédiaire d'une résistance ballast de quelques dixièmes d'ohms. Cela permet de limiter le courant lors de l'amorçage et d'éviter ainsi la création d'un court-circuit aux bornes du générateur. Il existe deux principaux types d'amorçage d'un arc électrique : l'amorçage par contact où on réalise un pont fondu entre les deux électrodes en contact avant de les séparer pour former une décharge électrique, et l'amorçage par impulsions

haute fréquence (HF). Dans notre cas, l'amorçage est réalisé par une impulsion HF à l'aide d'une alimentation spécifique indépendante. Lors d'un amorçage par impulsion HF, les électrodes sont initialement positionnées très proches l'une de l'autre, à moins d'1mm. Cette distance doit être très faible, mais surtout non nulle, pour permettre la création d'un arc lors de l'impulsion HF. Ensuite, aussitôt l'arc initié par l'impulsion, les vérins pneumatiques sont actionnés pour remonter la cathode et atteindre une distance inter électrodes de l'ordre de 10mm à 20mm selon la longueur d'arc souhaitée. Le plasma est alors établi. Ce type d'amorçage permet, contrairement à un amorçage par contact, de limiter la détérioration des électrodes.

La figure 3.6 représente une vue d'ensemble du réacteur à arc transféré que nous venons de décrire. Nous y retrouvons les différentes parties qui composent le dispositif de génération de l'arc que nous venons de décrire.

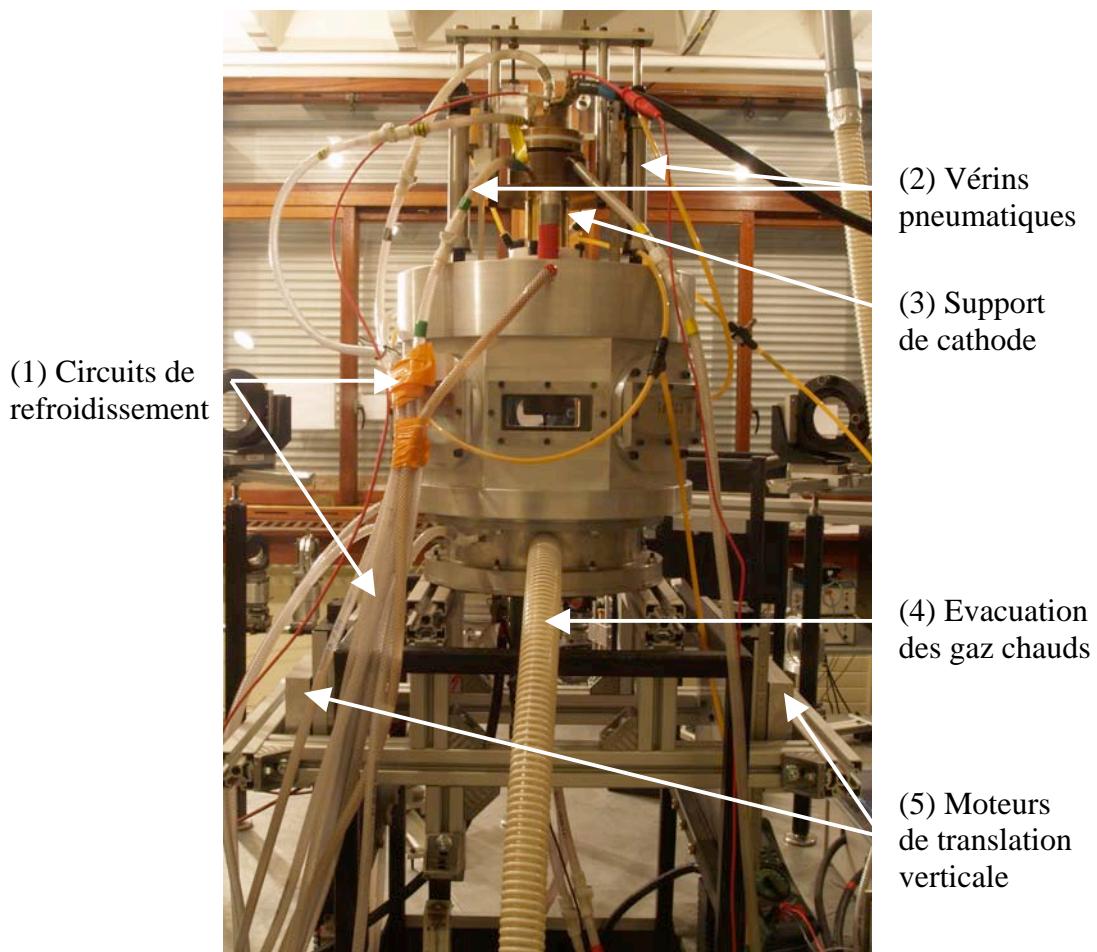


Figure 3. 6 : Vue d'ensemble du dispositif expérimental à arc transféré.

4. Déflection de l'arc :

Le montage expérimental tel que nous l'avons décrit jusqu'à présent permet de générer des arcs transférés, autrement dit de former des plasmas thermiques axisymétriques. Le but de cette thèse étant d'étudier expérimentalement des plasmas non axisymétriques, nous avions

envisagé dans un premier temps d'ajouter un dispositif de déflection de l'arc transféré à la chambre à arc ; ce dispositif pouvait être inséré à la place d'un des hublots de visée. Il se composait d'un barreau de cuivre dans lequel il est possible de faire circuler un courant réglable pouvant varier de 0 à 200A. On crée ainsi un champ magnétique au plus proche de l'arc – la distance minimale entre l'arc et le barreau est d'environ 3cm. On peut voir, sur la photographie de la figure 3.7, comment le barreau de cuivre du système de déflection venait se positionner par rapport aux électrodes et donc à l'axe de la décharge. Ainsi, le champ magnétique créé par le barreau de cuivre génère des forces de Laplace dans l'arc qui peuvent alors le dévier. Pour pouvoir repousser l'arc, et non l'attirer, ces forces de Laplace doivent être dirigées du barreau vers l'arc, et donc pour cela, les courants circulant dans l'arc et dans le barreau doivent être de sens opposés.

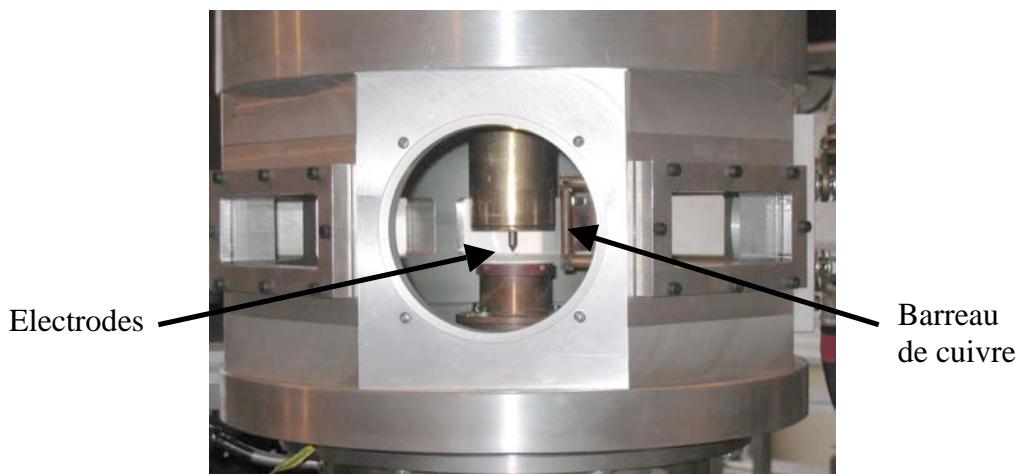


Figure 3. 7 : Dispositif de déflection de l'arc.

Pour pouvoir observer une déflection de l'arc par le champ magnétique, il est important que l'arc soit suffisamment long, c'est-à-dire que la distance inter électrode soit suffisamment grande. En effet, plus l'arc est long, plus les vitesses du fluide sont faibles au bas de la colonne du plasma et proche de l'anode. Ainsi, les forces de Laplace qui s'exercent naturellement sur le plasma sont moins importantes et l'arc offre par conséquent moins de résistance aux forces extérieures issues du champ magnétique créé par le barreau de cuivre. La déflection s'en trouvera donc amplifiée.

Toutefois, malgré l'allongement de la longueur d'arc et des champs magnétiques générés avec des intensités de l'ordre de 200A, la déflection observée expérimentalement est restée très faible, voire quasi inobservables. Nous avons donc recherché d'autres systèmes de déflection possibles, plus performants que le dispositif du champ magnétique généré par un barreau de cuivre.

Afin de générer un arc non axisymétrique, une solution simple consiste à utiliser une cathode non plus conique comme celles qui sont employées pour les arcs libres et que nous avons décrites auparavant, mais taillée en biais de façon à ce que la pointe soit désaxée. Pour cela, nous avons limé une cathode pointe de façon à la rendre asymétrique. Un schéma et une

photographie de la cathode asymétrique que nous avons utilisée pour former un arc 3D sont donnés sur la figure 3.8.

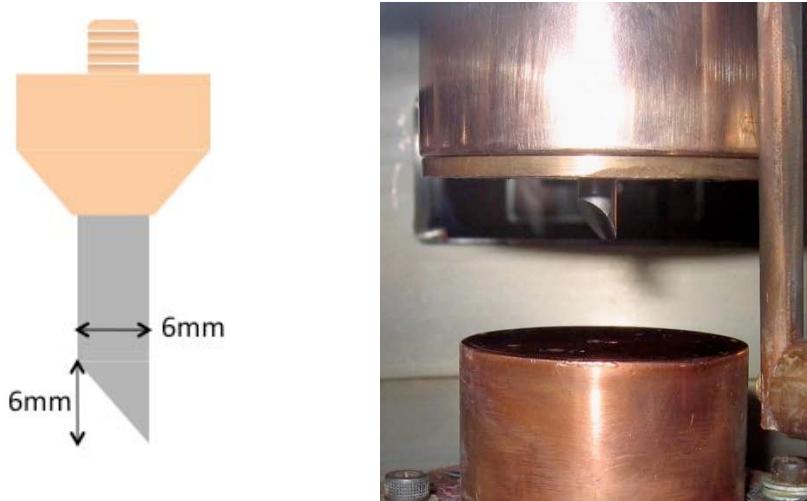


Figure 3.8 : Schéma et photographie de la cathode asymétrique utilisée expérimentalement pour la déflection de l'arc électrique.

Nous constatons alors, d'après la figure 3.9, qu'avec une telle cathode asymétrique, l'arc formé est largement défecté du côté de la pointe, tout en restant très stable. Par conséquent, nous utilisons ce système de déflection de l'arc et non pas celui par champ magnétique.



Figure 3.9 : Arc généré entre une cathode asymétrique et une anode plate.

Le dispositif expérimental de génération d'un arc transféré axisymétrique ou non axisymétrique vient d'être amplement détaillé. Une fois l'arc établi, son rayonnement émis passant par les quatre hublots de visée utilisés doit être récupéré et acheminé jusqu'au système d'acquisition, autrement dit le monochromateur et la caméra CCD. L'ensemble des éléments permettant ce guidage ainsi que le monochromateur et la caméra CCD constituent ce que nous nommons le système expérimental d'acquisition. Les difficultés et contraintes

majeures que nous avons rencontrées lors de l’installation de notre expérience de tomographie des plasmas thermiques, résidaient, comme nous allons le voir dans le paragraphe III, dans la conception et la mise en place du système d’acquisition.

III. Description du système expérimental d’acquisition

1. Dispositif final d’acquisition :

La chaîne d’acquisition est constituée d’un système optique complexe comportant de nombreux éléments d’optiques classiques – lentilles, prismes, miroirs, lames semi transparentes… Ce système optique permet de collecter la lumière émise par le plasma selon les quatre hublots de visée sélectionnés et d’en former une image sur les fentes d’entrée du monochromateur qui se trouve en fin de chaîne d’acquisition. Le signal, spectralement résolu après passage dans le monochromateur, est ensuite enregistré par une matrice de photodiodes reliée à un ordinateur. Le dispositif optique dans sa totalité est représenté sur la figure 3.10.

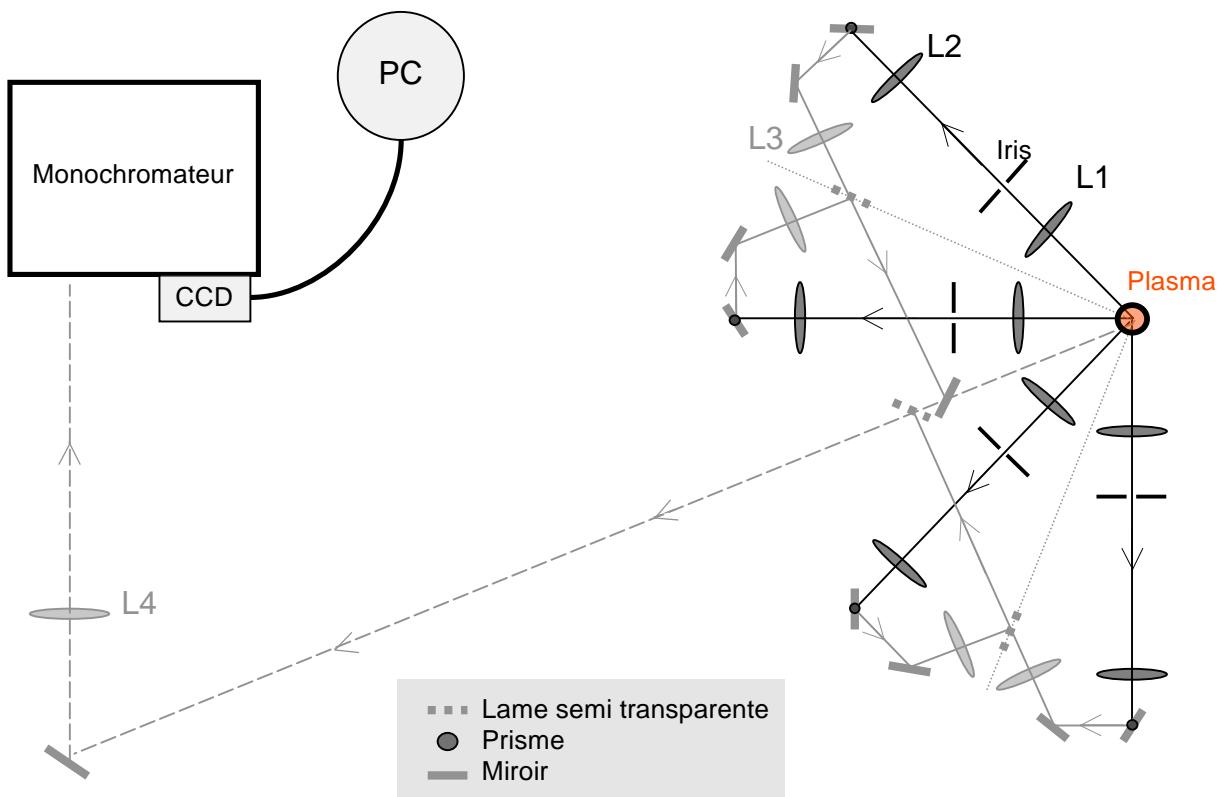


Figure 3. 10 : Dispositif complet d’acquisition.

Le système optique permet de faire une acquisition de la lumière émise par une « tranche » de plasma dont la largeur est considérée égale à 35mm au maximum. Le dispositif optique est premièrement composé de quatre voies alignées dans la continuité des quatre hublots de visée, c'est-à-dire à 0° , 45° , 90° et 135° par rapport au plasma. Chaque voie

comprend un total de trois lentilles, un iris, deux miroirs et un prisme. Afin de réaliser une acquisition simultanée de la lumière émise par le plasma selon les quatre incidences angulaires souhaitées, les quatre voies optiques vont être rassemblées premièrement deux à deux puis en une seule voie par l’intermédiaire d’une succession de lames semi transparentes. Ainsi, les quatre signaux issus du plasma transportés par cette voie optique unique entreront simultanément dans le monochromateur. Du plasma aux fentes d’entrée du monochromateur, le rayonnement doit parcourir un trajet total de l’ordre de 6m.

Le dispositif optique est séparé en deux parties : une partie haute, à hauteur du réacteur à plasma et une partie basse à hauteur du monochromateur. La différence de hauteur entre les deux parties est de l’ordre de 50cm. La chambre à arc a été positionnée à hauteur d’yeux pour permettre l’observation aisée du plasma alors que le monochromateur a été placé plus bas pour permettre un accès plus facile lors de l’alignement optique. Sur la figure 3.10, les parties supérieure et inférieure sont différencierées ; la partie haute a été représentée en noir alors que la partie basse est en gris.

Le choix des lentilles et de leur position s’est effectué de façon à obtenir un grossissement optique total qui permette une acquisition simultanée de quatre images en une. Il a fallu pour cela tenir compte de la distance totale du trajet optique à parcourir ainsi que de la largeur maximale d’une « tranche » de plasma, à savoir 35mm, et du fait que les quatre images ne doivent pas se chevaucher à l’entrée du monochromateur. Le détail des calculs réalisés pour le montage optique est donné dans le paragraphe III-2.

La figure 3.11 montre une vue d’ensemble du dispositif expérimental. On y reconnaît le réacteur octogonal à arc transféré et on y voit les quatre voies optiques qui collectent le rayonnement émis au travers des quatre hublots, avant leur regroupement en une voie unique. La partie basse du système d’acquisition du rayonnement n’est pas visible sur cette photographie.



Figure 3.11 : Vue d'ensemble du montage expérimental.

Le monochromateur utilisé est un spectrographe SP2758i de la marque ACTON, de distance focale 750mm et équipé d'une tourelle de réseaux interchangeables de 300, 1200 et 2400 traits par mm. Pour nos mesures spectroscopiques, nous utilisons essentiellement le réseau à 1200 traits par mm. Le spectrographe est équipé d'une fente d'entrée d'ouverture réglable sur une plage de 10 μm à 3mm. Il autorise un plan d'image de 25mm de large sur 14mm de hauteur. Cela signifie que le signal entrant dans le monochromateur, composé des quatre images du plasma, ne doit pas dépasser une hauteur de 14mm. Cela constitue une des nombreuses contraintes auxquelles nous avons dû faire face lors de la mise en œuvre expérimentale du système d'acquisition. Ce sujet fait l'objet du paragraphe III-2 ci-après. Ce spectrographe possède la spécificité d'être caractérisé d'imageur. Cela signifie que, sur toute la hauteur du plan focal (soit 14mm), l'image est garantie sans aberration d'astigmatisme. Dans le paragraphe III-3, nous verrons en quoi cette caractéristique est indispensable pour notre expérience de tomographie des plasmas thermiques et nous expliciterons le principe et l'intérêt de travailler avec un monochromateur de type imageur plutôt qu'avec un monochromateur classique.

Le système de détection et d'enregistrement des données expérimentales associé au spectrographe est une matrice CCD PIXIS-1024F de la société ROPER SCIENTIFIC. Cette matrice comprend 1024 x 1024 pixels mesurant chacun 13 μm x 13 μm . Elle fonctionne dans une gamme spectrale allant de 400 à 1080 nm. Le temps minimum d'une acquisition est de l'ordre de la demi seconde. Cette caméra CCD permet d'étudier des systèmes stationnaires ou

bien peu variables dans le temps. Ce n'est pas un système adéquat pour les études dynamiques. La matrice a pour rôle de convertir le signal lumineux qu'elle reçoit en un signal électrique. Ce signal électrique est proportionnel à l'intensité lumineuse reçue, pour une longueur d'onde donnée.

2. Mise en œuvre et contraintes expérimentales :

Le choix de la configuration finale et la mise en œuvre du dispositif d'acquisition ont été définis en fonction d'un certain nombre de contraintes expérimentales qui nous étaient imposées. Nous allons les énoncer, les expliciter et préciser comment nous nous en sommes affranchis.

Premièrement, nous avons vu dans le chapitre 2 que notre choix s'est porté sur une géométrie d'acquisition à rayons parallèles, ce qui influe sur la façon d'implémenter l'algorithme de reconstruction tomographique à développer. Le montage optique doit donc être adapté à cette géométrie et configuré de façon à ne sélectionner que les rayons parallèles issus du plasma. Pour permettre cela, nous avons ajouté un iris positionné précisément dans le plan focal image de la première lentille du dispositif. Puisque seuls les rayons parallèles à l'axe optique passent par le point focal image, les autres rayons seront interceptés par l'iris. Le principe de sélection, par un iris, des rayons émis parallèlement à l'axe optique par le plasma est représenté sur la figure 3.12.

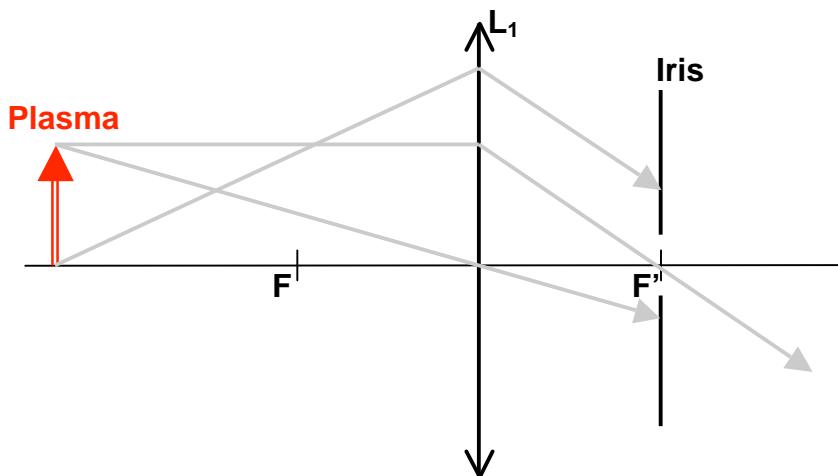


Figure 3.12 : Sélection des rayons parallèles par l'iris.

Nous utilisons un iris de diamètre 1mm. De la valeur du diamètre de l'iris va dépendre la résolution optique de notre système. Plus le diamètre de l'iris sera petit, meilleure sera la sélection des rayons parallèles et meilleure sera la résolution optique. Par contre, plus faible sera le signal et plus délicat sera l'alignement de l'iris sur l'axe optique. Toutefois, le rayonnement du plasma thermique est très intense et malgré un iris de 1mm de diamètre, le signal reste suffisamment intense pour être détecté par la caméra CCD.

Dans notre cas, des rayons divergents d'un angle maximum de $0,08^\circ$ par rapport à l'axe optique seront transmis par l'iris. Cet angle est négligeable et ces rayons pourront donc être considérés comme parallèles.

Traditionnellement, les expériences de spectroscopie d'émission sur un plasma thermique axisymétrique mesurent le rayonnement émis localement par le plasma, successivement en plusieurs positions radiales autour de l'axe inter électrode. Le système optique [Fre_1] est communément constitué d'un télescope mobile qui permet de faire plusieurs acquisitions successives suivant le rayon r et la hauteur z du plasma. Ensuite, grâce à l'inversion d'Abel, le profil 2D des émissivités locales est reconstruit. Contrairement à cette méthode, nous cherchons à mesurer, en une seule acquisition et pour une incidence angulaire donnée, les émissivités intégrées sur toute la largeur du plasma, c'est-à-dire pour toutes les positions radiales autour de l'axe. Autrement dit, nous cherchons à effectuer des mesures instantanées sur la totalité des rayons du plasma tandis que sont habituellement effectuées des mesures ponctuelles, pour chaque rayon, des émissivités intégrées.

Nous considérons que nous acquérons les émissivités intégrées issues du plasma sur une « tranche » horizontale de 35mm de largeur au maximum. Ainsi, pour pouvoir conserver la totalité de cette « tranche » de plasma lors de la sélection en longueur d'onde par le monochromateur, le rayonnement émis par cette tranche, initialement horizontale, doit être pivoté en position verticale pour pouvoir entrer dans la fente d'entrée. Pour réaliser cela, nous avons exploité la différence de hauteur entre le réacteur à arc transféré et le monochromateur. On utilise une association de deux éléments optiques, un prisme et un miroir plan, qui vont nous permettre dans un premier temps de descendre le faisceau à la hauteur du monochromateur. Ils nous permettent dans un second temps de redresser le signal à la verticale. Pour réaliser cette inversion, le prisme est incliné à 45° par rapport au signal horizontal qui est donc renvoyé vers le bas en direction d'un miroir incliné également à 45° et tourné à 90° par rapport au chemin optique du bras supérieur situé à hauteur d'arc.

Nous pouvons voir l'effet de ces deux éléments combinés sur le faisceau issu du plasma sur la figure 3.13.

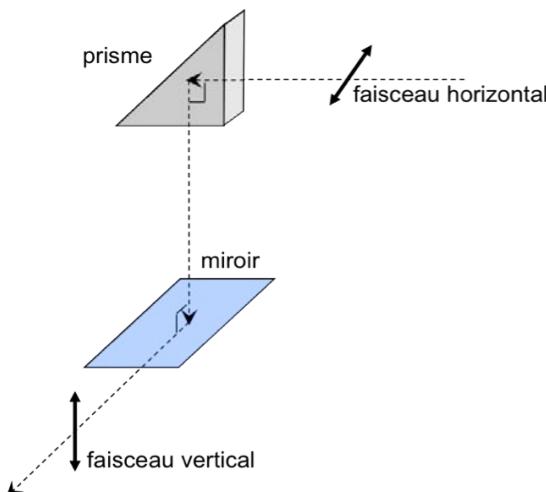


Figure 3. 13 : Système permettant de redresser le signal à la verticale pour l'entrée sur les fentes du monochromateur.

Nous avons vu sur le schéma d'ensemble du dispositif expérimental de la figure 3.10, que le rayonnement est dans un premier temps récupéré par quatre voies optiques qui sont ensuite rassemblées pour n'en former plus qu'une et permettre une acquisition simultanée des projections selon les quatre incidences angulaires choisies. La juxtaposition des quatre voies optiques intervient juste après le basculement du signal à la verticale dont nous venons de donner les détails de la mise en œuvre. Nous avons fait ce choix d'implémenter une acquisition simultanée de toutes les projections du plasma pour les raisons qui suivent. Une première raison est en rapport avec les fluctuations du plasma. En effet, un plasma n'étant jamais parfaitement stable et étant souvent sujet aux fluctuations de son pied d'arc, l'acquisition simultanée des quatre projections pourrait permettre d'effectuer la reconstruction tomographique d'une section du plasma à un instant t donné à condition d'utiliser un système de détection adapté, c'est-à-dire résolue temporellement. Ce n'est pas le cas du dispositif expérimental tel que nous l'avons mis en place au cours de ces travaux de thèse ; néanmoins, il est très facile d'intervenir sur notre système afin de modifier la caméra d'acquisition. L'acquisition successive des quatre projections, et non simultanée, conduirait à effectuer une reconstruction tomographique d'un objet qui ne serait pas parfaitement identique sur chacune des projections. De plus, afin de réaliser une acquisition successive des projections, tel que cela peut se faire en imagerie médicale, il aurait fallu concevoir un dispositif mobile qui mette en rotation soit le système de détection autour du plasma, soit le plasma lui-même. Un tel dispositif, complexe et probablement très coûteux, n'était pas envisageable pour notre configuration de laboratoire. Pour finir, le système, tel que nous l'avons conçu, permet également d'envisager, à long terme, la mise en œuvre d'études temporelles d'un plasma pour une section de hauteur donnée.

Nous allons maintenant voir comment nous avons procédé pour mettre en œuvre la simultanéité des acquisitions sur notre système expérimental.

Après avoir redressé verticalement le faisceau transporté par les quatre voies optiques, celles-ci doivent être rassemblées en une seule voie constituée de quatre signaux. Elles vont être disposées les unes au dessus des autres afin de pouvoir entrer dans la fente du monochromateur. Pour cela, chaque voie, une fois la partie basse du dispositif optique atteinte par le faisceau, va être décalée en hauteur par le biais d'un miroir. Ce miroir est celui représenté sur la figure 3.13 et qui intervient dans l'inversion verticale du faisceau. Ces miroirs – un pour chaque voie – sont disposés sur un élément de translation verticale. Il est donc possible de régler sa hauteur par rapport à la table et donc de régler la position de la voie optique par rapport à la fente et par rapport aux autres voies. Ainsi, deux premières voies sont décalées au dessus de l'axe optique alors que les deux autres se retrouvent au-dessous. Une fois la hauteur de chaque voie réglée, elles sont regroupées par le biais de lames semi transparentes, deux intermédiaires et une centrale (voir schéma Figure 3.10). Les deux lames semi transparentes intermédiaires réunissent dans un premier temps les voies optiques deux à deux, respectivement 0° et 45° , et 90° et 135° . La lame centrale réunit finalement les quatre voies, déjà groupées deux à deux, en une seule.

L'ensemble des actions pratiquées sur le signal émis par le plasma, pour satisfaire une partie des contraintes imposées, avant d'être collecté par le monochromateur est schématisé sur la figure 3.14. En résumé, le signal issu des quatre hublots de visée est retourné verticalement puis regroupé pour permettre non seulement une acquisition simultanée du rayonnement émis par le plasma selon les différentes incidences angulaires mais également une acquisition des émissivités intégrées sur toute la largeur du plasma.

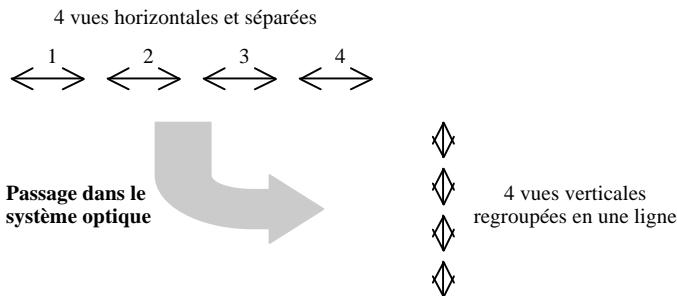


Figure 3. 14 : Regroupement et retournement des 4 vues du plasma

Nous venons de voir quelles étaient les contraintes de mise en forme du signal pour l'acquisition des données et comment nous les avons solutionnées. Néanmoins, reste encore une contrainte majeure qui doit être respectée : le grandissement total du système optique.

Effectivement, la mise en forme du signal consiste, nous l'avons vu, à regrouper quatre voies en une seule, sans qu'elles se chevauchent, pour en faire une acquisition simultanée sur la fente d'entrée du monochromateur. Nous avons initialement considéré que la largeur du plasma est de 35mm au maximum. Le grandissement total du système optique doit donc être tel que quatre vues de 35mm chacune, soit au minimum 140mm, puissent entrer sur la fente du monochromateur de 14mm de hauteur. Comme les vues doivent être bien distinctes les unes des autres, il faut conserver un espace entre chacune d'elles. Nous avons donc considéré que l'image totale initialement est de 200mm. Par conséquent, cela signifie que le grandissement total doit être de l'ordre de :

$$\gamma_T = \frac{\text{image_finale}}{\text{image_initiale}} = \frac{14}{200} = 0,07$$

Or, 14mm est la hauteur maximale de la fente d'entrée du monochromateur mais les dimensions de la caméra CCD que nous utilisons en sortie du monochromateur ne permettent pas une acquisition sur 14mm. En effet, la matrice de détection est composée de 1024 pixels de $13\mu\text{m}$ chacun dans la hauteur. Elle mesure donc $1024 \times 13 \cdot 10^{-3} \approx 13,3\text{mm}$. Nous avons donc préféré considérer un plan focal de 13mm et le grandissement total qui nous est imposé est donc égal à :

$$\gamma_T = \frac{\text{image_finale}}{\text{image_initiale}} = \frac{13}{200} = 0,065 \quad (3-2)$$

Ainsi, l'image finale de chaque vue mesure 2,275mm précisément. Il reste donc environ 1mm entre chaque vue sur l'image finale formée sur la fente ; cette distance est

largement distinguable par la matrice de photodiodes dont la résolution est de $13\mu\text{m}$ (taille des pixels).

Un agrandissement total de 0,065 du dispositif optique peut être obtenu par une combinaison de plusieurs lentilles dont les distances focales et les positions ont été choisies judicieusement afin de satisfaire les différentes contraintes imposées. Il a également fallu tenir compte de la longueur totale du trajet optique qui nous était imposée par la distance entre le réacteur à arc et le monochromateur et qui est supérieure à 6m.

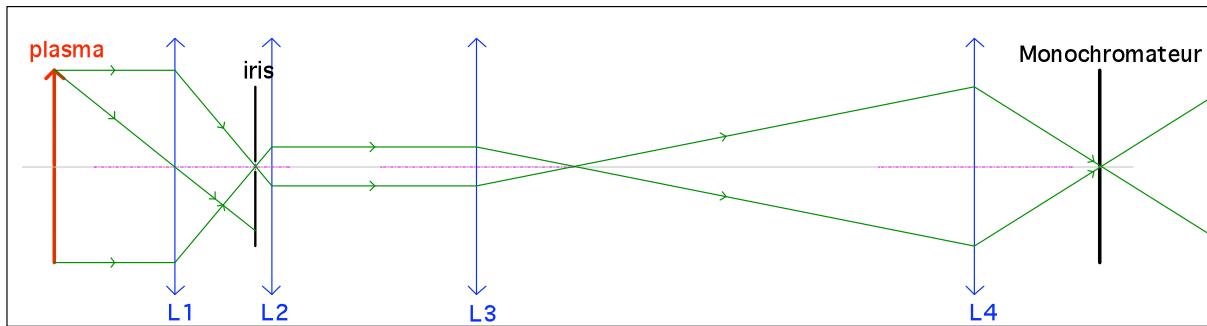


Figure 3. 15 : Schéma optique pour une voie

Après de multiples calculs, nous avons finalement établi un système qui, si on ne considère qu'une seule voie, est composé de quatre lentilles au total, dont la dernière est commune aux quatre voies. Les caractéristiques de ces lentilles sont les suivantes :

- L1, dont la distance focale est $f_1 = 500\text{mm}$, à 750mm de l'arc
- L2, dont la distance focale est $f_2 = 100\text{mm}$, à 1350mm de l'arc
- L3, dont la distance focale est $f_3 = 600\text{mm}$, à 2585mm de l'arc
- L4, dont la distance focale est $f_4 = 450\text{mm}$, à 5820mm de l'arc.

La figure 3.15 représente le tracé des rayons émis par un plasma dans le système optique tel qu'il a été défini ci-dessus. Sur cette figure, seules les lentilles sont représentées, aucun élément optique de réflexion n'apparaît. On y constate que l'iris joue parfaitement son rôle en supprimant les faisceaux non parallèles à l'axe optique.

Nous allons à présent donner les détails du calcul du agrandissement total du système optique composé des quatre lentilles configurées telles que nous l'avons précédemment défini.

D'après la loi de Descartes, pour une lentille i de focale f_i et de centre O_i , qui forme une image A_i du point objet A , on a :

$$\frac{1}{f_i} = \frac{1}{O_i A_i} - \frac{1}{O_i A} \quad (3-3)$$

A partir de cette formule et connaissant le focale f_i ainsi que la position O_i de chaque lentille, la position de l'image A_i est donc donné par :

$$\overline{O_i A_i} = \frac{f_i \times \overline{O_i A}}{f_i + \overline{O_i A}} \quad (3-4)$$

Le grandissement de la lentille i est égal à :

$$\gamma_i = \frac{\overline{O_i A_i}}{\overline{O_i O_i}} \quad (3-5)$$

Nous utilisons les formules (3-4) et (3-5) pour calculer la position et le grandissement de chaque image intermédiaire. Chaque lentille, hormis L_1 qui prend comme objet directement l'arc, prend comme objet l'image de l'arc formée par la lentille qui la précède. On obtient donc :

- Pour L_1 :

$$\overline{O_1 A_1} = 1500\text{mm}, \text{l'image se forme à } 2250\text{mm de l'arc et } \gamma_1 = -2.$$

- Pour L_2 :

$$\overline{O_2 A_2} = 90\text{mm}, \text{l'image se forme à } 1440\text{mm de l'arc et } \gamma_2 = 0,1.$$

- Pour L_3 :

$$\overline{O_3 A_3} = 1260,5\text{mm}, \text{l'image se forme à } 3845,5\text{mm de l'arc et } \gamma_3 \approx -1,1009.$$

- Pour L_4 :

$$\overline{O_4 A_4} = 582,8\text{mm}, \text{l'image se forme à } 6403\text{mm de l'arc et } \gamma_4 \approx -0,295.$$

Par conséquent, au total, l'image finale se forme, comme souhaité, au niveau de la fente du monochromateur, soit à environ 6400mm de l'arc et nous avons également le bon grandissement total puisque :

$$\gamma_T = \gamma_1 \cdot \gamma_2 \cdot \gamma_3 \cdot \gamma_4 = 0,0649 \approx 0,065 \quad (3-6)$$

Pour finir, la dernière contrainte que nous nous étions imposées avant la mise à œuvre du dispositif expérimental concerne la possibilité d'acquérir le rayonnement du plasma émis par des sections de hauteur variable entre la cathode et l'anode.

Initialement, afin de satisfaire cela, des moteurs synchronisés, permettant un mouvement de translation verticale équipaient les quatre bras optiques qui se trouvent en hauteur, en vis-à-vis des hublots de visée du réacteur. En procédant ainsi, à chaque changement de hauteur des voies optiques, la longueur totale du trajet optique variait également. Par conséquent, pour éviter que ces variations de longueur ne modifient le grandissement total, les rayons devaient être envoyés à l'infini avant de passer dans le prisme, c'est-à-dire avant de passer sur la partie basse du montage. Pour cela, nous avions envisagé de combiner les deux premières lentilles du montage optique, L_1 et L_2 , de façon à former un système cofocal qui renvoie les rayons à l'infini.

Néanmoins, un tel système présente un inconvénient non négligeable. Effectivement, à chaque translation des bancs optiques, on court le risque de perdre l'alignement des éléments optiques et par conséquent, la direction des rayons ainsi que la netteté de l'image finale créée sur les fentes du monochromateur. Ce système d'acquisition d'un plasma sur toute sa hauteur n'est donc pas ou peu fiable. Par conséquent, plutôt que de déplacer les optiques, l'autre idée consiste à mettre en mouvement le plasma, par l'intermédiaire de son réacteur. Les moteurs, qui étaient à l'origine positionnés sur les bras optiques, ont donc été déplacés sur le support du réacteur de façon à lui permettre un mouvement de translation verticale (voir Figure 3.6). La

contrainte sur l'envoi des rayons à l'infini n'est donc plus obligatoire et la combinaison des lentilles L_1 et L_2 en système cofocal n'est plus indispensable.

Au travers de ce paragraphe, nous venons de détailler comment nous avons tenu compte des différentes contraintes qui nous étaient initialement imposées pour définir et mettre en œuvre le dispositif optique d'acquisition. Afin de bien comprendre le fonctionnement de ce montage, nous résumons maintenant, au moyen de la figure 3.16 ci-dessous, le trajet qu'effectue le rayonnement émis par le plasma au travers du système optique complet. Nous pouvons pour cela nous appuyer sur le schéma de la figure 3.10 mais nous suivrons plus précisément sur la figure 3.16 le trajet des rayons émis par le plasma dans le dispositif optique jusqu'à la lame semi transparente centrale, c'est-à-dire jusqu'au regroupement des quatre voies en une seule. A chaque numéro sur la figure correspond une étape du trajet ; ce numéro est reporté dans le texte.

A l'origine, le rayonnement du plasma est dirigé suivant quatre incidences angulaires tous les 45° . A chacune de ces incidences correspond une voie optique, identique pour les quatre angles de visée.

Pour commencer, sur chacune des voies optiques, la lentille L_1 , de focale 50cm, collecte les rayons issus du plasma, à 75cm de celui-ci (**1**). Ensuite, seuls les rayons parallèles sont sélectionnés par un iris (**2**) qui doit, pour cela, être placé dans le plan focal image de la lentille L_1 . La deuxième lentille L_2 , de focale 100mm et positionnée à 60cm de L_1 , prend ensuite le relais et focalise les rayons parallèles sur le prisme (**3**). Le prisme envoie le faisceau à 90° (**4**) vers un miroir M_1 situé en contrebas (**5**). Prisme et miroir M_1 conjugués permettent, nous l'avons vu, l'inversion du faisceau horizontal en un faisceau vertical qui pourra entrer dans la fente du monochromateur sans être tronqué. Le miroir M_1 va maintenant renvoyer le signal au travers d'une troisième lentille L_3 (**7**) par l'intermédiaire d'un second miroir M_2 (**6**). La distance focale de L_3 est de 600mm et elle est située à 258,5cm du plasma, autrement dit à environ 125cm de la précédente lentille. Les voies $\{0^\circ ; 45^\circ\}$ et $\{90^\circ ; 135^\circ\}$ sont rassemblées deux à deux grâce à, respectivement, deux lames semi transparentes (**8**) puis ces deux ensembles sont associés via une dernière lame semi transparente, appelée lame centrale (**9**), pour ne former plus qu'un seul signal composé de quatre faisceaux distincts positionnés les uns au dessus des autres. Pour terminer, le signal va être focalisé sur la fente du monochromateur par une quatrième et dernière lentille L_4 (non visible sur la figure 3.16) de focale 450mm qui est située à 582cm du plasma, autrement dit à environ 60cm de la fente du monochromateur et à 325cm de la précédente lentille L_3 .

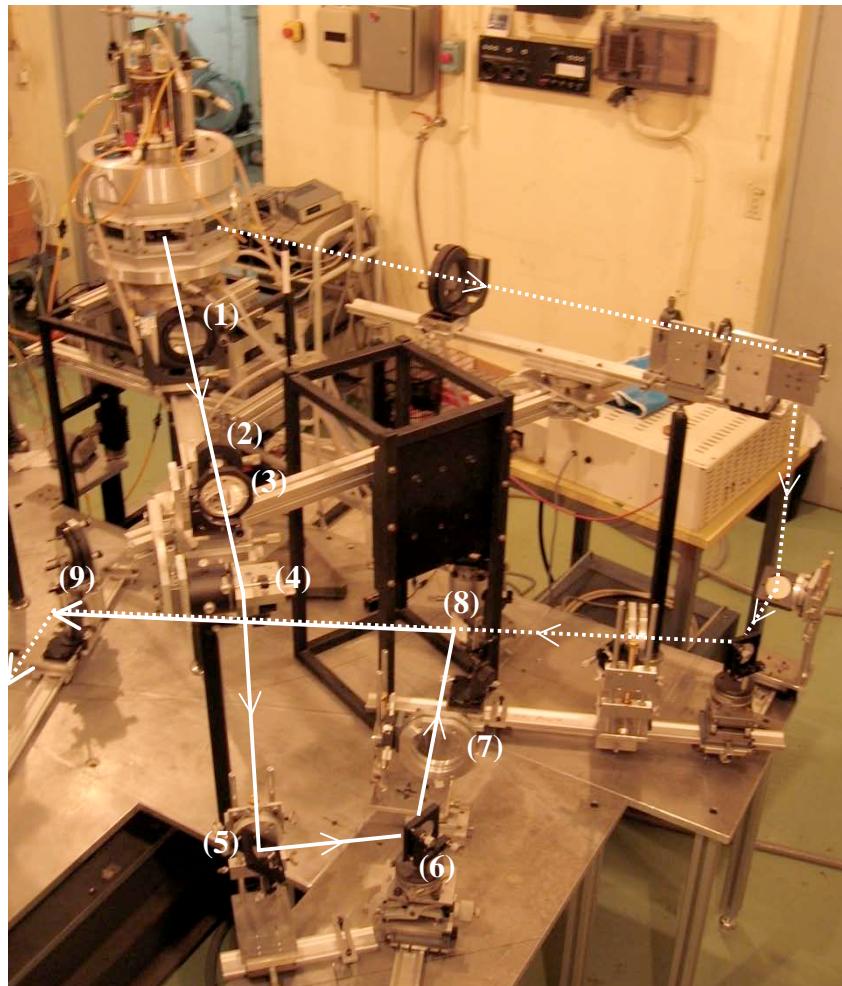


Figure 3. 16 : Trajet des rayons émis par le plasma pour deux voies optiques à 45° l'une de l'autre jusqu'au regroupement des 4 voies.

Dans ce paragraphe que nous venons de traiter, nous avons décrit avec précision le dispositif optique d'acquisition ainsi que sa mise en œuvre en fonction des différentes contraintes auxquelles nous avons dû faire face. Nous rappelons que l'objectif de cette expérience consiste à réaliser des acquisitions du rayonnement du plasma résolues à la fois spatialement puisque l'on effectue grâce à notre système des mesures sur toute la largeur du plasma simultanément, mais également spectralement pour en permettre une interprétation physique et la détermination des valeurs locales de température. Pour parvenir à cette double résolution spectrale et spatiale, il est nécessaire d'utiliser un monochromateur dit imageur. Si ce n'est pas le cas, il est impossible d'obtenir, lors d'une seule et même mesure, à la fois une bonne résolution spatiale et spectrale. Nous allons voir dans le paragraphe ci-dessous en quoi cela est problématique et quelle est la particularité d'un monochromateur imageur par rapport à un monochromateur classique.

3. Spécificité du monochromateur :

Initialement, nous étions équipés d'un monochromateur H.R.1000 de la marque Jobin Yvon associé à une caméra de la marque Hamamatsu. Le réglage de la position de la matrice de photodiodes dans le plan focal du monochromateur s'effectuait manuellement à l'aide d'une lampe « stylo » à vapeur d'argon placée sur la fente d'entrée. Ainsi, en décalant d'avant en arrière la caméra, nous étions capables de trouver la position du plan focal et d'obtenir ainsi une image nette, avec une bonne résolution spectrale, d'une raie de l'argon. Ensuite, le réglage précis des lentilles du dispositif optique consistait à déterminer leur position de façon à obtenir une image nette d'un objet test émetteur. L'objet test que nous avons utilisé est une lampe à filament de tungstène, que nous utilisons également, nous le verrons plus loin, pour l'étalonnage. Cette lampe émet uniquement un continuum et non un spectre de raies. Nous avions donc réglé les lentilles de façon à obtenir une image la plus nette possible, cette fois-ci avec donc une bonne résolution spatiale. Nous nous sommes alors aperçus que pour cette dernière position de la caméra, l'image du filament de la lampe à ruban de tungstène se formait largement en avant de la fente d'entrée du monochromateur, et non dessus comme le voudrait la logique.

Ainsi, il nous était impossible de réaliser une acquisition d'une image à la fois résolue spectralement et spatialement, comme nous le souhaitions, avec le monochromateur et la caméra mis en place / installés.

En cherchant l'origine de ce problème, nous nous sommes rendus compte qu'il s'agissait d'un problème inhérent au type de monochromateur que nous utilisions et plus particulièrement au design de ses miroirs internes, comme le confirme un article de Sesi [Ses_1] ou encore un tutorial de la société Acton [Act_1]. En effet, un monochromateur classique est constitué de miroirs sphériques qui, comme toute optique sphérique, génèrent des astigmatismes dans l'image dès lors que le signal s'écarte trop de l'axe optique. On observe alors distinctement deux plans focaux du monochromateur. Un premier plan focal, dit tangentiel, donne la résolution spectrale, autrement dit une image avec une bonne résolution suivant l'axe horizontal de la matrice de photodiodes. Un second plan focal, dit sagittal, donne quant à lui la résolution spatiale, autrement dit une image avec une bonne résolution suivant l'axe vertical de la matrice de photodiodes. Or, notre dispositif expérimental d'acquisition a été implémenté de manière à exploiter au maximum la hauteur de la fente d'entrée du monochromateur, cela dans le but d'effectuer des acquisitions simultanées selon les quatre angles de vue. Par conséquent, la majorité du signal se situe en dehors de l'axe optique. Les aberrations d'astigmatisme sont donc particulièrement importantes.

Dans le paragraphe qui suit, nous présentons des tests effectués afin d'illustrer l'importance du choix du monochromateur par rapport à l'objectif de notre expérience et afin de mettre en évidence l'existence d'un double plan focal – tangentiel et sagittal – pour un monochromateur classique tel le H.R.1000.

Pour ce test, nous avons conçu un objet simple qui nous permette d'évaluer facilement la meilleure résolution spatiale et la meilleure résolution spectrale, autrement dit

respectivement les plans sagittal et tangentiel. Pour cela, nous avons constitué un objet composé de cinq fibres optiques soigneusement accolées les unes au-dessus des autres, comme on peut le voir sur la figure 3.17 (a). Une extrémité des fibres est placée sur la fente d'entrée du monochromateur alors que l'autre extrémité est positionnée devant une lampe à vapeur d'argon. Le monochromateur est centré sur la raie atomique 6965Å de l'argon. Le placement de l'objet test par rapport au monochromateur et à la lampe à vapeur d'argon peut être visualisé sur les figures 3.17 (b) et (c). Les fibres utilisées ont un diamètre extérieur de l'ordre de 500µm et leur diamètre interne est de l'ordre de 200µm. Cela forme donc un objet composé de cinq points lumineux en alternance avec un point noir.

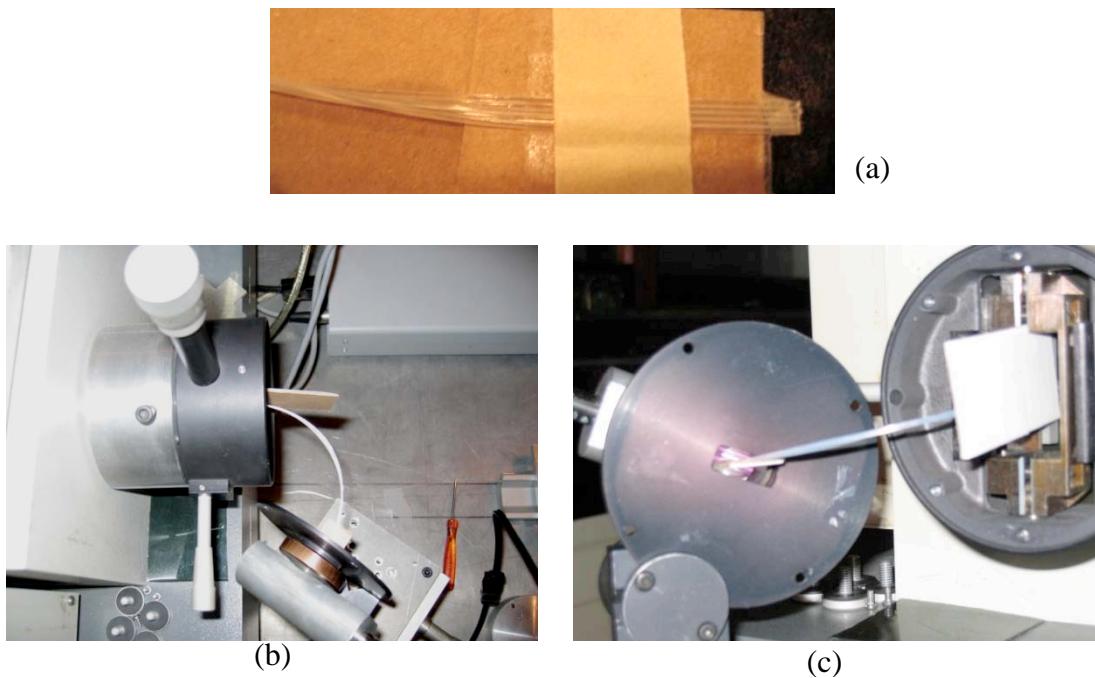


Figure 3. 17 : Objet test constitué de 5 fibres optiques et combiné à la lampe à vapeur d'argon.

L'objectif de ce test est, dans le cadre de l'utilisation du monochromateur classique H.R.1000, de déterminer la position des deux plans focaux l'un par rapport à l'autre et d'estimer la distance qui les sépare. Nous avons donc fait varier longitudinalement la position de la caméra de façon à obtenir dans un premier temps l'image la mieux résolue spatialement, afin de localiser le plan sagittal. Pour obtenir cette image, nous cherchons à observer les cinq points lumineux, étalés en longueur d'onde en sortie du réseau, les plus distincts possibles les uns des autres selon l'axe vertical X de la matrice. La figure 3.18 montre l'image obtenue avec la caméra positionnée dans le plan sagittal. Dans un second temps, nous avons déplacé la caméra de façon à détecter le plan focal tangentiel, dans lequel l'image est résolue spectralement. Dans ce cas, il a fallu rechercher l'image sur laquelle une raie de l'argon est la plus intense et la plus étroite, autrement dit la mieux résolue. Les images acquises lorsque la caméra se trouve dans le plan tangentiel sont données par la figure 3.19.

Finalement, la distance entre le plan sagittal et le plan tangentiel a été mesurée à 8mm, le plan sagittal étant le plus éloigné de l'entrée du monochromateur.

Les figures 3.18 et 3.19 montrent les acquisitions effectuées avec la matrice de photodiodes selon deux modes de visualisation. Le premier mode de vue en (a), dit 1D, représente l'intensité du signal en fonction de la hauteur X le long des fentes d'entrée du monochromateur. Le second mode représenté en (b), dit 2D, représente la répartition du signal selon la hauteur X des fentes d'entrée en fonction de l'étalement spectral en longueur d'onde λ . La figure 3.18 montre l'acquisition effectuée dans le plan sagittal. On y distingue parfaitement, quelque soit le mode de visualisation, les cinq points lumineux issus des fibres optiques, bien distincts les uns des autres. Cependant, la résolution spectrale est mauvaise comme on peut le voir sur la figure 3.18 (b) qui montre une raie 6965\AA de l'argon très étalée et non pas un pic comme on devrait l'observer normalement. A l'inverse, la figure 3.19 montre l'acquisition effectuée dans le plan tangentiel. D'un point de vue spatial, la résolution est mauvaise puisqu'on ne distingue pas bien les 5 points lumineux des fibres optiques. Par contre, la figure 3.19 (b) montre une résolution spectrale correcte.

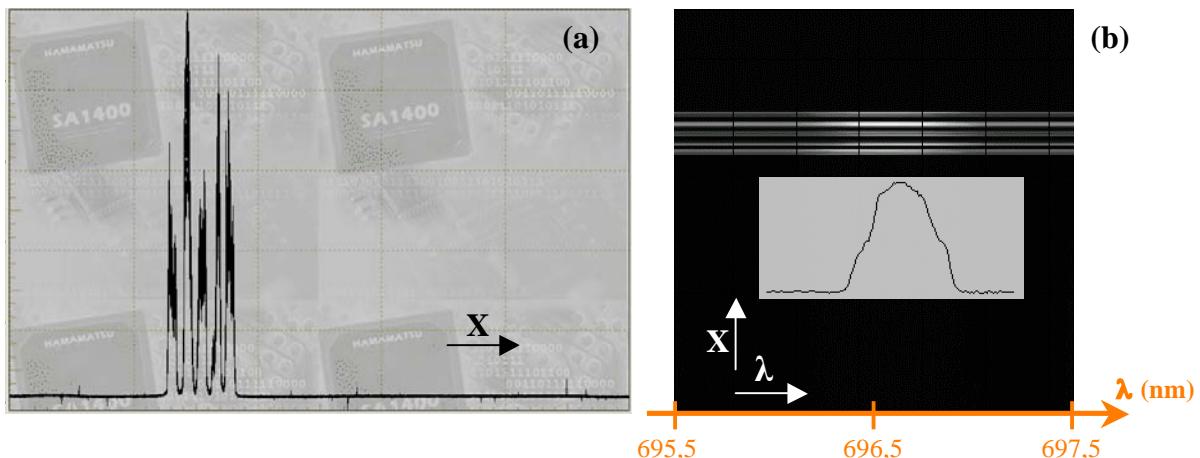


Figure 3.18 : Plan sagittal en vue 1D en (a) et en vue 2D en (b).

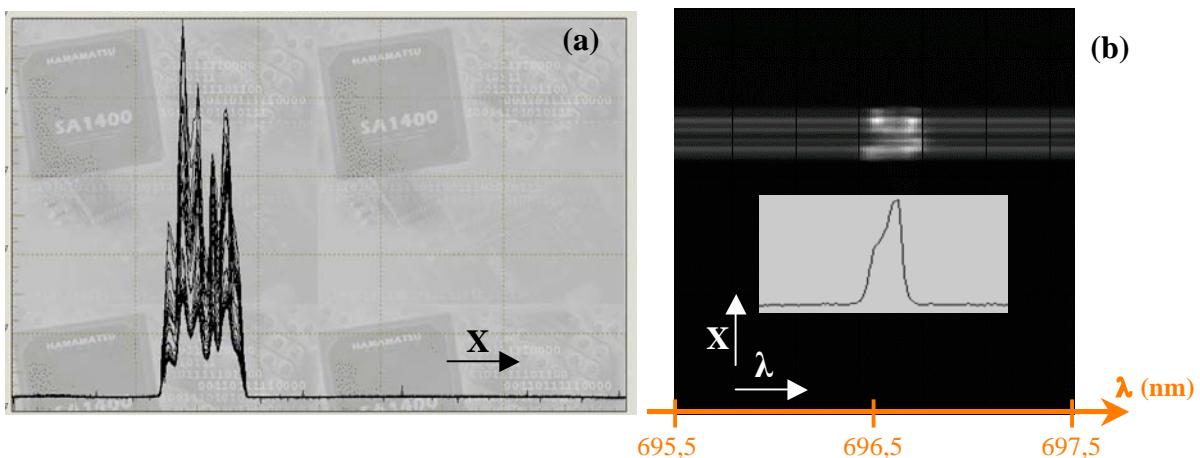


Figure 3.19 : Plan tangentiel en vue 1D en (a) et en vue 2D en (b).

Afin de s'affranchir de ces problèmes de double plan focal d'un monochromateur classique, la solution consiste à modifier la géométrie des miroirs du monochromateur dans le but de supprimer les astigmatismes. Pour cela, les miroirs doivent être de forme toroïdale et

non plus sphérique. Cela signifie que le rayon de courbure vertical est différent du rayon de courbure horizontal. Ainsi un monochromateur équipé de tels miroirs peut être qualifié d'imageur. Le spectrographe ACTON SP2758i que nous utilisons dans la configuration finale du dispositif expérimental est de type imageur.

Une expérience identique à celle que nous venons de présenter a été réalisée avec le spectrographe imageur ACTON. La figure 3.20 ci-dessous présente une acquisition, effectuée avec ce monochromateur imageur, de l'objet constitué de 5 fibres optiques et illuminé par une lampe à vapeur d'argon pour la raie atomique 6965\AA . Nous constatons de manière évidente que l'image acquise est simultanément résolue spatialement et spatiale. En effet, la figure 3.20 (a), en mode 2D, montre une image où les cinq fibres sont nettement distinctes les unes des autres – nous obtenons une bonne résolution spatiale, et nous pouvons voir sur la figure 3.20 (b) une raie atomique de l'argon étroite et intense ; la résolution spectrale est donc optimale.

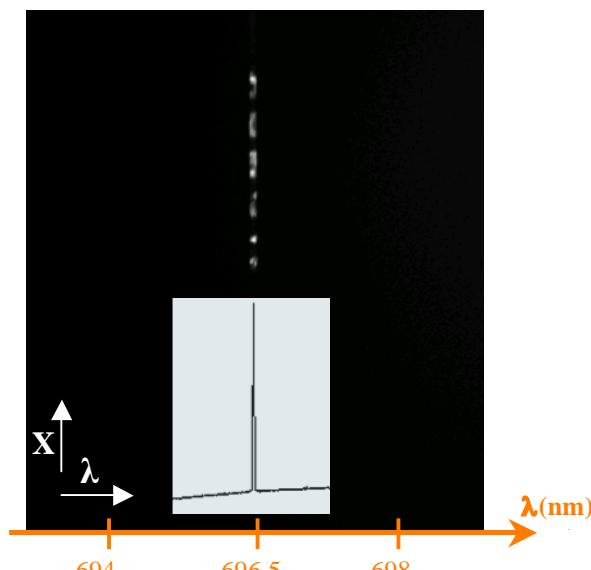


Figure 3. 20 : Image résolue spatialement et spectralement des 5 fibres optiques illuminées par une lampe à vapeur d'argon, acquise avec un spectrographe imageur.

En conclusion, le spectrographe imageur SP2758i de la société ACTON permet, contrairement au monochromateur classique que nous utilisions à l'origine, d'acquérir le rayonnement émis par le plasma sur toute la hauteur des fentes d'entrée grâce à la géométrie de ses miroirs, toroïdaux, qui limite les aberrations d'astigmatisme et donc supprime le problème du double plan focal du monochromateur.

Par la suite, tous les résultats que nous présentons sont obtenus à partir de mesures effectuées avec le spectrographe imageur.

Le dispositif expérimental complet de tomographie des plasmas thermiques venant d'être détaillé, passons à la présentation des résultats expérimentaux. Ils se divisent en deux parties : une première expérience pour l'étude de l'arc libre par tomographie et une seconde pour l'étude d'un arc tridimensionnel, déflecté mais avant cela, nous consacrons le paragraphe

IV à l'étalonnage. En effet, l'étalonnage est une procédure très importante pour la caractérisation expérimentale des plasmas ; nous détaillons donc cette étape préalable à l'exploitation des résultats.

IV. Etalonnage

Le signal brut enregistré par la caméra CCD en fin de chaîne d'acquisition n'est pas immédiatement exploitable. Les mesures que fournit instantanément la caméra correspondent en réalité à un signal électrique, qui n'a pas de signification physique réelle. En effet, la grandeur physique à laquelle on s'intéresse et qui doit permettre la caractérisation du plasma est la quantité d'énergie rayonnée par le plasma et recueillie par la matrice CCD, que nous nommons également émissivité intégrée. L'intensité du signal électrique mesuré est toutefois reliée à l'émissivité intégrée. La conversion du signal électrique mesuré en émissivité intégrée est effectivement possible grâce à un étalonnage. Il faut pour cela disposer d'une source de rayonnement dont l'énergie est connue. Cette étape d'étalonnage est indispensable à toute expérience, avant toute interprétation et exploitation des mesures.

En spectroscopie d'émission, une source étalon parmi les plus répandues est la lampe à ruban de tungstène. Il s'agit d'une lampe à incandescence pouvant fonctionner à forte intensité, dont le filament traditionnel est remplacé par un filament de tungstène parfaitement poli et surfacé. Pour notre étalonnage, nous utilisons une lampe à ruban de tungstène de type OSRAM WI 17G. Afin de pouvoir être employée comme source étalon, cette lampe a été auparavant calibrée par une société spécialisée, par rapport à un étalon dit primaire tel un corps noir, pour un point particulier de fonctionnement en intensité. Dans notre cas, la température du filament a été déterminée égale à 2856K avec une incertitude standard de 35K, pour une intensité de 15,7A. Un schéma de cette lampe ainsi que de ses caractéristiques est donné par la figure 3.21.

Pour tenir compte au mieux de la réponse de l'ensemble de la chaîne d'acquisition, la lampe étalon doit être positionnée exactement dans les mêmes conditions géométriques que le plasma. Dans notre cas, la lampe est donc positionnée à la place de la chambre à arc amovible, sur le centre du réacteur matérialisé au sol. Ensuite, la lampe n'émettant pas de façon isotrope mais unidirectionnelle, face au hublot de quartz, les quatre voies optiques de notre dispositif expérimental ne peuvent pas être étalonnées conjointement mais successivement les unes après les autres. La lampe à ruban de tungstène doit alors être placée et alignée précisément sur le système optique quatre fois. Nous réalisons ainsi un étalonnage par voie optique et non pas un étalonnage collectif de quatre signaux recueillis simultanément par la caméra. Nous pouvons voir sur la figure 3.22 la disposition de la lampe étalon par rapport au montage optique, pour une seule voie.

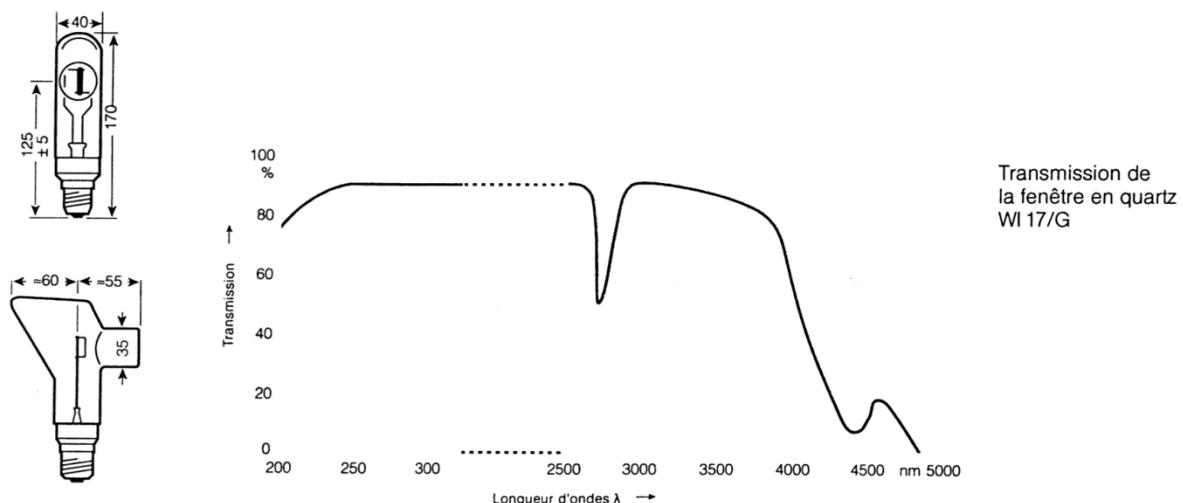


Figure 3.21 : Schéma et caractéristique en transmission de la lampe à ruban de tungstène WI 17G.

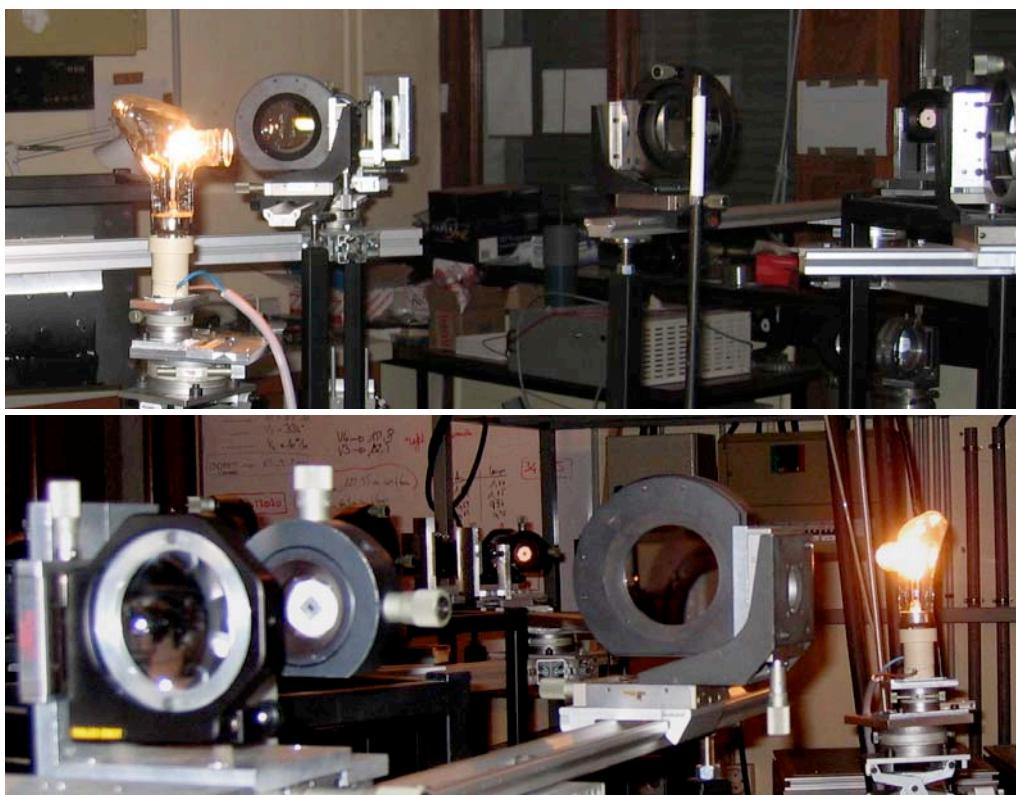


Figure 3.22 : Position de la lampe à ruban de tungstène pour l'étalonnage d'une voie optique du système expérimental d'acquisition.

L'intensité théorique de la lampe $I_{\text{lampe, théorique}}$ peut être calculée en fonction de l'émissivité du corps noir qui est donnée par la loi de Planck. Il faut cependant introduire une correction afin de prendre en compte l'émissivité du tungstène qui a été calculée par DeVos [DeV_1]. Pour une température de filament de 2856K – température de calibrage de la lampe, les valeurs de l'émissivité du tungstène sont obtenues par interpolation des données de DeVos présentées sur la figure 3.23.

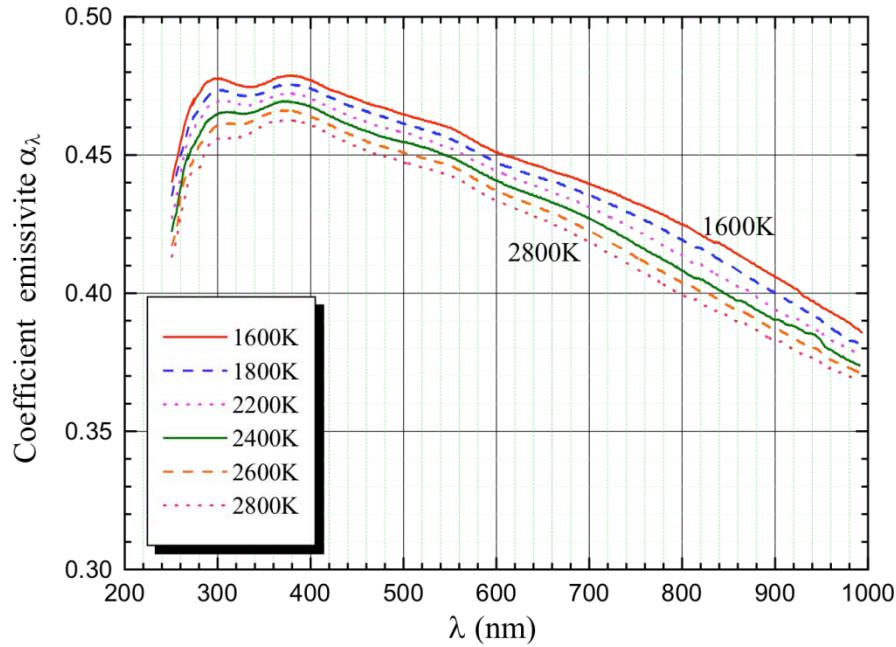


Figure 3.23 : Emissivités du tungstène en fonction de la longueur d'onde et de la température, d'après DeVos [DeV_1].

On estime ainsi l'intensité théorique de la lampe à ruban de tungstène à partir de la formule suivante, en supposant que le tungstène soit considéré comme un corps gris :

$$I_{\text{lampe_théorique}}(\lambda) = B_\lambda(T_{\text{lampe}}) \alpha(\lambda) \cdot t_\lambda \quad (3-7)$$

Dans l'expression (3-7), $B_\lambda(T_{\text{lampe}})$ est le rayonnement du corps donné par la loi de Planck (équation (2-7)), pour la température de la lampe qui vaut 2856K lors de l'étalonnage. Le coefficient $\alpha(\lambda)$ est l'émissivité du tungstène estimée par DeVos. Enfin, t_λ est le taux de transmission de la fenêtre de quartz de la lampe pour une longueur d'onde λ . On peut voir sur la figure 3.21 que t_λ est constant sur toute la plage de longueurs d'onde qui nous intéresse et il vaut 0,927.

Suite à ce calcul, sont finalement connues les grandeurs suivantes : $I_{\text{lampe_théorique}}$, $I_{\text{lampe_mesurée}}$ et $I_{\text{plasma_mesurée}}$. A partir de ces trois paramètres, il est possible de déduire le signal théorique du plasma $I_{\text{plasma_théorique}}$, c'est-à-dire la quantité d'énergie réellement rayonnée par celui-ci pour une longueur d'onde donnée. Ainsi, l'intensité absolue de la raie considérée du plasma s'exprime en W.cm^{-2} selon l'équation (3-8), pour une longueur d'onde donnée :

$$I_{\text{plasma_théorique}} = I_{\text{plasma_mesurée}} * \frac{I_{\text{lampe_théorique}}}{I_{\text{lampe_mesurée}}} \quad (3-8)$$

Une fois l'intensité absolue du plasma pour la longueur d'onde λ déterminée grâce à l'étalonnage, l'exploitation et l'interprétation physique des résultats expérimentaux est possible. Elles sont présentées dans les paragraphes suivants V et VI.

V. Résultats expérimentaux de la tomographie d'un plasma d'arc 2D

Une de nos premières expériences a consisté à générer un plasma en configuration d'arc libre, et donc par conséquent un plasma axisymétrique, bidimensionnel. L'objectif de cette expérience est de reconstruire tomographiquement une configuration d'arc électrique qui est bien connue et qui a été largement étudiée par la communauté des plasmas thermiques, afin de confronter nos résultats avec ceux de la littérature qui sont classiquement obtenus par inversion d'Abel.

1. Description de la configuration de l'arc libre :

Afin de créer un arc libre avec notre dispositif expérimental, nous n'utilisons pas le dispositif de déflection de l'arc par champ magnétique que nous avons décrit précédemment, ni de cathode dissymétrique mais simplement une cathode conique classique. La distance inter électrode est réglée à 18mm après amorçage, ce qui équivaut à la longueur d'arc. Cet arc libre a été généré pour une intensité de 95A. Dans toutes nos expériences, l'unique gaz plasmagène est l'argon ; dans le cas présent, il a été injecté dans l'enceinte avec un débit de $12,5\text{l}.\text{min}^{-1}$, suffisamment élevé afin de limiter au maximum les fluctuations et de stabiliser au mieux le plasma. La tension d'arc, obtenue au moyen d'un voltmètre, a été mesurée égale à 22,5V lors de cette expérience.

L'arc libre que nous avons généré peut être observé sur la figure 3.24 représentant une photographie du plasma au travers d'un filtre.



Figure 3. 24 : Photographie de l'arc libre de 18mm, filtrée.

2. Spectre complet de l'arc :

Avant toute acquisition spectroscopique d'une raie choisie de l'argon, une acquisition de l'ensemble du spectre émis par le plasma dans le domaine du visible, entre 400nm et 750nm. Pour cela, nous employons le réseau à 300 traits par mm afin d'obtenir des acquisitions spectroscopiques à large spectre.

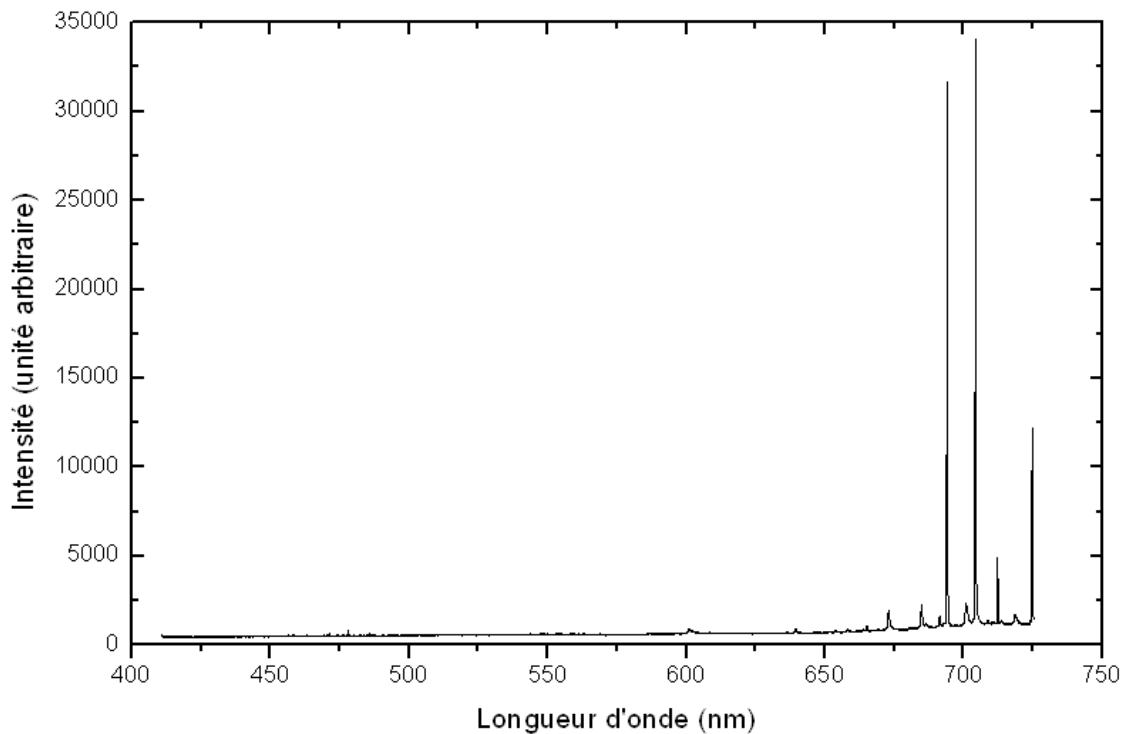


Figure 3.25 : Spectre de l'arc libre sur une plage de longueur d'onde de 410nm à 750nm.

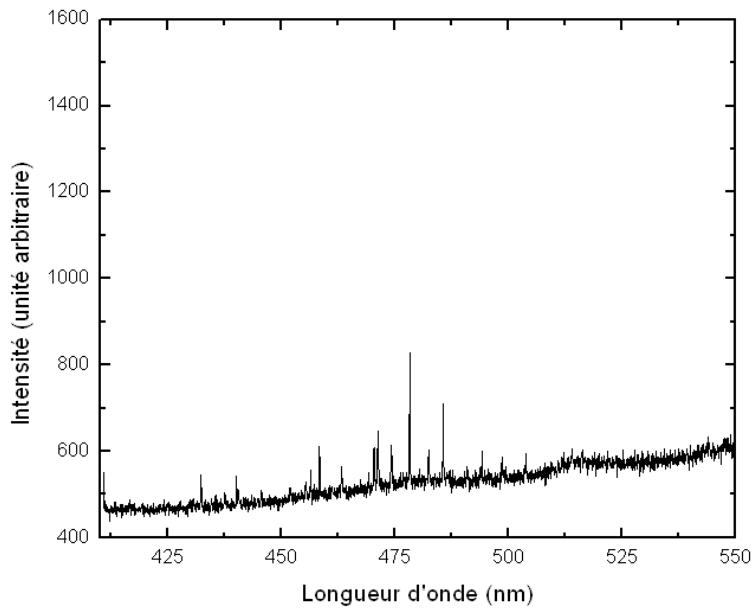


Figure 3.26 : Spectre de l'arc libre sur une plage de longueur d'onde de 410nm à 550nm.

Les résultats des figures 3.25 et 3.26 représentent le spectre émis par le plasma pour une coupe située à environ 5mm en dessous de la pointe de la cathode. Il s'agit donc d'une zone encore relativement chaude, et donc très émissive. Sur la figure 3.25, donnant le spectre entier émis par le plasma entre 410nm et 750nm, on constate que les raies les plus intenses et le plus nombreuses sont observées aux alentours de 700nm, et plus précisément à partir de 650nm. Ces raies intenses qui apparaissent correspondent à des raies de l'argon neutre.

La figure 3.26 est un zoom, sur la plage de longueur d'onde entre 410nm et 550nm, du spectre entier de l'arc ; autrement dit, elle représente le spectre émis par l'arc dans le domaine

du violet. On constate alors que, entre 450 et 500nm, de nombreuses raies, peu intenses, sont observables. Elles correspondent à l'argon II, déjà ionisé une fois. Cette espèce n'apparaît que dans les régions les plus chaudes.

En spectroscopie d'émission, une seule raie du plasma est sélectionnée pour être par la suite exploitée et interprétée physiquement. Le choix de la raie est très important pour une bonne exploitation. En effet, une raie intéressante en spectroscopie doit tout d'abord être isolée sur le spectre. Elle ne doit pas être autoabsorbée, ou peu, et elle doit enfin posséder une forte probabilité de transition. La raie 6965 Å de l'argon neutre satisfait ces trois conditions et est, de plus, observable sur toute la longueur de l'arc dans notre cas. Nous choisissons donc cette raie pour la détermination des températures du plasma.

3. Résultats :

Nous avons vu que le principe de l'acquisition consiste à mesurer le rayonnement émis par le plasma sur des sections successives à différentes hauteurs entre les électrodes. Ainsi, après traitement informatique et étalonnage, nous obtenons pour chaque angle de visée un plan contenant les émissivités intégrées émises sur toute la hauteur du plasma. Un de ces plans est représenté sur la figure 3.27, ainsi que sa position par rapport à la cathode et à l'anode.

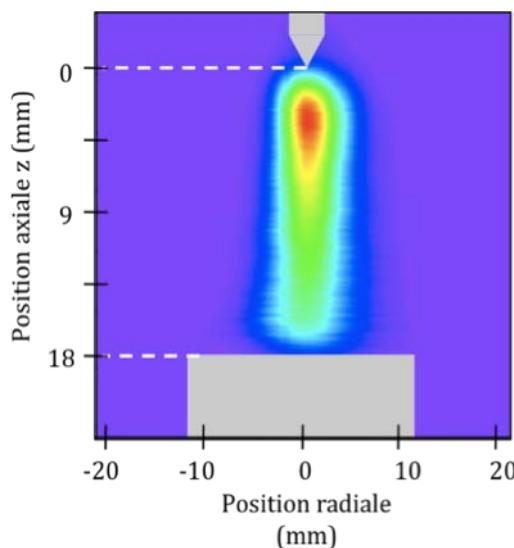


Figure 3. 27 : Position du plan d'émissivités intégrées à 0° par rapport aux électrodes.

Sur la figure 3.28, sont regroupés les plans d'émissivités intégrées émises par le plasma selon les quatre incidences angulaires d'acquisition. Le traitement informatique consiste en partie à superposer les acquisitions successives les unes au-dessus des autres de façon à former les plans représentés sur les figures 3.27 et 3.28. Ensuite, pour la reconstruction tomographique, le recalage de ces quatre plans les uns par rapport aux autres s'impose. En effet, lors de l'acquisition d'une section du plasma, il subsiste, malgré toute l'attention portée à l'alignement du dispositif optique, de légers décalages entre les signaux

issus des quatre visées. Ces décalages peuvent se produire en hauteur, c'est-à-dire que les quatre bras optiques ne visent pas exactement la même section du plasma, et ils peuvent également se produire en largeur et, dans ce cas, cela signifie que les quatre signaux ne sont pas exactement centrés au même endroit de la matrice CCD. Ce recalage est indispensable au bon fonctionnement de la reconstruction tomographique ; s'il n'est pas effectué, celle-ci pourrait donner des résultats aberrants. Toutefois, nous avons remarqué que ces recalages, notamment en hauteur, restent minimes (moins d'1mm), ce qui nous permet, dans un premier temps, d'affirmer le bon alignement de notre dispositif optique, particulièrement par rapport au réacteur et à l'axe inter-électrode. De plus, un recalage à plus ou moins 1 pixel (soit 0,25mm en hauteur et 0,20mm en largeur) n'influe pas sur le résultat de la reconstruction tomographique. Une fois ces recalages effectués, la reconstruction tomographique peut être effectuée.

Sur l'ensemble des reconstructions tomographiques que nous avons obtenues, nous constatons un écart maximum de température entre deux pixels voisins d'environ 1700K, pour toutes les directions de l'espace. Ainsi, nous considérons que, globalement, l'incertitude standard maximale en température que nous observons est de 1700K. Ce chiffre correspond à une incertitude de position de l'arc qui entraîne au maximum une différence de température de 1700K d'un pixel à l'autre, soit sur 0,15mm. Cette incertitude peut par exemple être due aux fluctuations spatiales et temporelles de l'arc. En effet, lors de l'acquisition d'une section du plasma, si une fluctuation se produit, nous avons une incertitude dans la mesure concernant la position radiale de l'arc pendant la durée de l'acquisition. Nos temps d'acquisition sont de 0,6 seconde alors qu'un plasma fluctue dans des temps de l'ordre de la centaine de μ secondes. Cette incertitude standard maximale de 1700K englobe les différentes autres incertitudes qui peuvent intervenir lors de la mesure et de la reconstruction tomographique. En effet, prenons par exemple l'incertitude due à la répétitivité de la mesure. Pour l'estimer, nous observons les profils de température que l'on obtient en appliquant l'inversion d'Abel, pour une section donnée du plasma, à partir des profils d'émissivités intégrées mesurés suivant les quatre incidences angulaires d'acquisition (Cf. Figures 3.37 et 3.38). Nous constatons alors que la différence de température entre les quatre profils est plus importante pour les températures proches de l'axe inter électrode, et donc les températures les plus élevées ; elle est de l'ordre de 1000K. Par contre, dès qu'on s'éloigne de l'axe, cette différence est en moyenne de l'ordre de 500K. Ces différences de température peuvent être considérées comme une incertitude de répétitivité. Nous voyons bien que cette incertitude est englobée dans l'incertitude maximale de position que nous avons estimée initialement. Ensuite, les incertitudes de reproductibilité de la mesure sont très faibles, de l'ordre de 1% seulement des valeurs de température, et les incertitudes dues à l'étalonnage n'atteignent que 5% environ. Ainsi, dans tous les cas, l'incertitude maximale de position que nous estimons à 1700K domine. Dans tous les résultats que nous présentons ci-dessous, nous considérons donc que l'incertitude standard maximale est de 1700K.

D'après la figure 3.28, les plans d'intensité absolue rayonnée par l'arc selon les quatre angles de vue fournissent déjà une bonne approximation de la forme globale de l'arc libre que

nous avons généré et nous pouvons d'ores et déjà remarquer que, selon certains angles de vue, notamment à 0° et 135° (figure 3.28 (a) et (d)), l'arc n'est pas parfaitement axisymétrique. Par contre, les plans obtenus suivant les angles 45° et 90° (figure 3.28 (b) et (c)) semblent bien axisymétriques. Ils seront alors utilisés afin de comparer les profils de température obtenus par inversion d'Abel et par tomographie.

Sur la figure 3.29 est représenté un profil radial de l'intensité absolue de l'arc électrique selon les incidences de visée à 0° et 90° . Ce profil est celui d'une section du plasma située à 2,1mm de la pointe de la cathode. A nouveau, nous constatons la différence de profil d'intensité absolue mesuré selon deux angles de visée perpendiculaires par rapport au plasma. Le profil à 90° est symétrique par rapport à l'axe des électrodes alors que le profil observé à 0° s'étale davantage d'un côté de l'axe que de l'autre. Cela signifie que le plasma est dissymétrique.

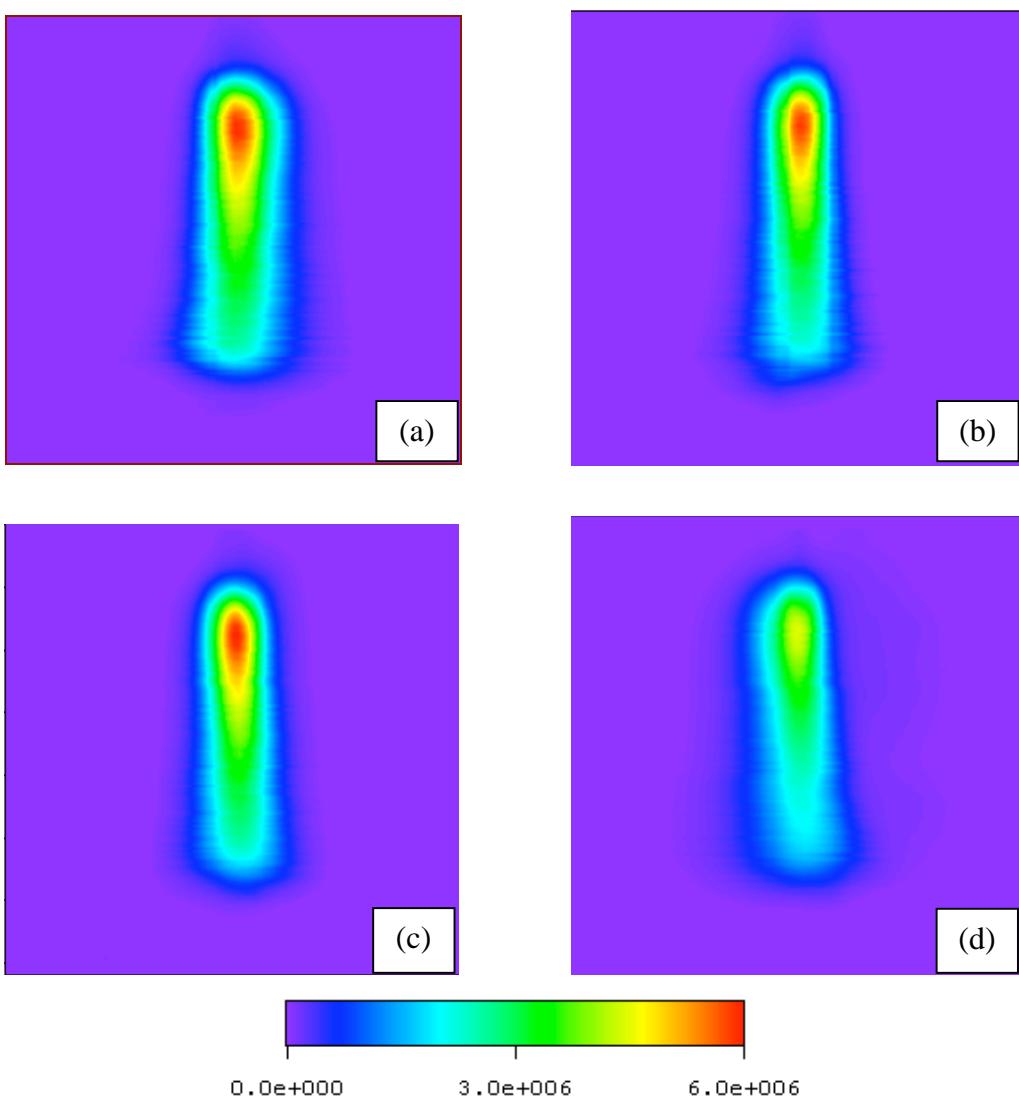


Figure 3.28 : Plans d'émissivités intégrées selon les angles de vue 0° (a), 45° (b), 90° (c) et 135° (d).

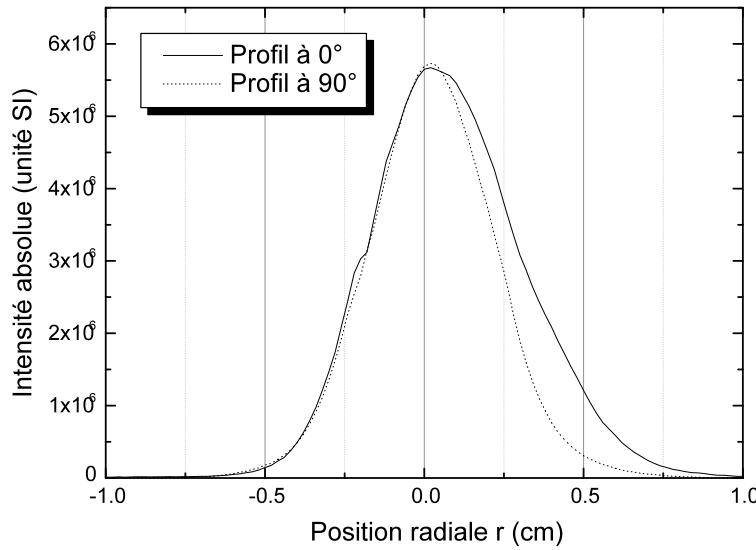


Figure 3. 29 : Profil radial de l'intensité absolue à 0° et 90°, pour la section de plasma située à 2,1mm de la cathode.

A partir des profils radiaux observés sous les quatre incidences angulaires de chaque section du plasma, la reconstruction tomographique telle que nous l'avons décrite au chapitre 2, est appliquée et permet de remonter à la distribution 2D des émissivités locales de chaque section. Nous présentons ces résultats sur les figures 3.30 et 3.31, respectivement pour deux sections du plasma. La première section se situe proche de la cathode, dans les zones les plus chaudes de l'arc alors que la seconde section se trouve plus proche de l'anode dans une zone moins chaude.

Sur la figure 3.30, nous pouvons voir une section du plasma à 2,4mm de la cathode. Nous constatons premièrement que la forme du plasma est allongée dans la direction à 45°, ce qui confirme nos observations initiales sur les plans d'émissivités sur lesquels l'arc apparaît dissymétrique selon certaines vues. Des contours ont été ajoutés sur la figure afin de visualiser plus facilement les valeurs d'émissivités. Pour la figure 3.30, les iso-émissivités tracées sont les suivantes :

- (a) $2 \cdot 10^6 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$
- (b) $6 \cdot 10^6 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$
- (c) $1,1 \cdot 10^7 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$
- (d) $1,3 \cdot 10^7 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$
- (e) $1,325 \cdot 10^7 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$.

Nous constatons que le contour de l'émissivité (e) la plus élevée se divise en deux parties. Cela semble par conséquent indiquer la présence d'un maximum d'émissivité en dehors de l'axe. En outre, cette caractéristique a été remarquée sur une dizaine de sections, toutes localisées dans une zone à environ 2mm en dessous de la cathode. Ainsi, pour toutes ces sections présentant un maximum d'émissivité en dehors de l'axe, la température correspondante est supérieure à la température du maximum d'émissivité théorique de la raie 6965Å, et donc supérieure à 15200K.

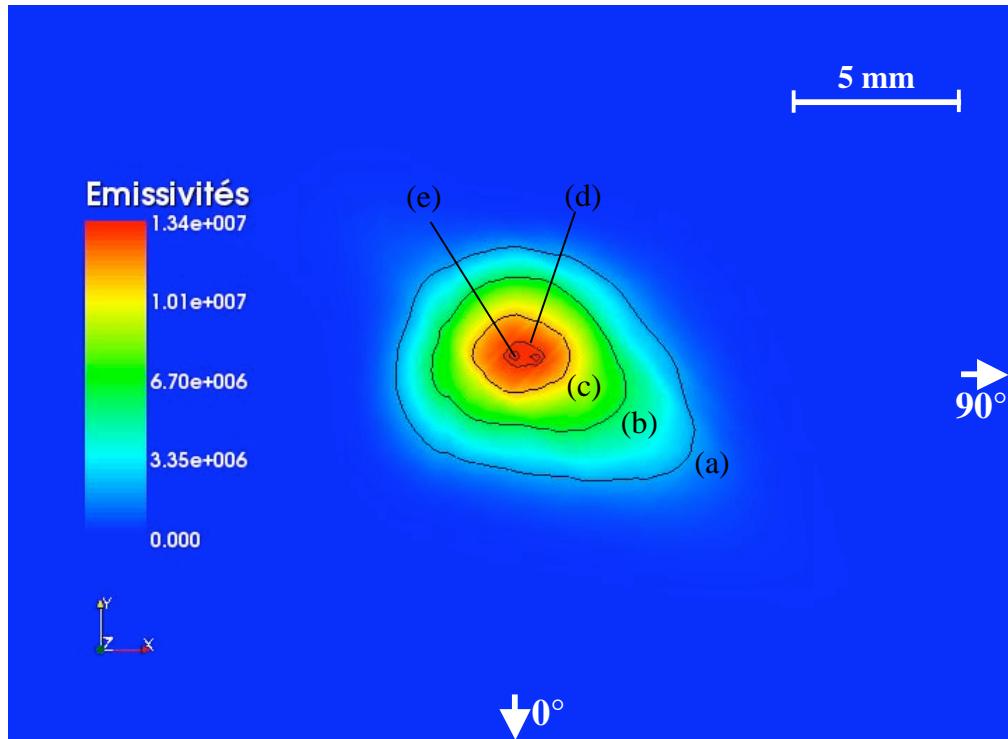


Figure 3. 30 : Distribution 2D des émissivités locales de l'arc libre sur une section axiale située à 2,4mm de la cathode.

La figure 3.31 donne la distribution de l'émissivité locale d'une section du plasma située à environ 10mm de la cathode, dans une zone plus froide du plasma. Logiquement, nous observons alors des valeurs de l'émissivité plus faibles que celles de la section à 2,4mm de la cathode. Ces valeurs atteignent $7 \cdot 10^6 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$. Nous avons également ajouté des contours d'émissivité sur cette figure. Les contours tracés sont :

- (a) $1 \cdot 10^6 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$
- (b) $3 \cdot 10^6 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$
- (c) $5 \cdot 10^6 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$
- (d) $6,7 \cdot 10^6 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$.

Sur cette section, nous constatons tout d'abord que, contrairement à la section précédente représentée sur la figure 3.31, les contours des émissivités ne présentent pas de maximum en dehors de l'axe. Cela signifie que la gamme de température de cette section est inférieure à la température du maximum d'émissivité théorique, soit 15200K.

En outre, nous constatons que le plasma s’élargit en se rapprochant de l’anode. En effet, son diamètre atteint 10mm alors qu’il varie entre 5 et 7mm pour les sections proches de la cathode. La dissymétrie est donc moins prononcée dans les zones proches de l’anode.

Ces résultats confirment la forme caractéristique des arcs libres dite « en cloche », où l’arc est resserré par des forces convectives de Laplace au niveau de la cathode puis vient s’écraser sur l’anode (Cf. Chapitre 1).

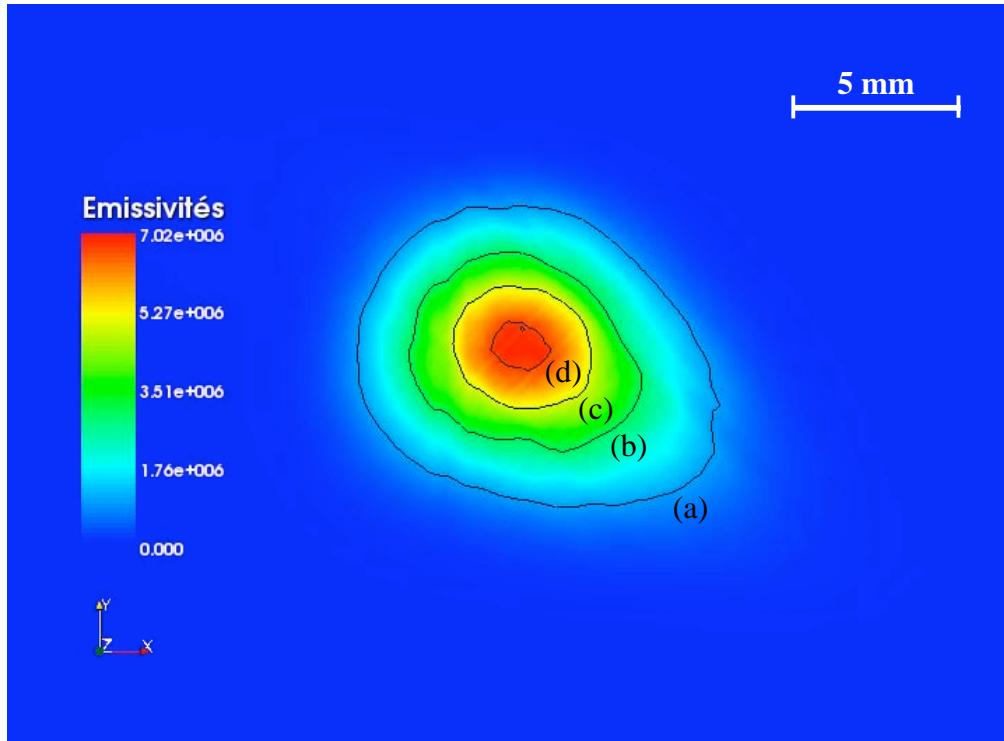


Figure 3.31 : Distribution 2D des émissivités locales de l’arc libre sur une section axiale située à 9,75mm de la cathode.

Traçons maintenant l’évolution de l’émissivité le long de l’axe entre la cathode et l’anode. Cette courbe est donnée par la figure 3.32. Sur une longueur de l’ordre de 1,3mm à partir de la pointe de la cathode, l’émissivité subit une brusque augmentation de $4 \cdot 10^6$ à $1,2 \cdot 10^7 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$. Cette augmentation devient plus douce jusqu’à atteindre un palier à $1,35 \cdot 10^7 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$, sur une longueur d’environ 1mm qui correspond à la zone la plus chaude de plasma. L’émissivité commence ensuite à diminuer lentement jusqu’à l’anode pour atteindre des valeurs minimales de l’ordre de $1 \cdot 10^6 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$.

Comme nous l’avons précisé dans le chapitre 2, nous considérons que, pour toutes les mesures effectuées, les conditions d’existence de l’ETL sont valables. Ainsi, à partir de l’hypothèse de l’ETL, la composition de l’argon pour des températures allant de 300K à 30000K est calculée et est utilisée pour la détermination des températures à partir des émissivités locales reconstruites tomographiquement. Toutefois, il a été démontré que la zone immédiate en dessous de la cathode est une zone où l’équilibre thermodynamique local est mis en défaut [Had_3]. Par conséquent, le calcul de composition de l’argon que nous utilisons n’est plus valable dans cette zone. Le phénomène de diminution des valeurs de l’émissivité

proche de la cathode serait la conséquence des écarts à l'équilibre existant dans cette zone. Ce phénomène a été étudié entre autre par Gudzy [Gud_1]. Dans la suite, nous ne donnons donc pas les valeurs de la température correspondant à cette zone.

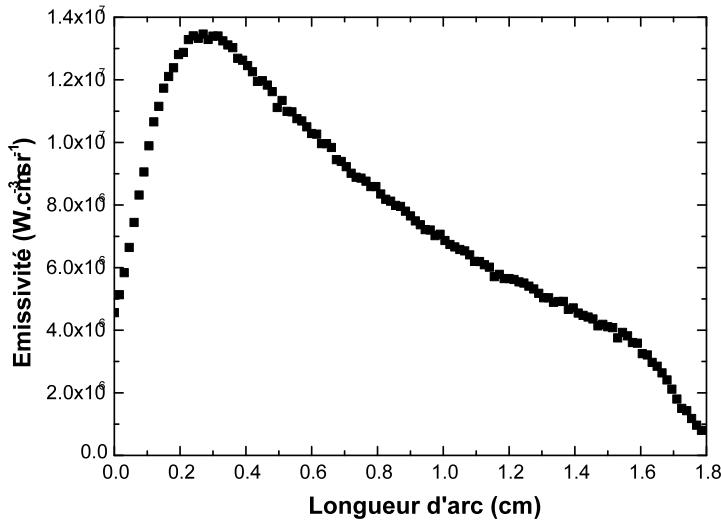


Figure 3.32 : Evolution de l'émissivité le long de l'axe inter électrode.

Sur la totalité des sections constituant l'arc, l'émissivité maximale atteint seulement des valeurs de l'ordre de $1,35 \cdot 10^7 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$. Or, l'émissivité théorique maximale de la raie 6965\AA de l'argon neutre est de $1,78 \cdot 10^7 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$ pour une température correspondante de 15200K . Les valeurs d'émissivités locales que nous obtenons sont relativement faibles par rapport au maximum théorique. Cela nous conduit donc à des températures maximales qui restent inférieures à 15200K comme on peut le voir sur la figure 3.33 représentant la variation de la température axiale en fonction de la longueur d'arc. Dans ce cas, les températures ont été calculées directement à partir des valeurs de l'émissivité en fonction de la température pour la raie 6965\AA de l'argon neutre, issues du calcul de composition. Nous pouvons constater effectivement que les températures maximales sont seulement de l'ordre de 13600K . Ce phénomène a également été mis en évidence par Gudzy [Gud_1] ainsi que Masquère [Mas_1].

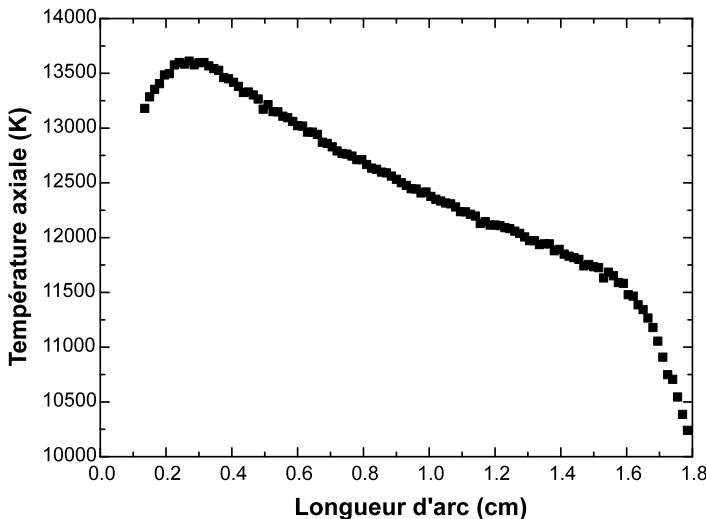


Figure 3.33 : Evolution de la température le long de l'axe inter électrode, obtenue par méthode de l'intensité absolue.

Les températures obtenues ainsi ne semblent pas réalistes pour un arc libre de presque 2cm de longueur et pour une intensité de l'ordre de 100A. En effet, l'arc libre est une configuration très classique et bien connue ; il a fait l'objet de nombreuses études théoriques et expérimentales [Hsu_1]. Ces études ont montré que les températures maximales du plasma dépassent généralement la température du maximum d'émissivité et peuvent atteindre 17000K voire 20000K selon les configurations.

Toutefois, nous avons vu précédemment que certaines sections d'émissivités du plasma que nous avons reconstruit présentaient des minima locaux sur l'axe de la décharge. Pour ces sections, il est donc possible d'appliquer la méthode de Fowler-Milne, que nous avons décrite au chapitre 2, et qui, nous le rappelons, est basée sur le rapport entre l'émissivité maximale expérimentale et l'émissivité maximale théorique pour la raie concernée. Ainsi, en appliquant la méthode de Fowler-Milne sur les sections concernées du plasma, les températures obtenues tendent vers les températures attendues, c'est-à-dire des températures supérieures à 15200K.

Nous présentons sur la figure 3.34 l'évolution de la température axiale en fonction de la longueur d'arc. Sur la partie gauche de la courbe, les températures de la zone chaude ont été obtenues par la méthode de Fowler-Milne. Sur la partie droite, les températures des autres sections du plasma, qui ne présentent pas de maximum d'émissivité en dehors de l'axe, ont été obtenues de façon identique à celles de la figure 3.33, par une conversion directe entre l'émissivité et la température à partir du calcul de composition. Un saut de température apparaît dans ce cas lors de la transition entre une section présentant un maximum en dehors de l'axe et la section suivante qui n'en présente pas, à 2,7mm de la cathode. Ce saut de température est de l'ordre de 1500K. Toutefois, cet écart reste inférieur à l'incertitude maximale observée sur les valeurs de température que nous avons estimé à 1700K. De plus, il se situe dans une zone où la courbe de l'émissivité en fonction de la température pour la raie

considérée (Cf. Figure 2.2 du chapitre 2) s’aplanit, augmentant alors l’imprécision sur la température.

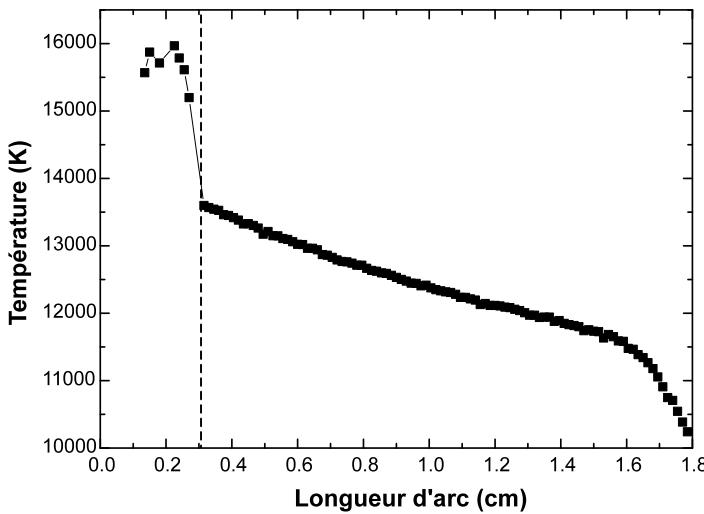


Figure 3.34 : Evolution de la température le long de l’axe inter électrode, après application de la méthode de Fowler-Milne sur les sections présentant un maximum d’émissivité en dehors de l’axe (à gauche).

Malgré le saut de température observé, ces résultats sont en accord avec les résultats rencontrés dans la littérature. Afin de confirmer cela, nous reprenons les travaux de Hsu [Hsu_1] concernant l’arc libre dans l’argon. Plusieurs configurations ont été étudiées dans son article mais une en particulier a retenu notre attention puisqu’elle se rapproche de la notre. Il s’agit d’un arc libre dans l’argon de longueur 20mm, généré à la pression atmosphérique pour une intensité de 100A, avec une tension d’arc de 23,1V. Pour rappel, notre configuration est un arc libre de longueur 18mm, également généré à la pression atmosphérique et pour une intensité de 95A.

La confrontation de nos résultats avec ceux de Hsu est donnée par la figure 3.35. Pour effectuer cette comparaison, nous avons sélectionné deux coupes longitudinales du plasma passant par l’axe de la décharge. Ces coupes sont perpendiculaires entre elles et nous en avons calculé la moyenne afin de tenir compte au mieux de la totalité du volume du plasma reconstruit par tomographie.

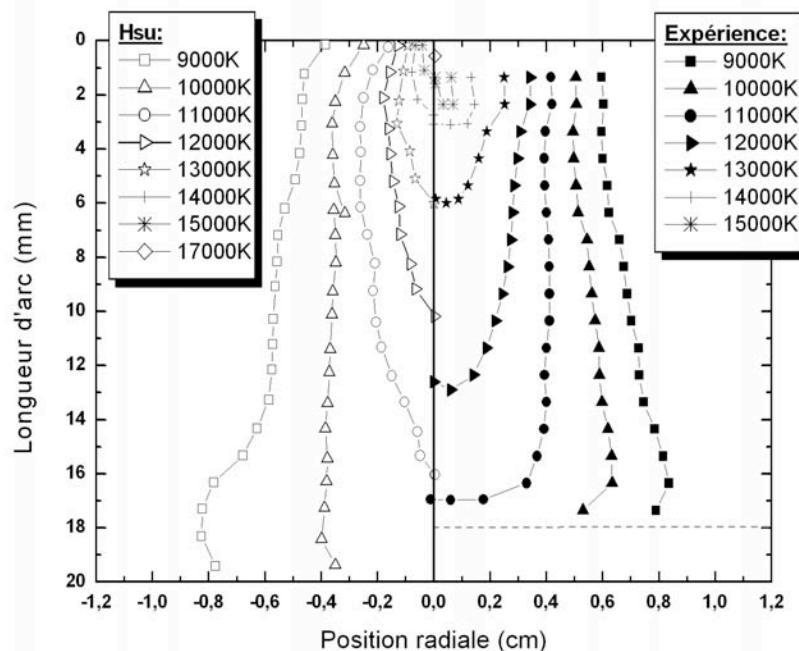


Figure 3.35 : Champ longitudinal de température obtenu par tomographie (partie droite) et champ de température expérimental d'un arc de 2cm issu des travaux de Hsu (partie gauche).

Dans un premier temps, au regard de la figure 3.35, nous pouvons globalement noter une bonne concordance entre les isothermes de Hsu et celles obtenues par tomographie. En effet, malgré la différence de longueur d'arc totale, les isothermes 11000K à 14000K se rejoignent au niveau de l'axe, signifiant que nous obtenons des températures axiales de même ordre de grandeur que celles obtenues par Hsu pour des positions comparables le long de l'arc.

Comme nous pouvons le voir sur les figures 3.30 et 3.31, le plasma n'est pas tout à fait symétrique par rapport à l'axe inter électrode ; en effet, nous pouvons constater sur la figure 3.35 que l'isotherme 15000K que nous obtenons est entièrement à droite de l'axe de la décharge alors que celle obtenue par Hsu est bien centrée. Ce décalage par rapport à l'axe explique également le positionnement radial des isothermes ; en effet, l'isotherme 10000K est située à environ 6mm de l'axe dans notre cas alors qu'elle est seulement à 4mm dans le cas de Hsu. De plus, la tension d'arc à 1,8cm a été mesurée à 22,5V lors de notre expérience alors que Hsu mesure une tension d'arc de 23,1V pour une longueur d'arc de 2cm. La tension d'arc que nous avons mesurée est donc en bon accord avec celle obtenue par Hsu.

Malgré les quelques différences remarquées entre le champ de température obtenu par Hsu dans le cas d'un plasma d'argon de 20mm et le champ de température que nous obtenons par tomographie pour un plasma de 18mm, le bon accord entre les deux champs conduit à une première validation de notre méthode et de notre système expérimental.

Observons maintenant une section axiale du plasma, que nous avons obtenue par reconstruction tomographique, afin de mieux évaluer la distribution bidimensionnelle du champ de température. La figure 3.36 représente ce champ pour la section située à 2,4mm en dessous de la pointe de la cathode. Les contours du plasma conservent une forme identique à ceux observés sur la distribution des émissivités (cf. Figure 3.30). Les isothermes tracées sur

la figure varient, de l'extérieur vers l'intérieur du plasma, de 10000K à 15000K par pas de 1000K. On constate que le cœur chaud du plasma, dont les températures sont supérieures ou égales à 15000K, est restreint à une zone de diamètre de moins d'1mm, avec seulement quelques points s'élevant à 16000K.

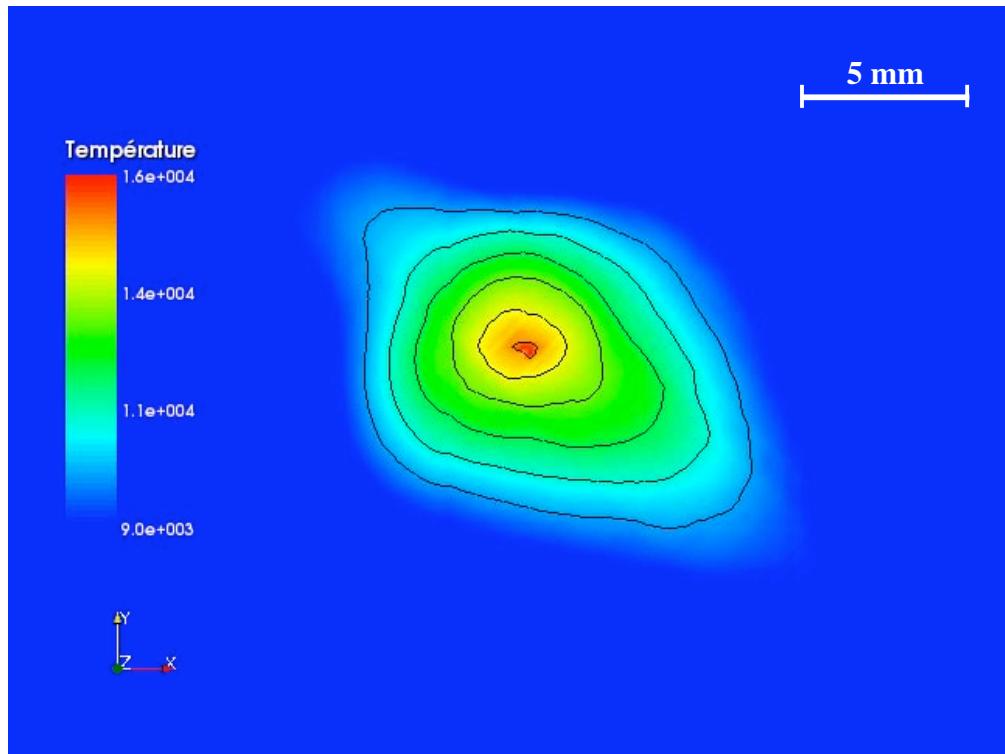


Figure 3.36 : Distribution 2D du champ de température d'une section du plasma située à 2,4mm en dessous de la cathode.

Afin de corroborer nos résultats, une inversion d'Abel a été appliquée à partir de certains profils d'émissivités intégrées que nous avons obtenus expérimentalement selon les différentes incidences angulaires d'acquisition. Les deux sections axiales du plasma que nous avons étudiées jusqu'ici sont à nouveau exploitées. Sont représentés sur les figures 3.37 et 3.38, les profils radiaux de température des coupes respectivement situées à 2,4mm et 10mm de la cathode.

Nous constatons sur ces figures que, quelle que soit la section du plasma, les profils de température issues de l'inversion d'Abel sont en bonne adéquation avec les profils de température obtenus par la méthode tomographique. En effet, ces derniers, malgré une légère dissymétrie de l'arc libre par rapport à l'axe, subissent une évolution en fonction de la distance radiale très similaire à celle des valeurs de température issues de l'inversion d'Abel, et cela quel que soit l'incidence angulaire utilisée pour le calcul. Quantitativement, les écarts maxima que l'on observe sur la position radiale sont de l'ordre 2mm, notamment au niveau de la base du profil où les températures sont inférieures à 10000K. En moyenne, ces écarts sont de l'ordre du millimètre. Ensuite, qualitativement, les écarts maxima observés en terme de température se situent proche de l'axe et des valeurs les plus élevées de la température. Ces

écart peuvent atteindre au plus 1000K pour la section de plasma la plus éloignée de la cathode.

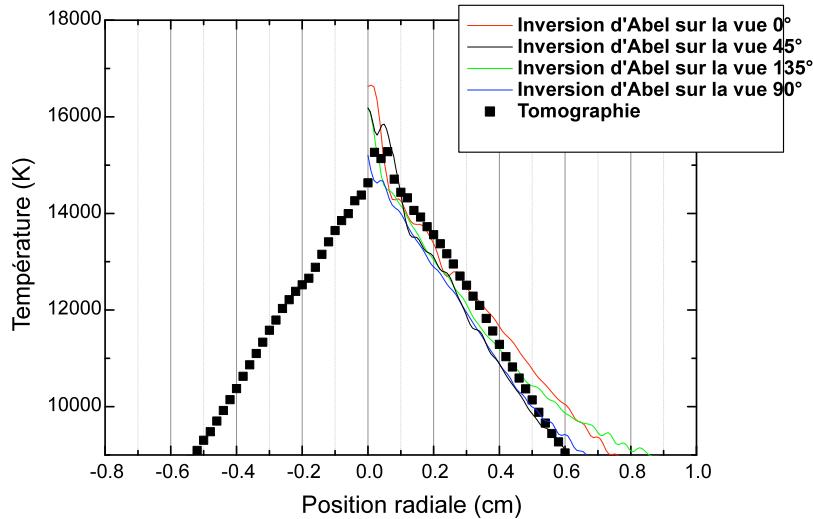


Figure 3.37 : Confrontation du profil radial moyen de température obtenu par tomographie de la section à 2,4mm de la cathode avec les profils équivalents issus de l'inversion d'Abel.

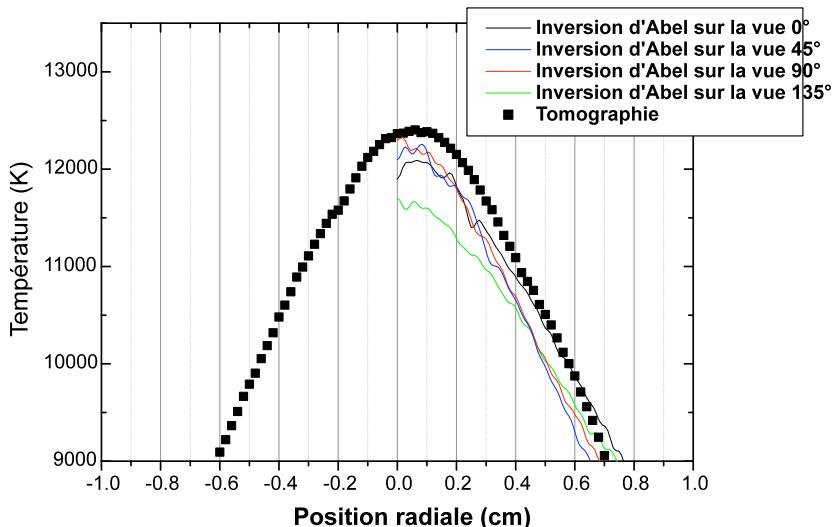


Figure 3.38 : Confrontation du profil radial moyen de température obtenu par tomographie de la section à 10mm de la cathode avec les profils équivalents issus de l'inversion d'Abel.

Cependant, nous avons vu auparavant que l'incertitude maximale sur la valeur de la température que nous obtenons suite à nos mesures est de l'ordre de 1700K. Ainsi, une différence maximale de 1000K entre l'inversion d'Abel et la tomographie sur les profils de température des sections du plasma examinées reste donc correcte. Ceci nous permet d'en conclure que les résultats de la reconstruction tomographique appliquée à un arc libre axisymétrique sont confirmés et validés par application de l'inversion d'Abel, qui est un outil classique employé avec succès sur des configurations d'arc 2D.

Pour conclure, ce paragraphe était consacré à l'étude expérimentale d'un arc bidimensionnel, et donc axisymétrique, par l'intermédiaire de l'outil tomographique que nous

avons développé, aussi bien le dispositif expérimental que la transformation mathématique d'inversion. Nous avons exposé les résultats de cette étude en mettant bien en évidence le fait que la tomographie donne pour la première fois accès à la totalité du volume 3D du plasma, sans aucune hypothèse de symétrie, c'est-à-dire quelle qu'en soit sa forme, axisymétrique ou non, et nous avons pu montrer qu'un plasma qui est supposé être généré de façon axisymétrique, ne l'est pas toujours totalement. Ensuite, afin de confirmer ces résultats, nous les avons confronté à des travaux de la littérature obtenus dans des conditions expérimentales proches. Finalement, l'inversion d'Abel, outil reconnu de détermination de la température locale dans un plasma 2D, nous a permis de valider définitivement la méthode ainsi que le dispositif expérimental de tomographie à quatre vues mis en œuvre pour un plasma axisymétrique.

A présent, nous allons développer dans le paragraphe ci-dessous les résultats de la caractérisation expérimentale par méthode tomographique d'un plasma non axisymétrique.

VI. Résultats expérimentaux de la tomographie d'un plasma d'arc 3D

1. Formation et description de l'arc tridimensionnel :

Afin de générer un plasma tridimensionnel, nous utilisons une cathode dissymétrique identique à celle décrite dans le paragraphe II-4 de ce chapitre, et que l'on peut voir sur la figure 3.8. Ainsi, la pointe de la cathode se trouve excentrée, entraînant une déviation du plasma suivant la direction donnée par l'angle de la cathode, autrement dit si la pointe de la cathode est située à gauche du centre, alors l'arc sera déflecté vers la gauche également. L'arc tridimensionnel que nous avons créé peut être visualisé sur la figure 3.39.



Figure 3. 39 : Photographie de l'arc électrique déflecté par cathode dissymétrique.

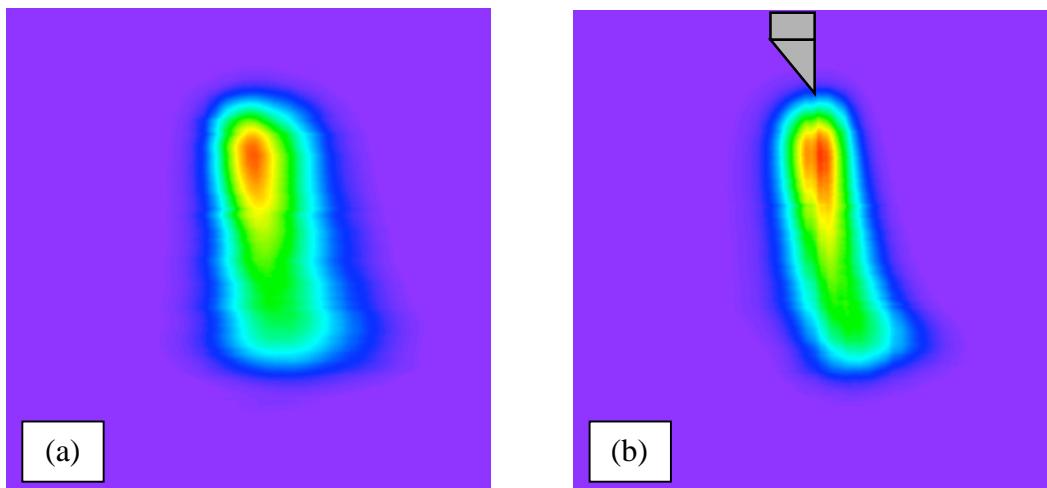
Pour générer cet arc, la distance inter électrode a été réglée à 15mm. L'intensité est de 93A et la tension d'arc a été mesurée à 21,6V. Le gaz plasmagène, toujours de l'argon, est injecté autour de la cathode avec un débit de $12,51.\text{min}^{-1}$.

En comparaison, avec le plasma axisymétrique que nous avons étudié au paragraphe VI, nous constatons que la tension d'arc de l'arc 3D est légèrement inférieure à celle de l'arc 2D. L'arc étant plus court, la chute de tension à la colonne est plus faible. Cependant, bien que la distance inter électrode soit réglée à 15mm, la longueur d'arc, de par la déviation du plasma, doit être supérieure. La géométrie est aussi différente et on peut penser que les phénomènes convectifs n'agissent pas de la même façon dans les deux géométries, engendrant plus de pertes pour une électrode biseautée. Ainsi, la résultante entre les pertes convectives et la longueur d'arc donne une tension d'arc voisine dans les deux cas.

Comme jusqu'à présent, la caractérisation expérimentale de cet arc est effectuée à partir des mesures spectroscopiques réalisées sur la raie 6965\AA de l'argon neutre.

2. Résultats :

La figure 3.40 montre les différents plans d'émissivités intégrées, après étalonnage, obtenus selon les quatre angles d'acquisition. On constate qu'il y a deux directions selon lesquelles le plasma est particulièrement deflecté. Ce sont les directions 45° et 90° . L'incidence angulaire à 0° est, quant à elle, légèrement deflectée alors que la visée à 135° ne l'est pas du tout et peut même être considérée comme une vue axisymétrique de l'arc. Ceci s'explique par la position de la cathode par rapport aux quatre angles de vue. En effet, le biais de la cathode est vu de face par la visée à 135° alors qu'il est vu de profil par celle à 45° . La position de la cathode par rapport aux plans de vue 45° et 135° a été schématisée sur la figure 3.40 (b) et (d).



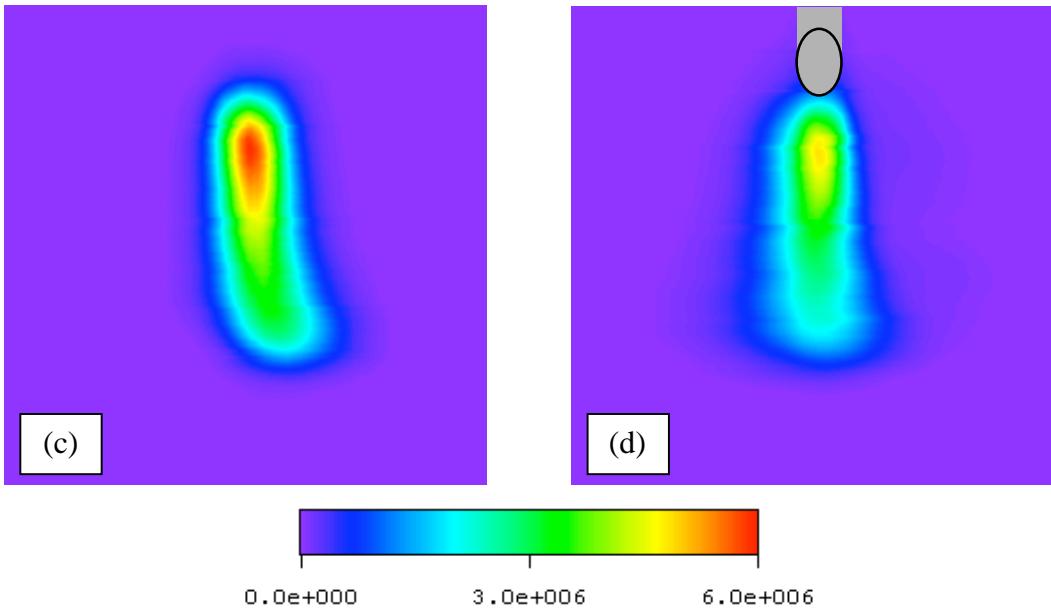


Figure 3.40 : Plans 2D d'émissivités intégrées de l'arc 3D suivant les quatre incidences angulaires d'acquisition à 0° (a), 45° (b), 90° (c) et 135° (d).

Après application de la reconstruction tomographique à partir des quatre plans d'intensité absolue rayonnée par l'arc présentés ci-dessus, nous obtenons les matrices d'émissivités locales pour chaque section du plasma entre les électrodes.

Sur les figures 3.41 et 3.42, nous présentons ces distributions d'émissivités locales du plasma pour deux sections situées à des hauteurs différentes et caractéristiques. La figure 3.41 donne la distribution pour une section proche de la cathode, à 2,4mm de la pointe, où les températures sont en théorie les plus élevées. Sur cette figure, ont été ajoutés des contours de l'émissivité dont les valeurs sont les suivantes :

- (a) $3 \cdot 10^6 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$
- (b) $6 \cdot 10^6 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$
- (c) $1 \cdot 10^7 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$
- (d) $1,2 \cdot 10^7 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$
- (e) $1,27 \cdot 10^7 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$.

Sur cette section, et comme sur une dizaine d'autres sections proches de la cathode, on remarque l'apparition d'un maximum d'émissivité en dehors de l'axe. En effet, le contour entourant les émissivités les plus élevées (supérieures ou égales à $1,27 \cdot 10^7 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$) se divise en deux contours distincts entre lesquels les valeurs de l'émissivité sont plus faibles. Ceci met en évidence la présence d'un maximum d'émissivité en dehors de l'axe de la décharge. Par conséquent, pour les sections concernées du plasma, les températures au centre sont donc supérieures à 15200K qui est la température correspondant au maximum d'émissivité théorique de la raie 6965 de l'argon. En effet, nous atteignons un maximum de 16200K, pour la section représentée sur la figure 3.41.

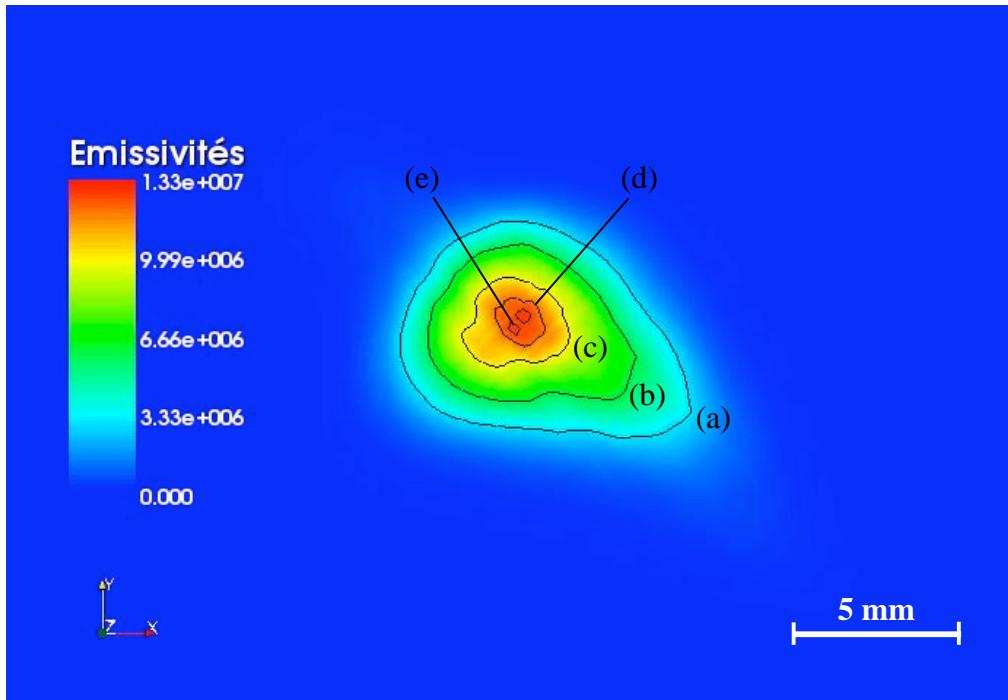


Figure 3.41 : Distribution 2D du champ d'émissivités locales du plasma non axisymétrique, pour une section située à 2,4mm de la pointe de la cathode.

La figure 3.42 donne le champ 2D des émissivités locales d'une section du plasma localisée à plus de 11mm de la cathode, et donc par conséquent très proche de l'anode, vers une zone plus froide. En outre, d'après les plans d'émissivités intégrées de la figure 3.40, cette section se situe dans la zone la plus déflectée de l'arc. A ce propos, nous pouvons noter que le plasma est décalé vers le haut et vers la droite par rapport au centre de la matrice, dans la direction 135° , de par la forme de l'électrode.

Les contours d'émissivités qui ont été tracés sur la figure 3.42 correspondent aux valeurs suivantes :

- (a) $1 \cdot 10^6 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$
- (b) $2 \cdot 10^6 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$
- (c) $3 \cdot 10^6 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$
- (d) $4 \cdot 10^6 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$
- (e) $4,6 \cdot 10^6 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$.

Sur cette section, et en toute logique, aucun maximum d'émissivité en dehors de l'axe n'est présent. En effet, à cette hauteur du plasma, proche de l'anode, les températures sont bien en dessous de la température du maximum théorique d'émissivité et pour cette section, nous atteignons un maximum de 12000K.

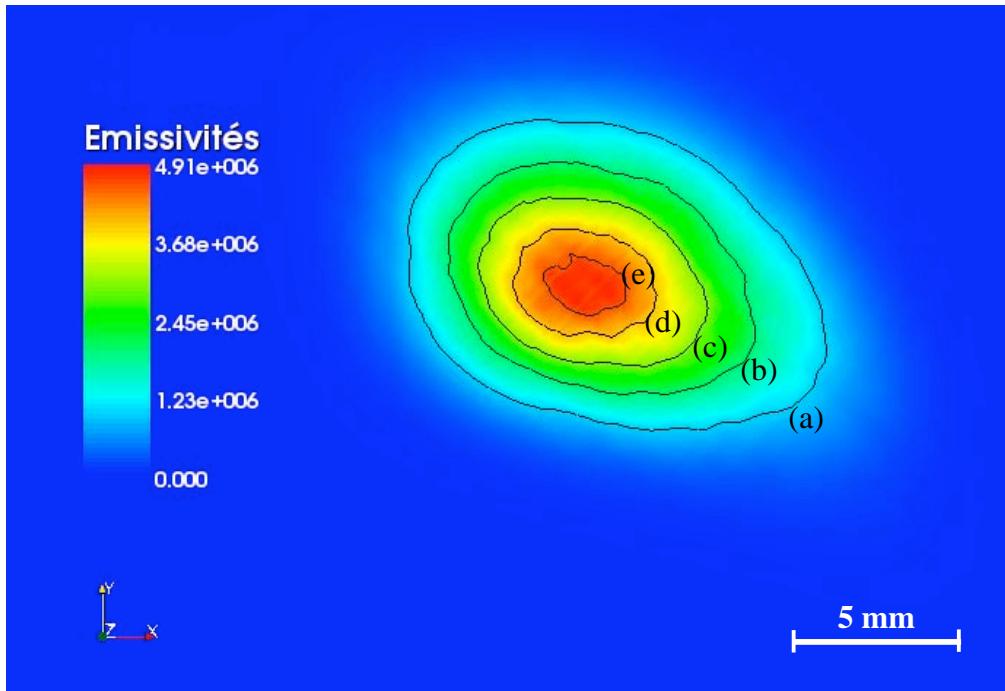


Figure 3.42 : Distribution 2D du champ d'émissivités locales du plasma non axisymétrique, pour une section située à 11,7mm de la pointe de la cathode.

Les distributions 2D en terme de température des deux sections du plasma que nous avons traitées ici ne sont pas données. Pour une meilleure visualisation du plasma deflecté, nous avons préféré représenter, sur la figure 3.43, les températures du plasma deflecté de façon volumique. Pour cela, nous avons tracé en 3D cinq isothermes qui, respectivement de l'extérieur vers l'intérieur du plasma, prennent les valeurs 9000K (a), 10000K (b), 12000K (c), 13000K (d) et 15500K (e).

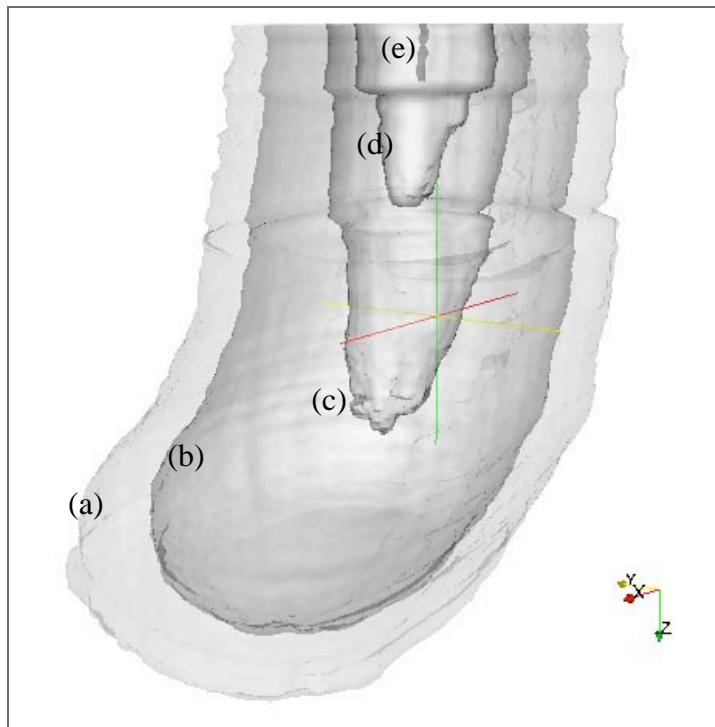


Figure 3.43 : Isothermes tridimensionnelles du plasma non axisymétrique.

La figure 3.43 met parfaitement en évidence la déflexion de l'arc. Nous constatons que ce sont essentiellement les isothermes des températures les moins chaudes, 9000K et 10000K, qui subissent cette déflexion, alors que les isothermes les plus chaudes restent plus centrées sur l'axe de la décharge. L'isotherme 13000K, principalement, subit un décrochement à environ 3mm en dessous de la cathode. Ce décrochement est dû à la transition entre les sections du plasma qui présentent un maximum d'émissivité en dehors de l'axe et celles qui n'en présentent pas. En effet, comme dans le cas de l'arc libre, la méthode de Fowler-Milne a été appliquée pour déterminer les valeurs de température à partir des émissivités locales pour les sections dont le maximum d'émissivité est désaxé. Ceci amène à des températures maximales supérieures à 15200K. Or, les valeurs de l'émissivité locale du plasma 3D, comme pour le plasma 2D, ne dépassent pas les $1,4 \cdot 10^7 \text{ W.cm}^{-3}.\text{sr}^{-1}$, ce qui correspond à des températures de l'ordre de 13500K pour les sections dont l'émissivité maximale est sur l'axe. Ainsi, nous observons un saut de température de l'ordre de 1500K lors de la transition entre ces deux zones du plasma. Toutefois, cela génère un décrochement de l'isotherme 1300K qui ne s'étend radialement que sur 0,5mm, ce qui est relativement faible étant donné une largeur d'environ 1cm de l'isotherme 10000K à cette hauteur-là.

Outre ce décrochage, environ à mi-hauteur du plasma, on remarque également la présence d'un léger décalage des trois premières isothermes 9000K, 10000K et 12000K. Ce phénomène est attribué à une fluctuation de l'arc qui s'est produite ponctuellement lors de l'acquisition expérimentale de cette section du plasma. Néanmoins, pour chaque section du plasma, l'acquisition s'effectue simultanément sur les quatre visées. Cela permet donc de prendre en compte les mouvements du plasma, qu'il soit stable ou qu'il fluctue, la résolution temporelle étant fonction du système d'acquisition. Dans notre cas, le temps d'exposition de

la caméra CCD utilisée étant de l'ordre de 0,5s, nous ne pouvons prétendre réaliser des acquisitions dynamiques mais l'utilisation d'une caméra adaptée le permettrait.

Notre système expérimental rend donc envisageable des acquisitions temporelles sur une section donnée d'un plasma. Ainsi, à condition d'adapter le système d'enregistrement des données, autrement dit la caméra CCD, des études dynamiques tridimensionnelles sont possibles. Cela permettrait de suivre l'évolution de l'arc qui, dans certaines configurations, subit des fluctuations très rapides et de grande amplitude. En effet, notre caméra CCD limite les acquisitions temporelles par un temps minimum d'exposition et d'acquisition de l'ordre du dixième de seconde. Pour l'étude dynamique d'un arc, une caméra ultra rapide, dont les temps d'acquisition sont de l'ordre de la μ seconde, est nécessaire. L'avantage de notre système est que la caméra CCD est facilement interchangeable sans aucune modification nécessaire au niveau de montage optique. Il est donc aisément de transformer le système expérimental en un dispositif dédié aux études temporelles des plasmas, d'autant plus que le réacteur à arc transféré que nous utilisons est amovible permettant de changer de configuration facilement.

En conclusion de ce 6^{ème} et dernier paragraphe du chapitre 3, nous avons pu montrer que la caractérisation expérimentale d'un plasma non axisymétrique est réalisable grâce au système expérimental de tomographie à quatre angles de projection que nous avons mis en œuvre. Cet outil tomographique rend désormais possible l'étude des plasmas de différentes configurations et géométries, avec ou sans symétrie. En effet, la déflection de l'arc a pu être parfaitement reconstruite, y compris les zones où l'arc fluctuait.

Conclusion

Au cours de ce 3^{ème} chapitre, nous avons détaillé l'ensemble du système expérimental de tomographie à quatre angles de vue pour les plasmas thermiques. Nous avons entièrement développé et mis en œuvre ce dispositif au sein du laboratoire. Nous avons vu qu'il se décompose en deux parties : une partie concernant la formation de l'arc 2D et 3D, et une seconde partie concernant l'acquisition spectroscopique et spatiale du rayonnement émis par le plasma suivant quatre incidences angulaires. Cette seconde partie, dont la réalisation a été des plus complexes et des plus longues, est composée d'éléments d'optique classique permettant de guider et de modeler le signal jusqu'au monochromateur et à la caméra CCD pour son acquisition.

Dans un premier temps, le dispositif expérimental a servi à l'étude d'une configuration bien connue d'arc libre, ceci afin d'en confronter les résultats avec ceux de la littérature ainsi qu'avec ceux obtenus par inversion d'Abel. Ces confrontations ont été utilisées comme validation de notre système et ayant fournies des résultats positifs, nous avons ensuite souhaité étudier un arc tridimensionnel puisque la tomographie est un outil qui permet l'étude d'objet de forme quelconque. Nous avons donc, par le biais d'une cathode

biseautée, déflecté un arc. Les résultats de la reconstruction tomographique de ce plasma rendent parfaitement compte de la dissymétrie de l'objet.

En conclusion, un des principaux objectifs de cette thèse est donc atteint. Nous sommes à présent capables de caractériser de manière expérimentale un plasma tridimensionnel par une méthode tomographique. Ainsi, il existe désormais un outil expérimental qui va permettre de valider les modèles 3D.

Chapitre 4

VALIDITÉ DE LA MÉTHODE TOMOGRAPHIQUE MISE EN ŒUVRE POUR LES PLASMAS THERMIQUES EN IMAGERIE MÉDICALE « TEMP »

Introduction

Historiquement, la tomographie a fait ses premières apparitions en imagerie médicale avec la naissance du scanner médical, le tomodensitomètre (TDM), dans les années 60. Elle s'est ensuite peu à peu répandue au reste du monde scientifique en trouvant de nombreuses applications. Les méthodes tomographiques étant donc issues du domaine médical, c'est naturellement que nous y revenons au travers de ce dernier chapitre et cela également afin de revenir vers le thème de ma formation initiale : la radiophysique et l'imagerie médicale.

Les travaux de ma thèse ont essentiellement consisté à mettre en œuvre et à appliquer cette méthode tomographique, issue de l'imagerie médicale, à un domaine scientifique pour lequel elle n'est encore que peu familière : celui de l'arc électrique. Ainsi, l'objectif principal était de réaliser une technique expérimentale qui permette, à terme, de valider les modèles tridimensionnels de plasmas thermiques. Nous avons donc importé les techniques de reconstruction tomographique dans ce nouveau domaine d'application dans le but de permettre la caractérisation expérimentale tridimensionnelle des arcs électriques. Ainsi, nous l'avons vu dans le chapitre 3, un plasma thermique non axisymétrique peut désormais, grâce au système expérimental et à la méthode tomographique que nous avons développés, être caractérisé, offrant alors la possibilité de valider les modèles 3D.

Au cours du premier chapitre, nous avons comparé la tomographie appliquée aux plasmas thermiques telle que nous l'avons mise en œuvre au cours de ces travaux de thèse, avec la tomographie en imagerie médicale et notamment pour une modalité d'imagerie particulière, la tomographie par émission monophotonique : la TEMP. C'est, en effet, la modalité d'imagerie médicale qui se rapproche le plus, de part sa configuration d'acquisition des projections, du dispositif expérimental que nous avons implémenté pour les plasmas thermiques.

Nous avons souhaité approfondir un peu plus cette comparaison en combinant les deux applications, c'est-à-dire en utilisant les données de l'une et la méthode de reconstruction de l'autre. Nous avons donc reconstruit tomographiquement, avec le code développé pour les plasmas thermiques, des images de type médical à partir de leurs projections acquises en TEMP. Notre but consiste à définir ainsi le domaine de validité et d'exploitation de l'outil tomographique développé pour les plasmas thermiques, en imagerie médicale, à l'aide d'une comparaison avec les reconstructions obtenues par les algorithmes traditionnellement usités en routine clinique. Nous étudions donc dans ce chapitre l'aptitude de notre outil à reconstruire des images du domaine médical, connaissant les différences qui existent entre la tomographie en imagerie médicale et la tomographie appliquée à l'arc électrique, différences que nous avons explicitées au chapitre 1. Pour rappel, ces différences sont principalement un nombre de vues bien plus élevé et un bruit plus conséquent en médecine qu'en plasma.

Dans la première partie de ce chapitre, nous donnons une description détaillée de la constitution et du fonctionnement d'un TEMP à usage médical. Ensuite, dans le paragraphe III, nous exposons les résultats des reconstructions tomographiques en MART à partir de données de projection acquises en TEMP, cela pour une configuration classique d'acquisition en imagerie médicale, c'est-à-dire avec un nombre important de projections, mais aussi pour des configurations à faible nombre de vues qui sont inhabituelles en imagerie médicale. Ces résultats sont comparés avec les reconstructions analogues obtenues par la méthode OSEM (MLEM en version non accélérée) utilisée en routine clinique.

Finalement, afin de resserrer le lien entre la problématique de la tomographie des plasmas thermiques et celle de l'imagerie médicale, nous concluons ce chapitre en présentant quelles pourraient être les applications potentielles de l'utilisation d'un nombre de projections réduits en imagerie médicale TEMP. Nous introduisons alors succinctement les problématiques de la pharmacocinétique et de l'imagerie préclinique, autrement dit l'imagerie du petit animal pour la recherche médicale.

I. **La Tomographie par Emission Monophotonique**

1. Généralités sur l'utilisation clinique de la TEMP :

Le tomographe à émission monophotonique (TEMP) est une modalité d'imagerie qui est très largement utilisée en médecine nucléaire. La médecine nucléaire se définit comme la spécialité médicale qui a pour objectif le diagnostic et le traitement de pathologies par l'utilisation de radiopharmaceutiques. Le terme de « radiopharmaceutique » regroupe toutes les molécules marquées par un atome radioactif, ciblant une fonction de l'organisme ou un métabolisme précis. On l'appelle aussi « traceur ».

Le TEMP, en particulier, permet de réaliser des examens médicaux que l'on nomme communément scintigraphies. L'examen scintigraphique consiste à administrer au patient une injection, le plus souvent par voie intraveineuse, contenant des molécules marquées par un isotope radioactif émetteur de photons gamma. Dans certains cas particuliers, le radiopharmaceutique se présente sous la forme d'une gélule qui sera ingérée par le patient afin de suivre son évolution dans le système digestif. Quelque soit la forme d'administration du radiopharmaceutique, il s'agit toujours de faibles quantités afin de ne pas perturber l'état physiologique du patient.

Une scintigraphie permet d'obtenir une information concernant la fonction d'un organe ou d'un tissu contrairement à des examens médicaux tels que les radiographies, les tomodensitométries qui, eux, fournissent une information de type anatomique. C'est pour cela que l'on classe le TEMP dans la catégorie « imagerie fonctionnelle » en opposition à « imagerie anatomique ». Cependant, on peut associer à la scintigraphie une composante morphologique puisque l'information fonctionnelle est localisée et donc associée à un ou des organes en particulier. Au final, une image scintigraphique renseigne sur la distribution du traceur dans l'organisme, traceur dont les rayons émis sont aussi atténués par les différentes

structures qui se trouvent entre le lieu d'émission et le détecteur. Cette image contient donc deux types de cartes : une carte des coefficients d'atténuation et une carte de la distribution de l'activité dans le corps humain.

Il existe plusieurs types de radiopharmaceutiques, c'est-à-dire plusieurs types d'associations de molécules et d'atomes radioactifs, qui sont utilisés lors des examens en TEMP. Le choix de ces molécules et de ces éléments radioactifs associés s'effectue en fonction du processus physiologique, de la fonction de l'organisme que l'on souhaite observer, et donc à chaque radiotraceur correspond une ou plusieurs applications scintigraphiques. Par exemple, le « Medronate (MDP) » marqué au technétium 99 métastable (^{99m}Tc) est réservé aux scintigraphies osseuses en tant que bilan d'extension tumorale dans le cadre oncologique (détection d'éventuelles métastases osseuses) alors que le « Sestamibi » également marqué au ^{99m}Tc est préférentiellement indiqué dans les cas d'étude de perfusion myocardique pour évaluer la présence de maladies coronariennes. Pour l'étude du métabolisme thyroïdien, on préfèrera l'utilisation d'un isotope de l'iode, l'iode 123 I¹²³. Le gallium Ga67, qui mime le métabolisme du fer, est utile pour l'étude de la fonction de la moelle osseuse et pour la recherche de certaines infections, de lymphomes (maladies du sang) et de certaines tumeurs...

Le radiotraceur est une substance repérable puisqu'il est marqué par un atome radioactif qui va spontanément produire de l'énergie en émettant des rayons gamma. Comme ce rayonnement est énergétique, les photons gamma vont traverser le corps humain à partir de leur point d'émission pour être détectés par l'imageur TEMP. La partie du TEMP qui permet la détection des photons gamma émis par le corps du patient se nomme la « gamma-caméra » ou encore « caméra à scintillation » ou « caméra d'Anger » du nom de son inventeur. Ainsi, à partir de l'observation d'un grand nombre de points d'émission ou scintillations, la gamma-caméra va permettre de localiser les molécules émettrices du radiopharmaceutiques, qui se seront fixées préférentiellement sur certaines zones de l'organisme. Le rayonnement qui va permettre de former l'image provient du corps du patient ; on parle donc d'imagerie d'émission, en opposition à l'imagerie en transmission telle que la TDM, pour laquelle le rayonnement qui sert à former l'image est issu d'une source extérieure au patient puis est récupéré par un détecteur après avoir traversé le patient. Une description détaillée de la tête de détection du TEMP, autrement dit de la gamma-caméra, et de ses différents composants, fera l'objet du paragraphe suivant.

Un TEMP se dérive en diverses configurations. En effet, on trouve des TEMP à une, deux ou encore trois têtes de détection. Le plus fréquemment rencontré dans les services de médecine nucléaire est le TEMP à deux têtes de détection représenté sur la figure 4.1. Les données de projection que nous utiliserons au cours de ce chapitre pour valider notre algorithme auront été acquises avec un TEMP de ce type. Quant à la figure 4.2, elle représente un TEMP à trois têtes de détection.

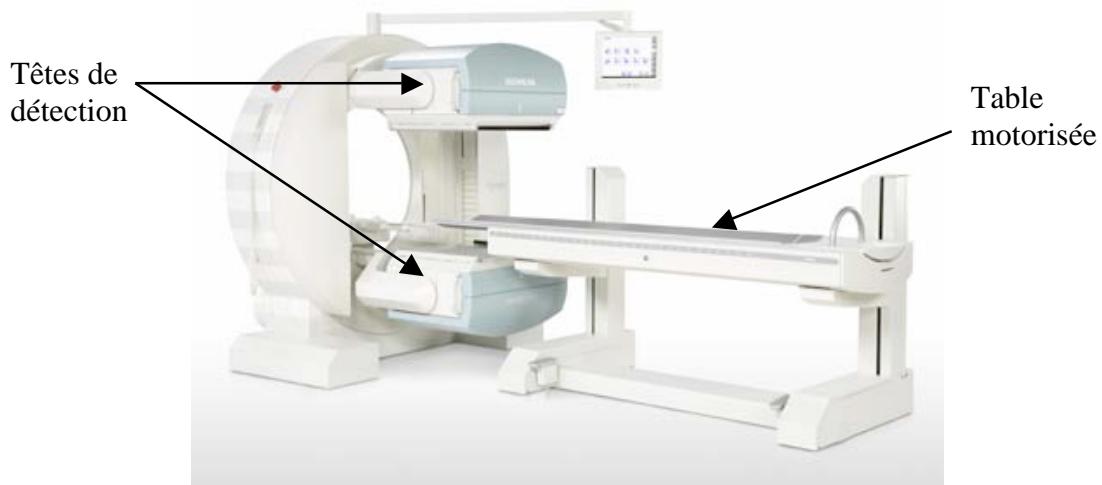


Figure 4.1 : Un tomographe à émission monophotonique à deux têtes de détection.

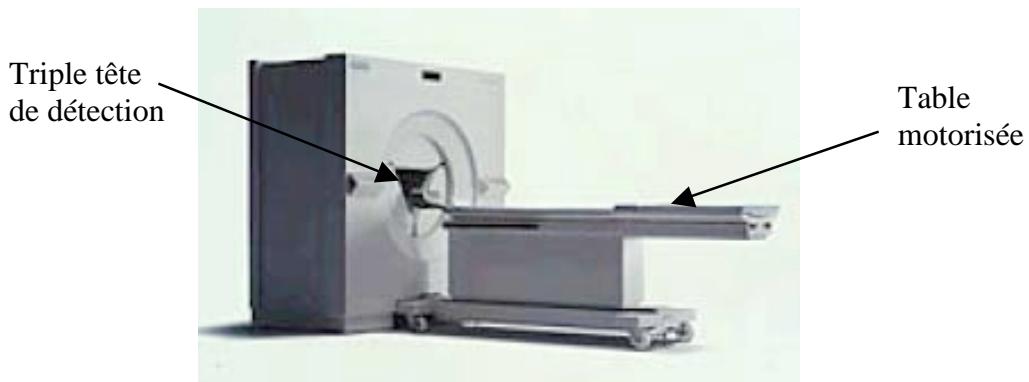


Figure 4.2 : Un TEMP à trois têtes de détection.

Sur les figures 4.1 et 4.2, nous pouvons voir les têtes de détection qui se mettent en rotation autour du patient lors de l'acquisition de l'examen scintigraphique. Le patient est alors allongé sur la table motorisée de façon à permettre un mouvement de translation horizontale. Cela permet de positionner correctement le patient au centre des têtes de détection en fonction de la zone du corps à examiner.

Dans le cas du TEMP à deux têtes de détection, il existe certains systèmes où les mouvements des deux têtes sont dissociables multipliant ainsi les modes d'acquisition. On peut voir sur la figure 4.3 deux des modes d'acquisition les plus utilisés. La figure 4.3 (a) représente un TEMP dit en « H-mode » où les têtes sont positionnées parallèlement. Il permet d'effectuer une acquisition simultanée des faces antérieure et postérieure du patient. La figure 4.3 (b) représente quant à elle la position en « L-mode » des têtes de détection. Elles sont alors positionnées perpendiculairement l'une par rapport à l'autre. Ce mode est essentiellement employé pour les acquisitions cardiaques. Les données scintigraphiques que nous traitons au sein de ce chapitre ont été acquises selon la configuration « H-mode ».

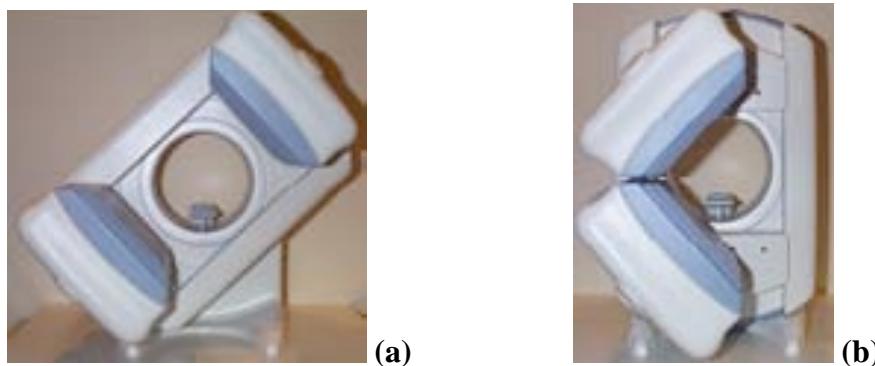


Figure 4.3 : Différentes configurations des têtes de détection d'un TEMP : H-mode en (a) et L-mode en (b).

Après avoir détaillé le fonctionnement d'une tête de détection dans le paragraphe ci-dessous, nous donnerons quelques précisions supplémentaires sur les différents types d'examens médicaux réalisables avec un TEMP.

2. Description matérielle de la gamma caméra :

Nous l'avons vu, la détection des photons émis par le patient se fait par l'intermédiaire de la gamma-caméra qui va transformer ce phénomène d'émission gamma du radiotraceur en un signal électrique exploitable de façon à localiser les zones d'émission et donc la distribution des marqueurs radioactifs dans l'organisme.

Le principe de détection des rayonnements issus du patient repose sur leurs interactions avec la matière. Lorsqu'un photon pénètre dans le détecteur, il va céder son énergie sous forme d'ionisations ou d'excitations. Le retour à l'état stable s'effectue ensuite par émission de photons secondaires dont l'énergie et la localisation sont alors exploitées afin de localiser l'émission du rayonnement primaire. D'une manière générale, lors de l'interaction d'un photon avec la matière, deux phénomènes majoritaires se produisent. Dans un premier cas, le photon incident est simplement dévié par la matière ; c'est le phénomène de diffusion Compton au cours duquel il ne cède qu'une partie de son énergie au milieu en mettant en mouvement un électron dit diffusé. La diffusion Compton est schématisée par la figure 4.4. Dans le second cas, le photon incident est totalement absorbé ; c'est l'effet photoélectrique. La quasi-totalité de son énergie est cédé à un électron nommé photoélectron, qui se trouve alors éjecté des couches internes de l'atome. Ensuite, un électron d'une couche supérieure de l'atome vient combler la place de l'électron expulsé en émettant un photon dit de fluorescence dans le détecteur. L'effet photoélectrique est représenté sur la figure 4.5.

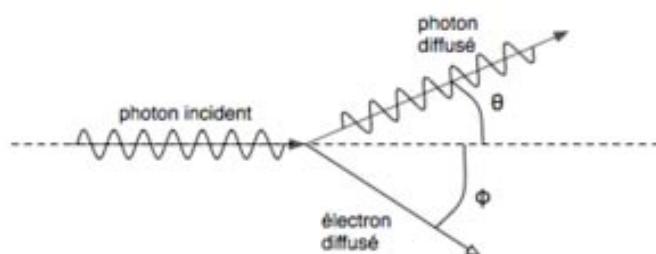


Figure 4.4 : Diffusion Compton.

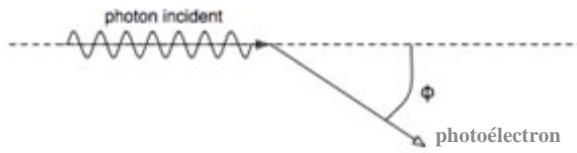


Figure 4. 5 : Effet photoélectrique.

Toutefois, ces interactions ne se produisent pas exclusivement dans le détecteur. En effet, avant que les photons atteignent le détecteur, le rayonnement primaire peut également subir des interactions dans le corps du patient et trois principaux cas de figure se présentent alors. Premièrement, les photons gamma primaires émis par le patient ne subissent aucune interaction jusqu'au détecteur. Deuxièmement, ils interagissent avec le corps humain par effet photoélectrique et troisièmement, ils subissent une diffusion Compton. Dans les deux derniers cas, le rayonnement détecté n'est plus directement originaire d'une zone d'émission primaire où est localisé le traceur. Ces photons sont alors indésirables puisque, comme ils ont été déviés de leur trajectoire initiale, ils ne correspondent plus directement à une zone où est localisé le traceur. Nous verrons plus tard par quels moyens on peut s'affranchir de ce phénomène.

Une gamma-caméra est composée de quatre principaux éléments qui vont être traversés tour à tour par les photons gamma émis par le patient, dans l'ordre qui suit :

- un collimateur
- un cristal scintillateur
- un réseau de photomultiplicateurs (PM)
- une électronique de détection et de positionnement.

L'ensemble est entouré d'une paroi blindée afin d'éviter à tout rayonnement fortuit de pénétrer à l'intérieur de la tête de détection et de générer du bruit.

Sur la figure 4.6 est représenté un schéma en coupe d'une tête de détection d'une gamma-caméra :

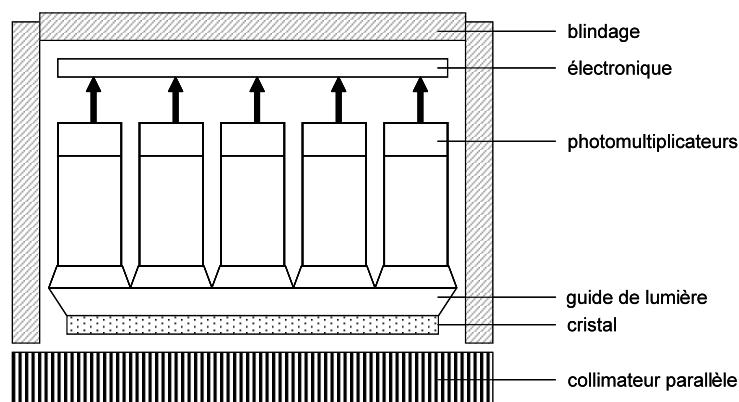


Figure 4. 6 : Schéma en coupe de la tête de détection d'une gamma à scintillation

Nous allons maintenant détailler les uns après les autres les éléments constitutifs de la gamma-caméra en progressant selon le chemin parcouru par les photons.

2.1. Le collimateur :

Le collimateur est une épaisse galette, le plus souvent faite de plomb mais elle peut aussi être constituée de tungstène. Ce doit être un matériau possédant une forte capacité à stopper les rayonnements ionisants, notamment les photons gamma. Cette plaque est percée de canaux fins et parallèles entre eux, ayant souvent une forme en « nid d'abeilles » comme on peut le voir sur la figure 4.7. Ces canaux sont appelés « septa ».

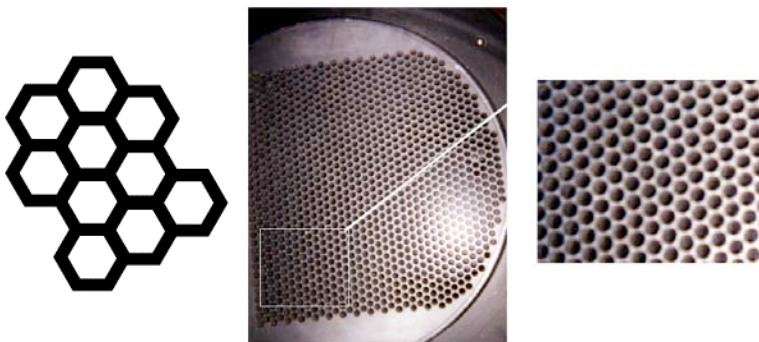


Figure 4.7 : Septa d'un collimateur parallèle.

Son rôle est de sélectionner les photons gamma dont la direction est perpendiculaire, à un certain angle près qui dépendra du diamètre et de l'épaisseur des septa, à la surface du détecteur. Ainsi les photons gamma qui n'arrivent pas perpendiculairement au détecteur sont absorbés par le plomb, matériau très dense qui possède donc la propriété d'arrêter les photons. Plus l'épaisseur de plomb sera importante et plus les photons obliques seront arrêtés ; cette épaisseur est donc calculée pour entraîner une atténuation d'au moins 95% de l'énergie des photons traversant les septa.

Lorsqu'on utilise le type de collimateur que l'on vient de décrire, on se trouve dans une configuration à rayons parallèles (voir Figure 4.8 (a)). C'est la géométrie la plus utilisée en routine clinique pour la TEMP. Le collimateur parallèle est très sélectif puisque moins de 0,05% des rayons gamma qui frappent le collimateur atteignent le cristal scintillateur. En utilisation clinique, le TEMP sera accompagné de plusieurs collimateurs parallèles associés à des radiopharmaceutiques d'énergie différente. En effet, plus l'énergie du traceur radioactif sera élevée, plus les septa devront être épais afin de pouvoir stopper les photons indésirables. En contrepartie, pour maintenir une sensibilité correcte, le diamètre des trous sera plus grand. On donne dans le tableau 1 les caractéristiques de trois collimateurs dédiés à des sources radioactives différentes : le Technétium 99m qui émet des photons γ d'énergie 140keV, l'Iode 131 qui émet des photons γ à 364keV et l'Indium 111 qui produit un spectre à deux pics d'énergie à 171 et 245keV.

COLLIMATEURS PARALLELES	Isotopes	Type de trous	Diamètre des trous (mm)	Epaisseur des septas (mm)	Longueur des trous (mm)
	<i>Tc99m</i>	<i>hexagonal</i>	1.5	0.2	35
	<i>In111</i>	<i>hexagonal</i>	3.0	1.05	58
	<i>I131</i>	<i>hexagonal</i>	4.0	1.8	66

Tableau 5 : Comparatif des caractéristiques de différents collimateurs parallèles.

Nous avons vu lors du premier chapitre qu'il existe trois géométries de détection différentes. Nous venons de voir le collimateur en TEMP associé à une géométrie parallèle (voir Figure 4.8 (a)) mais il existe aussi deux autres collimateurs permettant de réaliser des acquisitions en géométrie éventail et conique. Ainsi, à chaque géométrie de détection correspond une configuration de collimateur que l'on peut voir sur la figure 4.8. La géométrie de la collimation est prise en compte dans l'algorithme de reconstruction des images.

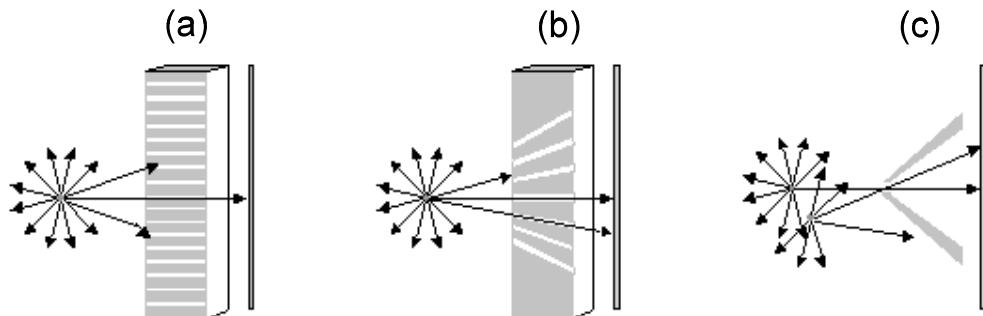


Figure 4.8 : Les trois géométries de collimation de la gamma-caméra, (a) en collimation parallèle, (b) en collimation éventail et (c) en collimation sténopé.

Le collimateur en éventail (figure 4.8 (b)) est très ressemblant au collimateur parallèle à la différence près que chaque ligne de canaux est focalisée vers un même point. Il peut être utile pour réaliser des scintigraphies cérébrales. Il est très rarement employé en routine clinique.

Pour permettre des acquisitions en géométrie conique, on dispose d'un collimateur dit sténopé (« pinhole » en anglais ou encore collimateur à trou d'aiguille) représenté sur la figure 4.8 (c). Il se présente sous la forme d'un cône dont le sommet est muni d'un insert percé d'une ouverture circulaire de très faible diamètre (de l'ordre de quelques millimètres). Les inserts sont préférentiellement fabriqués en tungstène plutôt qu'en plomb car le tungstène, plus dense que le plomb, est plus absorbant. Ainsi, un insert en tungstène sera moins pénétré par les rayons γ qu'un insert en plomb. Le collimateur sténopé est positionné de sorte que la base du cône soit face au détecteur et le sommet soit pointé en direction du patient dont on veut acquérir une image scintigraphique. Il présente un avantage par rapport au collimateur parallèle puisqu'il fournit une image agrandie de son champ de vue, améliorant ainsi la résolution spatiale de l'image. Toutefois, du fait du très faible diamètre d'ouverture du cône, sa sensibilité s'en trouve considérablement restreinte, rallongeant

significativement la durée de l'acquisition. Son utilisation clinique reste peu fréquente, bien que plus fréquente que le collimateur en éventail, et s'effectue généralement dans le cadre de l'exploration de petits organes tels que la thyroïde, ou de zones restreintes (épaules, poignets).

2.2. Le cristal scintillateur :

Suite à la sélection des rayons gamma incidents par le collimateur, ceux-ci atteignent le deuxième élément constitutif du système de détection de la gamma-caméra : le scintillateur. Il s'agit d'un monocristal rectangulaire de grande dimension composé d'iodure de sodium, dopé au thallium : NaI (Tl). Ce type de matériau entre le plus fréquemment dans la composition des cristaux à scintillation mais il faut savoir que ces cristaux peuvent être fabriqués à partir d'autres types de matériaux tels que le germanate de bismuth (BGO) ou encore l'orthosilicate de lutétium (LSO). Tous ces cristaux sont fragiles et présentent une grande sensibilité aux chocs et aux variations de température. Le champ de vue utile du cristal de détection possède des dimensions de l'ordre de 54x40cm.

Le cristal scintillateur possède la propriété spécifique d'émettre un rayonnement de fluorescence après excitation de ses molécules par un rayonnement ionisant. Il peut donc arrêter les photons gamma et convertir une partie de l'énergie déposée par les photons gamma en scintillations lumineuses. Les photons gamma incidents ont donc interagi avec le cristal pour former des photons lumineux secondaires. La quantité de lumière produite par le cristal est proportionnelle à l'énergie du rayonnement γ incident.

L'épaisseur du cristal de détection peut varier en fonction du TEMP, et pour une même machine, il est parfois possible de choisir, lors de la conception, entre deux épaisseurs. Cela dit, les cristaux scintillateurs ont typiquement une épaisseur qui varie entre 8mm et 15mm et sont alors performants pour des gammes d'énergie allant de 50keV jusqu'à 511keV.

Ensuite, le signal lumineux produit par le cristal est mené jusqu'aux photomultiplicateurs par l'intermédiaire d'un guide d'onde, généralement composé de plexiglas.

2.3. Les photomultiplicateurs :

En amont du cristal scintillateur, un réseau de photomultiplicateurs (PM) se charge de la détection et de l'amplification du signal lumineux émis par le cristal après excitation par le rayonnement incident. Par effet photoélectrique, les photons lumineux issus du cristal donnent naissance à des électrons sur la photocathode d'entrée des PM. Ces électrons sont ensuite multipliés et accélérés par une série de dynodes polarisées par des tensions progressivement croissantes. Ils sont finalement collectés par l'anode en sortie des PM où ils donnent naissance à une impulsion électrique. Globalement, on peut donc dire que le rôle des photomultiplicateurs est de convertir les photons lumineux issus de la scintillation au niveau du cristal en signal électrique. L'amplitude de ce signal électrique est proportionnelle à

l'énergie des photons incidents. Le schéma d'un tube photomultiplicateur est donné sur la figure 4.9.

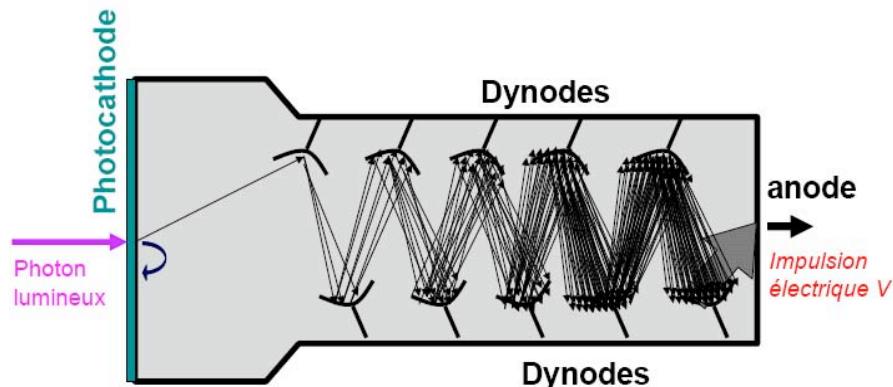


Figure 4. 9 : Schéma de principe d'un photomultiplicateur.

Ainsi, en positionnant les photomultiplicateurs en réseau de façon à ce qu'ils couvrent un maximum de la surface du cristal tel qu'on peut le voir sur la figure 4.10, il est possible de déterminer la position et l'énergie du photon gamma ayant interagi dans le cristal. Une tête de détection est généralement composée d'une soixantaine de PM dont la majeure partie possède un diamètre de l'ordre de 7 à 10cm. Un petit nombre de ces PM possède un diamètre largement plus petit, de l'ordre de 1cm, et permet de détecter le signal en provenance des bords du cristal.

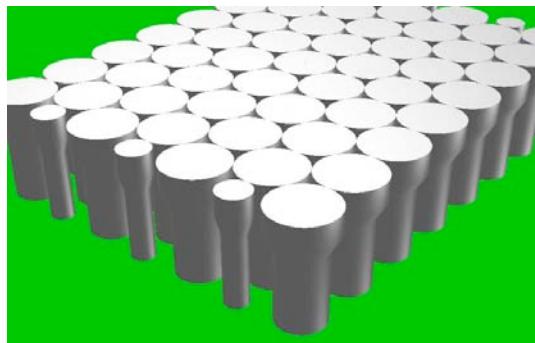


Figure 4. 10 : Disposition des photomultiplicateurs en amont du cristal scintillateur.

Ensuite, ce sera le rôle du système électronique, situé en amont des PM, de récupérer et de traiter les impulsions électriques obtenues en sortie de chaque PM.

2.4. Electronique de détection et localisation des scintillations :

Le signal en sortie des photomultiplicateurs est ensuite traité par l'électronique de détection dans le but de permettre la localisation des scintillations dans le cristal et donc indirectement la localisation de la zone émettrice du corps du patient.

Chaque PM va recevoir une intensité lumineuse en provenance d'une scintillation. Le signal en sortie d'un PM dépendra justement de l'intensité de ce signal lumineux ainsi que de l'angle solide selon lequel il est reçu par le PM. Ainsi, il est évident que l'amplitude du

signal de sortie d'un PM est fonction de la position de la scintillation. Plus elle se produit loin du PM concernée, plus le signal électrique en sortie du PM sera faible.

La localisation d'une scintillation sur le cristal se fonde sur l'amplitude des signaux de chaque PM et s'effectue en deux temps. Tout d'abord, pour chaque scintillation, les signaux reçus par chaque PM sont comparés entre eux par l'intermédiaire d'un réseau de résistance. Le PM fournissant le signal maximal est celui qui est situé le plus proche de la scintillation. C'est une première localisation grossière de la scintillation concernée. Elle est ensuite affinée en considérant l'amplitude des signaux obtenus en sortie des PM voisins. On calcule alors le centre de gravité de la scintillation qui nous donne sa localisation exacte. En procédant de la sorte, une scintillation, quel que soit l'endroit où elle se produit sur le cristal, pourra être localisée, qu'elle ait eu lieu au centre d'un PM ou entre deux PM.

Par contre, lorsque deux scintillations se produisent simultanément sur le cristal et sont trop proches l'une de l'autre de sorte qu'elles mettent en jeu des PM en commun, elles sont alors automatiquement rejetées par le système et ne seront pas prises en compte pour la formation de l'image.

2.5. Spectrométrie :

Une analyse numérique des signaux obtenus après traitement par le système électronique de détection, permet d'obtenir le spectre caractéristique du rayonnement détecté, c'est-à-dire le nombre de photons détectés en fonction de leur énergie. Le temps d'acquisition doit être assez important afin d'avoir une bonne statistique de comptage et d'obtenir un spectre significatif.

En théorie, le spectre de la source radioactive injectée au patient devrait être un spectre de raies, puisque les radiotraceurs sont des émetteurs gamma qui émettent à une énergie bien précise. Or, le spectre observé est un spectre continu, dont on peut voir une allure type sur la figure 4.11, qui comprend le pic d'absorption totale correspondant aux photons gamma absorbés par effet photoélectrique dans le cristal scintillateur, ainsi qu'un fond de faible amplitude qui correspond à l'absorption partielle des photons par diffusion Compton.

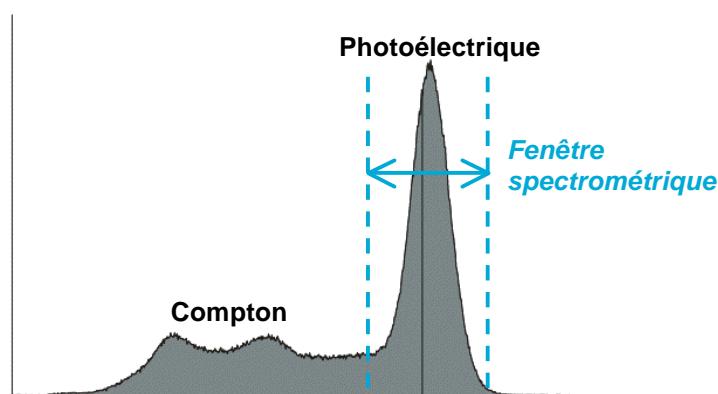


Figure 4. 11 : Allure typique d'un spectre observé en TEMP et fenêtrage en énergie.

Le phénomène de diffusion Compton dans le cristal entraîne une déviation du photon incident. Ce photon dévié, ayant perdu une partie de son énergie initiale lors de l'interaction Compton, est ensuite absorbé par le cristal en émettant un photon lumineux mais cette scintillation ne permet pas la localisation du lieu d'émission du photon incident du fait de sa déviation par effet Compton. Par conséquent, il est nécessaire de s'affranchir du rayonnement diffusé pour ne conserver que les événements issus de l'effet photoélectrique dans le cristal. On utilise pour cela, en plus de la présélection par le collimateur parallèle, un système de fenêtrage en énergie. En effet, le rayonnement issu de la diffusion Compton est nécessairement moins énergétique que les photons gamma incidents puisqu'une partie de l'énergie initiale a été absorbée lors de l'interaction. Ainsi, les photons détectés dont l'énergie n'est pas voisine de l'énergie du radioélément utilisé, seront éliminés et ne participeront pas à la formation de l'image. C'est la spectrométrie. Cela signifie que l'on ne prendra en compte dans l'image finale que les photons dont l'énergie est comprise dans un intervalle centré sur l'énergie du radio-isotope.

De plus, la fenêtre spectrométrique qui est appliquée permet également de s'affranchir des photons issus d'une interaction Compton dans le corps du patient et qui, après déviation, ont pu traverser le collimateur. Ce photon peut interagir par effet photoélectrique et par effet Compton dans le cristal, mais il sera supprimé dans tous les cas puisqu'il est entré dans la tête de détection avec une énergie initiale plus faible que l'énergie du radioélément.

3. Les modes d'utilisation clinique d'un TEMP :

Le TEMP offre plusieurs modes d'acquisition en fonction de l'organe et du type de pathologie à examiner. L'acquisition peut varier en fonction de l'espace et en fonction du temps. Ainsi, en 2D, le TEMP fournira des images planaires alors que l'on obtiendra des tomoscintigraphies en 3D. Ces deux modes pourront se décliner en acquisition statique ou bien dynamique.

Le mode d'acquisition dit planaire fournit des images planes, comme son nom l'indique, de la zone étudiée. Ce sont de simples projections planaires d'un ou plusieurs organes du corps humain. Dans ce mode planaire, les têtes de détection restent alors immobiles par rapport au patient lors de l'acquisition. Par contre, afin de pouvoir explorer correctement la totalité de l'organe, plusieurs acquisitions sont effectuées à des angles de vue différents. Le mode planaire ne permet d'explorer qu'une partie du corps correspondant au champ de vue de la caméra. Il est utilisé lorsqu'on souhaite effectuer des examens localisés tels que les scintigraphies pulmonaires (voir Figure 4.12 (b)) ou thyroïdiennes.

Pour certaines indications, par exemple pour la recherche de métastases osseuses, il est nécessaire d'élargir la zone d'exploration de l'examen. En déplaçant linéairement et à vitesse constante la table sur laquelle repose le patient, il devient possible de réaliser des acquisitions dites « corps entier », très pratiquées dans le cas de scintigraphies osseuses. Un exemple de scintigraphies osseuses est donné sur la figure 4.12 (a).

On peut aussi améliorer le mode d'acquisition planaire en le rendant dynamique ; autrement dit on effectue des acquisitions à intervalles de temps réguliers, les têtes de détection restant immobiles, ce qui permet de mesurer l'évolution au cours du temps de l'activité du traceur dans l'organe. Ce mode est notamment utilisé pour l'étude de la perfusion rénale. Une série d'acquisitions dynamiques planaires pour l'étude de la perfusion rénale est donnée en figure 4.13. On constate que, au fur et à mesure du temps, le traceur se diffuse tout d'abord dans les reins avant d'être transmis petit à petit dans la vessie.

Tous ces modes d'acquisition que nous venons de citer fournissent des images bidimensionnelles de la zone étudiée. Or, il est également possible de réaliser des images 3D appelées tomoscintigraphies qui renseignent sur la répartition du radiotraceur selon toutes les directions de l'espace. Pour cela, la gamma-caméra est employée en mode « tomographique ». Ce mode a permis l'acquisition des données TEMP étudiées dans ce chapitre. Dans ce cas, la tête de détection de la gamma-caméra tourne autour du patient afin d'acquérir des projections sur plusieurs angles de vue et de reconstruire des coupes selon plusieurs axes passant par l'organe étudié grâce aux algorithmes décrits au cours du premier chapitre.

La figure 4.12 regroupe des exemples d'images obtenues selon les différents modes d'acquisition statique en TEMP alors que la figure 4.13 représente un exemple d'acquisition dynamique d'une scintigraphie de perfusion rénale.

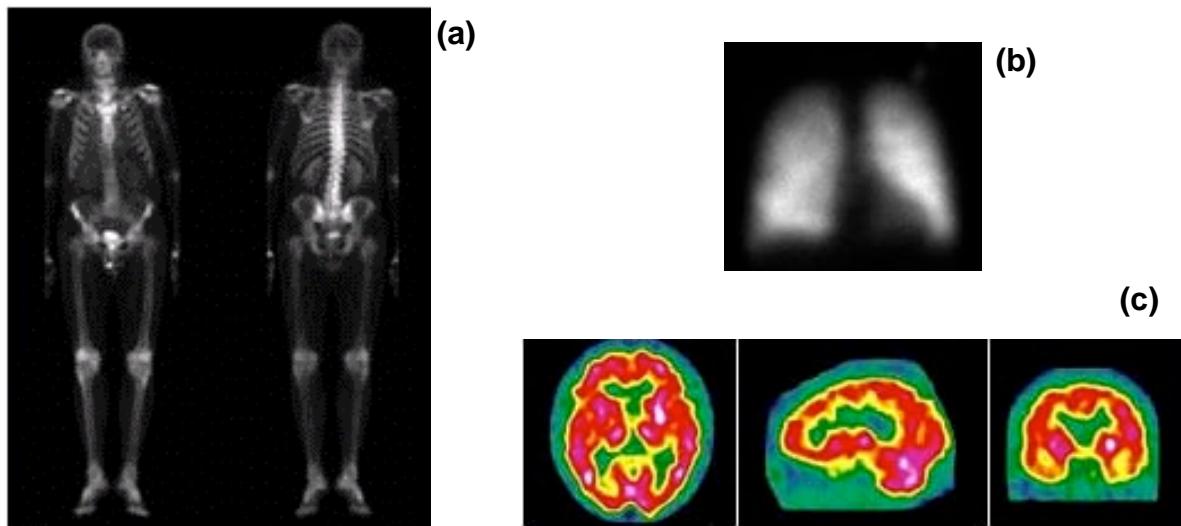


Figure 4.12 : Les différentes acquisitions statiques possibles avec un TEMP,
(a) scintigraphie osseuse en mode « balayage corps entier », (b) scintigraphie pulmonaire en mode
planaire simple et (c) tomoscintigraphie du cerveau mode tomographique

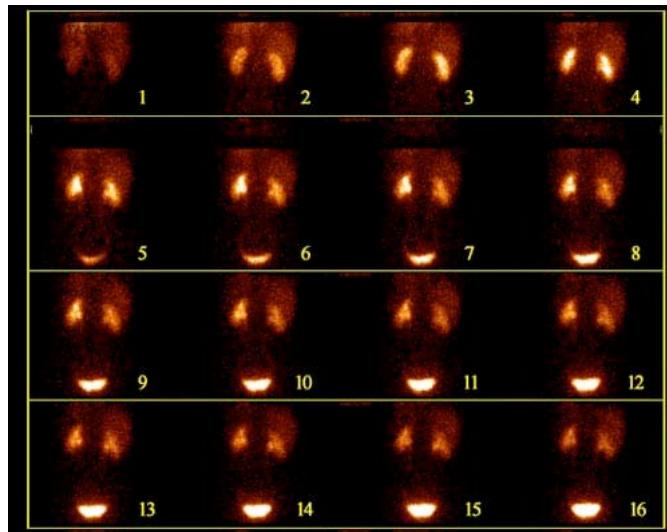


Figure 4.13 : Exemple d'acquisition dynamique en TEMP pour l'étude de la perfusion rénale.

Nous l'avons dit, le mode d'acquisition tomographique en TEMP est celui qui nous intéresse ici. Nous présentons donc dans le paragraphe suivant les algorithmes de tomographie qui sont usuellement appliquées en routine clinique pour la reconstruction des images 3D.

4. Les méthodes de reconstruction tomographique en routine clinique :

Jusqu'à récemment, les reconstructions tomographiques en routine clinique étaient réalisées en utilisant l'algorithme de la rétroposition filtrée que nous avons décrit dans le premier chapitre. Cet algorithme était en effet préféré aux méthodes itératives pour sa rapidité d'exécution, malgré sa moindre performance par rapport aux algorithmes itératifs. Les avantages et inconvénients de chacune des méthodes de reconstruction tomographique ont été précisés lors du chapitre 1. Toutefois, aujourd'hui, grâce aux multiples améliorations tant informatiques qu'algorithmiques, la lenteur des méthodes de reconstruction itératives ne représente plus un inconvénient pour être pouvoir être appliquées en routine. Elles ont donc désormais remplacé les méthodes analytiques. L'algorithme OSEM, étant le plus rapide grâce aux classements en sous-ensembles ordonnés des projections, est celui qui s'est implanté naturellement en routine clinique pour la reconstruction des images en tomoscintigraphie. Nous rappelons qu'il s'agit de la version accélérée de l'algorithme MLEM.

II. Validation de l'algorithme MART

Cette troisième partie du chapitre 4 est consacrée à la mise en œuvre de reconstructions tomographiques de données de projection de type scintigraphique, appartenant donc au domaine de l'imagerie médicale. Ces données nous ont été fournies par M. Gantet du laboratoire de Biophysique de l'université Paul Sabatier. Ce laboratoire est dirigé par M. le professeur Esquerre.

Les reconstructions tomographiques ont été effectuées avec deux algorithmes : d'une part, les images ont été reconstruites avec l'algorithme OSEM, le plus couramment appliqué en imagerie médicale, et d'autre part, elles ont été ensuite reconstruites à l'aide de l'algorithme MART tel que nous l'avons développé pour la tomographie des plasmas thermiques. Les reconstructions effectuées par la méthode OSEM nous ont été directement fournies par M. Gantet, à l'exception de celles réalisées avec un faible nombre de projections. Dans ce chapitre, l'algorithme OSEM est systématiquement utilisé avec un seul sous ensemble comprenant la totalité des projections ; il s'agit donc de l'algorithme MLEM, version non accélérée de OSEM.

Les algorithmes MART et MLEM ont été précédemment décrits au cours du chapitre 1. Nous insistons toutefois sur les principales caractéristiques qui les diffèrent.

Les deux algorithmes ont en commun le fait d'être de type algébrique itératif mais ils se différencient en de nombreux points. En premier lieu, l'algorithme MART n'est pas de type « simultané » contrairement à MLEM. Cela signifie que, alors que MLEM n'effectue qu'une seule mise à jour de l'image par itération, la MART en effectue autant de fois qu'il y a de projections. Ainsi, à la fin de la reconstruction, l'image obtenue par la MART aura subi bien plus de corrections que l'image obtenue par MLEM. Ceci peut se présenter comme un avantage dans le sens où une image de qualité satisfaisante sera obtenue plus rapidement en MART qu'en MLEM pour lequel un nombre plus important d'itérations sera nécessaire. Par contre, la MART devient plus problématique lorsque le bruit présent dans les données de projection devient non négligeable. En effet, dans ce cas, un nombre trop élevé de mises à jour de l'image conduit à une amplification du bruit. À l'inverse, MLEM, bien que plus lent à converger, conduit à une image plus stable, moins pénalisée par le bruit. De plus, MLEM présente l'avantage de pouvoir classer les projections en sous ensembles ordonnés afin d'accélérer la convergence et forme ainsi l'algorithme OSEM. Une seconde caractéristique majeure qui différencie les deux algorithmes testés ici est l'aspect « statistique » de MLEM qui n'est pas pris en compte en MART. Toutefois, dans la plupart des cas cliniques, l'algorithme MLEM est employé selon sa forme la plus simple qui consiste à ne pas se préoccuper de l'aspect statistique et à être appliqué de façon simplement algébrique. Ainsi, le critère d'arrêt utilisé est celui du nombre maximum d'itérations. Dans toutes les reconstructions qui suivent, l'algorithme MLEM est utilisé de cette manière.

Deux types de données de projection ont été testés. Les premières sont des données numériques ; elles ont été calculées à partir d'un fantôme numérique simulant un thorax humain dans lequel nous avons sélectionné plus particulièrement la zone du cœur. Dans le second cas, il s'agit de données réelles de projection acquises lors de l'examen médical d'un patient. Ce sont des images scintigraphiques de projection d'un cerveau. Les comparaisons entre les différentes reconstructions se font uniquement d'un point de vue qualitatif. En effet, il est impossible de procéder à une étude quantitative des images scintigraphiques sans avoir connaissance des phénomènes d'atténuation et de diffusion qui se produisent dans le corps du patient.

1. Reconstruction tomographique d'un fantôme numérique de cœur :

Les données initiales sont issues du fantôme numérique de cœur NCAT [Seg_1] qui simule la morphologie d'un cœur en 3D (NURBS (Non Uniform Rational B-Spline) based Cardiac Torso). De ce fantôme, nous n'avons sélectionné qu'une seule coupe pour laquelle nous avons procédé aux reconstructions tomographiques. La figure 4.14 représente le volume tridimensionnel du fantôme NCAT selon les faces antérieure et postérieure et selon le domaine de calcul.

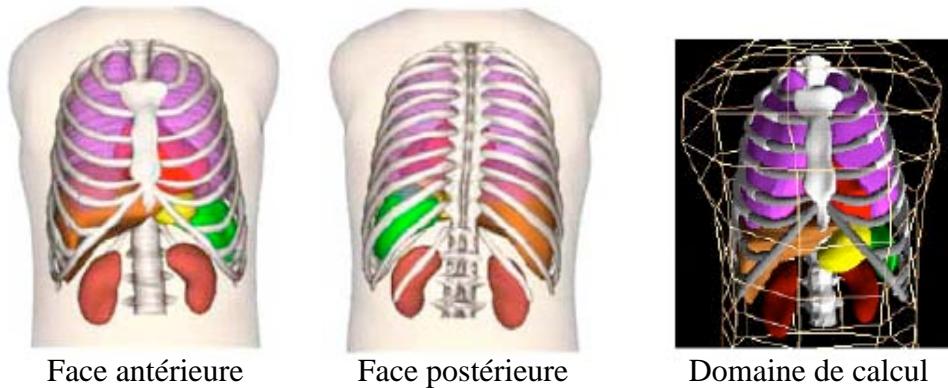


Figure 4. 14 : Visualisation du modèle numérique 3D de cœur NCAT [Seg_1].

Ce fantôme 3D est composé d'un total de 64 coupes d'épaisseur 6,88mm chacune. Chaque section du fantôme est une matrice constituée de 64x64 pixels de dimension 6,88mm. Pour les besoins de ce chapitre, nous ne sélectionnons qu'une seule section du fantôme à partir de laquelle nous pratiquons toutes les reconstructions tomographiques. La coupe que nous avons choisie est approximativement centrée sur le cœur et est représentée sur la figure 4.15. Nous y voyons une section du cœur sur laquelle les ventricules gauche et droit sont facilement distinguables ainsi que des poumons.

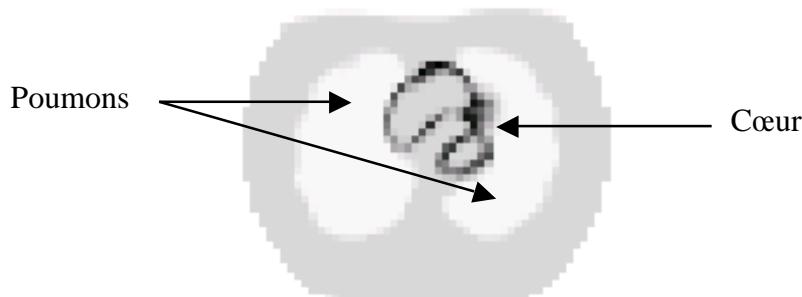


Figure 4. 15 : Section n°27 du fantôme NCAT.

Comme nous l'avons vu lors du premier chapitre, les projections du cœur humain acquises face postérieure sont particulièrement atténues et apportent plus de bruit que d'informations intéressantes. A partir de la section n°27 du fantôme, les projections ont été simulées en face antérieure, tous les 6° sur 180° ; cela correspond à un total de 30 angles de projection. De plus, afin de se rapprocher des conditions réelles d'acquisition des données, du

bruit a été introduit dans les projections. La figure 4.16 représente une projection de la totalité du fantôme de cœur pour une incidence angulaire de 0° , c'est-à-dire comme si le détecteur était positionné face au patient. Les projections sont simulées à partir du calcul de la somme des pixels selon une direction donnée, en tenant compte de la contribution de chaque pixel, autrement dit en prenant en compte les matrices de pondération qui sont générées avant chaque reconstruction tomographique. Ensuite, on sélectionne la même ligne dans chaque projection qui va correspondre à la section que l'on souhaite reconstruire, c'est-à-dire la section de hauteur $z = n^{\circ}27$. On obtient alors les projections unidimensionnelles du fantôme à partir desquelles on réalise la reconstruction tomographique de la section 2D en question. La projection 1D de la section $n^{\circ}27$ du fantôme NCAT est donnée sur la figure 4.16 pour une incidence angulaire de 0° . Ensuite, les autres projections se distribuent entre -90° et $+90^\circ$ autour de l'incidence angulaire 0° située face au patient.

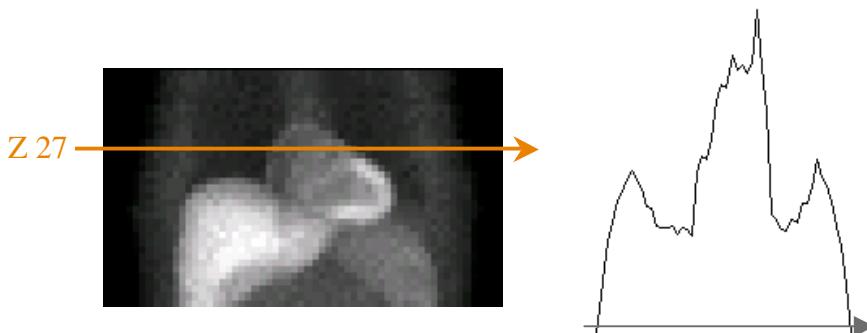


Figure 4.16 : Projection 2D du fantôme NCAT à 0° à gauche et projection 1D pour la section Z 27 à droite.

A partir des 30 projections de la face antérieure du fantôme NCAT, nous reconstruisons tomographiquement la section 27 par les algorithmes MLEM et MART. Nous présentons les résultats ci-dessous.

La figure 4.17 représente la section $n^{\circ}27$ du fantôme après reconstruction tomographique par l'algorithme MLEM, pour 30 itérations. Les 30 projections sont employées simultanément.



Figure 4.17 : Reconstruction tomographique MLEM à 30 itérations de la coupe Z 27.

La figure 4.18 nous donne la reconstruction tomographique de la section 27 par l'algorithme MART, tout d'abord à deux itérations en (a) puis à 10 itérations en (b).

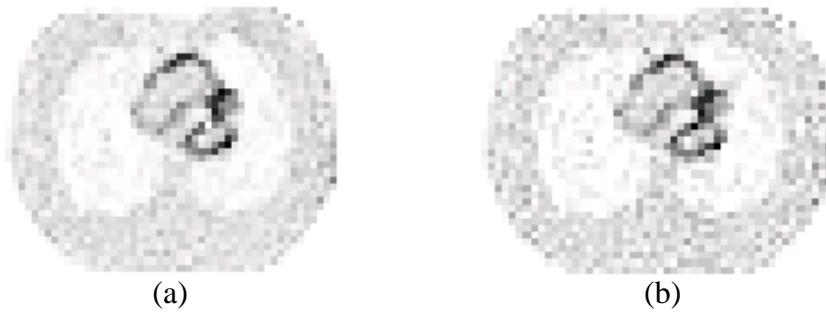


Figure 4. 18 : Reconstruction tomographique MART à 1 itérations (a) et à 10 itérations (b) de la coupe Z 27.

Premièrement, nous pouvons constater d'après les figures 4.17 et 4.18 et par comparaison avec la figure 4.15, que les reconstructions tomographiques sont satisfaisantes pour les deux algorithmes. En effet, dans les deux cas, les détails de l'image concernant le cœur sont correctement reconstruits et peuvent être visualisés de façon nette.

Toutefois, on constate également que les reconstructions tomographiques obtenues par la MART sont plus bruitées, y compris à une itération, que la reconstruction obtenue par MLEM. Ceci s'explique par la non simultanéité de l'algorithme MART dans l'utilisation des projections, lors du calcul des facteurs de correction de la matrice à chaque itération. En effet, en MART, un pixel de la matrice subit une mise à jour pour chaque valeur de projection ; or nous comptons 30 projections contenant chacune 64 pixels, ce qui fait un total de 1920 valeurs de projections. Ainsi, lors d'une itération, chaque pixel est corrigé 1920 fois alors que MLEM calcule un unique facteur correctif par itération qui prend en compte la totalité des valeurs de projections. Cette technique permet d'éviter la multiplication et l'amplification du bruit présent dans les données de projection en proposant une solution plus stable, bien que l'algorithme soit plus lent à converger.

Par conséquent, dans le cas d'images scintigraphiques qui sont particulièrement plus bruitées que les images de plasmas thermiques que nous avons étudiées dans le chapitre 3, l'algorithme MART est moins approprié que l'algorithme MLEM pour la reconstruction tomographique. Néanmoins, pour des applications telles que la reconstruction tomographique des plasmas thermiques, où le rapport signal sur bruit est très élevé puisque le signal émis est très intense et par conséquent peu bruité, l'algorithme MART satisfait amplement. La reconstruction MLEM à quatre projections d'un plasma thermique conduit certes à des résultats plus homogènes et plus propres que la MART mais également plus lissés. Dans des cas où, comme nous l'avons rencontré, une section d'un plasma présente un minimum local d'émissivité, l'effet de lissage, inhérent à l'algorithme MLEM, entraîne la disparition de ce minimum dans les reconstructions. Ceci est particulièrement problématique pour la détermination de la température dans cette zone du plasma et n'encourage pas à employer la méthode MLEM avec peu de projections pour la tomographie des plasmas thermiques.

2. Reconstruction tomographique d'un cerveau :

Le cas précédent du fantôme NCAT est une situation idéale à laquelle nous avons ajouté du bruit. Dans un second temps, nous avons souhaité appliquer notre algorithme MART sur des données de projection non plus numériques mais réelles, acquises sur patient lors d'un examen TEMP. Ces données nous ont également été fournies par M. Gantet. Ce sont des projections scintigraphiques d'un cerveau. Dans ce cas, les projections ont été acquises sur 360° autour de la tête du patient, espacées tous les 6° , formant un total de 60 projections à utiliser pour la reconstruction tomographique. Aucun filtrage additionnel n'a été appliqué sur les projections.

Sur la figure 4.19, nous pouvons observer deux images de projection acquises par TEMP. Ces images représentent une projection du cerveau sur toute sa hauteur selon deux incidences angulaires perpendiculaires. L'image 4.19 (a) a été acquise avec un détecteur face au visage du patient, à 0° alors que l'image 4.19 (b) a été acquise à 90° , face à l'oreille droite du patient. Chaque projection 2D est composée de 64 pixels de longueur et de 64 pixels en hauteur, soit 64 coupes. La résolution est de 3,44 mm par pixel.

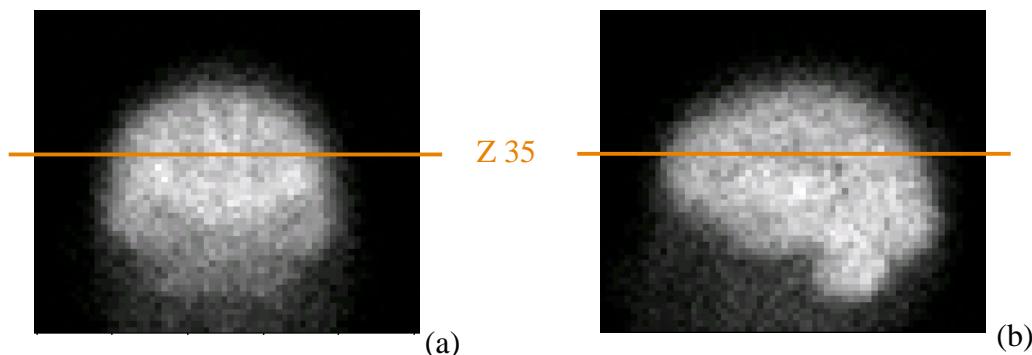


Figure 4. 19 : Projections scintigraphiques réelles d'un cerveau humain selon deux incidences angulaires perpendiculaires.

Comme dans le cas du fantôme numérique NCAT, nous sélectionnons une seule coupe Z parmi les 64 dont nous étudions les reconstructions tomographiques. Il s'agit de la section n°35 dont la localisation par rapport au cerveau est donnée sur la figure 4.20.

Contrairement aux images du fantôme de cœur, il s'agit de données de projections acquises par TEMP sur un patient et nous ne connaissons pas l'image originale. Nous utiliserons alors comme référence l'image reconstruite tomographiquement en routine clinique qui nous a été fournie par M. Gantet et qui est représentée, pour la section n°35, sur la figure 4.19. Nous pourrons ainsi comparer les reconstructions obtenues avec la MART par rapport à cette image de référence.

La figure 4.20 montre le résultat de la reconstruction tomographique par la méthode MLEM. Cette image tomographique a été reconstruite par l'algorithme MLEM commercial

utilisé pour la routine clinique. La figure 4.20 est le résultat d'une reconstruction après 15 itérations et pour un seul sous ensemble contenant les 60 projections.

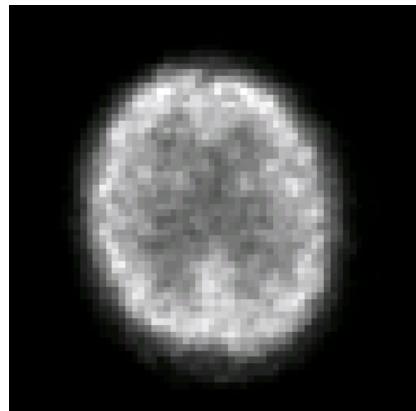


Figure 4. 20 : Reconstruction tomographique MLEM après 15 itérations, de la coupe n°35 du cerveau du patient.

La figure 4.21 nous donne le résultat de la reconstruction tomographique de la coupe n°35 du cerveau du patient par l'algorithme MART au bout de seulement une itération. Nous ne présentons pas le résultat au bout de 10 itérations car nous avons vu, dans le cas du fantôme NCAT, que l'augmentation du nombre d'itérations de la MART amplifie le bruit au détriment des informations utiles de l'image. Or, nous constatons que, même après une seule itération, l'image sera déjà abondamment dégradée par le bruit. Il est donc inutile de poursuivre les itérations.

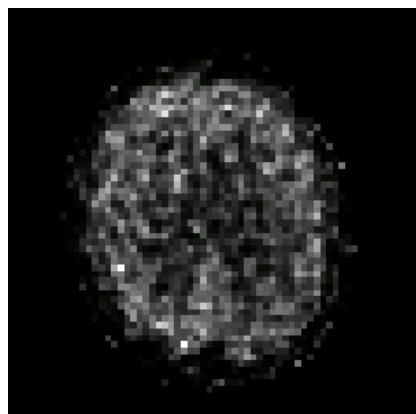


Figure 4. 21 : Reconstruction tomographique MART après une seule itération, de la coupe n°35 du cerveau du patient.

Suite au résultat présenté par la figure 4.21, on constate immédiatement la très mauvaise qualité de l'image reconstruite par la MART. Il s'agit pourtant du résultat le moins dégradé par le bruit que l'on puisse obtenir puisqu'il est obtenu après une seule et unique itération. Malgré cela, les informations utiles de l'image sont, en grande partie, altérées ou parfois même entièrement supprimées du fait de la présence d'un bruit trop important qui est

de plus amplifié à cause des multiples mises à jour effectuées lors d'une itération de la MART.

La reconstruction tomographique d'une coupe de cerveau d'un patient par la méthode de la MART que nous utilisons pour les plasmas thermiques conduit à des résultats très erronés en comparaison avec la reconstruction effectuée en routine clinique par l'algorithme MLEM que l'on peut voir sur la figure 4.20. Ces résultats ne sont pas satisfaisants ; en effet, on distingue à peine la substance blanche (en gris foncé sur la scintigraphie) du cortex, ou substance grise (en blanc sur la scintigraphie), sur l'extérieur du cerveau. Ces reconstructions tomographiques par la MART sont trop dégradées par le bruit pour en permettre une interprétation médicale et l'établissement d'un diagnostic par les médecins.

Les résultats de la figure 4.21 confirment le fait que l'algorithme MART est déconseillé dans les situations où les données de projection sont particulièrement bruitées comme c'est le cas des acquisitions scintigraphiques.

En conclusion, les résultats présentés jusqu'ici dans cette partie III du quatrième chapitre, mettent en évidence le fait que l'algorithme MART n'est pas approprié à toutes les situations. En effet, nous avons pu voir que, dans le cas du fantôme numérique de cœur NCAT, l'algorithme MART fournit des résultats satisfaisants, bien que moins bons que ceux obtenus par la méthode MLEM qui limite l'influence du bruit. Par contre, la MART, lorsque nous l'avons appliquée aux données scintigraphiques issues du cerveau d'un patient, a généré des reconstructions tomographiques de très mauvaise qualité, ininterprétables et sur lesquelles les détails anatomiques du cerveau ne sont pas discernables.

Cette différence dans la qualité des reconstructions tomographiques par la MART entre le fantôme numérique de cœur et les données scintigraphiques de cerveau peut premièrement s'expliquer par le niveau de bruit présent dans les deux types de données. En effet, les projections simulées à partir du fantôme numérique sont initialement idéales ; nous les avons ensuite volontairement bruitées afin de se rapprocher d'une situation plus proche de la réalité. Toutefois, le bruit que nous avons introduit, un léger bruit poissonien, reste encore moins intense que le bruit réellement présent lors d'une acquisition scintigraphique en TEMP. Ainsi, les données de cerveau qui sont traitées ici sont davantage bruitées que les données issues du fantôme NCAT, ce qui rend donc plus difficile la reconstruction tomographique par l'algorithme MART du fait du nombre élevé de corrections appliquées au cours de chaque itération.

En outre, la performance d'une reconstruction tomographique dépend de la structure de l'objet qui est étudié. En effet, plus l'objet est constitué de structures bien distinctes, fortement contrastées dans les projections scintigraphiques, plus il est facile de retrouver ces structures dans les reconstructions tomographiques. Le fantôme NCAT est un objet de ce type, où le cœur se distingue nettement parmi les autres organes tels que les poumons. A l'inverse, le cerveau contient de multiples détails anatomiques mais qui ne se distinguent que faiblement les uns des autres. Ainsi une image scintigraphique d'un cerveau est faiblement contrastée. Ceci complique la reconstruction tomographique. De plus, comme la MART a

tendance à fortement amplifier le bruit, les détails faiblement contrastés du cerveau sont recouverts par le bruit et ne peuvent donc pas être distinctement reconstruits par cet algorithme. Par contre, un cerveau est correctement reconstruit avec un algorithme simultané de type MLEM puisque, celui-ci n’appliquant qu’une seule correction par itération, il limite la propagation et l’amplification du bruit dans la reconstruction tomographique.

Pour conclure, nous venons de montrer que l’algorithme MART, que nous utilisons pour la reconstruction tomographique des plasmas thermiques, ne peut pas être appliqué avec succès à toutes les situations. Toutefois, nous avons pu valider son utilisation dans le cas du fantôme numérique de cœur NCAT. Cela correspond à certaines conditions particulières d’application de la MART qui sont une faible présence de bruit dans les données de projection ainsi qu’un objet constitué de détails fortement contrastés dans les images de projection.

Ainsi, au cours de deux paragraphes précédents, nous venons d’étudier l’aptitude de l’outil tomographique que nous avons développé pour les plasmas thermiques, à être employé dans le cadre de l’imagerie médicale et cette étude nous a permis de valider sa capacité à reconstruire sous certaines conditions particulières que nous venons de citer.

3. Reconstruction tomographique à faible nombre de vues en imagerie par TEMP :

Une des différences majeures, nous l’avons vu à de multiples reprises, entre la tomographie appliquée aux plasmas thermiques et la tomographie en imagerie médicale concerne le nombre de projections accessibles autour de l’objet étudié. Ce nombre est particulièrement réduit dans le cas des plasmas thermiques.

Ainsi, pour conclure ce chapitre et cette thèse et afin de resserrer le lien entre les deux problématiques, nous avons souhaité tester l’influence du nombre de projections en tomographie en imagerie médicale. Pour cela, nous avons réduit le nombre d’angles de vue utilisé pour la reconstruction tomographique du fantôme numérique de cœur NCAT avec les deux algorithmes étudiés jusqu’ici. L’algorithme MART a été appliqué à une itération afin de limiter l’amplification du bruit et l’algorithme MLEM à 30 itérations comme précédemment, en considérant la totalité des projections simultanément. Les résultats de cette étude sont présentés dans ce paragraphe. Notre étude est réalisée à partir des projections de la section n°27 du fantôme.

Parmi les 30 projections scintigraphiques qui ont été simulées, nous n’en sélectionnons qu’une partie de façon à toujours rester uniformément réparti sur 180°. Une première configuration est constituée de 10 projections espacées de 18° sur 180° alors que la seconde est composée de seulement 6 projections tous les 30°.

La figure 4.22 représente la reconstruction tomographique de la coupe n°27 du fantôme NCAT, effectuée à partir de seulement 6 projections espacées de 30°. En (a), l’image a été reconstruite par l’algorithme MART, à une seule itération alors la figure 22 (b) a été obtenue suite à la reconstruction tomographique par l’algorithme MLEM après 30 itérations.

On peut observer les mêmes reconstructions tomographiques sur la figure 4.23 mais qui ont été cette fois-ci réalisées à partir de 10 projections espacées de 18° .

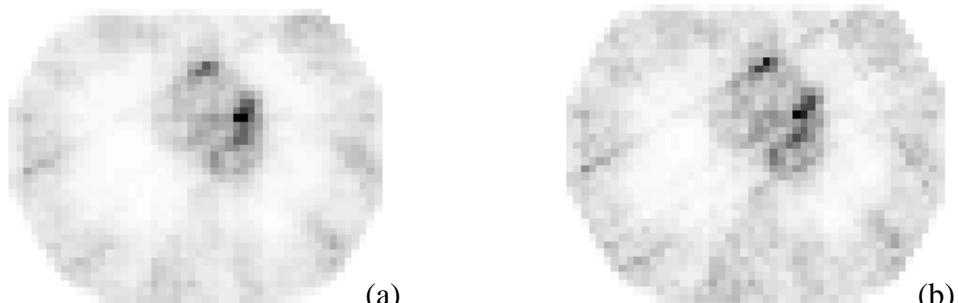


Figure 4. 22 : Reconstruction tomographique de la coupe n°27 du fantôme NCAT à 6 projections tous les 30° , par la MART à 1 itération en (a) et par MLEM à 30 itérations en (b).

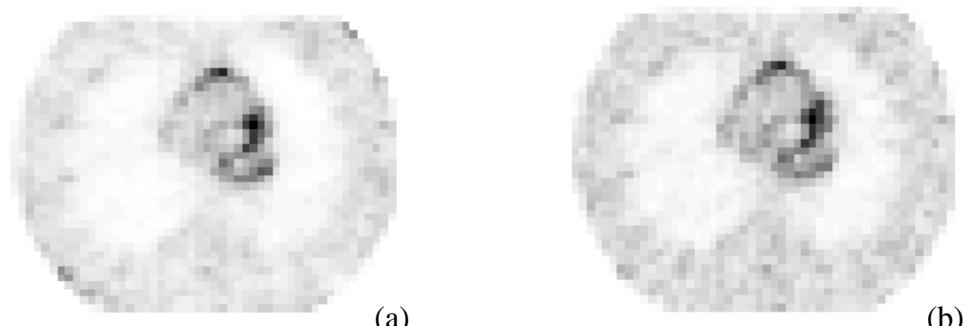


Figure 4. 23 : Reconstruction tomographique de la coupe n°27 du fantôme NCAT à 10 projections tous les 18° , par la MART à 1 itération en (a) et par MLEM à 30 itérations en (b),

Comparons ces résultats avec ceux de la figure 4.17 où est représentée la reconstruction tomographique de la coupe n°27 du fantôme, obtenue par l'algorithme MLEM après 30 itérations, à partir de 30 projections tous les 6° . Nous visualisons de façon évidente l'influence du nombre de projections sur la reconstruction. Plus le nombre de projections est faible, moins la reconstruction est correcte. Il est même possible de voir les raies de projection se dessiner sur l'image reconstruite lorsque ce nombre est trop faible tel que c'est le cas sur la figure 4.22 où seulement 6 projections sont utilisées. Toutefois, on discerne aisément dans l'image l'allure générale et les contours du cœur au sein du fantôme.

Quant à la reconstruction tomographique réalisée à partir de 10 projections tous les 18° , nous pouvons constater sur la figure 4.23 qu'elle donne des résultats corrects, bien qu'évidemment moins bons que ceux de la figure 4.17 où 30 projections sont utilisées. Les raies de projection ne sont quasiment pas visibles, contrairement à la figure 4.22, et le cœur ainsi que les poumons se distinguent aisément malgré un flou que l'on retrouve aux frontières entre les organes ; ce flou est provoqué par le manque de données initiales du fait d'un nombre limité de projections.

En outre, nous remarquons sur les figures 4.22 et 4.23 que les reconstructions tomographiques MART et MLEM sont proches. La MART, qui n'est pourtant pas utilisée en routine clinique, donne ici des résultats tout à fait intéressants et qui diffèrent finalement peu de ceux obtenus par l'algorithme MLEM dans une configuration à faible nombre de vues. En

effet, on peut noter une légère différence au niveau des contours qui sont sensiblement plus prononcés avec MLEM et les reconstructions MLEM semblent même légèrement plus bruitées.

Finalement, les deux reconstructions étant très proches dans le cas d'une configuration de tomographie à nombre réduit de projections, la MART pourrait être plus avantageuse que l'algorithme MLEM de part sa rapidité de convergence. Ceci présenterait un intérêt dans des cas d'études dynamiques.

Nous venons de montrer que, même avec un nombre de projections réduit, dans notre cas à 10 tous les 18° , il est possible de reconstruire tomographiquement des images en coupe d'une qualité acceptable. Bien évidemment, on ne peut juger de la qualité d'une image qu'en fonction de l'utilisation que l'on souhaite en faire.

En imagerie médicale, la tomographie à faible nombre de vues ne se pratique pas en routine clinique, ni même en recherche. En effet, grâce au mouvement de rotation des détecteurs, l'accessibilité aux projections autour du patient n'est pas techniquement limitée, contrairement au dispositif expérimental de tomographie des plasmas thermiques. Elle n'y trouve donc, pour l'instant, aucun intérêt. Toutefois, étant donnés les résultats de l'étude que nous venons d'effectuer, sa mise en œuvre semble pouvoir fournir des images tomographiques de qualité correcte, et semble par conséquent envisageable à condition qu'elle y trouve une application intéressante. Ainsi, afin de réunir la thématique des plasmas thermiques et celle de l'imagerie médicale, nous avons donc tenté de trouver à la tomographie à faible nombre de vues une application en imagerie médicale à laquelle elle serait susceptible d'apporter un intérêt scientifique réel. Signalons auparavant que toutes les études exposées dans ce chapitre ont été réalisées en stationnaire. Or, le fait de diminuer le nombre de projections en TEMP réduit automatiquement la durée de l'acquisition et donc de l'examen qui, en TEMP, reste relativement long. Cette caractéristique peut être perçue comme un avantage si on envisage des études TEMP dynamiques et non plus stationnaires. Par conséquent, nous nous sommes intéressés de plus près à l'imagerie préclinique en TEMP et notamment aux études pharmacocinétiques **[Gui_1]**.

L'imagerie préclinique se définit comme étant l'imagerie du petit animal qui est mise en œuvre pour la recherche préclinique ; c'est l'activité de recherche qui est développée puis validée sur les modèles animaux avant de pouvoir être appliquée chez l'homme. L'imagerie préclinique est une démarche qui consiste à pratiquer sur des modèles animaux des mesures *in vivo* permettant d'analyser et de comprendre des phénomènes physiopathologiques à l'aide des mêmes techniques que chez l'homme dans le but d'un transfert ultérieur des connaissances acquises et leur mise en œuvre clinique. En TEMP, l'imagerie anatomo-fonctionnelle du petit animal est un outil prometteur pour analyser les pathologies cancéreuses induites sur les animaux en vue d'établir de nouveaux moyens diagnostiques et thérapeutiques **[Con_1]**. Toutefois, la mise en œuvre de tomoscintigraphie du petit animal se rencontre encore peu fréquemment, à l'inverse des scintigraphies planaires. En effet, pour réaliser un examen d'imagerie sur du petit animal, les animaux doivent être endormis pour éviter tout

mouvement lors de l'acquisition et fausser l'image. L'anesthésie ne doit cependant pas durer plus d'une vingtaine de minutes sur des animaux fragiles tels que des souris de laboratoire, pour permettre leur survie et donc l'éventuel suivi de l'évolution de la maladie qui leur a été implantée sur du long terme. Or, une tomoscintigraphie est un examen relativement long, d'une part parce que le nombre d'événements pour chaque acquisition doit être suffisamment élevé pour obtenir les informations nécessaires et d'autre part du fait de la multiplication des acquisitions tout autour de l'objet. Par conséquent, la durée des acquisitions en imagerie TEMP du petit animal est limitée par la durée de l'anesthésie des animaux et est donc relativement courte.

Afin de s'affranchir de cette limitation et permettre une mise en œuvre plus facile des tomoscintigraphies du petit animal, une solution envisageable serait d'effectuer des acquisitions tomographiques à nombre de vues réduit. Ceci pourrait permettre de diminuer le temps d'acquisition total ou bien de maintenir le temps d'acquisition égal à celui d'une tomographie à 60 projections sur 360° (ou 30 projections sur 180°) tout en augmentant la statistique d'événements par projection, et donc en augmentant la quantité d'informations disponibles. Cela semble donc être une application intéressante de la tomographie à faible nombre de vues en imagerie médicale TEMP, et plus particulièrement en imagerie préclinique TEMP. En outre, hormis faciliter les acquisitions tomoscintigraphiques du petit animal, on pourrait également envisager une application de type dynamique et donc davantage orientée vers la pharmacocinétique, toujours en imagerie préclinique. Il serait alors possible, grâce à un nombre réduit de projections, d'effectuer des acquisitions tomoscintigraphiques dynamiques, permettant le suivi d'un produit pharmaceutique dans le corps de l'animal. Nous pourrions également faire remarquer que, dans le cas d'études dynamiques, l'algorithme MART pourrait être privilégié par rapport à MLEM, qui fournissent tout deux des reconstructions tomographiques de qualité similaire en faible nombre de vues. En effet, la rapidité de convergence de la MART permet de réduire les temps de calcul des images, ce qui peut présenter un intérêt lorsqu'on souhaite observer les images en temps quasi réel.

Conclusion

Ce dernier chapitre de ma thèse était consacré à la tomographie en imagerie médicale, et plus particulièrement en TEMP. Dans une première partie, nous avons décrit techniquement le dispositif de la gamma-caméra, qui constitue le cœur du système d'acquisition du TEMP. Nous avons également précisé quelles sont les principales applications et indications de l'imagerie TEMP en médecine.

Ensuite, l'algorithme de reconstruction – la MART – que nous avons développé pour la tomographie à faible nombre de vues pour les plasmas thermiques n'étant pas communément employé en routine clinique en imagerie médicale, l'objectif essentiel du chapitre 4 était d'observer l'étendue de son domaine de validité, à partir d'images scintigraphiques, acquises par TEMP, et de comparer les reconstructions tomographiques obtenues avec celles fournies par l'algorithme le plus fréquemment utilisé en routine clinique,

l'algorithme MLEM (souvent employé dans sa version accélérée OSEM). Nous avons utilisé pour cela deux types d'images de projection : des images issues d'un fantôme numérique de cœur humain et des images scintigraphiques réelles d'un cerveau, acquises sur patient. Nous avons pu mettre en évidence la validité de l'application de notre outil tomographique MART en imagerie médicale sous certaines conditions d'utilisation. En effet, nous avons vu qu'il est performant sur les images issues du fantôme numérique mais qu'il donne des reconstructions tomographiques beaucoup moins satisfaisantes sur les images du cerveau. Les raisons de cette différence de performance de notre algorithme ont été précisées dans le paragraphe III.2 de ce chapitre. Toutefois, au terme de ce chapitre, nous considérons que le domaine de validité de notre algorithme MART peut s'étendre au domaine de l'imagerie TEMP de manière tout à fait satisfaisante.

Finalement, nous souhaitions conclure les travaux de cette thèse en avançant une thématique commune aux deux domaines d'application de la tomographie qui ont été traités dans ce manuscrit : les plasmas thermiques et l'imagerie médicale TEMP. Pour cela, nous avons, dans un premier temps, démontré la faisabilité de la tomographie à nombre de vues limité en imagerie TEMP, notamment pour le fantôme numérique de cœur pour lequel une tomographie à 10 projections sur 180° fournit des images transversales correctes et exploitables. Cela rend donc envisageable la possibilité de mettre en œuvre une tomographie à nombre de vues réduit en imagerie médicale dont une application intéressante serait l'imagerie préclinique et la pharmacocinétique, de part la diminution implicite de la durée des acquisitions TEMP. Cette thématique apparaît donc comme une thématique commune entre la tomographie à faible nombre de vues des plasmas thermiques et l'imagerie médicale d'une manière générale.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Conclusion

Ce travail de thèse portait sur la caractérisation expérimentale tridimensionnelle des plasmas thermiques. L'objectif principal consistait à mettre en place, du début à la fin, un dispositif expérimental de spectroscopie d'émission basé sur un principe d'acquisition tomographique, à quatre projections, dans le double but d'imager et de caractériser simultanément en température un plasma thermique, notamment de forme non axisymétrique.

Résumons les différents aspects et résultats qui ont pu être abordés au cours des quatre chapitres qui composent ce manuscrit.

Tout d'abord, le fil conducteur du premier chapitre était consacré à la tomographie d'une manière générale et plus en détail. Nous avons présenté un état de l'art le plus exhaustif possible, et pourtant loin d'être complet tant la thématique est vaste, des différents aspects abordables lorsqu'on traite de tomographie. Nous avons ainsi discuté des différentes méthodes de résolution d'un problème tomographique en présentant quelques algorithmes typiques. Deux grandes méthodes de résolution existent : l'approche analytique et l'approche itérative, et nous avons vu que les méthodes itératives offrent beaucoup plus de possibilités et d'avantages, notamment en terme de performance et de qualité de reconstruction, que les techniques analytiques. Nous avons ensuite expliqué en quoi un algorithme itératif algébrique de type multiplicatif (MART) était un des plus adéquats pour la reconstruction tomographique à faible nombre de vues que nous souhaitions mettre en place pour l'étude des plasmas thermiques. Le reste du chapitre était ensuite consacré à un état de l'art bibliographique sur l'utilisation de la tomographie dans le domaine des plasmas, et notamment thermiques, ainsi que dans le domaine de l'imagerie médicale puisque, historiquement, elle fut la toute première application concrète de la tomographie avec l'invention du scanner médical dans les années 60. Cela nous a permis de situer notre problématique ainsi que notre projet par rapport à la littérature. Nous avons pu mettre en avant le peu de travaux existants se rapprochant de nos objectifs, à savoir imager à la fois spatialement et spectralement un plasma 3D.

Le deuxième chapitre, après une rapide présentation des théories et lois qui régissent un plasma thermique, avait pour dessein d'introduire la tomographie parmi les méthodes d'inversion usitées pour la détermination de valeurs locales de l'émissivité d'un plasma à partir des grandeurs intégrées. Une des plus répandues dans la communauté des plasmas est l'inversion d'Abel qui, en théorie, peut être appliquée uniquement à des configurations à symétrie cylindrique de révolution. Ainsi, en proposant une étude théorique comparative sur les résultats d'une inversion d'Abel et d'une tomographie à quatre projections pour un plasma deflecté, nous avons pu montré le réel apport de la tomographie pour la caractérisation des plasmas 3D, puisqu'elle prend naturellement en compte les dissymétries sans les modifier. Enfin, est explicité l'ensemble des travaux et développements théoriques préalablement nécessaires à la phase expérimentale. Ainsi, le codage de l'algorithme de reconstruction tomographique a constitué une part entière de mes travaux de thèse. Il s'agit d'un code entièrement « maison ». Pour finir, une étude paramétrique avancée concernant l'influence de certains paramètres sur la reconstruction tomographique a été réalisée. Plusieurs points ont pu être mis en avant, dont les plus importants sont repris ci-après. Premièrement, concernant l'influence du nombre de vues et leur répartition angulaire, plus l'objet est complexe et plus le

nombre minimum de projections nécessaire à une reconstruction tomographique convenable est élevé. De plus, il faut choisir, dans la mesure du possible, des projections dont les incidences angulaires contiennent le maximum d'informations. Deuxièmement, nous avons réalisé une étude sur la précision de la reconstruction tomographique qui nous a permis de mettre en évidence le fait que, lorsque l'objet est à fort contraste et contient des détails de petite taille, plus les incidences angulaires sont nombreuses et meilleure est la reconstruction. Enfin, nous avons effectué une étude sur l'influence d'un filtrage lorsque les données de projection sont bruitées ainsi que sur l'influence de la fréquence de coupure du filtre utilisé.

Le troisième chapitre de la thèse retraçait l'ensemble de la phase expérimentale de mes travaux. Ainsi, nous avons débuté en présentant l'étude théorique qui nous a permis de définir la configuration optimale à mettre en place expérimentalement pour la tomographie des plasmas thermiques ; cette configuration était composée de quatre angles de projection tous les 45° . Ensuite, nous avons exposé avec détail la totalité du dispositif expérimental que nous avons mis en œuvre ainsi que les nombreuses contraintes auxquelles nous avons dû nous confronter au cours de cette mise en place. Quelques unes de ces contraintes ont été le grandissement optique, l'acquisition simultanée des quatre projections, une résolution à la fois spatiale et spectrale ou encore la sélection des rayons parallèles... La conséquence de toutes ces contraintes a été une mise en œuvre particulièrement longue et complexe de l'ensemble du dispositif expérimental. En effet, sa mise en place ainsi que sa mise en fonctionnement (alignement) a pratiquement occupée les trois années de ma thèse. Enfin, nous avons présenté les résultats expérimentaux obtenus sur une configuration 2D puis 3D d'arc électrique. Nous avons montré une bonne concordance de nos reconstructions tomographiques de l'arc 2D avec les résultats de l'inversion d'Abel ainsi que quelques résultats issus de la littérature. Cela nous a permis de conforter le fonctionnement de notre dispositif expérimental. Nous avons également montré qu'un arc supposé être axisymétrique ne l'est pas forcément, contrairement à l'hypothèse de la symétrie cylindrique que l'on suppose vraie lorsqu'on applique l'inversion d'Abel. Pour finir, nous avons présenté les résultats expérimentaux d'une reconstruction tomographique d'un arc deflecté, et donc tridimensionnel et nous avons montré que notre dispositif spectroscopique de tomographie à quatre projections permettait bien de caractériser spatialement et en température un plasma non axisymétrique. L'objectif est donc atteint.

Finalement, le quatrième et dernier chapitre de cette thèse n'a en réalité représenté qu'une petite partie de mes travaux. Il était en effet davantage destiné à me rapprocher de ma formation initiale de physique et d'imagerie médicales. À partir d'images de projection de type médicale, et plus spécifiquement scintigraphique (TEMP), et grâce à des comparaisons avec les reconstructions tomographiques qui sont obtenues en routine clinique (algorithme MLEM), nous avons pu étendre le domaine d'application de notre outil développé pour les plasmas thermiques, à l'imagerie TEMP. Finalement, nous avons avancé une hypothèse concernant une application potentielle d'une tomographie à faible nombre de vues au domaine médical. Cette application pourrait être envisageable dans le cadre de l'imagerie préclinique et des études de pharmacocinétique, et donc des études de type dynamique. En effet, la réduction du nombre de projections entraîne automatiquement une diminution de la durée d'une acquisition tomographique. De plus, l'algorithme MART converge bien plus rapidement que

l'algorithme MLEM. Tout cela permettrait alors une mise en œuvre possible de tomoscintigraphie résolue temporellement pour l'imagerie du petit animal afin de suivre éventuellement l'évolution d'un traceur au sein de l'organisme, puisque les acquisitions scintigraphiques sur petit animal sont actuellement limitées en durée à cause de la brièveté de l'anesthésie.

Revenons maintenant sur la thématique principale de ces travaux de thèse : la tomographie à quatre incidences angulaires pour la caractérisation des plasmas thermiques en trois dimensions. D'ores et déjà, nous pouvons considérer que le dispositif expérimental que nous avons mis en œuvre est entièrement fonctionnel et a pu être validé par l'intermédiaire de l'étude sur l'arc axisymétrique décrite dans le 3^{ème} chapitre. Seule une vérification de l'alignement des éléments optiques est nécessaire préalablement à chaque expérience. De plus, nous avons souligné le succès du système expérimental et de l'outil de reconstruction dans le cas d'un arc deflecté. Cependant, par manque de temps, nous n'avons pas pu effectuer ce pour quoi est destiné le système : la validation des modèles 3D qui ont été développés au sein de l'équipe AEPPT. Ainsi, cela fait partie des principaux objectifs à atteindre dans une perspective à court terme. Ensuite, parmi les perspectives à plus long terme, une première expérience à réaliser consiste à étudier d'autres configurations d'arc électrique. En effet, nous avons vu que le réacteur à arc que nous utilisons est amovible. Ainsi, il est très facile de disposer au centre des quatre visées d'acquisition un autre type de réacteur, ou bien une torche à plasma. Une seconde expérience majeure à mener sera une étude temporelle. Dans ce cas, le système d'acquisition devra être sensiblement modifié afin de mettre en place une caméra ultra rapide permettant des acquisitions dynamiques avec des résolutions temporelles atteignant le dixième de milliseconde, temps caractéristique des fluctuations d'un plasma. Le reste du dispositif présente l'avantage de pouvoir être conservé tel quel. Les études dynamiques pourront être réalisées dans le but de suivre l'évolution et les fluctuations d'un plasma sur une seule section. Dans le cas des torches de projection par exemple, le pied d'arc fluctue énormément et de manière très rapide, entraînant d'importantes fluctuations du plasma en sortie de torche. Il serait donc particulièrement intéressant de pouvoir étudier ses répercussions sur le jet de plasma avec une résolution triple : spatiale, spectrale et temporelle.

Conclusion

ANNEXES

Annexes

Liste des publications et autres productions scientifiques :

Revues :

« *Experimental determination of thermal plasma temperatures* », J. Bénech, P. Freton, J-J. Gonzalez et X. Franceris, Journal of High Temperature Material Processes, (sous presse).

Congrès internationaux :

« *Tomographic reconstruction of temperature field in thermal plasma* », J. Bénech, P. Freton, J-J. Gonzalez et M. Masquère, 10^{ème} High Temperature Plasma Processes Conference (HTPP), 7-11 juillet 2008, Patras, Grèce.

Congrès nationaux :

« *Détermination expérimentale de la température dans les plasmas thermiques* », J. Bénech, P. Freton, J-J. Gonzalez et X. Franceris, 8^{ème} colloque sur les Arcs Electriques (CAE VIII), 12 et 13 mars 2007, Rouen.

Journée annuelle de l'école doctorale GEET :

« *Reconstruction tomographique des plasmas thermiques* », 20 mars 2008, Toulouse.
Obtention du Prix de la meilleure présentation orale de l'école doctorale GEET.

Annexes

BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie

- [Act_1] **ACTON**, « *Imaging spectrographs* », <http://www.acton-research.com>.
- [And_1] **Andersen A.H.**, « *Algebraic reconstruction in CT from limited views* », IEEE Trans. Med. Imaging, vol. 8(1), pp. 50-55, (1989).
- [Ant_1] **Anton M., Weisen H., Dutchy M.J.**, « *X-ray tomography on the TCV tokamak* », Plasma Phys. Control. Fusion, vol. 38, pp. 1849-78, (1996).
- [Bal_1] **Balandin A.L., Ono Y., Tawara T.**, « *Design study of 3-D tomography diagnostics for spherical tokamaks* », Eur. Phys. J. D, vol. 14, pp. 97-103, (2001).
- [Ber_1] **Bertero M., Boccacci P.**, “*Introduction to Inverse Problems in imaging*”, IOP Publishing Ltd, ISBN 0 7503 0439 1 (hbk), 0 7503 0435 9 (ppk), (1998).
- [Bou_1] **Bouaziz M.**, « *Caractérisation d'un plasma d'arc à la pression atmosphérique au voisinage de l'anode* », Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1996.
- [Bru_1] **Bruyant P.**, « *Analytic and iterative reconstruction algorithms in SPECT* », Journal of Nuclear Medicine, 43, pp. 1343-1358, (2002).
- [Buv_1] **Buvat I.**, “*Reconstruction tomographique*”, Cours Master de Recherche Radiophysique et Imagerie Médicales, 2005.
<http://www.guillemet.org/irene>.
- [Buv_2] **Buvat I., El Fakhri G., Pelegrini M., Benali H., Di Paola R.**, “*Comparaison de différents protocoles de correction d'atténuation en imagerie cardiaque SPECT*”, Revue de l'ACOMEN, vol.4, n°2, p121-129 (1998).
- [Byr_1] **Byrne C.**, « *Iterative algorithms in tomography* », pp.1-23, 17 Octobre 2005.
- [Cea_1] « *La fusion magnétique* », <http://www-drfc.cea.fr>.
- [Cha_1] **Chang LT.**, “*A method for attenuation correction in radionuclide computed tomography*”, IEEE Trans. Nucl. Sc., vol. 25, pp.638-645, (1978).
- [Cha_2] **Chattopadhyay A.K., Rao C.V., Srivatsan R.**, « *Optimization of the number of soft x-ray arrays and detectors for the SST-1 tokamak by tomographic method* », Rev. Sci. Instrum., vol. 74 n°4, pp. 2353-56, (2003).

- [Con_1] **Constantinesco A., Goetz C., Israel-Jost V., Choquet P.**, « Quel avenir pour l'imagerie TEMP du petit animal ? », Médecine Nucléaire, vol. 31, pp.183-192 (2007).
- [Cor_1] **Cormack A.M.**, “*Representation of a function by its line integrals, with some radiological applications. II*”, J. Appl. Phys., vol. 35 n°10, pp.2908-2913, (1964).
- [Cor_2] **Cormack A.M.**, “*Reconstruction of densities from their projections, with applications in radiological physics*”, Phys. Med. Biol., vol. 18 n°2, pp.195-207, (1973).
- [Dar_1] **Darcourt J., Koulibali P.M., Migneco O.**, « *Méthodes itératives de reconstruction* », Revue de l'ACOMEN, vol. 4, n°2, pp. 100-107, (1998).
- [Dem_1] **Dempster A., Laird N., Rubin D.**, « *Maximum likelihood from incomplete data via EM algorithm* », J. R. Stat. Soc. [B], vol. 39, pp. 1-38, (1977).
- [Den_1] **Denisova N.**, « *Maximum-entropy-based tomography for gas and plasma diagnostics* », J. Phys. D: Appl. Phys., vol. 31, pp. 1888-1895, (1998).
- [Den_2] **Denisova N.**, « *Two-view tomography* », J. Phys. D: Appl. Phys., vol. 33, pp.313-319, (2000).
- [Den_3] **Denisova N.**, « *A maximum a posteriori reconstruction method for plasma tomography* », Plasma Sources Sci. Technol., vol. 13, pp.531-536, (2004).
- [Den_4] **Denisova N., Revalde G., Skudra A., Bogans E.**, « *Tomographic diagnostics of high-frequency electrodeless lamps in argon - mercury mixtures* », J. Phys. D: Appl. Phys., vol. 39, pp. 1069-1077, (2006).
- [Den_5] **Denisova N., Katsnelson S.S., Pozdnyakov G.A.**, « *Computer tomography imaging of fast plasmachemical processes* », Plasma Phys. Reports, vol. 33 n°11, pp. 956-960, (2007).
- [Deu_1] **Deutsch M., Beniaminy I.**, « *Inversion of Abel's integral equation for experimental data* », J. Appl. Phys., vol. 54(1), pp. 137-143, (1983).
- [DeV_1] **DeVos J.C.**, « *A new determination of the emissivity of tungsten ribbon* », Physica, vol. 7-12, pp. 690-712, (1954).

- [Don_1] **Dongarra J.**, « *Sparse matrix storage formats* », Templates for the solution of algebraic eigenvalue problems: a practical guide, SIAM (2000).
- [Dre_1] **de Dreuille O., Maszelin P., Foehrenbach H., Bonardel G., Gaillard J.F.**, « *Principe et technique de la tomographie par émission de positons (TEP)* », Encyclopédie Médico-Chirurgicale, Radiodiagnostic, 35-310-A-10, pp. 1-22, (2002).
- [Dub_1] **Dubois F.**, « *Reconstruction des images tomographiques par rétroprojection filtrée* », Revue de l'ACOMEN, vol. 4, n°2, pp. 92-99, (1998).
- [Far_1] **Faris G.W., Byer R.L.**, « *Three-dimensional beam-deflection optical tomography of a supersonic jet* », Applied Optics, vol. 27 n°24, pp. 5202-12, (1988).
- [Fau_1] **Fauchais P., Coudert J.-F.**, « *Mesures de température dans les plasmas thermiques* », Rev. Gén. Therm., vol. 35, pp. 324-37, (1996).
- [Fra_1] **Franceries X., Freton P., Gonzalez J.-J., Lago F., Masquère M.**, « *Tomographic reconstruction of 3D thermal plasma: a feasibility study* », J. Phys. D: Appl. Phys., vol. 38, pp. 3870-84, (2005).
- [Fre_1] **Freton P.**, « *Etude d'un arc de découpe par plasma d'oxygène Modélisation – expérience* », Thèse de l'Université Paul Sabatier, Toulouse, 2002.
- [Gil_1] **Gilbert P.**, « *Iterative methods for the three-dimensional reconstruction of an object from projections* », J. Theor. Biol., vol. 36, pp. 105-117, (1972).
- [Gon_1] **Gonzalez J.-J., Lago F., Freton P., Masquère M., Franceries X.**, « *Numerical modelling of an electric arc and its interaction with the anode: part II. The three-dimensional model - influence of external forces on the arc column* », J. Phys. D: Appl. Phys., vol. 38, pp. 306-18, (2005).
- [Gor_1] **Gordon R., Bender R., Herman G. T.**, « *Algebraic Reconstruction Techniques (ART) for three-dimensional electron microscopy and X-ray photography* », J. Theor. Biol., vol. 29, pp. 471-481, (1970).
- [Gor_2] **Gordon R., Herman G. T.**, « *Three-dimensional reconstruction from projections: A review of algorithms* », Proc. Application of Optical Instrumentation in Medicine III Proc. SPIE, vol. 47, pp. 2-14, (1975).

- [Gor_3] **Gordon R.**, « *A tutorial on ART* », IEEE Transactions on Nuclear Science, vol. NS-21, pp. 78-93, (1974).
- [Gou_1] **Gourion D., Noll D.**, « *The inverse problem of emission tomography* », Inverse Problems, vol. 18, pp. 1435-60, (2002).
- [Gra_1] **Grangeat P.**, « *La tomographie : Fondements mathématiques, imagerie microscopique et imagerie industrielle* », Paris, Hermès Science Publication, 2002.
- [Gud_1] **Gudzy P.**, « *Etude expérimentale des propriétés d'un plasma d'arc au voisinage de la cathode* », Thèse n°2198, Université Paul Sabatier, Toulouse, 1995.
- [Gui_1] **Guilbaud N., Duchamp O., Just N., Genne P.**, « *Rôle de l'imagerie non invasive du petit animal dans le développement des médicaments anticancéreux* », Bull. Cancer, vol. 92 n°1, pp. 45-57 (2005).
- [Had_1] **Hadamard J.**, Bull. Univ. Princeton **13** 49 (1902).
- [Had_2] **Hadamard J.**, “*Lectures on Cauchy's problem in linear partial differential equations*”, New Haven, CT: Yale University Press (1923).
- [Had_3] **Haddad G.G., Farmer A.J.D.**, « *Temperature determinations in a free-burning arc. I. Experimental techniques and results in argon* », J. Phys. D: Appl. Phys., vol. 17, pp. 1189-96, 1984.
- [Her_1] **Herman G.T.**, « *Image reconstruction from projections: The fundamentals of Computerized Tomography* », New York, Academic Press, (1980).
- [Her_2] **Herman G.T.**, « *Algebraic reconstruction techniques can be made computationally efficient* », IEEE Trans. Med. Imaging, vol. 12, pp. 600-09, (1993).
- [Hin_1] **Hino M., Aono T., Nakajima M., Yuta S.**, « *Light emission computed tomography system for plasma diagnostics* », Appl. Opt., vol. 26 n°22, pp.4742-4746, (1987).
- [Hli_1] **Hlina J., Chvala F., Sonsky J., Gruber J.**, « *Multi-directional optical diagnostics of thermal plasma jets* », Meas. Sci. Technol., vol. 19, pp. 1-6, (2008).

- [Hou_1] **Hounsfield G.N.**, « *A method and apparatus for examination of body radiation such as X or gamma radiations* », Pat. Spec., vol. 128, pp.3915-, (1972).
- [Hou_2] **Hounsfield G.N.**, « *Computerized transverse axial scanning (tomography). 1. Description of system* », Br. J. Radiol., vol. 46(552), pp.1016-1022, (1973).
- [Hou_3] **Hounsfield G.N.**, « *Computed medical imaging* », Science, vol. 210 n°4465, pp.22-28, (1980).
- [Hsu_1] **Hsu K.C., Etemadi K., Pfender E.**, « *Study of the free-burning high-intensity argon arc* », J. Appl. Phys., vol. 53 n°3, (1983).
- [Hud_1] **Hudson H., Larkin R.**, « *Accelerating image reconstruction using ordered subsets of projection data* », IEEE Trans. Med. Imaging, vol. 13, pp. 601-09, (1994).
- [Ing_1] **Ingesson L.C., Alper B., Chen H.**, « *Soft Z ray tomography during ELMs and impurity injection in JET* », Nuclear Fusion, vol. 38 n°11, pp. 1675-94, (1998).
- [Jaf_1] **Jaffe S.M., Larjo J., Hernberg R.**, « *Abel inversion using fast Fourier transform* », Xth International Symposium on Plasma Chemistry, Bochum, 1.2-21 pp. 1-6, (1991).
- [Joh_1] **John F.**, Ann. Math. Pura Appl. **40** 129 (1955).
- [Kac_1] **Kaczmarz S.**, « *Angenäherte auflösung von systemen linearer gleichungen* », Bull. Acad. Polon. Sci. et Lettres, vol. A35, pp.335-357, (1937).
- [Lik_1] **Likhachev A.V., Pikalov V.V.**, « *Three-dimensional emission tomography of optically thick plasma for the known absorption* », Opt. and Spectrosc., vol. 88 n°5, pp.740-749, (2000).
- [Lik_2] **Likhachev A.V., Pikalov V.V.**, « *Three-dimensional emission tomography of a scattering plasma* », Opt. and Spectrosc., vol. 92 n°6, pp.924-935, (2002).
- [Mal_1] **Maldonado C.D., Olsen H.N.**, « *New method for obtaining emission coefficients from emitted spectral intensities. Part II – Asymmetrical sources* », J. Opt. Soc Amer., vol. 56 n°10, pp. 1305-1313, (1966).
- [Mar_1] **Mariano-Goulard D., Fourcade M.**, « *Le bruit en tomographie d'émission à simple photon* », Revue de l'ACOMEN., vol. 4 n°2, pp. 108-113, (1998).

- [Mas_1] **Masquère M.**, « *Etude du transfert d'énergie entre un arc électrique et un matériau* », Thèse de l'Université Paul Sabatier, Toulouse, 2005.
- [Mat_1] **Matulka R.D., Collins D.J.**, « *Determination of three-dimensional density fields from holographic interferograms* », J. Appl. Phys., vol. 42 n°3, pp. 1109-1119, (1971).
- [Mer_1] **Mermet J-M., Robin J-P.**, « *Etude de l'inversion d'Abel en vue de la mesure de la répartition de la température dans un plasma inductif* », Rev. Int. Htes Temp. et Réfract., vol. 10, pp. 133-139, (1973).
- [Neg_1] **Neger T.**, « *Optical tomography of plasmas by spectral interferometry* », J. Phys. D: Appl. Phys., vol. 28, pp.47-54, (1995).
- [Nis_1] **N.I.S.T., National Institute of Standards and Technology**, « *Physical Reference Data – Atomic Spectroscopic Database* »,
<http://physics.nist.gov/PhysRefData/ASD/index.html>.
- [Pey_1] **Peysson Y., Coda S., Imbeaux F.**, « *Hard X-ray CdTe tomography of tokamak fusion plasmas* », Nuclear Instrum. And Meth. in Phys. Research, vol. A 458, pp. 269-74, (2001).
- [Rad_1] **Radon J.**, « *Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre integralwerte längs gewisser Manningfaltigkeiten. (On the determination of functions from their integrals along certain manifolds)* », Ber. Saechs. Akad. Wiss. Leipzig, Math-Phys., Kl. 69, pp. 262-277, (1917).
- [Rai_1] **Raichvarg D.**, « *La découverte du corps à la renaissance à travers la lecture de la leçon d'anatomie* », Maîtrise Orthopédique, n°101, (Janvier 2001),
<http://www.matrise-orthop.com>.
- [Ran_1] **Rangayyan R., Dhawan A.P., Gordon R.**, « *Algorithms for limited-view computed tomography: an annotated bibliography and a challenge* », Appl. Optics, vol. 24(23), pp. 4000-4012, (1985).
- [Seg_1] **Segars W.P.**, « *Development and application of the new dynamic nurbs-based cardiac torso (NCAT) phantom* », Thèse de l'Université de Caroline du Nord, 2001.
- [Ses_1] **Sesi N., Hanselman D., Galley P.**, « *An imaging-based instrument for fundamental plasma studies* », Spectroch. Acta Part B, vol. 52, pp. 83-102, 1997.

- [She_1] **Shepp L.A., Vardi Y.**, « *Maximum likelihood reconstruction for emission tomography* », IEEE Trans. Med. Imag., vol. 1, pp. 113-22, (1982).
- [Spe_1] **Speckhofer G., Schmidt H-P.**, « *Experimental and theoretical investigation of high-pressure arcs – Part II: The magnetically deflected arc (three-dimensional modeling)* », IEEE Trans. Plasma Sc., vol. 24 n°4, pp. 1239-48, (1996).
- [Spe_2] **Speckhofer G., Schmidt H-P.**, « *Experimental and theoretical investigation of high-pressure arcs – Part I: The cylindrical arc column (two-dimensional modeling)* », IEEE Trans. Plasma Sc., vol. 24 n°4, pp. 1229-38, (1996).
- [Tik_1] **Tikhonov A.N.**, Soviet. Math. Dokl. 4 1035 (1963).
- [Tik_2] **Tikhonov A.N., Arsenin V.Y.**, “*Solutions of ill-posed problems*”, Ed. Winston Wiley New-York, 1977.
- [Vac_1] **Vacquié S.**, « *L'arc électrique*», CNRS, Editions Eyrolles, ISBN 2-212-05822-5 (2000).
- [Van_1] **Vandenberghé S., D'Asseler Y., Van de Walle R.**, « *Iterative reconstruction algorithms in nuclear medicine*», Comput. Med. Imag. and Graphics, 25, pp. 105-111, (2001).
- [Ver_1] **Verhoeven D.**, « *Limited-data computed tomography algorithms for the physical sciences* », Appl. Optics, vol. 32(20), pp. 3736-3754, (1993).
- [Wil_1] **Williamson J.H., Evans D.E.**, « *Computerized tomography for sparse-data plasma physics experiments* », IEEE Trans. On Plasma Sci., vol. PS-10 n°2, pp. 82-93, (1982).
- [Wit_1] **Wittmann K., Coudert J-F., Fauchais P., Blein F.**, « *Study of the interaction of a liquid jet and a DC plasma jet by optical emission spectroscopy* », XVth International Symposium on Plasma Chemistry, Orléans, vol. II, pp. 509-514 (2001).
- [Yos_1] **Yoshimura S., Shinagawa K., Sugimoto S.**, « *Computer tomography of axially compressed field reversed configuration plasma on the FIX device* », IEEE Trans. On Plasma Sci., vol. 30 n°1, pp. 60-61, (2002).

- [Zen_1] **Zeng G.L.**, « *Image reconstruction – a tutorial* », Computerized Medical Imaging and Graphics, vol. 25, pp. 97-103, (2001).

AUTEUR : Julie Bénech

TITRE : Spécificité de la mise en œuvre de la tomographie dans le domaine de l'arc électrique
– Validité en imagerie médicale

DIRECTEURS DE THESE : Jean-Jacques Gonzalez, Pierre Freton, Université Paul Sabatier,
LAPLACE, UMR 5213

DATE ET LIEU DE SOUTENANCE : 15 Décembre 2008, Toulouse

RESUME :

Ce travail est consacré à la mise en œuvre expérimentale de la reconstruction tomographique d'un plasma thermique 3D créé par arc électrique. Le principal objectif consistait à développer une méthode de caractérisation expérimentale de plasmas non axisymétriques basée sur la spectroscopie d'émission, permettant en outre la validation de modèles 3D de plasma en écoulement.

La technique de tomographie que nous employons est empruntée au domaine de l'imagerie médicale. La spécificité de la tomographie appliquée à l'arc électrique réside dans le nombre d'angles de projection accessibles qui est très réduits : 4 angles dans notre cas contre typiquement 64 projections en imagerie médicale.

L'originalité de notre méthode réside dans le fait que nous effectuons, grâce à notre dispositif expérimental, des acquisitions expérimentales résolues à la fois spectralement, pour la détermination de la température à partir de techniques basées sur l'intensité d'une raie atomique, et spatialement afin d'effectuer une acquisition simultanée du rayonnement émis par le plasma sur toute sa largeur et donc de reconstruire entièrement une section transversale du plasma.

Un dispositif expérimental de tomographie à quatre vues d'un plasma thermique a été développé et mis en œuvre. Nous démontrons la possibilité, grâce à ce dispositif, de caractériser un plasma non axisymétrique en reconstruisant une cartographie 3D des valeurs de la température. Finalement, notre méthode tomographique est testée à partir de données d'imagerie médicale acquises en tomographie par émission mono-photonique (TEMP). Les résultats ainsi obtenus nous ont permis de valider notre méthode sous certaines conditions d'utilisation.

MOTS-CLES : plasma thermique, tomographie, 3D, émissivité, température, caractérisation expérimentale, spectroscopie d'émission, algorithme algébrique itératif, imagerie médicale

DISCIPLINE ADMINISTRATIVE : Radiophysique et Imagerie Médicales

LABORATOIRE :

Laboratoire LAPLACE, UMR 5213, 118 route de Narbonne, Bât. 3R2, 31062 Toulouse
Équipe Arc Électrique et Procédés Plasma Thermique

AUTHOR: Julie Bénech